

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

جزوه مدار الکتریکی و الکترونیکی

محمد رستمی

۱۴۰۰ خرداد ۱۱

پیش گفتار

از ابتدای پیدایش بشر یکی از دغدغه‌های مهم انسان (و شاید مهم‌ترین آنها) یافتن معنی، هدف یا انگیزه‌ای برای زیستن روی کره خاکی بوده است. هدفی که تمامی ادیان بر روی آن تمرکز داشته‌اند، و متفکران مختلف در طول سالیان راه‌کارهای گوناگونی برای دست‌یابی به آن ارائه کرده‌اند. چیزی که اکثر ادیان و مکاتب در آن اتفاق نظر داشته‌اند نقش خود فرد در تعیین هدف زندگی است، که از طرف بسیاری از پیروان این مکاتب نادیده گرفته می‌شود. هیچ مکتبی نمی‌تواند دستورالعملی جامع برای دست‌یابی تک‌تک افراد به تعالی ارائه دهد، چرا که هر کس در آفرینش منحصر به فرد است و باید نقشی متفاوت در این دنیا ایفا کند، و درک این نقش میسر نخواهد بود مگر از طریق تفکر و تعقل خود فرد (حقیقتی که تمامی ادیان الهی به آن تأکید دارند).

حتماً تا به حال با افرادی مواجه شده‌اید که صرفاً به خاطر فشار اطراقیان، احساس ناتوانی یا دلایل دیگر، در زمینه‌ای تحصیل یا کار می‌کنند که به آن علاقه ندارند. این تلاش معمولاً نتیجه‌ای ندارد جز سرخوردگی و استعدادهای درونی فرد. نیت از نگارش این مقدمه هم چیزی نیست جز واداشتن خودم و شما به لحظه‌ای تأمل. تأمل به مسیری که در پیش گرفته‌ایم و در آن گام برمیداریم. تأمل در مورد اینکه آیا این مسیر ما را به رشد و تعالی نزدیک می‌کند یا نه. اینکه آیا تاکنون سعی کرده‌ایم به فلسفه وجودی خود پی ببریم، یا ما هم جزء افرادی هستیم که ناخواسته و بدون هدف در مسیری که دیگران برای ما تعیین کرده‌اند گام برمیداریم.

امروزه به دلیل بیماری کرونا ناچاراً به شیوه‌های آموزش مجازی روی آوردیم. در این شیوه‌ی آموزشی یکی از دغدغه‌های اساسی دانشجویان، نکته‌برداری و دسترسی به جزوه اساتید محترم است. از این رو تصمیم گرفتم که کمی از بار مشکلات دوستان بکاهم و این جزوه را تکمیل و در اختیار همکلاسی‌های عزیز قرار دهم. تمام دغدغه این‌جانب در نوشتن این جزو، انتقال

صحیح مطالب ارائه شده در کلاس درس بوده است. در این راستا فیلم ضبط شده را چندین بار مشاهده کرده تا بتوانم این مهم را به درستی انجام دهم. امیدوارم این تلاش نتیجه‌بخش بوده و گامی باشد هر چند ناچیز در راستای موفقیت شما عزیزان.

این کمترین هیچ ادعایی در امتیاز و حتی مقایسه کرده‌ی خود با تلاشی که اساتید صرف تدریس نموده‌اند ندارم؛ به کمبودها و اشتباهات فراوانی که در این جزو خواهد بود تصریح داشته و از دیده‌ی نکته‌یاب اهل فضل و کرم امید اغماس دارم، تذکرات سودمند شما را به دیده‌ی منت می‌طلبم.

محمد رستمی

۱۴۰۰ بهار

فهرست مطالب

آ	پیش گفتار
ج	مقدمه
۱	۱ تعاریف کلی
۱	۱-۱ بارالکتریکی
۲	۲-۱ جریان الکتریکی
۳	۳-۱ اختلاف پتانسیل (ولتاژ)
۴	۴-۱ توان
۷	۷ عناصر مدار و قوانین تجربی
۷	۱-۲ منبع
۹	۲-۲ مقاومت
۱۰	۳-۲ قوانین مداری ولتاژ و جریان
۱۰	۱-۳-۲ قانون مداری جریان (KCL)
۱۰	۲-۳-۲ قانون مداری ولتاژ (KVL)
۱۱	۴-۲ تحلیل مدار تک حلقه‌ای
۲۹	۲۹ روش‌های تحلیل مدار
۲۹	۱-۳ روش تحلیل گره

۳۴	۲-۳ تحلیل حلقه(خانه‌ای)
۳۷	۳-۲ اصل برهم نهی(جمع آثار)
۳۹	۴-۳ تبدیل منابع
۴۲	۵-۳ مدارهای هم ارز تونن و نورتن
۴۷	۴ القاگر(سلف) و خازن
۴۷	۱-۴ القاگر
۵۲	۲-۴ خازن
۵۷	۵ پاسخ طبیعی پله واحد
۶۳	۶ پاسخ‌های طبیعی و پله مدارهای RLC
۷۳	۷ حالت ماندگاری سینتوسی
۷۶	۱-۷ امپدانس و ادمیتانس
۸۱	۸ توان در حالت ماندگار سینتوسی
۸۱	۱-۸ توان لحظه‌ای
۸۳	۲-۸ توان متوسط
۸۴	۳-۸ مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان متناوب
۸۵	۴-۸ توان ظاهری
۸۶	۵-۸ توان مختلط
۸۸	۶-۸ انتقال ماکریم توان
۹۱	title ۹
۹۳	۱۰ دیود
۹۳	۱-۱۰ دیود ایدهآل
۹۴	۲-۱۰ دیود غیرایدهآل
۱۰۳	۳-۱۰ دیود زنر

۱۰۷	۱۱ ترانزیستورهای دوقطبی
۱۱۰	۱-۱۱ نواحی کار ترانزیستورهای دوقطبی
۱۱۵	۲-۱۱ ترانزیستورهای اثربخشی

مقدمه

فصل ۱

تعاریف کلی

۱-۱ بارالکتریکی

بار الکتریکی یک خاصیت ماده است که باعث می‌شود هنگامی که جسمی باردار در مجاورت جسم باردار دیگری قرار می‌گیرد به آن نیرو وارد شود. بار الکتریکی می‌تواند مثبت یا منفی باشد؛ که این مثبت یا منفی بودن را میزان الکترون‌های موجود در هسته جسم در مقایسه با پروتون‌های آن تعیین می‌کند. در شرایط عادی تعداد الکترونها و پروتون‌ها با هم برابرند. اما اگر تعداد الکترون‌های جسم از تعداد پروتون‌های آن بیشتر باشد، جسم دارای بار الکتریکی منفی است و در صورتی که تعداد الکترون‌ها از تعداد پروتون‌ها کمتر باشد، بار الکتریکی جسم مثبت است. واحد بار الکتریکی کولن (C) است.

توجه:

- در این جزوه برای نمایش بار الکتریکی ثابت از حرف Q و برای نمایش بار الکتریکی متغیر با زمان از حرف q استفاده می‌شود.
- در بعضی ترجمه‌ها واحد بار الکتریکی کولمب ترجمه شده است.

۲-۱ جریان الکتریکی

از حرکت دسته جمعی الکترون‌ها جریان الکتریکی به وجود می‌آید. به توضیح علمی‌تر تعداد بارهایی که در واحد زمان از یک سطح مشخص عبور می‌کنند جریان الکتریکی گفته می‌شود. واحد جریان الکتریکی آمپر است و جریان الکتریکی از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow \text{محاسبه جریان ثابت} \quad (1-1)$$

$$i(t) = \frac{dq}{qt} \Rightarrow \text{محاسبه جریان متغیر با زمان} \quad (2-1)$$

جهت جریان

بصورت قراردادی در هر المان الکتریکی از طرف قطب مثبت به طرف قطب منفی یعنی خلاف جهت حرکت الکترون‌ها. برای مثال در مقاومت زیر جهت جریان از سمت مثبت به منفی می‌باشد.



انواع جریان الکتریکی

جریان‌های الکتریکی دو نوع هستند:
مستقیم جهت و مقدار الکترون‌های عبوری نسبت به زمان ثابت می‌ماند. نمودار جریان الکتریکی مستقیم نسبت به زمان به صورت زیر است:

متناوب جهت حرکت و مقدار جریان در فواصل زمانی معین تغییر می‌کند. جریان متناوب خود نیز با توجه به نوع تغییرات به انواعی از سینوسی، دندان ارهای، مربعی(پالسی) و ... تقسیم می‌شود. برای درک شهودی نیز می‌توان به نمودار جریان متناوب سینوسی توجه کرد.

۱-۳ اختلاف پتانسیل (ولتاژ)

عاملی است برای حرکت الکترون‌ها از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر. واحد آن ولت(v) است و از

فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{W}{Q} \quad (3-1)$$

۴-۱ توان

به زبان ساده به معنای سرعت انجام کار است یعنی مقدار کاری که یک دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد. واحد آن وات (w) است و برای محاسبه‌ی آن می‌توان از رابطه‌های زیر استفاده کرد:

$$W = P \cdot t \Rightarrow V = \frac{P \cdot t}{Q} \Rightarrow P = \frac{V \cdot Q}{t} \Rightarrow \boxed{P = VI} \quad (4-1)$$

مثال ۱۰۴-۱. یک منبع ۲۲۰ ولتی، یک لامپ رشته‌ای ۲۰۰ واتی را تغذیه می‌کند:

الف) جریان لامپ را بدست آورید.

ب) بار الکتریکی عبوری از مدار در زمان یک ساعت را بدست آورید.

حل. الف.

$$V = 220v \quad P = 200w$$

$$P = VI \rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{200}{220} = \frac{10}{11}$$

ب.

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow \frac{10}{11} = \frac{Q}{3600} \Rightarrow Q = \frac{3600 \times 10}{11}$$

مثال ۱۰۴-۲. در صورتی که بار الکتریکی عبوری از یک سیم بصورت $q(t) = 5t^2$ کولن باشد. جریان عبوری از این سیم در ثانیه ۲ = t چقدر است؟

حل.

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \mathfrak{v} \circ t = \mathfrak{v} \circ$$

فصل ۲

عناصر مدار و قوانین تجربی

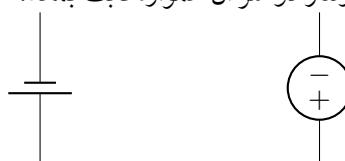
۱-۲ منبع

وسیله‌ای که بتواند انرژی غیرالکتریکی را به انرژی الکتریکی و بالعکس تبدیل کند. انواع منبع‌ها عبارتند از:

مستقل جریان یا ولتاژ به ساختار داخلی خود منبع مرتبط است.
وابسته جریان و ولتاژ برای خودشان نیست و وابسته به قسمت دیگری از مدار است. مانند منبع تغذیه مادربرورد

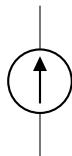
ولتاژ مستقل

منبعی که ولتاژ دو سر آن کاملاً مستقل از جریان عبوری از آن باشد، به طوری که با افزایش یا کاهش جریان، ولتاژ دو سر آن همواره ثابت بماند.



جريان مستقل

منبعی است که جريان عبوری از آن، همواره مستقل از ولتاژ دو سر آن است.



ولتاژ وابسته

منبعی که ولتاژ آن، به ولتاژ یا جريان قسمت دیگری از مدار وابسته است. دو نوع می‌باشد:

- وابسته به ولتاژ شاخه دیگر
- وابسته به جريان شاخه دیگر

کنترل شده با جريان

$$V = \beta I$$
A diamond-shaped symbol with a vertical line passing through it. Inside the diamond, there is a minus sign at the top and a plus sign at the bottom. This symbol represents a dependent voltage source controlled by current I .

$$V = \alpha V$$
A diamond-shaped symbol with a vertical line passing through it. Inside the diamond, there is a minus sign at the top and a plus sign at the bottom. This symbol represents a dependent voltage source controlled by voltage V .

جريان وابسته

منبعی که جريان آن به جريان یا ولتاژ قسمت دیگری از مدار وابسته است. دو نوع می‌باشد:

- کنترل شده با ولتاژ
- کنترل شده با جريان

کنترل شده با ولتاژ

$$I = \beta V$$
A diamond-shaped symbol with a vertical line passing through it. Inside the diamond, there is an upward-pointing arrow. This symbol represents a dependent current source controlled by voltage V .

$$I = \alpha I$$
A diamond-shaped symbol with a vertical line passing through it. Inside the diamond, there is an upward-pointing arrow. This symbol represents a dependent current source controlled by current I .

۲-۲ مقاومت

یک عنصر دوسر که با عبور جریان الکتریکی از آن یک اختلاف ولتاژ در دو سر آن اتفاق می‌افتد. واحد آن اهم (Ω) می‌باشد.


$$\Rightarrow V = RI \quad (1-2)$$


$$\Rightarrow V = -RI \quad (2-2)$$

رسانایی الکتریکی

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{V} \quad (3-2)$$

توجه:

- در مدارهای الکتریکی داغ شدن به معنای وجود مقاومت است.
- مقاومت الکتریکی یک عنصر مصرف کننده است. یعنی جریان الکتریکی را به صورت گرمایش می‌دهد.
- منبع هم تولید کننده و هم مصرف کننده است. مصرف کنندگی به دلیل مقاومت درونی است.

توان تلف شده در مقاومت

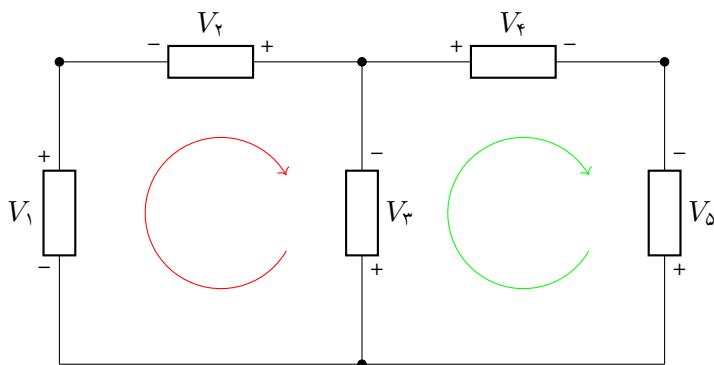
$$P = RI^2 = (RI)I = VI = V\left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R} \quad (4-2)$$

۳-۲ قوانین مداری ولتاژ و جریان

گره: به محل اتصال دو یا چند عنصر به یکدیگر در یک مدار گفته می‌شود.

توجه. همیشه بین دو گره مدار حداقل یک المان وجود دارد.

حلقه: مسیری از یک مدار را حلقه گویند، در صورتی که اگر از گرهای دلخواه از روی این مسیر شروع به حرکت کنیم از عناصر عبور کنیم بدون اینکه از هیچ یک از گرهای میان راه، بیش از یک بار بگذریم و دوباره به گره آغازین برگردیم.



شکل ۱-۲ گره و حلقه‌ها در مدار

کنجکاوی: در مدار بالا سه حلقه داریم، دو تا از حلقه‌ها مشخص شده‌اند. حلقه سوم را پیدا کنید.

۳-۱ قانون مداری جریان (KCL)

جمع جبری همه جریان‌ها در گره برابر صفر است. به عبارت دیگر جمع جریان‌های وارد شده به هر گره با جمع جریان‌های خارج شده از آن گره برابرند.

۳-۲ قانون مداری ولتاژ (KVL)

جمع جبری همه ولتاژها حول یک حلقه، برابر صفر است. برای به کاربر بردن قانون ولتاژها ابتدا

جهتی قراردادی به صورت دلخواه در حلقه تعیین می کنیم. ولتاژ عناصری که جهت قراردادی آنها با جهت قراردادی حلقه یکی است را با علامت مثبت و بقیه را با علامت منفی در نظر می گیریم. برای مثال قانون ولتاژها برای حلقه های موجود در شکل ۱-۲ عبارتند از:

$$\begin{cases} -V_2 - V_3 - V_1 = 0 \\ -V_2 - V_4 - V_5 - V_1 = 0 \\ -V_4 - V_5 + V_3 = 0 \end{cases}$$

۴-۲ تحلیل مدار تک حلقه ای

اهداف:

۱. محاسبه جریان یا ولتاژ مقاومت
 ۲. محاسبه توان جذب شده یا تلف شده توسط هر عنصر
- فرض اولیه: مقادیر مقاومتها و منبع معلوم است.

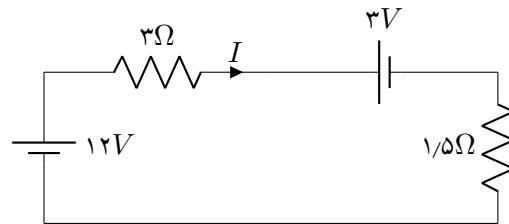
مراحل انجام تحلیل عبارتند از:

- مرحله اول انتخاب یک جهت برای جریان مجهول
مرحله دوم گذاشتن علامت ولتاژ برای هر کدام از مقاومتها.

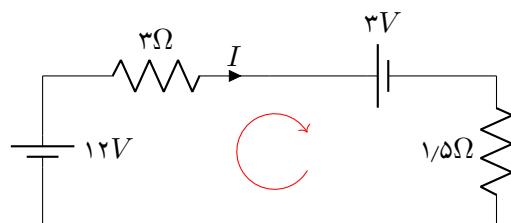
توجه. برای سمتی که جریان وارد می شود علامت مثبت در نظر گرفته می شود.

مرحله سوم استفاده از قانون KVL

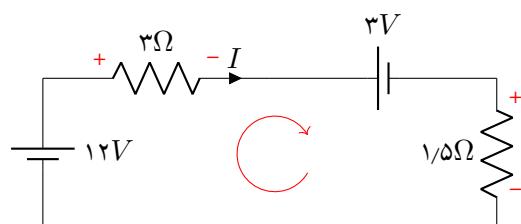
مثال ۱.۴-۲. در مدار شکل زیر ولتاژ روی هر مقاومت و توان جذب شده توسط هر عنصر را بدست آورید.



حل. گام اول انتخاب جهت جریان مجهول



گام دوم تعیین علامت ولتاژ هر یک از مقاومت‌ها



گام سوم استفاده از قانون KVL

$$+3I + 3 + 1/5I - 12 = 0$$

$$4/5I - 9 = 0 \Rightarrow I = 2A$$

$$V_r = 3 \times 2 = 6v$$

$$V_{1/5} = 1/5 \times 2 = 3v$$

$$P_{12v} = -VI = 12 \times 2 = -24w$$

$$P_{3\Omega} = VI = 6 \times 2 = 12w$$

$$P_{3v} = VI = 3 \times 2 = 6w$$

$$P_{1/5\Omega} = VI = 3 \times 2 = 6w$$

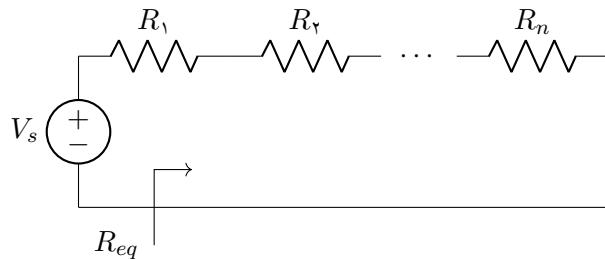
توجه. هر المانی که جذب کننده (مصرف کننده) باشد، توان جذب شده علامت مثبت دارد و تولید کننده‌ها توان جذب شده علامت منفی دارد.



برای ساده کردن مدارها به مدارهای تک حلقه‌ای می‌توان مقاومت‌ها را با یکدیگر ترکیب کرد. این ترکیب مقاومت‌ها به سه صورت انجام می‌شود:

۱. آرایش سری (متوالی)
۲. آرایش موازی
۳. آرایش ستاره – مثلث

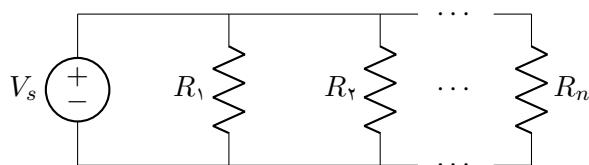
آرایش سری(متوالی)



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \rightarrow \text{مقاآمتی که منبع می بیند.}$$

آرایش موازی

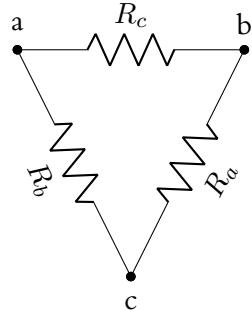
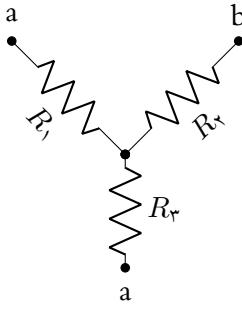
يعنى ولتاژ دو سر مقاومت يکسان است به عبارت دیگر دو سر آنها گره های يکسانی است.



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

آرایش ستاره_ مثلث

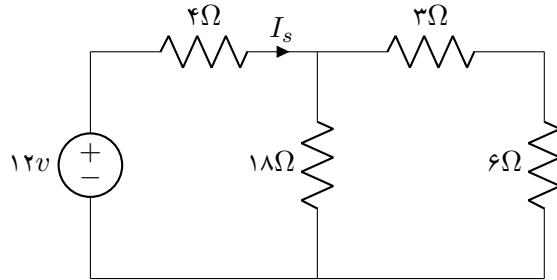
این نوع مدار را با علامت $Y - \Delta$ نیز نشان می دهد. در این مدار به اسمی دقت کنید چرا که در تبدیل مهم است.



$$\rightarrow \begin{cases} R_a = \frac{R_1 R_\gamma + R_1 R_\tau + R_\gamma R_\tau}{R_\gamma} \\ R_b = \frac{R_1 R_\gamma + R_1 R_\tau + R_\gamma R_\tau}{R_\gamma} \\ R_c = \frac{R_1 R_\gamma + R_1 R_\tau + R_\gamma R_\tau}{R_\gamma} \end{cases}$$

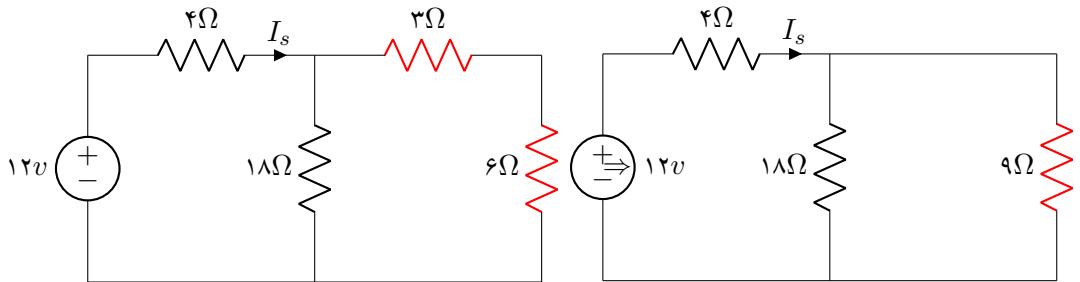
$$\rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \\ R_\gamma = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \\ R_\tau = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \end{cases}$$

مثال ۲-۴. در مدار شکل زیر جریان I_s را بدست آورید.

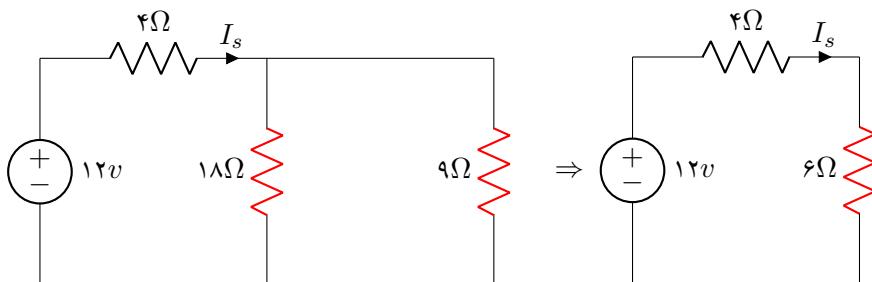


حل.

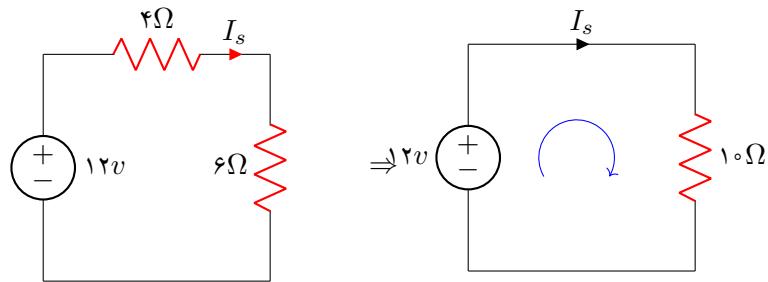
$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10 \Omega$$



$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 6 \Omega$$

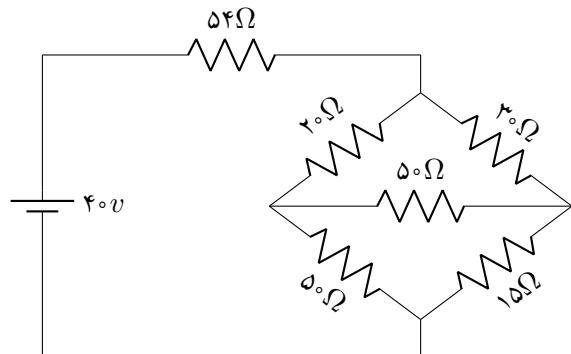


$$R_{eq} = 4 + 6 = 10\Omega$$

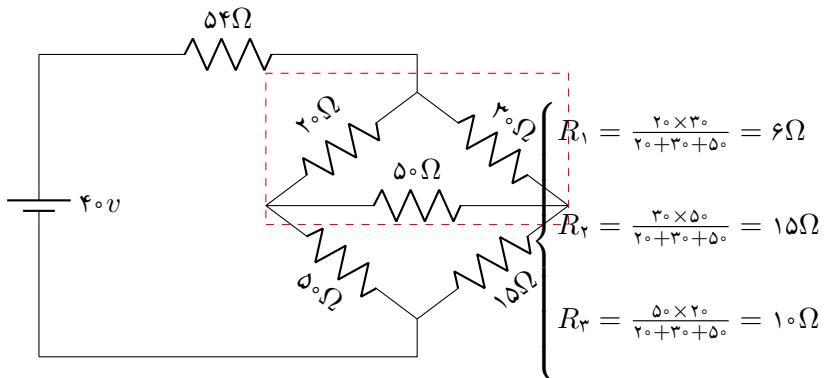


$$-12 + 10I_s = 0 \rightarrow 10I_s = 12 \rightarrow I_s = \frac{12}{10} = 1.2A$$

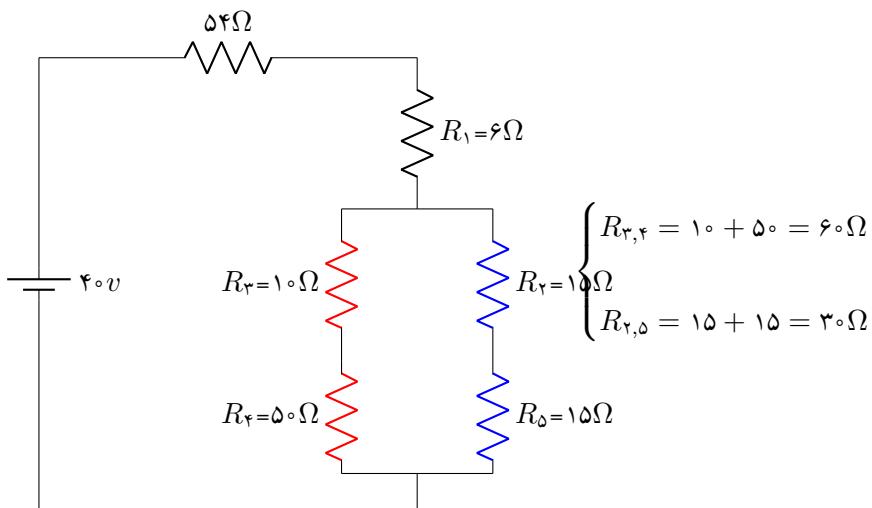
مثال ۳.۴-۲. در مدار شکل زیر جریان I را بدست آورید.

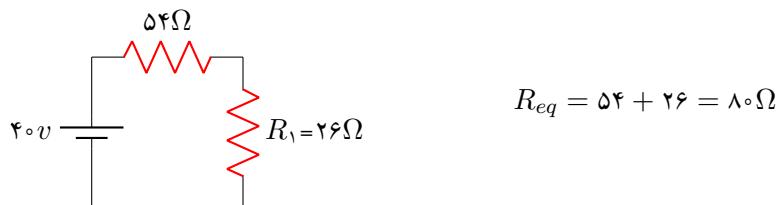
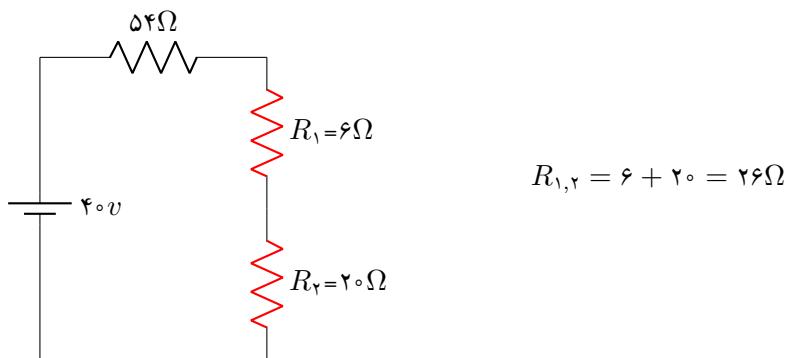
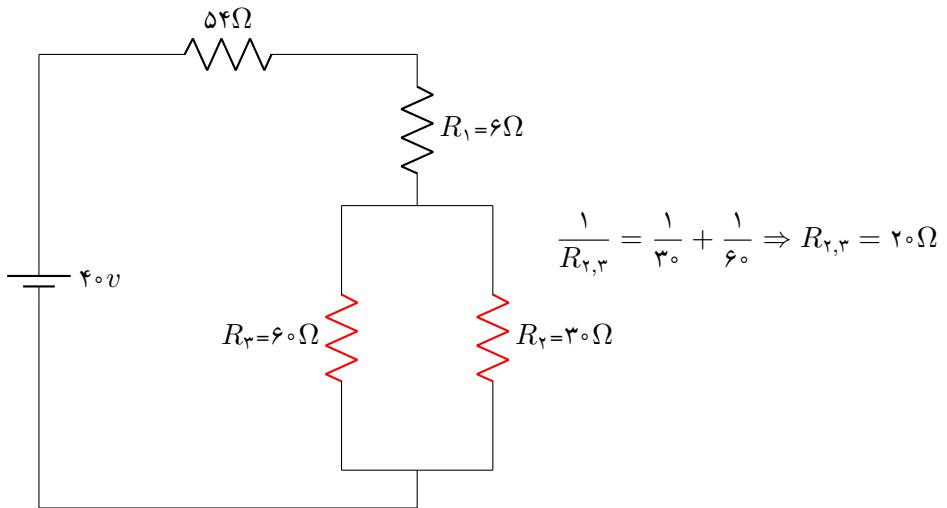


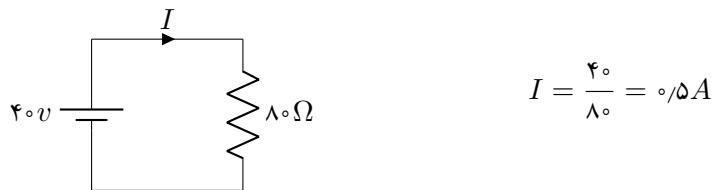
حل. قسمت مشخص شده در مدار زیر به فرم ستاره‌ای تبدیل می‌شود.



↓

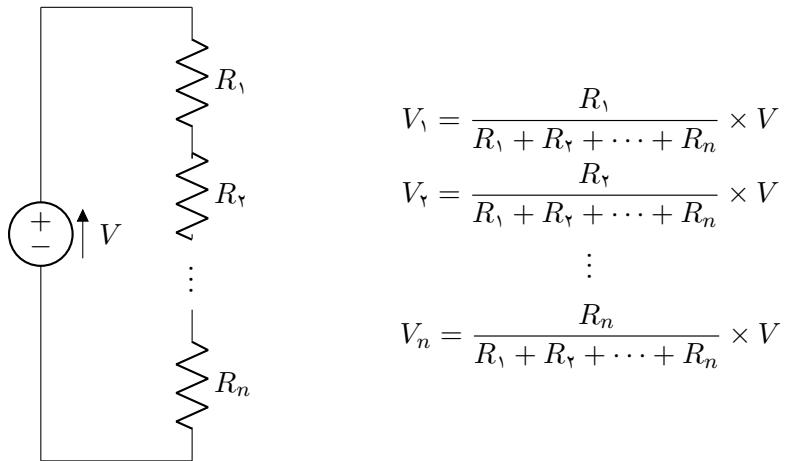






$$I = \frac{V}{R} = 5A$$

مدار تقسیم ولتاژ



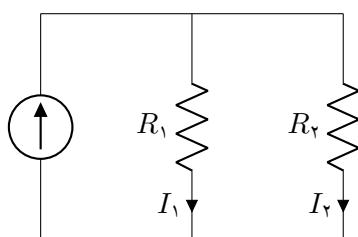
$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \times V$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \times V$$

\vdots

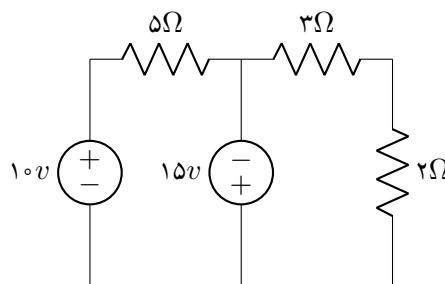
$$V_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \times V$$

مدار تقسیم جریان



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

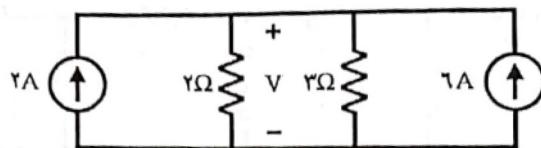
- اگر مدار شما به صورت زیر بود می‌توان طرف راست و چپ آن را به صورت مدارهای جداگانه تحلیل کرد.



- اگر خواسته‌ی سؤال محاسبه‌ی توان مصرفی باشد، تولیدکننده‌ها علامت منفی و مصرف‌کننده‌ها علامت مثبت می‌گیرند.
- اگر خواسته‌ی سؤال محاسبه توان تولیدی باشد، تولیدکننده‌ها علامت مثبت و مصرف‌کننده‌ها در مدار علامت منفی می‌گیرند.

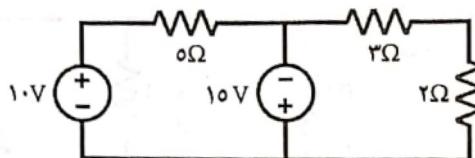
مسائل

۱. در شکل ۲-۲ ولتاژ V را پیدا کنید.



شکل ۲-۲

۲. در شکل ۳-۲ ولتاژ دو سر مقاومت 3Ω را پیدا کنید.



شکل ۳-۲

۳. در شکل ۴-۲ توانی که منع جریان به مدار تحویل می‌دهد به دست آورید.

۴. در شکل ۵-۲ مقدار V را پیدا کنید.

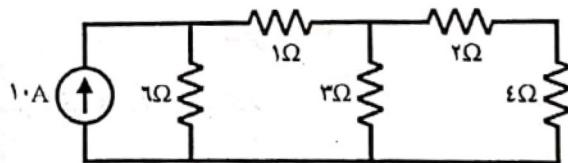
۵. در شکل ۶-۲ مقاومت معادل R_{eq} را پیدا کنید.

۶. در شکل ۷-۲ مقاومت معادل R_{eq} را پیدا کنید.

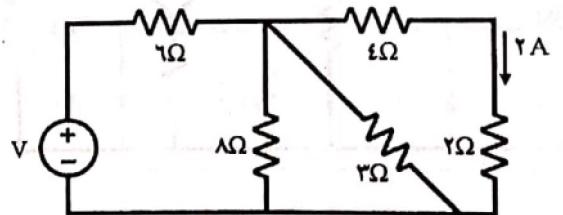
۷. مقاومت معادل شکل ۸-۲ را پیدا کنید.

۸. با ترکیب مقاومت‌ها و تقسیم ولتاژ، V_{ab} مدار شکل ۹-۲ را پیدا کنید.

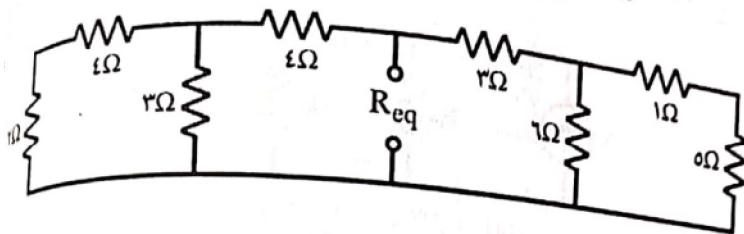
۹. با ترکیب مقاومت‌ها و تقسیم جریان، I_x مدار شکل ۱۰-۲ را پیدا کنید.



شکل ۴-۲

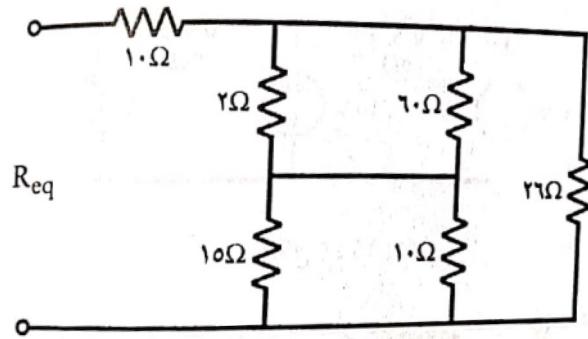


شکل ۵-۲

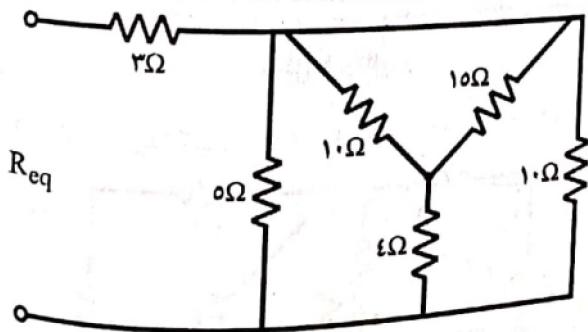


شکل ۶-۲

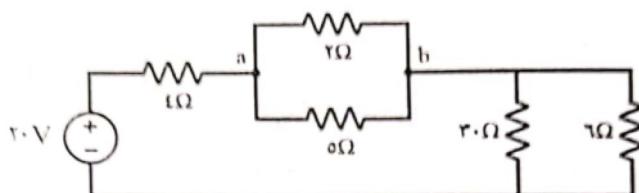
۱۰. در مدار شکل ۱۱-۲ $i = 5A$ مقدار v را پیدا کنید.
۱۱. با کاربرد مستقیم قوانین کیرشهف جریان i را در مدار شکل ۱۲-۲ بدست آورید.
۱۲. با کاربرد مستقیم قوانین کیرشهف جریان I_x را در مدار شکل ۱۳-۲ بدست آورید.
۱۳. در مدار شکل ۱۴-۲ مقاومت معادل R_{eq} را پیدا کنید.
۱۴. با استفاده از تبدیل مثلث به ستاره جریان i را در شکل ۱۵-۲ بدست آورید.
۱۵. با استفاده از تبدیل مثلث-ستاره جریان i را در شکل ۱۶-۲ بدست آورید.



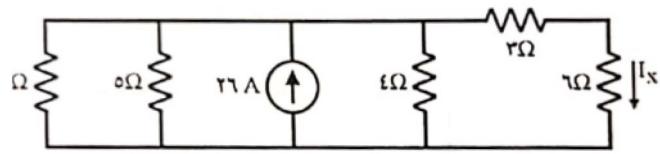
شكل ٧-٢



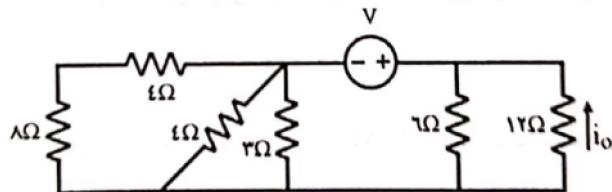
شكل ٨-٢



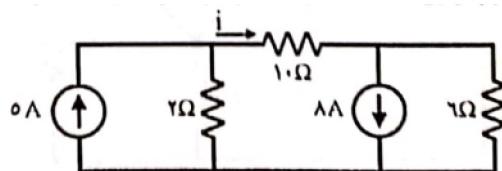
شكل ٩-٢



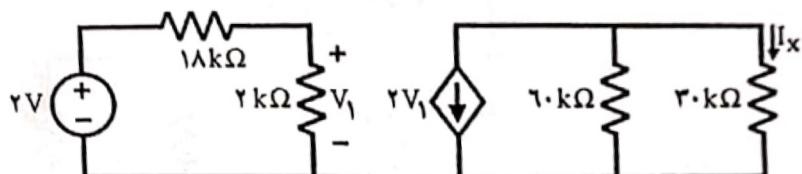
شکل ۱۰-۲



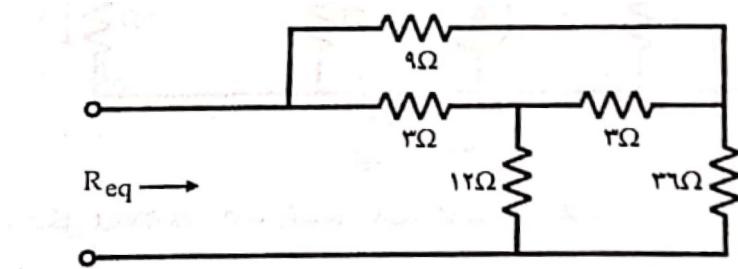
شکل ۱۱-۲



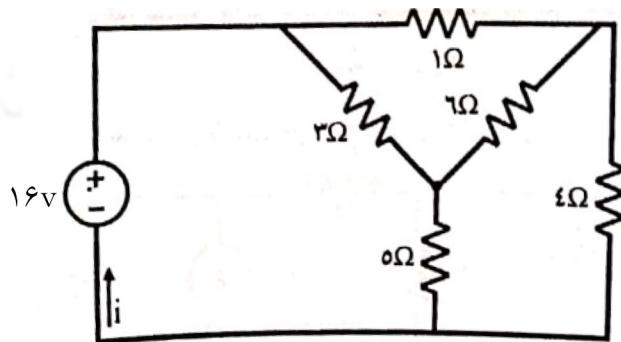
شکل ۱۲-۲



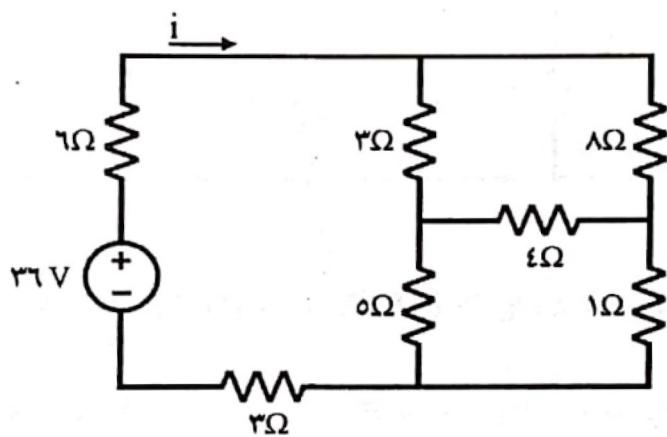
شکل ۱۳-۲



شكل ١٤-٢



شكل ١٥-٢



شكل ١٦-٢

فصل ۳

روش‌های تحلیل مدار

۱-۳ روش تحلیل گره

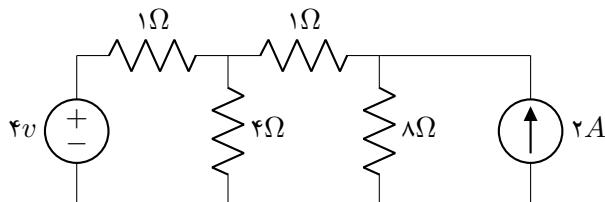
هدف: یافتن ولتاژ گره‌ها

گام اول مشخص کردن گره‌های مدار و نام‌گذاری آنها

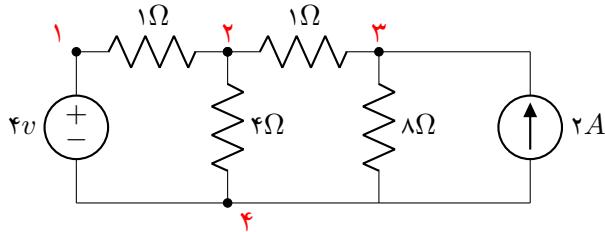
گام دوم مشخص کردن یک گره به عنوان گره مبنا (ولتاژ گره مبنا صفر فرض می‌شود).

گام سوم نوشتن KCL برای هر گره (جز گره مبنا)

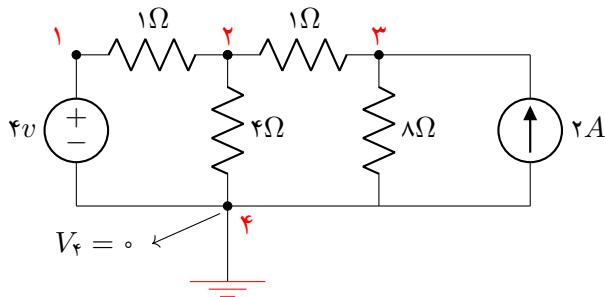
مثال ۱۰-۱. ولتاژ گره‌های مدار زیر را بیابید.



حل. گام اول مشخص کردن گره‌ها و نام‌گذاری



گام دوم مشخص کردن گره مبنا



گام سوم نوشتن هر گره KCL

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} V_1 - 0 = v \rightarrow V_1 = v \\ \textcircled{2} \frac{V_r - V_1}{1} + \frac{V_r - 0}{4} + \frac{V_r - V_3}{1} = 0 \\ \textcircled{3} \frac{V_r - V_3}{1} + \frac{V_r - 0}{8} - 2 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{4} V_r - V_r = v \\ -V_r + \frac{4}{8} V_r = 2 \end{array} \right.$$

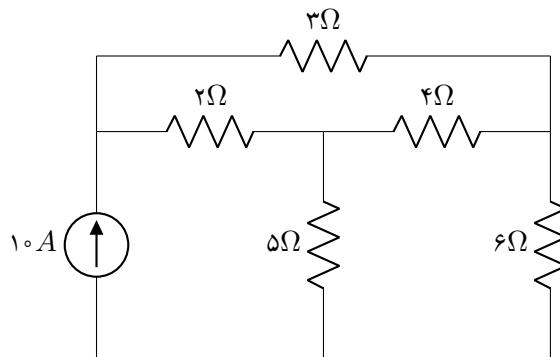
$$V_r = \frac{\begin{vmatrix} v & -1 \\ 2 & \frac{4}{8} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{4}{4} & -1 \\ -1 & \frac{4}{8} \end{vmatrix}} = \frac{v}{13}$$

$$V_r = \frac{\begin{vmatrix} \frac{4}{4} & v \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{4}{4} & -1 \\ -1 & \frac{4}{8} \end{vmatrix}} = \frac{v}{5}$$

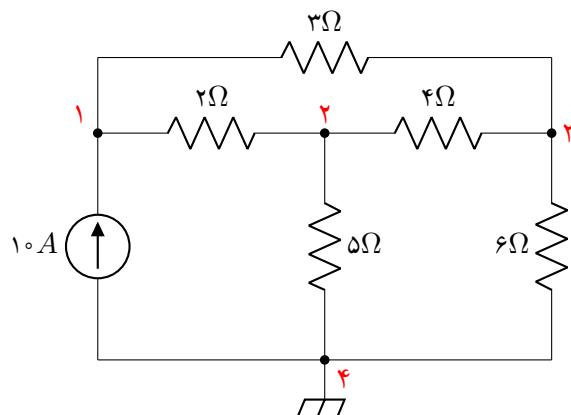
توجه:

- همیشه بین دو گره حداقل یک المان وجود دارد.
- معمولاً پایین ترین گره به عنوان گره مبنا در نظر گرفته می‌شود و زمین می‌شود. (گره ۴)
- هنگام نوشتن KCL برای هر گره فرض می‌کنیم که جریان‌ها خارج شونده هستند مگر اینکه منبع جریان داشته باشیم. (گره ۳)

مثال ۲۰-۳. ولتاژ گره‌ها را بدست آورید.



حل.



$$\textcircled{1} \implies -1^\circ + \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 - V_3}{3} = 0$$

$$\textcircled{2} \implies \frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_2 - 0}{5} + \frac{V_3 - V_2}{4} = 0$$

$$\textcircled{3} \implies \frac{V_3 - V_2}{4} + \frac{V_3 - V_1}{6} + \frac{V_1 - V_2}{3} = 0$$

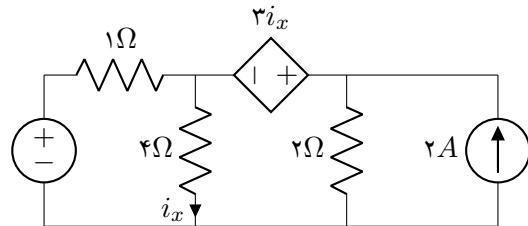
$$\begin{cases} \frac{5}{6}V_1 - \frac{1}{4}V_2 - \frac{1}{3}V_3 = 1^\circ \\ -\frac{1}{2}V_1 + \frac{1}{2}V_2 - \frac{1}{4}V_3 = 0 \\ -\frac{1}{3}V_1 - \frac{1}{4}V_2 + \frac{1}{3}V_3 = 0 \end{cases}$$

در ادامه جواب را می‌توانید با استفاده از یکی از روش‌های حل دستگاه‌ها بدست آورید من از سایت محاسبه آنلاین برای بدست آوردن جواب استفاده کردم، راست و دروغ آن گردند خودشان.

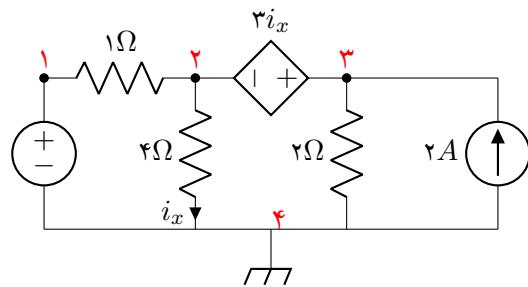
$$\begin{cases} V_1 = 39/328 \\ V_2 = 27/731 \\ V_3 = 26/723 \end{cases}$$

توجه. هر گاه میان دو گره اصلی یک منبع ولتاژ (مستقل یا وابسته) قرار داشته باشد ترکیب این دو گره و منبع به صورت یک گره در نظر گرفته می‌شود و به آن ابرگره می‌گوییم.

مثال ۳.۱-۳. ولتاژ گره‌ها را محاسبه کنید.



حل.

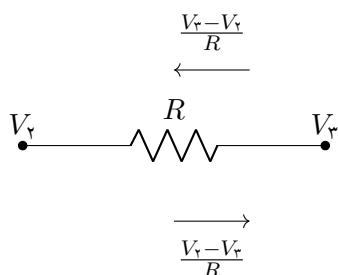


$$\begin{cases} V_r - V_t = ri_x = \frac{r}{\gamma} V_r \\ i_x = \frac{V_t}{\gamma} \\ \frac{V_t - V_1}{1} + \frac{V_t}{\gamma} + \frac{V_r}{\gamma} - \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{\gamma}{\gamma} V_r + V_r = 0 \\ \frac{\gamma}{\gamma} V_r + \frac{1}{\gamma} V_r = \gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_r = 2/82 \\ V_t = 4/94 \end{cases}$$

توجه. علامت‌ها در تحلیل گره:



۲-۳ تحلیل حلقه (خانه‌ای)

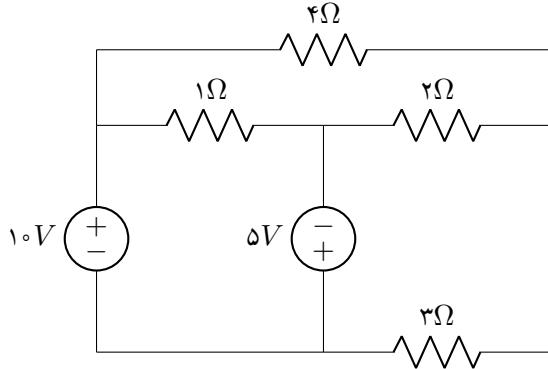
هدف: بدست آوردن جریان شاخه‌ها (حلقه‌ها)

گام اول برای هر حلقه‌ی ساده‌ی مدار یک جریان حلقه مشخص می‌کنیم.

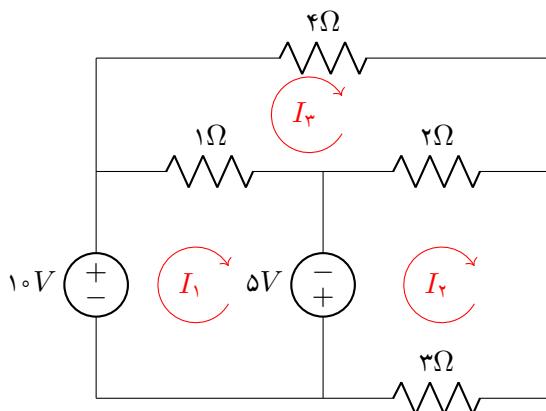
گام دوم با نوشتن KVL در حلقه‌های ساده یک دستگاه چندمعادله چند مجهول درست خواهد شد.

گام سوم حل این دستگاه، مجامیسه جریان حلقه‌ها یا شاخه‌ها خواهد بود.

مثال ۱۰-۳. جریان حلقه‌ها را بدست آورید.



حل. گام اول تعیین جریان برای حلقه‌های ساده مدار



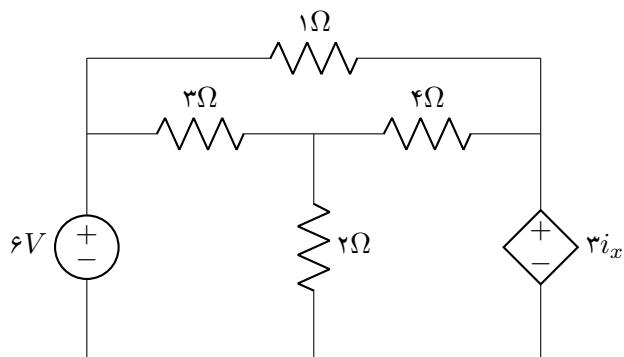
گام دوم نوشتن KVL در حلقه‌های ساده

$$\begin{cases} \textcircled{1} \Rightarrow 1(I_1 - I_3) - 5 - 10 = 0 \\ \textcircled{2} \Rightarrow 2(I_2 - I_3) + 3I_3 + 5 = 0 \\ \textcircled{3} \Rightarrow 4(I_3) + 2(I_3 - I_2) + 1(I_3 - I_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 - I_3 = 15 \\ 5I_3 - 2I_2 = -5 \\ -I_1 - 2I_2 + 7I_3 = 0 \end{cases}$$

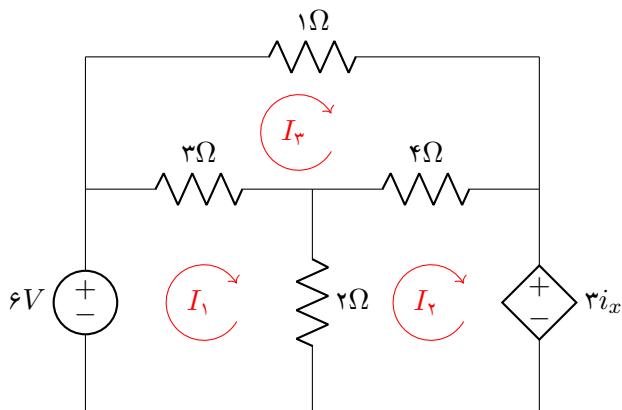
گام سوم حل این دستگاه، مجاسبه جریان حلقه‌ها یا شاخه‌ها خواهد بود.

$$\begin{cases} I_1 = \frac{5}{7} A \\ I_2 = 0 \\ I_3 = \frac{5}{7} A \end{cases}$$

مثال ۲۰-۳. جریان حلقه‌ها را بدست آورید.



حل. گام اول تعیین جریان برای حلقه‌های ساده مدار



گام دوم نوشتن KVL در حلقه‌های ساده

$$\begin{cases} \textcircled{1} \Rightarrow ۳(I_۱ - I_۳) + ۲(I_۱ - I_۲) - ۶ = ۰ \\ \textcircled{۲} \Rightarrow ۴(I_۲ - I_۳) + ۳i_x + ۲(I_۲ - I_۱) = ۰ \\ \textcircled{۳} \Rightarrow ۱(I_۳) + ۴(I_۳ - I_۲) + ۳(I_۲ - I_۱) = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵I_۱ - ۲I_۲ - ۳I_۳ = ۶ \\ -۲I_۱ + ۶I_۲ - I_۳ = ۰ \\ -۳I_۱ + ۴I_۲ + ۸I_۳ = ۰ \end{cases}$$

گام سوم حل این دستگاه، مجامیه جریان حلقه‌ها یا شاخه‌ها خواهد بود.

$$\begin{cases} I_۱ = ۱/۶۲۵A \\ I_۲ = ۰/۵۹۴A \\ I_۳ = ۰/۳۱۳A \end{cases}$$

۳-۳ اصل برهم نهی (جمع آثار)

هرگاه یک سیستم خطی با چند منبع مستقل (جریان یا ولتاژ) تعریف شود، پاسخ کامل را می‌توان مجموع تک تک منابع هنگامی که به تنها یکی عمل می‌کنند دانست. برای بدست آوردن اثر یک منبع تنها، باید سایر منابع غیرفعال شوند.

توجه. سیستم خطی: سیستمی که فقط مقاومت و منبع مستقل باشد.

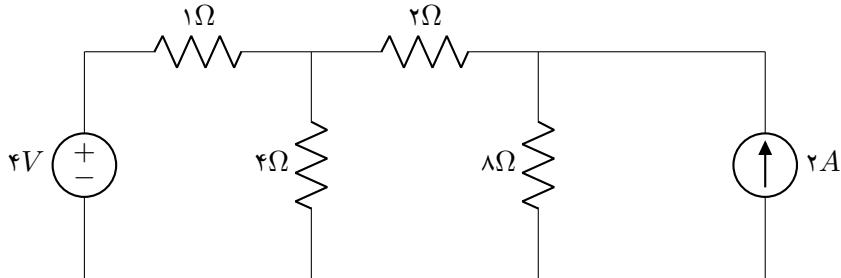
• غیرفعال کردن منبع ولتاژ

یعنی منبع ولتاژ را برمیداریم و به جای آن یک سیم می‌گذاریم. (اتصال کوتاه)

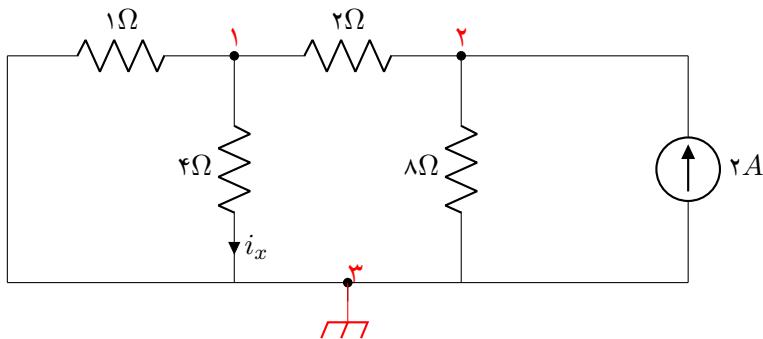
• غیرفعال کردن منبع جریان

یعنی منبع را از مدار برداشته و جای آن را خالی می‌گذاریم. (اصطلاحاً مدار باز)

مثال ۱۰.۳-۳. مقدار i_x را با استفاده از قانون جمع آثار بدست آورید.



حل. گام اول حذف منبع ولتاژ مستقل

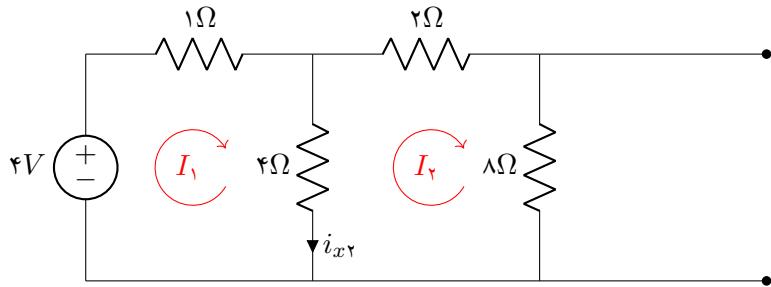


توجه. اگر در مدار همه منابع ولتاژ بود بهتر است که از روش تحلیل حلقه استفاده کنید.
اگر در مدار همه منابع جریان بود بهتر است که از روش تحلیل گره استفاده کنید. اما
اگر هر دوی آنها بود از اصل برهم نهی استفاده می کنیم. (هم منبع جریان و هم منبع ولتاژ
 فقط وابسته)

$$\begin{cases} \textcircled{1} \Rightarrow \frac{V_1}{1} + \frac{V_1}{4} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 0 \\ \textcircled{2} \Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{8} - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1} \Rightarrow -\frac{1}{2}V_2 + \frac{5}{4}V_1 = 0 \\ \textcircled{2} \Rightarrow \frac{5}{8}V_2 - \frac{1}{2}V_1 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = 1/18V \\ V_2 = 4/15V \end{cases}$$

گام دوم حذف منبع جریان مستقل



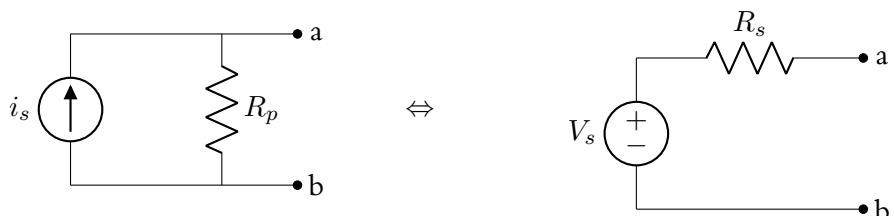
$$\begin{cases} 1(I_1) + 4(I_1 - I_2) - 4 = 0 \\ 2I_2 + 8I_2 + 4(I_2 - I_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5I_1 - 4I_2 = 4 \\ -4I_1 + 12I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = 1/0.37 \\ I_2 = 0/2.96 \end{cases} \Rightarrow i_{x1} = I_1 - I_2 = 0.741$$

$$i_x = i_{x1} + i_{x2} = 0.29 + 0.741 = 1.03A$$

۴-۳ تبدیل منابع

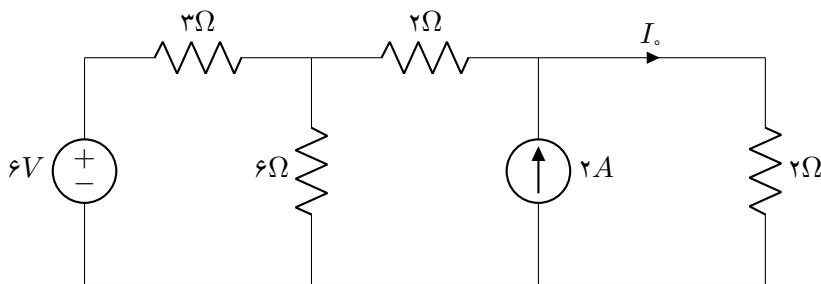
قابلیت تعویض منابع ولتاژ و جریان با همدیگر بدون اثرگذاری روی بقیه مدار.



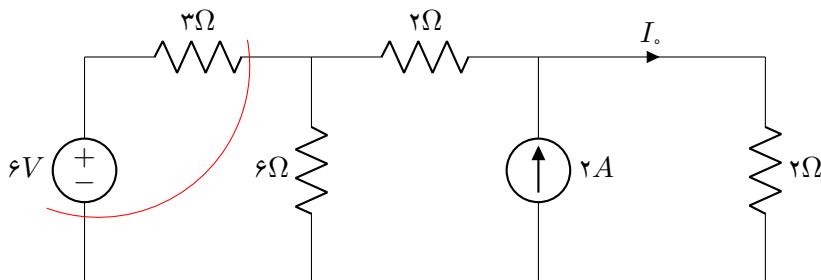
$$\begin{cases} R_s = R_p \\ V_s = R_p i_s \end{cases}$$

توجه. تبدیل منابع را می‌توان هم برای منابع مستقل و هم منابع واپسیه استفاده کرد.

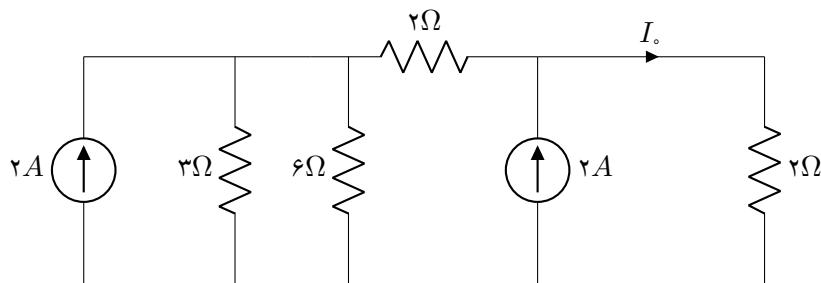
مثال ۱۰-۳. با استفاده از تبدیل منابع مقدار I_o را بدست آورید.



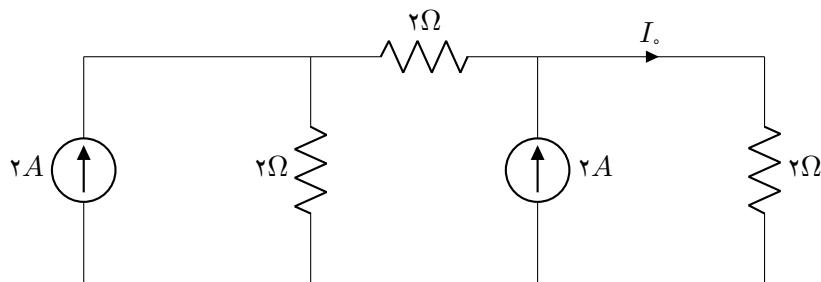
حل.



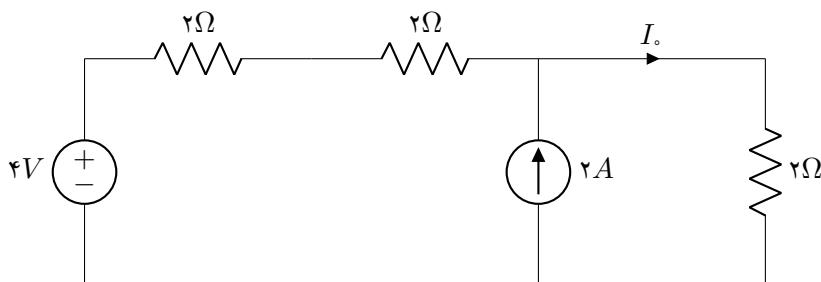
با استفاده از تبدیل منابع \Downarrow



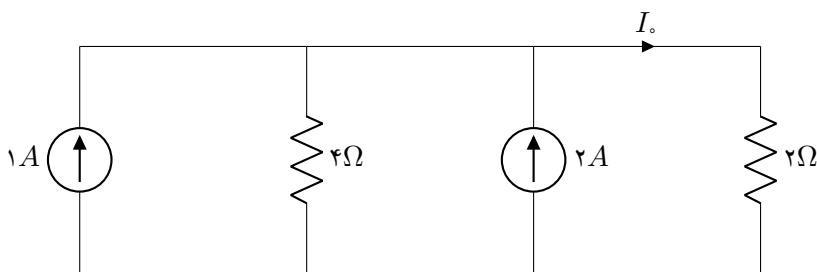
دو مقاومت $3\ \Omega$ و $6\ \Omega$ اهمی موازی هستند. \Downarrow



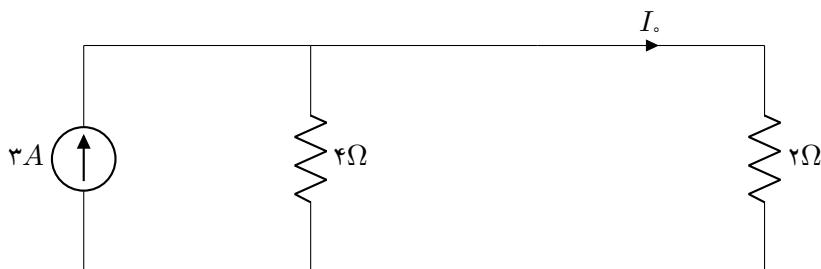
تبديل منابع \Downarrow



دو مقاومت دو اهمی سری هستند. باهم جمع و سپس تبدیل منابع \downarrow



توجه. اگر منابع جریان هم جهت و موازی باشند(مانند این شکل) می‌توان آنها را با یکدیگر جمع کرد.



حال با استفاده از فرمول تقسیم جریان می‌توان جریان مورد نظر را محاسبه کرد:

$$I_o = \frac{4}{2+4} \times 3 = 2A$$

۵-۳ مدارهای هم ارز تونن و نورتن

هدف: قرار دادن یک مدار ساده به جای قسمت بزرگی از مدار برای نقطه‌ای از مدار که می‌خواهیم معادل تونن یا نورتن را بگذاریم، ولتاژ مدار باز (V_{th})، جریان نورتن (I_{sc}) [جریان اتصال کوتاه] و مقاومت معادل تونن (R_{th}) را محاسبه

می کنیم.
توجه.

- جریان همیشه در مسیر بسته برق را دارد.
- وقتی در مسیر بسته‌ای منبع جریان باشد، تعیین کننده جریان آن منبع است.

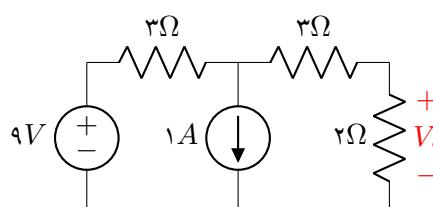
ولتاژ مدار باز (ولتاژ تونن)

المانی از مدار را که می‌خواهیم از دوسر آن مدار معادل را بدست آوریم، مدار باز می‌کنیم. مدار را با روش‌های تحلیلی که آموختیم، تحلیل کرده و ولتاژ دو سر مدار باز شده را بدست می‌آوریم.

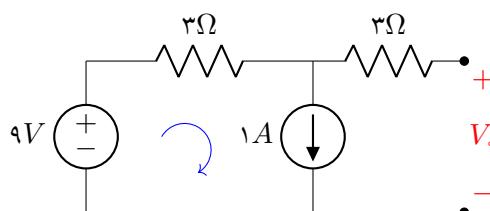
جریان اتصال کوتاه (جریان نورتن)

المانی از مدار را که می‌خواهیم از دوسر آن مدار معادل را بدست آوریم، اتصال کوتاه می‌کنیم. مدار را با روش‌های تحلیلی که پیش از این آموختیم، تحلیل کرده و جریان گذرنده از این اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم.

مثال ۱.۵-۳. با استفاده از روش معادل سازی تونن و نورتن، ولتاژ V را بدست آورید.

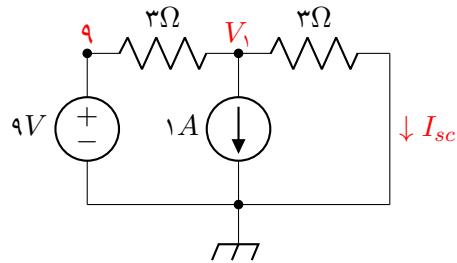


حل. گام اول محاسبه ولتاژ تونن:



$$2 \times 1 + V_{th} - 9 = 0 \Rightarrow V_{th} = 8v$$

گام دوم: محاسبه جریان نورتن

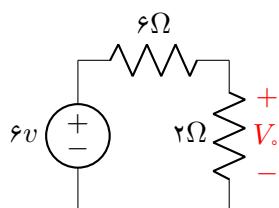


$$\frac{V_1 - 9}{2} + \frac{V_1}{2} + 1 = 0 \Rightarrow V_1 = 8v$$

$$I_{sc} = \frac{V_1}{2} = \frac{8}{2} = 1A$$

گام سوم:

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_{sc}} = \frac{8}{1} = 8\Omega$$



حال از فرمول تقسیم ولتاژ استفاده می‌کنیم:

$$V_o = \frac{r}{r + s} \times v = 1/5v$$

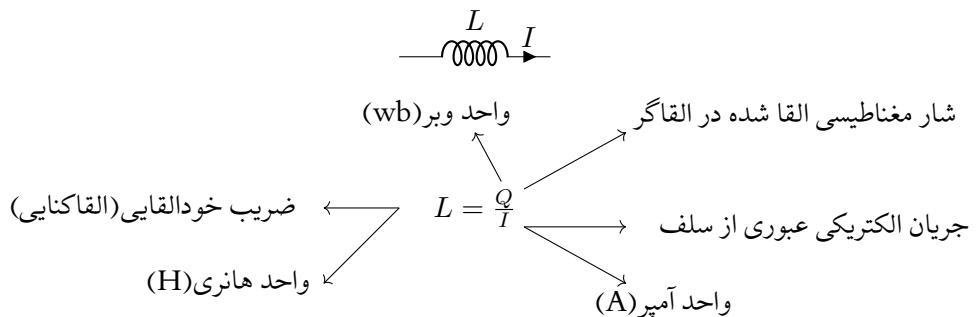
فصل ۴

القاگر(سلف) و خازن

القاگر و خازن از عناصر ذخیره‌ای مدار هستند؛ یعنی می‌توانند انرژی محدودی را ذخیره کنند و در موقع لزوم به مدار برگردانند. جرقه سر شمع موتور خودرو نمونه‌ای از ذخیره‌ی انرژی در القاگر و جرقه لازم برای روشن شدن لامپ‌های مهتابی قدیمی‌تر نمونه‌ای از ذخیره انرژی توسط خازن است.

۱-۴ القاگر

القاگر یا سلف انرژی را در میدان مغناطیسی ذخیره می‌کند. القاگر در مدار به صورت زیر نشان داده می‌شود:



فرمول‌های مربوط به القاگر

$$V = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow I = \frac{1}{L} \int_0^t V dt + I(0)$$

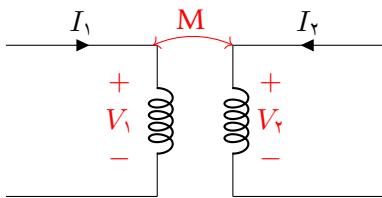
توجه. از آنجایی که القاگر وابسته به ارتباط جريان با گذر زمان است بنابراین هم می‌تواند خطی باشد و هم غیرخطی.

$$P = VI = LI \frac{dI}{dt}$$

$$W = \int pdt = \frac{1}{2} LI^2$$

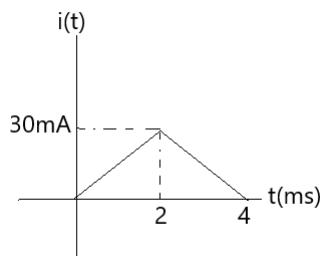
القاگر متقابل (M)

القاگر متقابل پارامتری است برای مرتبط ساختن ولتاژ القایی در یک مدار.



$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \\ V_2 = L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} \end{cases}$$

مثال ۱۰-۴. شکل موج جریان یک القاگر $5mH$ در شکل زیر داده شده است. شکل موج ولتاژ را رسم کنید.



حل.

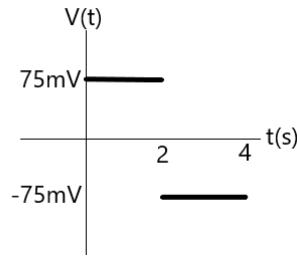
$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$0 \leq t \leq 2 \rightarrow i(t) = 15t$$

$$V_L(t) = 15 \times 5 \times 10^{-3} = 75mV$$

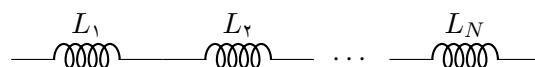
$$2 \leq t \leq 4 \rightarrow i(t) = -15t + 30 + 30$$

$$V_L(t) = -15 \times 5 \times 10^{-3} = -75mV$$



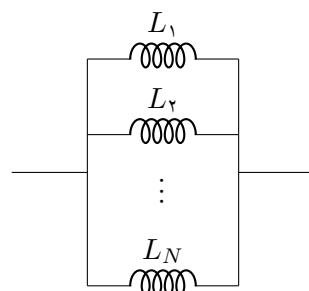
ترکیب سلف‌ها

سلف‌های سری:



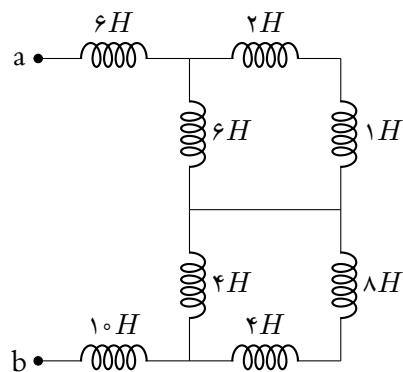
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \cdots + L_N$$

سلف‌های موازی:



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$

مثال ۲.۱-۴. القاگر معادل شکل زیر را از دید a-b بدست آورید.



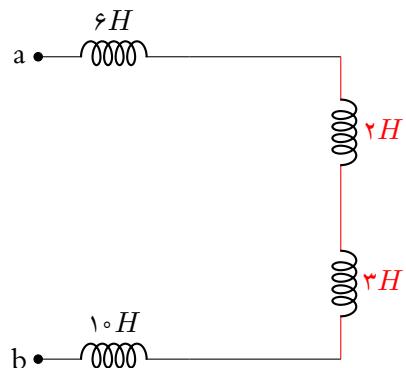
حل.

$$L_{2,1} = 2 + 1 = 3H$$

$$L_{3,6} = \frac{3 \times 6}{9} = 2H$$

$$L_{4,8} = 4 + 8 = 12H$$

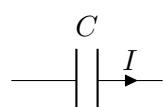
$$L_{12,4} = \frac{4 \times 12}{16} = 3H$$



$$L_{eq} = 6 + 2 + 3 + 10 = 21H$$

۲-۴ خازن

عنصری است که برای ذخیره‌ی انرژی در میدان الکتریکی استفاده می‌شود. خازن در مدار با نماد زیر نشان داده می‌شود.



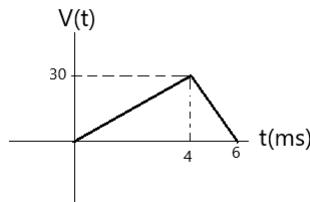
فرمول‌های مربوط به خازن

$$I = C \frac{dv}{dt} \rightarrow V = \frac{1}{C} \int_0^t I dt + V(0)$$

$$P = VI = CV \frac{dV}{dt}$$

$$W = \int P dt = \frac{1}{2} CV^2$$

مثال ۱۰-۴. شکل موج ولتاژ اعمال شده به خازن $F = 6\mu F$ به صورت زیر است. شکل موج جریان را بدست آورید.



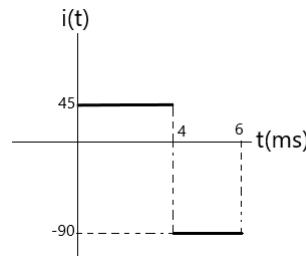
حل.

$$0 \leq t \leq 4 \Rightarrow V(t) = 15t \times 10^{-3}$$

$$i(t) = C \frac{dV}{dt} = 6\mu F \times 15 \times 10^{-3} = 90mA$$

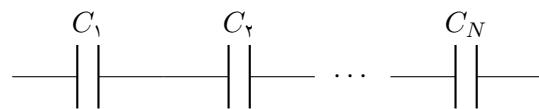
$$4 \leq t \leq 6 \Rightarrow V(t) = -15t \times 10^{-3} + 60 + 30$$

$$i(t) = C \frac{dV}{dt} = 6\mu F \times -15 \times 10^{-3} = -90mA$$



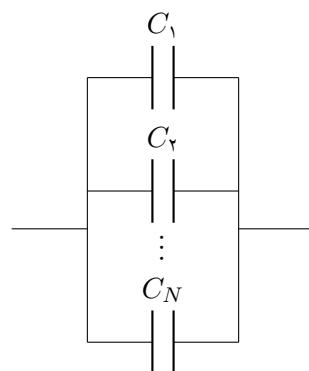
ترکیب خازن‌ها

خازن‌های سری:



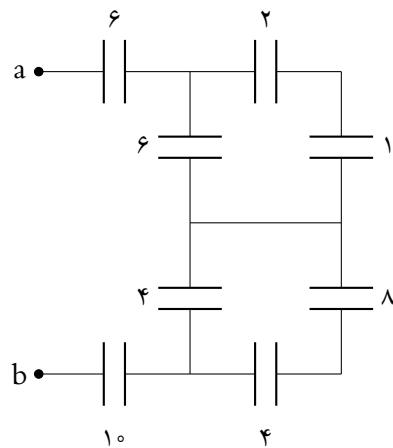
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

خازن‌های موازی:



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$$

مثال ۲۰-۴. خازن معادل شکل زیر را از دید a-b بدست آورید.



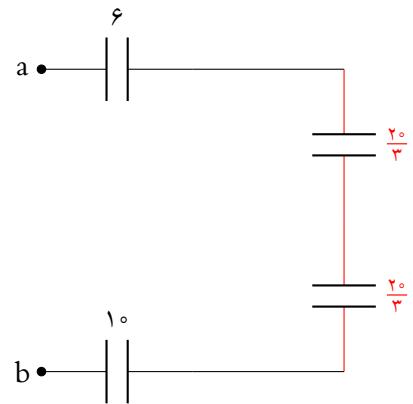
حل.

$$C_{r,1} = \frac{1 \times 2}{1+2} = \frac{2}{3}$$

$$C_{r,s} = \frac{2}{3} + 6 = \frac{20}{3}$$

$$C_{r,\lambda} = \frac{4 \times \lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$$

$$C_{\lambda,r} = \frac{\lambda}{3} + 4 = \frac{20}{3}$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{\phi} + \frac{V}{V_0} + \frac{V}{V_0} + \frac{1}{V_0} = \frac{1V}{V_0}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = V/V_0$$

فصل ۵

پاسخ طبیعی پله واحد

تابع تحریک پله واحد:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

تابع پله واحد تأخیردار:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

تابع تحریک ضربه:

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t = t_0 \\ 0 & O.W \end{cases}$$

توجه. برای بدست آوردن پاسخ ضربه (یعنی پاسخ مدار به ورودی ضربه) کافی است ابتدا پاسخ پله (یعنی پاسخ مدار به ورودی پله) را بدست آوریم سپس از این پاسخ مشتق بگیریم.

تعريف ۵-۱۰. پاسخ مدار یعنی به دست آوردن جریان یا ولتاژ در یک نقطه از مدار.

توجه.

- اگر مدار مقاومتی باشد و منبع نیز متغیر باشد، پاسخ مدار متغیر (وابسته به زمان) است.
- اگر مدار مقاومتی باشد و منبع ثابت باشد، پاسخ ثابت است.
- اگر مدار شامل سلف یا خازن و یا هردو باشد، پاسخ همیشه متغیر (وابسته به زمان) است.

تعريف ۵-۲۰. درجه به معنای بزرگترین توان متغیر و مرتبه به معنای تعداد دفعاتی است که می‌توان مشتق گرفت.

تعريف ۵-۳۰. مدارهای مرتبه اول، مدارهایی هستند که برای بدست آوردن رابطه‌ی ولتاژ یا جریان در آن به یک معادله مرتبه اول می‌رسیم.

مدارهای مرتبه اول دو نوع هستند:

- **مدارهای RL:** این نوع مدارها شامل مقاومت و سلف هستند.
- **مدارهای RC:** این نوع مدارها شامل مقاومت و خازن هستند.

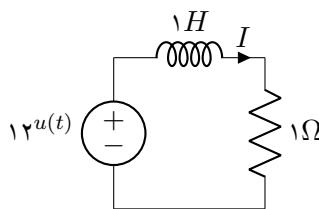
در مدارهای مرتبه اول، به جای حل معادله‌ی مرتبه اول دیفرانسیل با روش‌های تشریحی می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$y(t) = y(\infty) + (y(0) - y(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

حال برای انواع مدارها داریم:

$$RC \rightarrow \begin{cases} y = V \\ \tau = R_{eq} \cdot C \end{cases} \quad RL \rightarrow \begin{cases} y = I \\ \tau = \frac{L}{R_{eq}} \end{cases}$$

مثال ۵-۴۰. رابطه‌ی جریان را برای مدار زیر به دست آورید.



حل.

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$I(\infty) = 12A$$

$$I(0) = 0$$

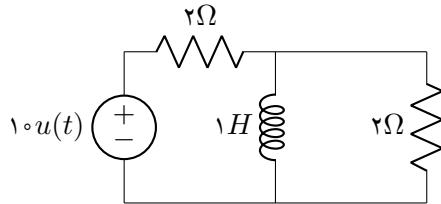
$$I(t) = 12 + (0 - 12)e^{-\frac{t}{1}}$$

$$\rightarrow I(t) = 12(1 - e^{-t})$$

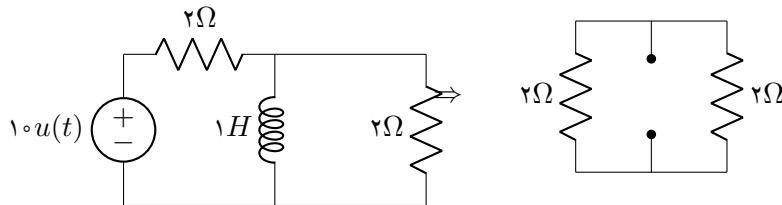
توجه.

- سلف وقتی پرمی شود به صورت اتصال کوتاه عمل می‌کند.
- خازن وقتی پرمی شود، جریانی از خود عبور نمی‌دهد و آن را به صورت مدار باز در نظر بگیرید.
- سلف را در ابتدای مدار به صورت ~~مدار باز~~ در نظر بگیرید.
- خازن را در ابتدای مدار به صورت ~~اتصال کوتاه~~ در نظر بگیرید.

مثال ۵-۵۰. جریان گذرنده از سلف را به دست آورید.



حل.



$$R_{eq} = 2 \parallel 2 = 1\Omega$$

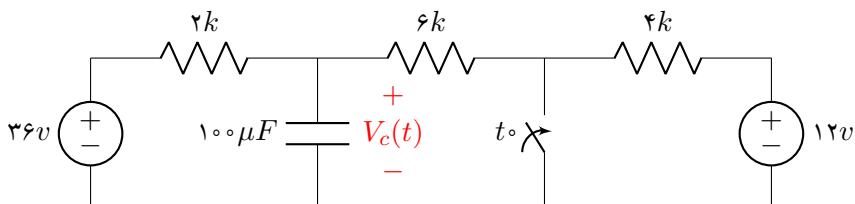
$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$I(\infty) = \frac{1}{2} = 0.5A$$

$$I(0) = 0$$

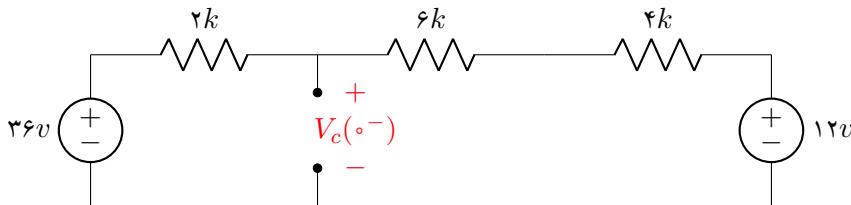
$$\rightarrow I(t) = 0.5 + (0 - 0.5)e^{-t} = 0.5(1 - e^{-t})$$

مثال ۵-۶. در مدار شکل زیر $V_c(t)$ را برای $t > 0$ بیابید.



توجه. اگر در مداری کلید داشتیم یک مرحله به مراحل قبل اضافه می‌شود.

حل. مدار برای زمان $t = 0^-$ به صورت زیر است.



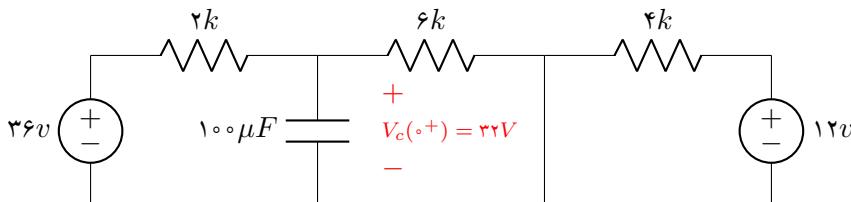
طبق قانون KVL داریم:

$$2kI + 6kI = 4kI + 12 - 36 = 0 \rightarrow I = \frac{24}{12k} = 2mA$$

$$-36 + 2k \times 2mA + V_c(0^-) = 0 \rightarrow V_c(0^-) = 32V$$

توجه. ولتاژ خازن مقداری پیوسته است یعنی ولتاژ خازن در $t = 0^+$ و $t = 0^-$ با هم برابر است.

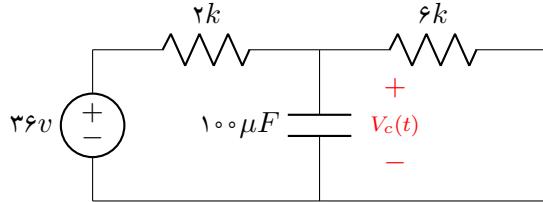
مدار برای زمان $t = 0^+$ به صورت زیر است.



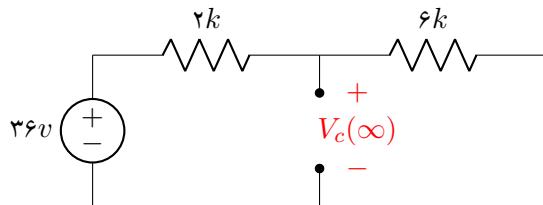
توجه.

- در زمان $t = 0^+$ خازن نقش یک منبع را دارد.
- در زمان $t = 0^+$ کلید وصل است.

مدار برای زمان $t > 0$ به صورت زیر خواهد بود:



مدار برای زمان $t = +\infty$ به صورت زیر خواهد بود:



حال داریم:

$$V_c = \frac{6}{1+6} \times 36 = 24v$$

$$\tau = R_{eq} \cdot C \rightarrow R_{eq} = 1||6 = \frac{1 \times 6}{1+6} = 1.5 \Omega$$

$$\tau = 1.5 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6} = 150 \times 10^{-9} = 0.15$$

$$V_c(t) = V_c(\infty) + (V_t(0) - V_t(\infty)) e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$= 24 + (36 - 24) e^{\frac{-t}{0.15}}$$

$$V_c(t) = 24 + 12 e^{\frac{-t}{0.15}}$$

فصل ۶

پاسخ‌های طبیعی و پله مدارهای RLC

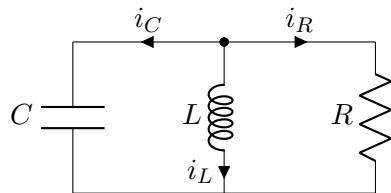
تعريف ۱۰-۶. مدارهای RLC: مدارهایی که هم خازن دارند، هم سلف و هم مقاومت. این مدارها از نوع مرتبه دوم هستند(یعنی توصیف آن با معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم انجام می‌شود).

روال حل مسائل این قسمت:

ابتدا مدارهای RLC بدون منبع را در نظر می‌گیریم و پاسخ طبیعی را بدست می‌آوریم. سپس منابع DC کلیدها یا منابع پله را به مدار می‌افزاییم و پاسخ کامل را به صورت مجموع پاسخ ویژه(واداشته) و طبیعی می‌نویسیم و مقدار ثابت‌ها را با اعمال شرایط اولیه پیدا می‌کنیم.

پاسخ طبیعی مدار RLC موازی:

پاسخ طبیعی یعنی فرض می‌کنیم که مدار بدون منبع است و در سلف و خازن انرژی ذخیره شده است. انرژی ذخیره شده اولیه سلف را I_0 (جريان) و انرژی ذخیره شده اولیه خازن را V_0 (ولتاژ) در نظر می‌گیریم.



$$i_R + i_C + i_L = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_R = \frac{V}{R} \\ i_L = \frac{1}{L} \int_0^t V dt + I_0 \\ i_C = C \frac{dV}{dt} \end{cases}$$

$$i_R + i_C + i_L = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt} + \frac{1}{L} \int_0^t V dt + I_0 = 0$$

معادلاتی که هم مشتق دارند و هم انتگرال، باید یا مشتق را حذف کنیم و یا انتگرال. برای حذف انتگرال از کل معادله مشتق می‌گیریم.

$$\frac{1}{R} \frac{dV}{dt} + C \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{L} V = 0$$

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0 \quad \rightarrow \quad \text{معادله دیفرانسیل مرتبه دوم} \quad (1-6)$$

فرض می‌کنیم که $V = ke^{st}$ در این صورت خواهیم داشت:

$$V = ke^{st} \rightarrow \frac{dV}{dt} = kse^{st} \rightarrow \frac{d^2V}{dt^2} = ks^2 e^{st}$$

حال مقدار V را در معادله دیفرانسیل (۱-۶) جایگذاری می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} ks^2 e^{st} + \frac{1}{RC} kse^{st} + \frac{ke^{st}}{LC} &= 0 \\ \overbrace{ke^{st}}^1 \left(s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} \right) &= 0 \end{aligned}$$

قسمت یک که هیچ‌گاه صفر نمی‌شود بنا بر این:

$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0$$

که به آن **معادله مشخصه مدار** گفته می‌شود زیر ریشه‌های این معادله رابطه ریاضی $V(t)$ را تعیین خواهد کرد. به کمک روش دلتا نیز می‌توان ریشه‌های آن را بدست آورد که ریشه‌های به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{cases} s_1 = \frac{-1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \\ s_2 = \frac{-1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \end{cases} \quad V = V_1 + V_2 = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

حال برای ساده‌تر کردن ریشه‌ها می‌توان عبارت‌های زیر را در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2RC} & \rightarrow \text{ضریب میرایی پاسخ طبیعی} \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} & \rightarrow \text{فرکانش تشدید پاسخ طبیعی (مدار)} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} s_1 = \frac{-\alpha}{RC} + \sqrt{\left(\frac{-\alpha}{RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ s_2 = \frac{-\alpha}{RC} - \sqrt{\left(\frac{-\alpha}{RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$

حال براساس $\alpha < \omega$ سه نوع جواب داریم:
 در این حالت دو ریشه حقیقی و متمایز داریم و به آن پاسخ طبیعی فوق میرا گفته می‌شود.

$$V(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

$\alpha < \omega$: در این حالت دو ریشه مختلط و مزدوج داریم و به آن پاسخ طبیعی زیر میرا گفته می‌شود.

$$V(t) = e^{-\alpha t} \left(k_1 \cos \omega_n t + k_2 \sin \omega_n t \right)$$

توجه. به ω_n فرکانس تسلیید طبیعی گفته می‌شود که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

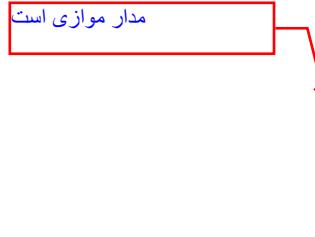
$$\omega_n = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$\alpha = \omega$: در این حالت هر دو ریشه حقیقی و مساوی است و به آن پاسخ طبیعی میرای بحرانی گفته می‌شود.

$$V(t) = k_1 t e^{-\alpha t} + k_2 e^{-\alpha t}$$

مثال ۶-۲۰. پاسخ طبیعی مدار زیر را بدست آورید.

حل.



مدار موازی است

$$\alpha = \frac{16}{2 \times 2} = 4$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

با توجه به حالات بالا پاسخ طبیعی فوق میراست. لذا:

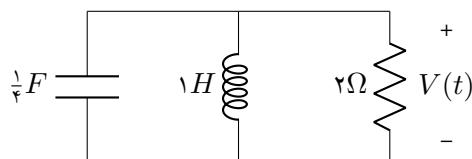
$$V(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

$$s_1 = -4 + \sqrt{16 - 4} = -0.54$$

$$s_2 = -4 - \sqrt{16 - 4} = -7.46$$

$$V(t) = k_1 e^{-0.54t} + k_2 e^{-7.46t}$$

مثال ۳۰.۶. در مدار شکل زیر اگر $i_L(0) = -2A$ و $V_c(0) = 2V$ باشد، مطلوب است
مقدار $V(t)$ برای $t > 0$



حل. اولین کار برای حل این تیپ سوالات بدست آوردن α , ω_0 است. بنابراین:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{RC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 2 \times \frac{1}{4}}} = 1$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{1 \times \frac{1}{4}}} = 2$$

از آنجایی که $\omega_0 < \alpha$ است پاسخ زیرمی‌رایست. پس:

$$V(t) = e^{-\alpha t} \left(k_1 \cos \omega_n t + k_2 \sin \omega_n t \right)$$

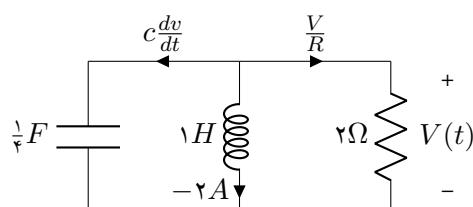
$$\omega_n = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V(t) = e^{-\alpha t} \left(k_1 \cos \sqrt{3}t + k_2 \sin \sqrt{3}t \right)$$

حال باید مقادیر k_1 , k_2 را محاسبه کنیم:

$$V(0) = 1 \left(k_1 \cos 0 + k_2 \sin 0 \right) = k_1 = 2$$

و برای بدست آوردن k_2 مدار را در زمان صفر در نظر می‌گیریم یعنی به صورت زیر:



$$\frac{dv}{dt} = -e^{-t} \left(k_1 \cos \sqrt{3}t + k_2 \sin \sqrt{3}t \right) + e^{-t} \left(-\sqrt{3}k_2 \sin \sqrt{3}t + \sqrt{3}k_1 \cos \sqrt{3}t \right)$$

$$i_c = C \frac{dv}{dt} = \frac{1}{4} \left[-1(2+0) + 1(0 + \sqrt{3}k_2) \right] = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}k_2$$

با توجه به قانون KCL داریم:

$$i_R + i_L + i_C = 0$$

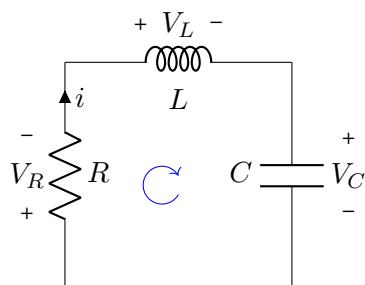
$$i_R = \frac{V}{R} = \frac{2}{2} = 1$$

$$1 - 2 - \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}k_2 = 0 \rightarrow k_2 = 3/47$$

$$\Rightarrow V(t) = e^{-t} \left(2 \cos \sqrt{3}t + \frac{3}{47} \sin \sqrt{3}t \right)$$

پاسخ طبیعی مدار RLC سری:

همانطور که در شکل زیر هم مشاهده می‌کنید در این مدارها در هر سه المان یک جریان برقرار است. بنابراین در این مدارها به دنبال به دست آوردن جریان هستیم.



فرض می‌کنیم که انرژی اولیه ذخیره شده در سلف I و انرژی اولیه ذخیره شده در خازن V

باشد. از طرفی با توجه به جریان مشخص شده و قانون KVL داریم:

$$\begin{aligned} V_L + V_C + V_R = 0 &\Rightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + V_0 + Ri = 0 \\ L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} i + R \frac{di}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i &= 0 \\ \Rightarrow s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} s_1 = \frac{-R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \\ s_2 = \frac{-R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R}{2L} \rightarrow \text{ضریب میرایی پاسخ طبیعی} \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \text{فرکانس تشدید} \end{cases}$$

به مانند قبل با توجه به ω_0 , α , سه جواب متمایز خواهیم داشت.
 $\omega_0 > \alpha$: در این حالت دو ریشه حقیقی و متمایز داریم و به آن پاسخ طبیعی فوق میرا گفته می‌شود.

$$i(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

$\omega_0 < \alpha$: در این حالت دو ریشه مختلط و مزدوج داریم و به آن پاسخ طبیعی زیر میرا گفته می‌شود.

$$i(t) = e^{-\alpha t} \left(k_1 \cos \omega_n t + k_2 \sin \omega_n t \right)$$

توجه. به ω_n فرکانس تشدید طبیعی گفته می‌شود که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

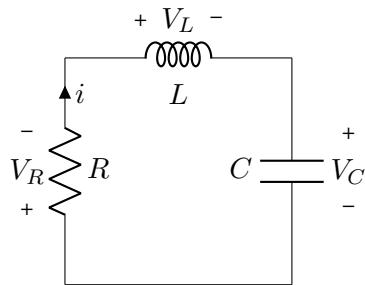
$$\omega_n = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$\omega = \omega_0$: در این حالت هر دو ریشه حقیقی و مساوی است و به آن پاسخ طبیعی میرای بحرانی

گفته می‌شود.

$$i(t) = k_1 t e^{-\alpha t} + k_2 e^{-\alpha t}$$

مثال ۶-۴. در شکل زیر اگر $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $C = 1/25 \text{ F}$, $i_L(0) = 2A$, $V_C(0) = 0V$ باشد، مقدار $i(t)$ را برای $t > 0$ بیابید.



حل. اولین گام برای حل مسائل RLC بسته آوردن مقادیر α , ω , ω_n است. پس:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{6}{2 \times 1} = 3$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 \times \frac{1}{25}}} = 5$$

با توجه به اینکه $\omega_n < \alpha$ است نوع پاسخ زیرمی‌براست بنابراین داریم:

$$i(t) = e^{-\alpha t} (k_1 \cos \omega_n t + k_2 \sin \omega_n t)$$

$$\omega_n = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$

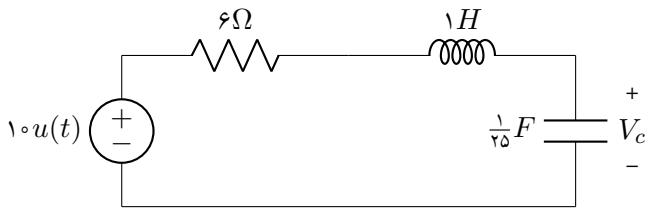
$$i(0) = 2A \rightarrow 2 = k_1$$

$$KVL \rightarrow V_R + V_L + V_C = 0 \rightarrow R \times i(0) + L \frac{di}{dt} + V_C(0) = 0$$

$$\rightarrow k_2 = -2$$

$$\Rightarrow i(t) = e^{-3t} (2 \cos 4t - 2 \sin 4t)$$

مثال ۶-۵. در مدار شکل زیر اگر $V_c(t) = -6V$, $i_L(t) = 4A$ در $t > 0$ باشد، $V_c(0) = -6V$, $i_L(0) = 4A$ را در محاسبه نمایید.



حل. ابتدا مقادیر ω , α , ω_0 را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{R}{L} = \frac{6}{1} = 6 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{1 \times \frac{1}{20}} = 5 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $\omega < \alpha$ است نوع پاسخ زیرمیراست. از طرفی وقتی مدار منبع داشته باشد و مقدار آن تابع پله‌ای باشد، داریم:

$$V_c(t) = 10 + e^{-\alpha t} (k_1 \cos \omega_0 t + k_2 \sin \omega_0 t)$$

$$\omega_n = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{25 - 36} = 4$$

$$V_c(0) = -6 = 10 + k_1 \rightarrow k_1 = -16$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{20} \left(0 + (-4e^{-6t})(k_1 \cos 4t + k_2 \sin 4t) + (e^{-6t})(-4k_1 \sin 4t + 4k_2 \cos 4t) \right)$$

جريان سلف = جريان خازن = جريان مقاومت

$$i_L(0) = 4A = \frac{1}{20} \left(-4(-16) + 4k_2 \right) \rightarrow k_2 = 12$$

فصل ۷

حالت ماندگاری سینوسی

مقدمات

$$V(t) = V_m \ Sin(\omega t)$$

زمان بر حسب ثانیه $t \rightarrow$

دامنه ولتاژ $V_m \rightarrow$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

واحد آن هرتز - فرکانس یا بسامد $\rightarrow f$
واحد آن ثانیه - دوره‌ی تناوب $\rightarrow T$

توصيف اعداد مختلط

$$\begin{cases} z = x + jy \rightarrow \text{نمایش معمول} \\ z = |z|e^{j\theta} \rightarrow \text{نمایش قطبی} \\ z = |z|\angle\theta \rightarrow \text{نمایش برداری} \end{cases} \quad \begin{aligned} z &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

جمع و تفریق اعداد مختلط

$$\begin{cases} z_1 = x_1 + jy_1 \\ z_2 = x_2 + jy_2 \end{cases} \quad z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + j(y_1 \pm y_2)$$

ضرب اعداد مختلط

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (x_1 + jy_1) \cdot (x_2 + jy_2) \\ &= x_1x_2 - y_1y_2 + j(x_1y_2 + x_2y_1) \\ &= r_1r_2 \angle(\theta_1 + \theta_2) \rightarrow \begin{cases} r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \\ \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y_1}{x_1}\right) \\ \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{y_2}{x_2}\right) \end{cases} \end{aligned}$$

تقسیم اعداد مختلط

$$\begin{aligned}\frac{z_1}{z_2} &= \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} \\ &= \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2) \rightarrow \begin{cases} r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \\ \theta_1 = \tan^{-1}(\frac{y_1}{x_1}) \\ \theta_2 = \tan^{-1}(\frac{y_2}{x_2}) \end{cases}\end{aligned}$$

نمایش در فرم فاز برداری

جريان‌ها و ولتاژ‌های \cos را برای ساده‌تر کردن تحلیل می‌توان به صورت زیر نوشت. دقت شود چنین نحوه‌ی نمایشی فقط در مورد توابع \cos است و اگر تابع \sin باشد باید ابتدا آن را به یک تابع \cos تبدیل کنید.

$$V(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) = I_m \angle \phi$$

مثال ۱۰-۷. جریان و ولتاژ زیر را به فرم فاز برداری نمایش دهید.

(الف) $i(t) = 10 \cos(377t + 20^\circ)$

(ب) $V(t) = 20 \cos(377t + 15^\circ)$

حل. الف:

$$i(t) = 10 \cos(377t + 20^\circ) = 10 \angle 20^\circ$$

ب:

$$V(t) = 20 \cos(377t + 15^\circ) = 20\angle 15^\circ$$

مثال ۷-۲۰. اگر $f = 60 \text{ Hz}$ و نمایش فاز برداری ولتاژ به صورت $V = 25\angle 45^\circ$ باشد. معادله ولتاژ را در حوزه زمانی بدست آورید.

$$\begin{cases} V_m = 25 \\ \omega = 2 \times \pi / 14 \times 60 = 377 \\ \phi = 45^\circ \end{cases} \quad V(t) = 25 \cos(377t + 45^\circ) \quad \text{حل.}$$

۱-۷ امپدانس و ادمیتانس

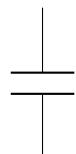
در مهندسی، تحلیل در دو فضا انجام می‌شود:

- فضای فرکانسی: فضای متغیر در واحد فرکانس
- فضای زمانی: فضای متغیر در واحد زمانی

با استفاده از نمایش در فرم فرکانس می‌توان با استفاده از مفهوم دیگری به نام امپدانس (یا ادمیتانس) به سلف و خازن به چشم یک مقاومت نگاه کرد. در این حالت از معادلات دیفرانسیلی خبری نیست. امپدانس را معمولاً با Z و ادمیتانس را با Y نمایش می‌دهند. داریم که:

$$Z = \frac{1}{Y}$$

امپدانس خازن:



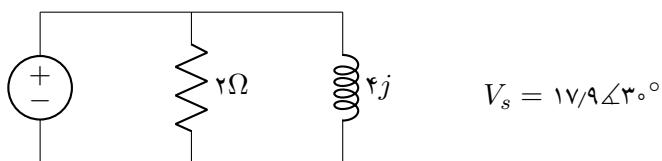
$$Z_c = \frac{1}{jwc} = \frac{-j}{wc} \rightarrow Y_c = jwc$$

امپدانس سلف:



$$Z_L = jwL \rightarrow Y_L = \frac{1}{jwL} = \frac{-j}{wL}$$

مثال ۱۰-۷. مقدار جریان را در شکل زیر بیابید.



حل.

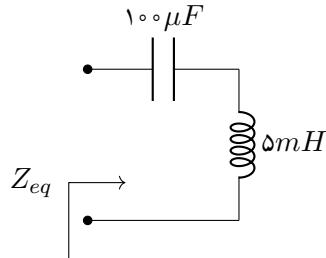
$$\begin{aligned} Z_{eq} &= 2||j4 = \frac{2(j4)}{2+j4} = \frac{8j}{4+4\sqrt{2}\tan^{-1}(1)} \\ &= \frac{8\angle 90^\circ}{4\sqrt{2}\tan^{-1}(1)} = \frac{8}{4\sqrt{2}}\angle(90^\circ - 63/43) = \\ &= 179\angle 26/57^\circ \end{aligned}$$

$$I = \frac{V_s}{Z_{eq}} = \frac{17/9\angle 30^\circ}{179\angle 26/57^\circ} = 10\angle 3/43^\circ$$

$$\Rightarrow i(t) = 10 \cos(\omega t + 3/43^\circ)$$

- امپدانس سلف همیشه مثبت و ادمیتانس سلف منفی است.
- امپدانس خازن همیشه منفی و ادمیتانس خازن مثبت است.

مثال ۱۰-۸. در مدار شکل زیر امپدانس معادل را در فرکانس $(\frac{rad}{s})$ بدهست آوردید.



حل.

$$Z_{eq} = Z_c + Z_L$$

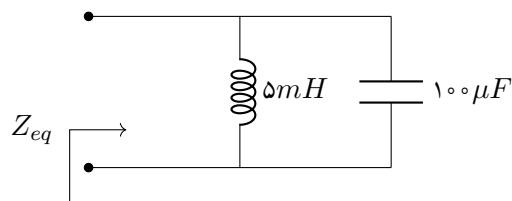
$$Z_c = \frac{-j}{\omega c} = \frac{-j}{10^3 \times 100 \times 10^{-6}} = -j 10 \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j(10^3)(5 \times 10^{-3}) = j5$$

$$Z_{eq} = Z_c + Z_L = -j 10 + j5 = -j5 = -5 \angle 90^\circ$$

توجه. واحد امپدانس اهم و واحد ادمیتانس مهواست.

مثال ۳.۱-۷. امپدانس معادل را به دست آورید.



حل.

$$Z_c = \frac{-j}{\omega c} = \frac{-j}{10^3 \times 100 \times 10^{-6}} = -j 10 \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j(10^3)(5 \times 10^{-3}) = j5$$

$$Z_{eq}=\frac{Z_c.Z_L}{Z_c+Z_L}$$

$$Z_{eq}=\frac{-j\backslash^\circ.j\Delta}{-j\backslash^\circ+j\Delta}=\frac{\Delta^\circ}{-j\Delta}=j\backslash^\circ=\backslash^\circ\angle\text{q}^\circ$$

فصل ۸

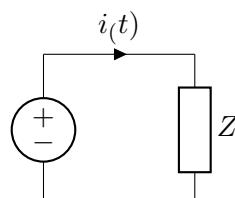
توان در حالت ماندگار سینوسی

دو توان کلی داریم:

۱-۸ توان لحظه‌ای

توان لحظه‌ای برای هر عنصر الکتریکی یا الکترونیکی برابر با حاصلضرب ولتاژ لحظه‌ای در جریان لحظه‌ای گذرنده از آن. برای مثال در مدار ساده‌ی زیر اگر جریان عبوری از آن $i(t)$ باشد داریم:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$
$$I(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$



بنابراین رابطه محاسبه توان در حالت ماندگار سینوسی:

$$P(t) = V(t)I(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cdot \cos(\omega t + \theta_i) \quad (1-8)$$

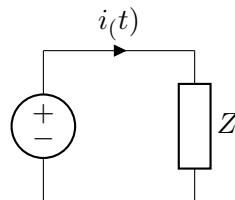
با استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر می‌توان رابطه ۱-۸ را ساده‌تر کرد:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

مستقل از زمان و مقدار ثابتی دارد.

$$P(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \left(\overbrace{\cos(\theta_v - \theta_i)}^{} + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) \right)$$

مثال ۱-۸. در مدار شکل زیر $V(t) = 12 \cos(\omega t + 52^\circ)$ و $Z = 6 \angle 27^\circ$ توان لحظه‌ای را بدست آورید.



حل. برای حل باید استفاده $i(t)$ را محاسبه کرد:

$$i(t) = \frac{V(t)}{Z} = \frac{12 \angle 52^\circ}{6 \angle 27^\circ} = 2(52 - 27) = 2 \angle 25^\circ$$

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{2} V_m I_m \left(\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) \right) \\ P(t) &= \frac{1}{2} \times 12 \times 2 \left(\cos(52 - 25) + \cos(2\omega t + 52 + 25) \right) \\ &= 12 \left(\cos(27^\circ) + \cos(2\omega t + 77^\circ) \right) \\ &= 10.77 + 12 \cos(2\omega t + 77^\circ) \text{ (w)} \end{aligned}$$

۲-۸ توان متوسط

توان متوسط با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه خواهد شد:

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} P(t) dt = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

مفهومی به نام ضریب توان^۱ وجود دارد که با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$PF = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

حال اگر:

- مدار کاملاً مقاومتی باشد $\theta_v - \theta_i = 0^\circ$ یعنی $PF = 1$.
- مدار کاملاً القایی (مداری که فقط سلف دارد) باشد $\theta_v - \theta_i = 90^\circ$ یعنی $PF = 0$.
- مدار کاملاً خازنی باشد $\theta_v - \theta_i = -90^\circ$ یعنی $PF = 0$.

توجه. ضریب توان (PF) یکی از معیارهای هر مداری است.

توان واکشی

توان مدارهای کاملاً القایی یا کاملاً خازنی را توان واکشی می‌نامند و با علامت Q نمایش می‌دهند و داریم که:

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i)$$

توجه. در رابطه با توان واکشی توجه داشته باشید که:

- واحد اندازه گیری آن^۲ VAR است.
- به توان واکشی، توان واکنشی هم گفته می‌شود.

مثال ۱۰-۸. به مداری ولتاژ $V(t) = 50 \cos(\omega t + 30^\circ)$ اعمال و از آن جریانی معادل $I(t) = 5 \sin(\omega t - 30^\circ)$ ناشی شده است. توان متوسط و توان واکشی مدار را پیدا کنید.

^۱Power Factor

^۲Volt Amper Reactive

حل. ابتدا رابطه جریان را به یک رابطه \cos تبدیل کنید:

$$I(t) = 5 \cos(\omega t - 30^\circ - 90^\circ) = 5 \cos(\omega t - 120^\circ)$$

حال برای محاسبه توان متوسط داریم که:

$$\begin{aligned} P_{av} &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 50 \times 5 \cos(30^\circ - (-120^\circ)) = 125 \cos(150^\circ) = -108/25w \end{aligned}$$

و برای محاسبه توان واکنشی:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 50 \times 5 \sin(30^\circ - (-120^\circ)) = 125 \cdot \sin(150^\circ) = 62.5 VAR \end{aligned}$$

۳-۸ مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان متناوب

مقادیر مؤثر برای جریان‌های متناوب استفاده می‌شود و به آن rms نیز گفته می‌شود.

تعريف ۱۰.۳-۸ (مقدار مؤثر جریان متناوب (I_{rms})). مقدار جریان مستقیمی که اگر از مقاومت R بگذرد، توانی که به آن می‌دهد با توانی که جریان متناوب به آن می‌دهد یکی باشد.

$$\begin{cases} I = I_m \cos(\omega t + \phi) \\ V = V_m \cos(\omega t + \phi) \end{cases} \Rightarrow I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

تعريف ۲۰.۳-۸ (مقدار مؤثر ولتاژ متناوب (V_{rms})). مقدار ولتاژ مستقیمی که اگر از مقاومت R بگذرد، توانی که به آن می‌دهد با توانی که ولتاژ متناوب به آن می‌دهد یکی باشد.

$$\begin{cases} I = I_m \cos(\omega t + \phi) \\ V = V_m \cos(\omega t + \phi) \end{cases} \Rightarrow V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

با استفاده از ولتاژ و جریان مؤثر می‌توان رابطه توان متوسط و توان واکنشی را بازنویسی کرد. برای محاسبه توان متوسط داریم که:

$$P_{av} = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

و برای محاسبه توان واکنشی:

$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

۴-۸ توان ظاهري

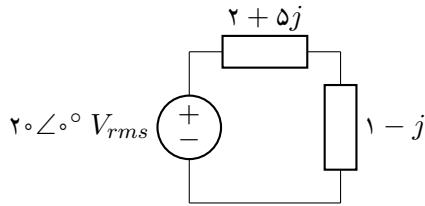
توان ظاهري برابر است با حاصل ضرب مقادير مؤثر ولتاژ و جریان که با (کوچک) p نشان داده می‌شود و واحد آن ولتآمپر (V.A) می‌باشد.

$$p = V_{rms} I_{rms}$$

ضریب توان را هم می‌توان با استفاده از توان ظاهري و توان متوسط به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$PF = \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{P_{av}}{V_{rms} I_{rms}}$$

مثال ۱۰.۴. در مدار شکل زیر توان متوسط، توان ظاهري و ضریب توان را محاسبه کنید.



حل. ابتدا جریان را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{V}{Z} = \frac{20^\circ}{(2+j5)+(1-j)} = \frac{20^\circ}{3+j4} = \frac{20^\circ}{5\angle 53/13^\circ} \\
 &= 4\angle(0^\circ - 53/13^\circ) = 4\angle(-53/13^\circ) \Rightarrow I_{rms} = 4
 \end{aligned}$$

$$p = V_{rms}I_{rms} = 20 \times 4 = 80$$

$$P_{av} = V_{rms}I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) = 20 \times 4 \times \cos(+53/13^\circ) = 48w$$

$$PF = \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{P_{av}}{V_{rms}I_{rms}} = \frac{48}{80} = 0.6$$

توجه. مقادیر مؤثر فاز ندارد و تنها یک عدد می باشد چون طبق تعریف یک جریان مستقیم است.

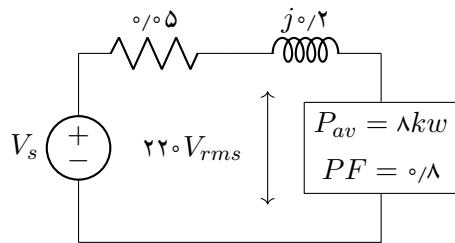
۵-۸ توان مختلط

توان مختلط را با S نمایش می دهد و برابر است با:

$$S = P_{av} + jQ$$

واحد آن VA (ولت-آمپر) می باشد.

مثال ۱۰-۸. در مدار شکل زیر باری با توان متوسط 8kw با ضریب توان پس افتی $0/8$ به کمک خطی با امپدانس $j0/2\Omega + 0/05$ از منبع V_s تغذیه می‌شود. ولتاژ مؤثر بار $220V_{rms}$ است. ولتاژ منبع V_s را تعیین کنید.



حل.

$$V_{rms} \cdot I_{rms} = \frac{8000}{0/8} \Rightarrow I_{rms} = \frac{8000}{0/8 \times 220} = 45/45 A_{rms}$$

$$\cos(\theta_v - \theta_i) = 0/8 \rightarrow \theta_v - \theta_i = 36/87^\circ \Rightarrow \sin(\theta_v - \theta_i) = 0/6$$

$$\text{بار } Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i) = 220 \times 45/45 \times 0/6 = 6 \text{ kVAR}$$

$$\rightarrow \begin{cases} P_{av} = 8\text{kw} \\ Q = 6\text{kVAR} \end{cases}$$

توجه.

$$S = P + jQ$$

↓ ↓

توان مربوط به سلف و خازن توان مربوط به مقاومت

$$\text{خط } P_{av} = R(I_{rms})^2 = (0.05)(45/45)^2 = 103/28 w$$

$$\text{خط } Q = X(I_{rms})^2 = (0.2)(45/45)^2 = 413/14 VAR$$

$$\Rightarrow P_{av_T} = P_{av_{خط}} + P_{av_{بار}} = 8000 + 103/28 = 8103/28 w$$

$$\Rightarrow Q_T = Q_{خط} + Q_{بار} = 6000 + 413/14 = 6413/14 VAR$$

$$\Rightarrow S_T = P_{av_T} + jQ_T = 8103/28 + j6413/14 = 10333/99 \angle 38/35^\circ VAR$$

$$|s| = V_{s_{rms}} \times I_{rms} \rightarrow V_{s_{rms}} = \frac{|s|}{I_{rms}}$$

$$V_{s_{rms}} = \frac{10333/99}{45/45} = 227/37 rms$$

۶-۸ انتقال ماکزیمم توان

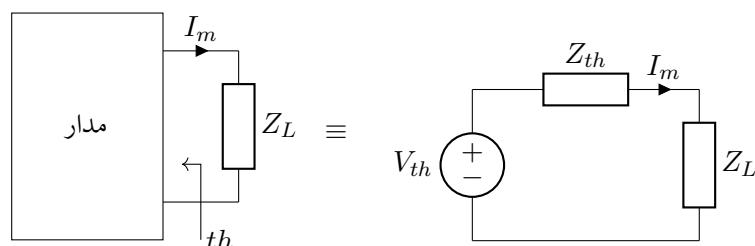
منظور آن انتقال ماکزیمم توان متوسط به بار است.

زمانی انتقال ماکزیمم توان از مدار بار اتفاق می‌افتد که مدار فقط مقاومتی باشد، یعنی اگر

بار به صورت $Z_L = R_L + jX_L$ و امپانس دیده شده مدار توسط بار به صورت $Z = R + jX$

باشد حالت ماکزیمم توان زمانی اتفاق می‌افتد که $X = -X_L$ یعنی:

$$\text{کل مدار } Z_t = R + R_L$$

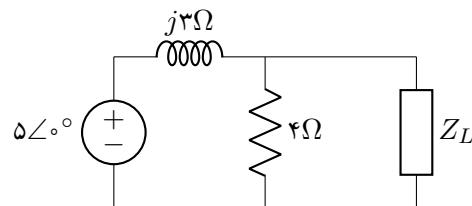


$$\text{ماکزیمم توان متوسط تحویلی بار} \quad P_{av} = \frac{1}{4} R_L |I_m|^2$$

$$I_m = \frac{V_{th}}{\sqrt{2} R_L}$$

↙ → $Z_L = Z_{th}^*$

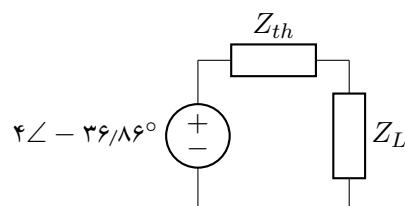
مثال ۱۰.۸. در مدار شکل زیر، Z_L چقدر باید باشد تا بیشترین توان متوسط را جذب کند؟
مقدار ماکزیمم توان متوسط بار را محاسبه کنید.



حل. اولین گام: بدست آوردن معادل تونن دیده شده از دو سر بار

$$Z_{th} = 4 \parallel j3 = \frac{j12}{4 + j3} = \frac{36 + j48}{25} = 1.44 + j1.92$$

$$V_{th} = \frac{4}{4 + j3} \times (5\angle 0^\circ) = \frac{20}{4 + j3} = \frac{16 - j12}{5} = 4 \angle -36/86^\circ$$



$$Z_L=Z_{th}^*=1/\Re-j1/\Im$$

$$\begin{aligned}I_m &= \frac{V_{th}}{Z_{th}+Z_L} = \frac{1\angle -36.86^\circ}{1\angle 88} = 1/\sqrt{3}\angle -36.86^\circ \\ \Rightarrow P_{av} &= \frac{1}{2}R_L I_m^2 = \frac{1}{2}(1/\Re)(1/\sqrt{3})^2 = 1/15\,w\end{aligned}$$

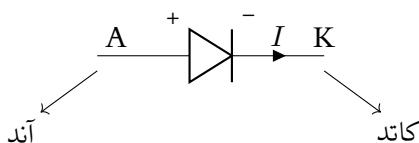
فصل ٩

title

۱۰ فصل

دیود

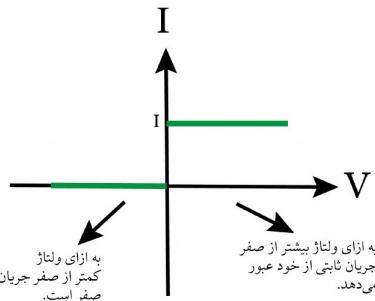
یک پیوند pn که دو سر آن یک قطعه سیم فلزی جهت وصل کردن به مدار خارجی متصل شده و مجموعه در یک پوشش مناسب قرار داده شده است.



به زیان ساده یک قطعه الکترونیکی دوسر که در حالت ایده‌آل فقط از یک جهت جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهد و آن هم در جهت فلش روی آن. در حالت ایده‌آل از جهت معکوس هیچ جریانی عبور نمی‌کند.

۱-۱۰ دیود ایده‌آل

حالت ایده‌آل شرایطی است که در دنیای واقعی رخ نمی‌دهد و به صورت فرضی در نظر می‌گیریم مثلاً ایده‌آل دیود این است که فقط از یک طرف جریان را از خود عبور دهد. نمودار جریان-ولتاژ بر روی یک دیود ایده‌آل به صورت زیر است. (در جریان مستقیم (DC))

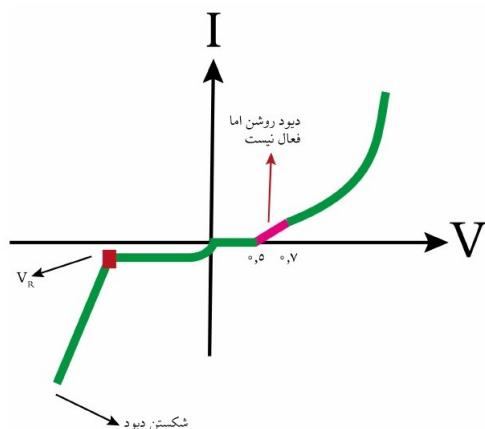


دیود ایدهآل به ازای ولتاژهای منفی هیچ جریانی ندارد و در ولتاژهای مثبت مانند یک سیم با مقاومت صفر عمل می‌کند.

- به مدارهای دیودی اصطلاحاً سوییچینگ گفته می‌شود.
- به طور کلی مدارهای سوییچی در یک جهت از خود جریان عبور می‌دهند.

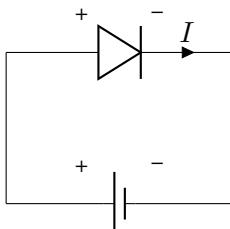
در دیودهای ایدهآل در ولتاژهای مثبت، ولتاژ صفر روی دیود می‌افتد. (در تحلیل اگر ولتاژ دو سر دیود مثبت بود یعنی دیود روشن است.)

۲-۱۰ دیود غیرایدهآل

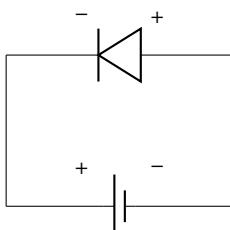


در شکل بالا دیود در $5/0^\circ$ روشن شده و در $7/0^\circ$ فعال می‌شود. به ازای ولتاژهای منفی، جریان

ثابت است تا زمانی که دیود داغ کند و شکسته شود.
بایاس مستقیم زمانی اتفاق می‌افتد که قطب مثبت یک منبع ولتاژ را به آند و قطب منفی آن را به کاتد وصل کنیم.



بایاس معکوس قطب مثبت یک منبع ولتاژ را به کاتد و قطب منفی آن را به آند وصل کنیم.



توجه. فرق اساسی دیود با المانهایی که تا الان خواندیم در این است که در مقاومت، سلف یا خازن مثبت(یا منفی) را خودمان انتخاب می‌کردیم اما در دیود سرمهب و منفی آن همیشه معلوم است.

بررسی رفتار دیود واقعی

اگر یک دیود را در بایاس مستقیم قرار داده و ولتاژ را از مقدار صفر افزایش دهیم می‌شویم که:

- صفر ولتاژ \rightarrow صفر بودن جریان
- افزایش ولتاژ بیش از $0/5$ $\text{V} \leftarrow$ ایجاد جریان ضعیفی در مدار
- بعد از ولتاژ $0/7$ V ولت، جریان به صورت ناگهانی زیاد می‌شود.

توجه. یکی از کاربردهای دیودها در پیاده سازی شبکه‌های کامپیوتری است طوری که میتوان گفت پیاده سازی شبکه‌ها بدون دیودها امکان پذیر نیست.

اگر دیود را در بایاس معکوس قرار دهیم و ولتاژ خارجی را افزایش دهیم (یعنی ولتاژ منفی را زیاد کنیم)، در این صورت جریان بسیار ضعیفی از مدار خواهد گذشت که به آن جریان اشباع معکوس می‌گویند و آن را با I_s نشان می‌دهند. با افزایش این ولتاژ معکوس، به مقدار ولتاژی می‌رسیم که به ازای آن جریان به طور ناگهانی زیاد می‌شود. به این ولتاژ، ولتاژ شکست دیود می‌گویند و آن را با V_R نمایش می‌دهند.

توجه. مقدار I_s خیلی کم است (در حد نانوآمپر). اصطلاحاً به آن جریان نشستی هم گفته می‌شود.

رابطه ولتاژ-جریان برای یک دیود واقعی به صورت زیر است:

$$I = I_s \left(e^{\frac{V}{mV_T}} - 1 \right) \quad (1-10)$$

جریان اشباع معکوس $\rightarrow I_s$

ولتاژ دو سر دیود $\rightarrow V$

پارامتری تجربی که معمولاً از ۱ تا ۲ می‌باشد. $\rightarrow m$

در دمای اتاق (25°) برابر با $25mv$ است. $\rightarrow V_T$

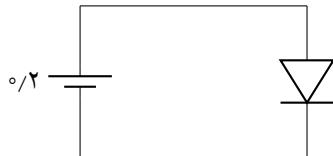
انواع دیود عبارتند از:

- دیود سیلیکن
- دیود ژرمانیوم

توجه. فرمول فلان یک فرمول تجربی است و در آن برای دیودهای سیلیکنی $m = 1/4$ و برای دیودهای ژرمانیومی $m = 1$ می‌باشد.

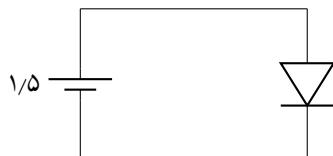
شرط روشن و فعال شدن دیود ایده‌آل (اگر مسئله چیزی نگفته باشد)، صرفاً مثبت بودن ولتاژ تغذیه دیود است و اگر مقدار $7/7$ برای فعال شدن را عنوان کرده باشد، شرط روشن بودن دیود، مثبت بودن (بالای صفر بودن) ولتاژ تغذیه آن است و شرط فعال بودن (یعنی مثل سیم عمل کردن)، بیش از $7/7$ بودن ولتاژ تغذیه است. در مسئله‌ها به طور پیش فرض دیود ایده‌آل است؛ مگر اینکه گفته شود دیود واقعی است که باید از رابطه تجربی (۱-۱۰) استفاده شود.

مثال ۱۰-۱۰. روشن یا خاموش و همچنین فعال یا غیر فعال بودن دیود را مشخص کنید.



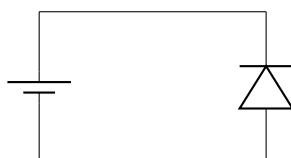
حل. چون ولتاژ دو سر مثبت است و بایاس مستقیم است بنابراین دیود روشن است. اما از آنجایی که ولتاژ بیشتر از 7° نیست، بنابراین دیود غیرفعال است.

مثال ۲۰-۱۰. روشن یا خاموش و همچنین فعال یا غیرفعال بودن دیود را مشخص کنید.



حل. چون ولتاژ دو سر مثبت است و بایاس مستقیم است بنابراین دیود روشن است. و از آنجایی که ولتاژ بیشتر از 7° است، دیود فعال هم هست.

مثال ۳۰-۲۰. روشن یا خاموش و همچنین فعال یا غیرفعال بودن دیود را مشخص کنید.



حل. چون ولتاژ تغذیه منفی است (بایاس معکوس) بنابراین دیود خاموش است.

چند نکته برای تحلیل مدارهای دیودی:

دیودهای سری با منع ولتاژ

الف ولتاژ ورودی DC حتماً باید بزرگتر از ولتاژ روشن شدن دیود باشد. اگر ولتاژ ورودی کمتر از ولتاژ روشن شدن دیود باشد، دیود off یا مدار باز است.

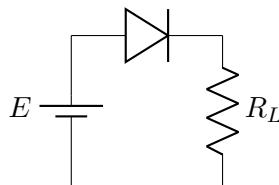
ب برای تعیین بایاس مستقیم یا معکوس بودن دیود، آن را یک مقاومت فرض می‌کنیم و علامت مثبت و منفی دیود را نیز روی مقاومت فرضی می‌اندازیم. چنانچه جهت جریان مدار با

علامت‌های این مقاومت همخوانی داشت، بایاس مستقیم و در غیراینصورت بایاس معکوس است. (مقاومت فرضی بسیار کوچک است).

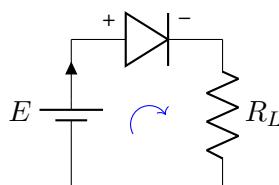
ج در نهایت با استفاده از روش‌های تحلیل مداری پارامترهای خواسته شده را بدست می‌آوریم.

توجه. وقتی در مدار یک منبع داشته باشیم جریان همیشه از سر مثبت مدار خارج می‌شود.

مثال ۴.۲-۱۰. مستقیم یا معکوس بودن بایاس را مشخص کنید.



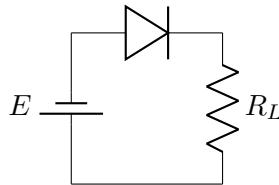
حل. طبق توضیحات ابتدا جهت جریان را مشخص می‌کنیم. از آنجایی که علامت دیود با جهت جریان همخوانی دارد لذا بایاس مستقیم است. برای محاسبه جریان عبوری از دیود نیز می‌توان درون حلقه KVL را اجرا کرد.



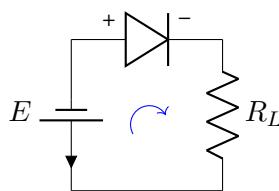
$$if \quad E > V_{on} :$$

$$-E + V_D + R_L I_D = 0 \rightarrow I_D = \frac{E - V_D}{R_L}$$

مثال ۴.۲-۱۰. مستقیم یا معکوس بودن بایاس را مشخص کنید.



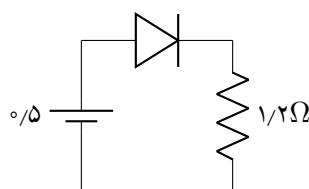
حل. طبق توضیحات ابتدا جهت جریان را مشخص می‌کنیم. از آنجایی که علامت دیود با جهت جریان همخوانی ندارد لذا بایاس معکوس است. پس غیرفعال است و آن را مدار باز در نظر می‌گیریم.



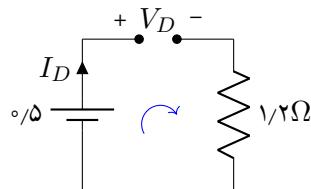
$$I_D = 0, \quad V_R = 0$$

$$E + V_D = 0 \rightarrow V_D = -E$$

مثال ۱۰-۶. در مدار شکل زیر مقدار V_D و ولتاژ بار را بیابید. ($V_{ON} = 0.7V$)



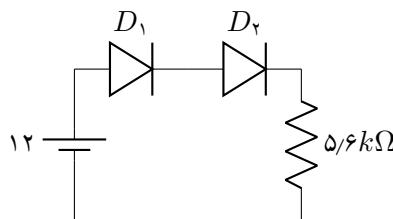
حل. طبق توضیحات ابتدا جهت جریان را مشخص می‌کنیم. از آنجایی که علامت دیود با جهت جریان همخوانی دارد پس بایاس مستقیم است. اما ولتاژ منبع کمتر از ولتاژ فعالسازی دیود است لذا دیود خاموش است؛ پس آن را مدار باز در نظر می‌گیریم.



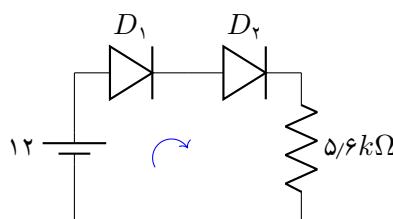
$$I_D = 0, \quad V_R = 0$$

$$-E + V_D = 0 \rightarrow V_D = E = 0.5 \text{ V}$$

مثال ۷.۲-۱۰. جریان I_D را در شکل زیر محاسبه کنید. ($V_{ON} = 0.7V$)

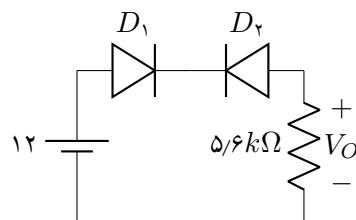


حل. چون جهت جریان با علامت دیودها همخوانی دارد و منبع ولتاژ بیشتر از ولتاژ فعالسازی است بنابراین هر دو دیود روشن و بایاس مستقیم هستند. حال که دیودها روشن هستند روی آنها ولتاژ ۰.۷V قرار می‌گیرد که با اجرای KVL می‌توان مقدار جریان را محاسبه کرد.



$$-12 + 0.7 + 0.7 + 5600 I_D = 0 \rightarrow I_D = \frac{12 - 1.4}{5600} = 1.89 \text{ mA}$$

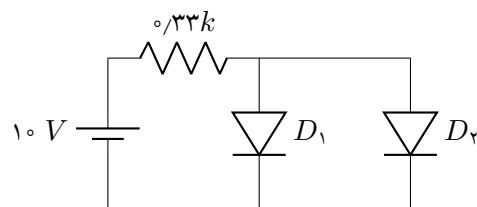
مثال ۱۰-۲۰. ولتاژ خروجی را بدست آورید. ($V_{ON} = 0.7V$)



حل. جهت جریان ساعتگرد است؛ بنابراین دیود شماره یک روشن و دیود شماره دو خاموش است. پس:

$$I = 0 \rightarrow V_O = 0$$

مثال ۱۰-۲۱. جریان دیودها را بدست آورید. ($V_{ON} = 0.7V$)



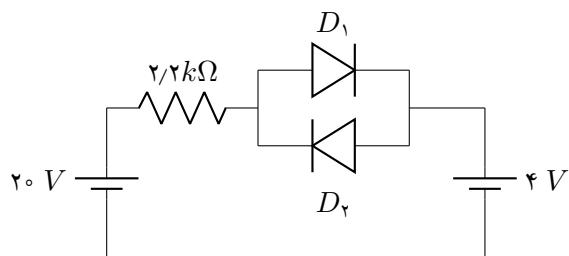
حل. هر دو دیود روشن و بایاس مستقیم هستند. دو دیود موازی هستند و دارای یک اختلاف ولتاژ (۰.۷V) هستند پس با اجرای KVL در حلقه مدار داریم:

$$-10 + 330I + 0.7 = 0 \rightarrow I = \frac{10 - 0.7}{330} = 28.18mA$$

این مقدار جریان کلی مدار است. حال برای اینکه جریان دیودها را بدست آوریم چون ولتاژ دوسر هر دو یکی است؛ پس:

$$I_{D_1} = I_{D_2} = \frac{I}{2} = \frac{28.18mA}{2} = 14.09mA$$

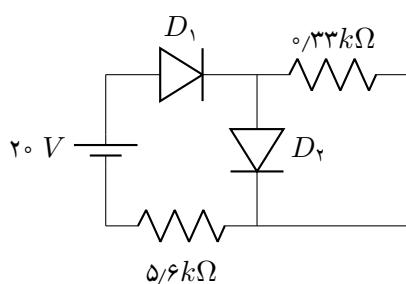
مثال ۱۰.۲-۱۰. جریان دیودها را بدست آورید.



حل. دیود یک روشن و فعال است اما دیود دو به دلیل بایاس معکوس بودن خاموش است پس جریانی از آن عبور نمی‌کند. برای مشخص کردن جریان عبوری از دیود شماره یک نیز کافی است که دیود شماره دو را مدار باز در نظر گرفت و در حلقه بزرگ KVL زد. پس داریم که:

$$-20 + 2/2I_{D_1} + 0.1V + 4 = 0 \rightarrow I_{D_1} = \frac{20 - 4 - 0.1V}{2/2k} = 6.95 mA$$

مثال ۱۱.۲-۱۱. جریان دیودها را بدست آورید.



حل. هر دو دیود روشن و فعال هستند بنابراین اختلاف ولتاژ دو سر آنها ۰/۷ است. در این صورت می‌توان جریانی را که از مقاومت ۰/۳۳ کیلواهرمی می‌گذرد را محاسبه کرد:

$$I_{0.33k\Omega} = \frac{0.1V}{0.33 \times 10^3} = 0.212 mA$$

حال با اجرای یک KVL در حلقه‌ی سمت چپ می‌توان جریان عبوری از دیود شماره یک را محاسبه کنیم.

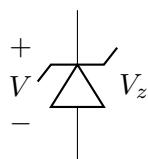
$$I_{D_1} = \frac{20 - 0.7V - 0.7V}{5/6 \times 10^3} = 2/3 mA$$

با استفاده از قانون گره‌ها نیز می‌توان جریان عبوری از دیود شماره دو را محاسبه کرد:

$$I_{D_2} = I_{D_1} - I_{0.33k\Omega} = 2/3 - 0.212 = 3/0.88 mA$$

۳-۱۰ دیود زنر

این دیود را در مدارها به صورت زیر نمایش می‌دهیم:



در مورد دیودهای زنر دو قانون کلی برقرار است:

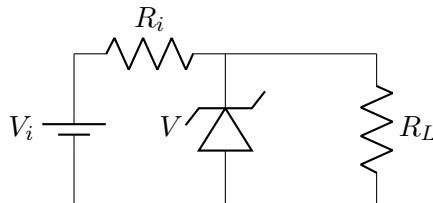
$$\begin{cases} V > V_z \rightarrow D : ON, Active \\ V < V_z \rightarrow D : OFF \end{cases}$$

توجه. همواره برای تثبیت ولتاژ مدارهای رگولاتور ولتاژ استفاده می‌کنند که این مدارها متنوع هستند و مهم‌ترین این مدارها، مدارهای رگولاتور زنری هستند.

آنالیز مدارهای زنری

برای تحلیل مدارهای زنری، ابتدا ولتاژ دو سر دیود را بدون در نظر گرفتن دیود و با تحلیل مداری به دست می‌آوریم و براین اساس مشخص می‌نماییم که دیود روشن یا خاموش است. با قرار دادن مدار معادل برای دیود زنر (طبق دو قاعده بالا) مدار را تحلیل می‌کنیم.

مثال ۱۰.۳-۱۰. برای مثال مدار زیر را به صورت زیر تحلیل می‌کنیم:

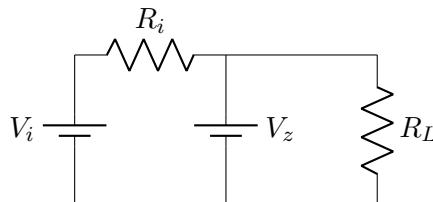


ابتدا دیود در نظر گرفته نمی‌شود؛ پس ولتاژ دو سر دیود همان ولتاژ دو سر مقاومت R_L می‌باشد. این دو مقاومت سری هست که با تقسیم ولتاژ می‌توان ولتاژ دو سر مقاومت R_L را محاسبه کرد. پس داریم:

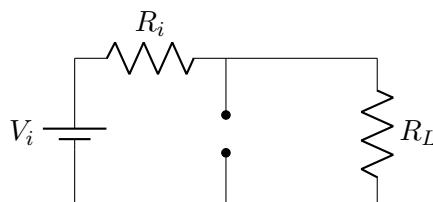
$$V = \frac{R_L}{R_L + R_i} V_i$$

حال دو حالت رخ می‌دهد:

الف ولتاژ بدست آمده از ولتاژ روشن شدن دیود زنر (V_z) بیشتر باشد به عبارت دیگر $V > V_z$ باشد در این صورت مدار به شکل زیر می‌شود که باید آنرا تحلیل کرد:



ب ولتاژ به دست آمده از ولتاژ روشن شدن دیود زنر کمتر باشد ($V < V_z$) در این صورت مدار شکل زیر را تحلیل می‌کنیم:



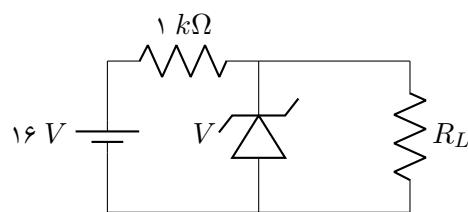
توان دیود زنر از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$P_z = V_z I_z < P_{z_{max}}$$

مثال ۲۰.۳-۱۰. مطلوب است تعیین P_z, I_z, V_R, V_L در مدار زیر، به شرطی که:

$$R_L = 1/2 \text{ k}\Omega$$

(الف) $R_L = 3 \text{ k}\Omega$ (به عنوان تمرین به عهده‌ی دانشجو)



(داده‌های دیود زنر: $(V_z = 10 \text{ V}, P_{z_{max}} = 3 \text{ mW})$

حل. (الف) ابتدا بدون در نظر گرفتن دیود زنر ولتاژ دو سر آنرا محاسبه می‌کنیم:

$$V = \frac{R_L}{R_L + 1\text{k}\Omega} \times 16 = \frac{1/2 \times 10^3}{1/2 \times 10^3 + 1 \times 10^3} = 8.73 \text{ V}$$

حال ولتاژ را با ولتاژ روشن شدن دیود زنر مقایسه می‌کنیم و می‌بینیم که: $V_z < V$ است. این یعنی دیود خاموش است پس آنرا مدار باز در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$I_z = 0, \quad P_z = 0$$

$$\text{مدار } I = \frac{16}{1/2 \times 10^3 + 1 \times 10^3} = 7.27 \text{ mA}$$

$$V_L = 1/2^k \times 7.27 \text{ mA} = 8.73 \text{ V}$$

$$V_R = 1^k \times 7.27 \text{ mA} = 7.27 \text{ V}$$

فصل ۱۱

ترانزیستورهای دوقطبی

ترانزیستور یک عنصر الکترونیکی است برای تبدیل سیگنالهای ضعیف به سیگنالهای قوی. ترانزیستور عنصری سه سر است. ترانزیستورها به طور کلی به دو نوع تقسیم می‌شوند:

۱. ترانزیستورهای دوقطبی (BJT)
۲. ترانزیستورهای اثر میدانی (FET)

JFET •

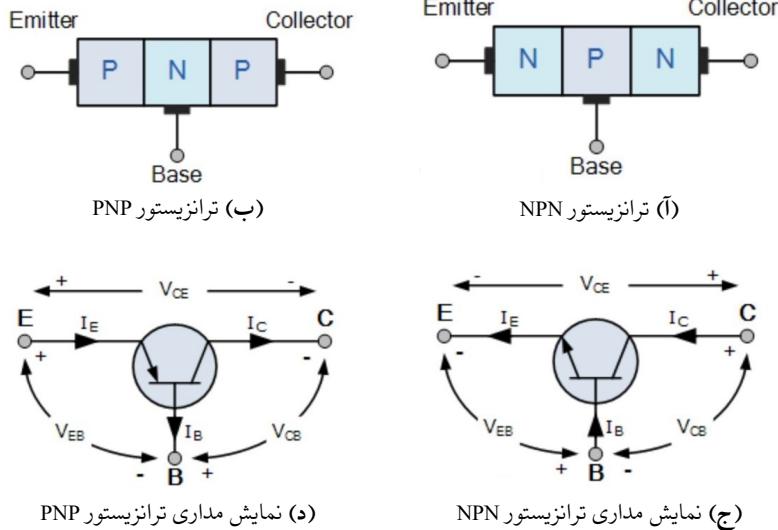
MOS-FET •

ترانزیستورهای دوقطبی (BJT) از کنار هم قرار گرفتن دو دیود ساخته شده‌اند. که شکل ۱-۱۱ ساختار فیزیک و نماد مداری آن را نمایش می‌دهد.

تعريف ۱۱-۱۰ (تغذیه‌بایاسینگ) ترانزیستور. برای اینکه بتوان از ترانزیستور به عنوان تقویت کننده استفاده نمود، ابتدا باید ترانزیستور را از نظر ولتاژ DC تغذیه نمود. به عمل تغذیه‌ی ولتاژ پایه‌های ترانزیستور اصطلاحاً بایاسینگ ترانزیستور گفته می‌شود.

توجه. در ادامه این جزو فقط ترانزیستورهای $n-p-n$ بررسی می‌شوند؛ هر چند قوانین هر دو نوع یکی است.

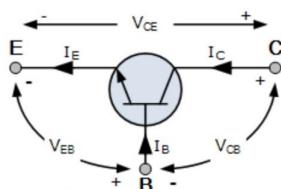
شرط اینکه یک ترانزیستور روشن شود این است که باید ولتاژ دیود Emitter Base آن یعنی V_{EB} به 0.7 برسد. و دیود Collector Base وابسته به دیود Emitter Base می‌باشد. این یعنی اگر بتوانید دیود Emitter Base را روشن کنید، آن یکی دیود روشن خواهد شد.



شکل ۱-۱۱ ساختار فیزیکی ترانزیستورهای دوقطبی و نمایش مداری آنها

در صورتی ولتاژ EB بیشتر از 7°C باشد؛ گویند ترانزیستور در بایاس ناحیه فعال است. در این حالت در تحلیل مداری، ولتاژ EB مقدار ثابت 7°C را دارد. برای دیود CB تقریباً محدودیت مقداری نداریم.

در ترانزیستورهای npn هم از پایه کلکتور و هم از پایه بیس جریان وارد می‌شود.



و رابطه‌ی بین جریان‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \Rightarrow I_E = (\beta + 1)I_B$$

توجه. به صورت قراردادی برای جریان و ولتاژ DC از حروف بزرگ انگلیسی استفاده می‌شود و برای جریان و ولتاژ AC از حروف کوچک استفاده می‌شود.

بین جریان کلکتور و ایمیتر نیز رابطه‌ای به صورت زیر وجود دارد:

$$I_C = \alpha I_E \rightarrow \text{آلfa مقدار خیلی کوچکی است.} \rightarrow$$

رابطه‌ی بین آلفا و بتا را نیز می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} I_E &= I_B + I_C \rightarrow I_E = \frac{I_E}{\beta + 1} + \alpha I_E \\ \rightarrow 1 &= \frac{1}{\beta + 1} + \alpha \rightarrow 1 - \alpha = \frac{1}{\beta + 1} \Rightarrow \alpha = \frac{\beta}{\beta + 1} \end{aligned}$$

توجه. نام دیگر β ، h_{FE} است.

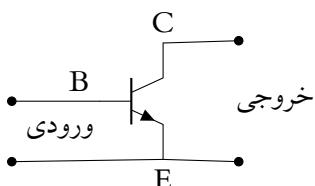
از کاربردهای ترانزیستور می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ترانزیستور به عنوان تقویت کننده

- مدارهای سوییچینگ

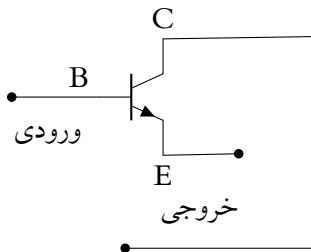
وقتی که میخواهیم از ترانزیستور به عنوان تقویت کننده استفاده کنیم، نوع مدار اهمیت پیدا می‌کند. که براین اساس انواع مدارها عبارتند از:

۱. ایمیتر مشترک

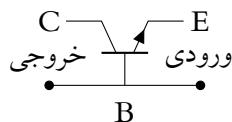


همانطور که مشاهده می‌کنید بین ورودی و خروجی پایه ایمیتر مشترک است به همین خاطر به آن ایمیتر مشترک گفته می‌شود.

۲. کلکتور مشترک



مدار کلکتور مشترک خیلی کاربردی نیست و فقط در موارد خاصی استفاده می‌شود.
۳. بیس مشترک



تفاوت این نوع‌ها در مکان ورودی یا خروجی است.

۱-۱۱ نواحی کار ترانزیستورهای دوقطبی

ناحیه فعال زمانیکه ولتاژ EB بیشتر از $0.7V$ باشد و ولتاژ CE هم بیشتر از ولتاژ اشباع ترانزیستور باشد. بنابراین ترانزیستور فعال است و داریم که:

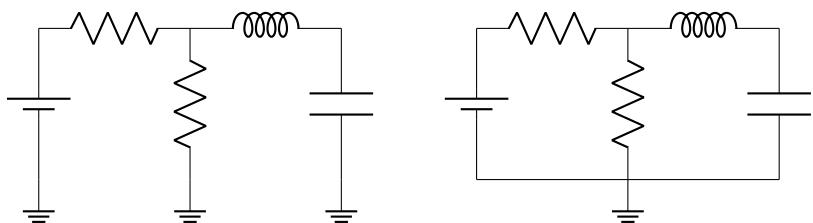
$$\begin{cases} V_{EB} = 0.7V \\ I_E = (\beta + 1)I_B \\ I_C = \beta I_B \end{cases}$$

توجه. ولتاژ اشباع ترانزیستور در مسئله داده می‌شود و مقدار آن عموماً $0.1V$ یا $0.2V$ است.

ناحیه اشباع اگر ولتاژ CE بعد از تحلیل کمتر از ولتاژ اشباع ترانزیستور ($V_{CE}(sat)$) باشد. در این حالت V_{CE} برابر مقدار اشباع یعنی ($V_{CE}(sat)$) در نظر گرفته می‌شود و رابطه‌ای بین جریان شاخه‌ها برقرار نیست.

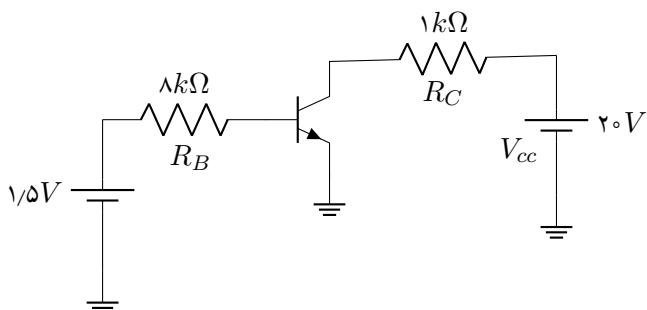
ناحیه قطع زمانی است که ترانزیستور روشن نباشد؛ یعنی بعد از تحلیل مقدار V_{EB} کمتر از $0.7V$ باشد. در این حالت هیچ جریانی در پایه‌های ترانزیستور برقرار نیست.

توجه. این دو مدار معادل هستند.



معمولًا در الکترونیک از فرم نمایش سمت چپ استفاده می‌شود.

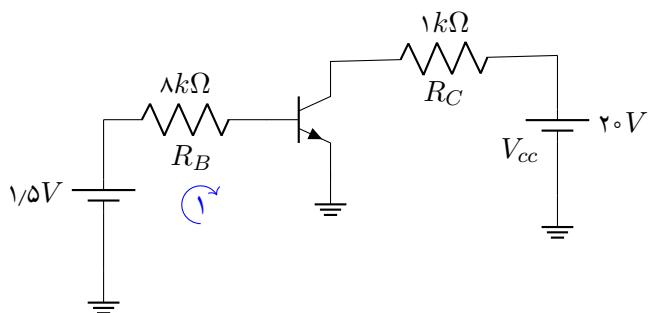
مثال ۱۱-۱۰. در مدار شکل زیر، برای ترانزیستور $V_{EB} = 0.7V$ ، $\beta = 100$ ، $V_{CE(sat)} = 0.2V$ است. مقدار جریان کلکتور (I_C) و V_{CE} را به دست آورید.



توجه. معمولًا در مدارهای الکترونیکی ولتاژ پایه کلکتور را با V_{CC} نمایش می‌دهند. ولتاژی که روی پایه‌ی بیس باشد با V_{BB} نمایش می‌دهند. و اگر در پایه امیتر هم ولتاژ داشتیم آن را با V_{EE} نمایش می‌دهند.

حل. برای حل مدارهای ترانزیستوری فرض می‌کنیم ترانزیستور در ناحیه فعال است و با این فرض مسئله را حل می‌کنیم. اگر به تناقضی برخورد نکردیم (منفی شدن جریان در یکی از شاخه‌ها) ترانزیستور در ناحیه قطع قرار ندارد پس یا فعال است یا اشباع. با اندازه‌گیری ولتاژ V_{CE} می‌توان

فعال یا اشباع بودن را تشخیص داد. اگر $V_{CE} > V_{CE(sat)}$ باشد یعنی ترانزیستور در ناحیه فعال است. اگر $V_{CE} < V_{CE(sat)}$ باشد یعنی ترانزیستور در ناحیه اشباع است. برای حل این مسئله، ورودی که به بیس اعمال میشے (مگر اینکه مدار بیس مشترک باشد) پس در ورودی یک KVL اجرا می کنیم یعنی حلقه شماره ۱، و فرض کردیم که ترانزیستور فعال است پس ولتاژ $V_{EB} = ۰$ خواهد بود.



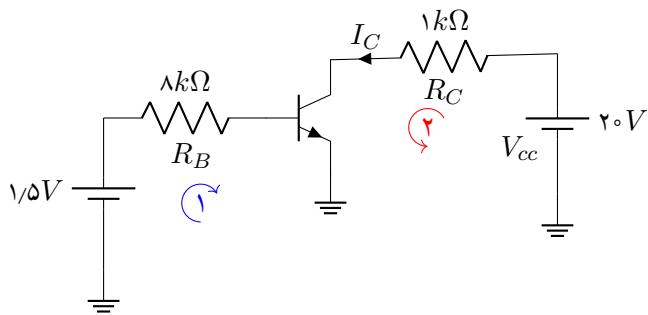
$$-V_{BB} + R_B I_B + V_{EB} = 0$$

$$-1.5 + 1k \times I_B + 0.7 = 0$$

$$I_B = \frac{1.5 - 0.7}{1k} = 0.1mA$$

$$I_C = \beta I_B = 100 \times 0.1mA = 10mA$$

حال در شاخه کلکتور جریان به صورت زیر است. پس با توجه به جهت جریان KVL شماره ۲ را اجرا می کنیم:



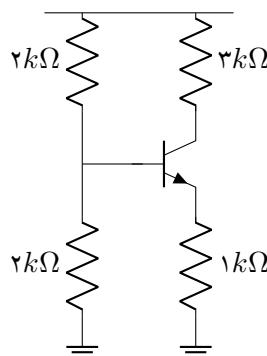
$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CE} = 0$$

$$-12 + 1k \times 10m + V_{CE} = 0 \rightarrow V_{CE} = 10V$$

حال از آنجایی که $V_{CE} > V_{CE(sat)}$ است یعنی ترانزیستور در ناحیه فعال است و فرض ما درست بوده است.

مثال ۲۰-۱۱ (تمرین). بعد از تعیین ناحیه کاری، جریان بیس، امیتر و کلکتور را بدست آورید.

$$V_{cc} = 12V$$



حل. نکته حل این مثال این است که دو مقاومت سمت چپ باید معادل شود. از نظر تحلیلی دو مقاومت سمت چپ را موازی در نظر می‌گیرند. زیرا برای تعیین موازی بودن منبع را در نظر

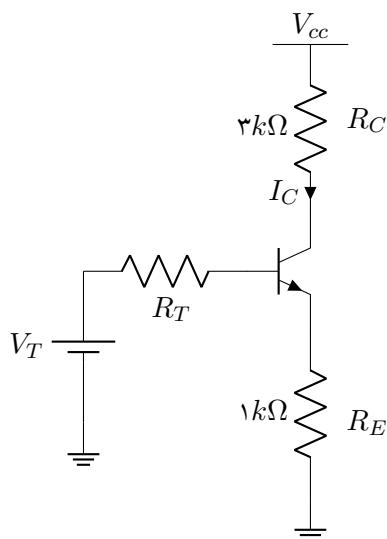
نمی‌گیرند بنابراین منبع بالای شاخه مقاومت ۲ کیلواهرمی را حذف کنید و آنرا به زمین متصل کنید. این یعنی دو مقاومت موازی هستند.

توجه. هیچ وقت منبع را به طور مستقیم به ترانزیستور متصل نمی‌کنند زیرا:

- ممکن است جریان شدیدی وارد شود.
- نویز سیستم بالا می‌رود.

به همین خاطر در مدارهای ترانزیستور از شاخه‌ای به نام شاخه‌ی تغذیه (بایاس) ترانزیستور استفاده می‌شود. در مثال ما مقاومت‌های ۲ کیلواهرمی شاخه‌ی تغذیه ترانزیستور را تشکیل می‌دهند.

پس با این توضیحات معادل مدار بالا به صورت زیر است:



$$R_T = R_1 \parallel R_\gamma = \frac{R_1 \times R_\gamma}{R_1 + R_\gamma} =$$

نیز ولتاژ دو سر مقاومت R_1 است. V_T

$$V_T = \frac{R_1}{R_1 + R_\gamma} V_{cc} =$$

در حل این سوال ما دو مقاومت را موازی فرض کردیم اما ولتاژ آنها یکی نیست (طبق دانش قبلی از مدارهای الکتریکی). این خاصیت در مدارهای ترانزیستوری رخ میدهد، به چند دلیل:

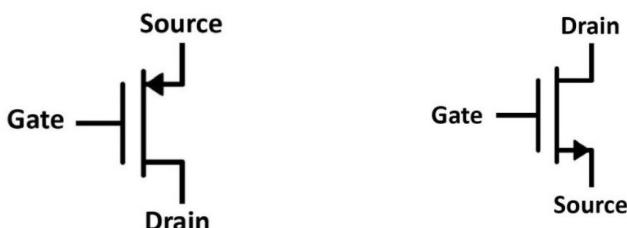
- جریان بیس مقدار خیلی کمی است. در تحلیل‌های واقعی صفر فرض می‌شود.
- وقتی می‌خواهیم وضعیت مقاومت‌ها را در الکترونیک بسنجیم منابع را صفر می‌کنیم. اما وقتی می‌خواهیم ولتاژ دوسر را بررسی کنیم وضعیت اصلی مقاومت‌ها در نظر گرفته می‌شود.

۲-۱۱ ترانزیستورهای اثرمیدانی

ترانزیستورهای اثرمیدانی خود دو دسته هستند:

- ترانزیستورهای پیوندی (JFET)
- MOS-FET

رفتار عملکردی هر دو مشابه است و فقط فناوری ساخت متفاوت است. این ترانزیستورها در مدار به صورت زیر نمایش می‌دهند.



(ب) نمایش مداری PFET

(آ) نمایش مداری NFET