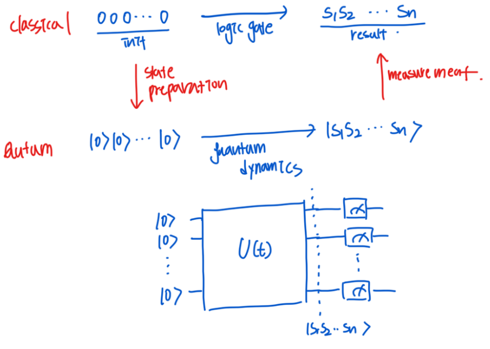
2. Basic Quantum Computing with Deutsch Algorithm

Vaughan Sohn

October 16, 2024

Contents

- classical computation은 initial bit-string에 logic gates를 취하여 solution을 찾는 과정을 의미한다.
- 이와 마찬가지로 quantum computation또한 initial *qubit*-state에 *quantum dynamics*를 취한 뒤, 최종 상태를 측정하여 solution을 찾는 과정이다.
- classical computation을 quantum에서 구현하려면 다음 사항들이 지켜져야한다.
    - state preparation이 가능해야한다.
    - logic gate f를 unitary gate로 설계할 수 있어야 한다.
    - 최종 상태를 측정한 결과가 높은 확률로 solution이어야 한다.



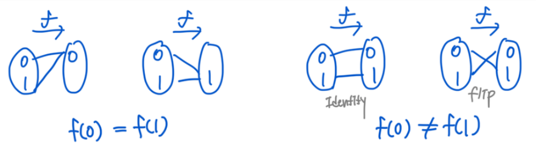
Deutsch Algorithm

Deutsch Problem

Problem: 주어진 one-bit function $f : \{0,1\} \to \{0,1\}$이 constant인지 balance인지를 판단하는 문제

- 가능한 4가지 함수 중에서 constant / balance function은 각각 다음과 같이 구분된다.
- $f(0) \oplus f(1)$의 값을 구할 수 있다면, 함수가 constant인지 아닌지를 구분할 수 있다.

$$\begin{cases} \text{constant} & \text{if } f(0) \oplus f(1) = 0 \\ \text{balance} & \text{if } f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases}$$

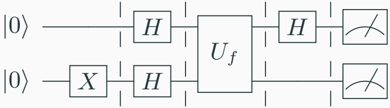


Solutions of Deutsch Problem

Solutions:

- classically, 주어진 함수 f에 대해 서로 다른 입력에 대해 2번 호출하면 $f(0), f(1)$의 결과를 알 수 있으므로 constant인지 balance인지를 구분할 수 있다.
- quantumly, 다음과 같이 구성한 quantum circuit을 실행하면, U_f를 1번 호출하는 것만으로 함수가 constant인지 balance인지를 구분할 수 있다.
- U_f는 다음의 동작을 수행하는 unitary gate이다.

$$U_f \left|x\right\rangle \left|y\right\rangle = \left|x\right\rangle \left|y \oplus f(x)\right\rangle$$



Deutsch Algorithm

앞에서 제안한 quantum circuit을 이용하면 정말로 문제를 해결할 수 있는지 확인해보자. 각각의 gate를 통과한 뒤 system의 state는 다음과 같이 변화하게 된다.

1. $I \otimes X$
2. $H \otimes H$
3. U_f
4. $H \otimes I$

따라서 측정 전, 최종 상태는 다음과 같다.

$$(-1)^{f(0)} \frac{1}{2} \Big((|0\rangle + |1\rangle) + (-1)^{f(0) \oplus f(1)} (|0\rangle - |1\rangle) \Big) |-\rangle$$

Deutsch Algorithm

Deutsch Algorithm에서 얻은 최종 상태는 다음과 같다.

$$(-1)^{f(0)}\frac{1}{2}\Big((|0\rangle + |1\rangle) + (-1)^{f(0)\oplus f(1)}(|0\rangle - |1\rangle)\Big)\,|-\rangle$$

이 상태는 $f(0) \oplus f(1)$의 값이 0인지 1인지에 따라서 다음 둘 중 하나의 상태가 된다.

$$= \begin{cases} (-1)^{f(0)}\,|0\rangle\,|-\rangle & \text{if } f(0)\oplus f(1) = 0 \ \ : const \\ (-1)^{f(0)}\,|1\rangle\,|-\rangle & \text{if } f(0)\oplus f(1) = 1 \ \ : balanced \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 따라서 첫번째 qubit의 값을 측정하여 $f(0) \oplus f(1)$의 값을 알아낼 수 있다.$\square$

Potential

Computational speedup by quantum principles may be possible!

Key Concept: Discrimination

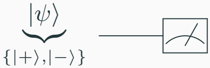
Discrimination between quantum states

discrimination?: 서로 다른 두 상태를 완벽하게 구분할 수 있다는 의미는, 동일한 POVM 으로 측정을 수행할 때 두 상태가 deterministic하게 동작해야한다는 것을 의미한다.

Example:

- 두 상태 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$는 POVM $\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$으로 구분할 수 있다.
- 두 상태 $\{|+\rangle, |-\rangle\}$는 POVM $\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$으로 구분할 수 없다.
- 두 상태 $\{|+\rangle, |-\rangle\}$는 POVM $\{|+\rangle\langle +|, |-\rangle\langle -|\}$으로 구분할 수 있다.

$\Rightarrow$



Discrimination between unitaries

discrimination?: 서로 다른 두 unitary를 완벽하게 구분할 수 있다는 의미는, 동일하게 준비된 state에 각 unitary를 가한 뒤, 동일한 POVM을 측정을 수행할 때 deterministic 하게 동작해야한다는 것을 의미한다.

Example:

- I, X는 $|\psi\rangle = |+\rangle$, POVM $\{|+\rangle\langle+|, |-\rangle\langle-|\}$로 구분할 수 없다.
- I, X는 $|\psi\rangle = |0\rangle$, POVM $\{|0\rangle\langle0|, |1\rangle\langle1|\}$로 구분할 수 있다.
- I, Z는 $|\psi\rangle = |0\rangle$, POVM $\{|0\rangle\langle0|, |1\rangle\langle1|\}$로 구분할 수 없다.
- I, Z는 $|\psi\rangle = |+\rangle$, POVM $\{|+\rangle\langle+|, |-\rangle\langle-|\}$로 구분할 수 있다.

Discrimination between unitaries

unitary U, V를 완벽하게 구분하기 위해서는 다음 조건을 만족하는; 즉, 연산을 취한 뒤의 결과가 서로 orthogonal한 $|\psi\rangle$를 input state로 준비해야한다.

$$U|\psi\rangle \perp V|\psi\rangle \quad \Leftrightarrow \quad \min_{\psi} \langle\psi|U^{\dagger}V|\psi\rangle$$

Discrimination in Deutsch Algorithm
Deutsch Algorithm is only Discrimination of unitaries!

Idea 1

Deutsch Algorithm에서 아용하는 U_f는 f에 의존하기 때문에 4가지 unitary 중에서 하나이다. 따라서 이를 구분해야한다.

$$\Rightarrow U_f = \sum_{x,y} |x\rangle \langle x| \otimes |f(x) \oplus y\rangle \langle y|$$

- U_f가 $U_{const}, U_{balance}$중에서 어떤 unitary인지 구분하는 문제로 생각할 수 있다.
- 따라서 두 unitary를 구분하기 위해서는 다음의 조건을 만족하는 $|\psi\rangle$를 input으로 제공해야한다.

$$U_{const} |\psi\rangle \perp U_{balance} |\psi\rangle \quad \Leftrightarrow \quad \min_{\psi} \langle\psi|U^{\dagger}_{const} U_{balance}|\psi\rangle$$

- f의 종류에 따라 U_{const}는 각각 다음과 같이 설계된다.
  - $f(0) = f(1) = 0$

$$U_{const} = \sum_{x,y} |x\rangle \langle x| \otimes |y\rangle \langle y| = \boxed{I \otimes I}$$

  - $f(0) = f(1) = 1$

$$U_{const} = \sum_{x,y} |x\rangle \langle x| \otimes |1 \oplus y\rangle \langle y| = \boxed{I \otimes X}$$

Discrimination in Deutsch Algorithm
Deutsch Algorithm is only Discrimination of unitaries!

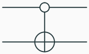
- f의 종류에 따라 $U_{balance}$는 각각 다음과 같이 설계된다.
  - $f(0)=0, f(1)=1$

$$\begin{aligned} U_{balance} &= |0\rangle\langle 0| \otimes \sum_y |y\rangle\langle y| + |1\rangle\langle 1| \otimes \sum_y |1 \oplus y\rangle\langle y| \\ &= |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes X = \boxed{C(X)} \end{aligned}$$

q

  - $f(0)=1, f(1)=0$

$$\begin{aligned} U_{balance} &= |0\rangle\langle 0| \otimes \sum_y |1 \oplus y\rangle\langle y| + |1\rangle\langle 1| \otimes \sum_y |y\rangle\langle y| \\ &= |0\rangle\langle 0| \otimes X + |1\rangle\langle 1| \otimes I = \boxed{(I \otimes X)C(X)} \end{aligned}$$



- U_{const}는 single gate I, X만을 이용하여 구현할 수 있지만, $U_{balance}$는 two-qubit gate인 $C(X)$을 사용해야한다.
- Deutsch problem은 unitary operator U_f가 *local unitary*인지 *entangling unitary* 인지를 구분하는 문제이다!

Key Concept: Phase estimation

Phase estimation: preparation

Goal

Phase estimation의 목적은, 어떤 unitary operator U가 가해진 결과로서 만들어진 phase φ를 추정하는 것이다. (φ는 모른다고 가정한다.)

$$U|\psi\rangle = e^{i2\pi\varphi}|\psi\rangle \Rightarrow \varphi.$$

- (아이디어 1) $|u\rangle$는 unitary operator U의 eigenvector이며, 다음을 만족한다.

$$U|u\rangle = \lambda|u\rangle = e^{i2\pi\varphi}|u\rangle$$

- U^{2^k} gate는 U를 2^k번 적용하는 gate이므로 다음과 같이 표현된다.

$$U^{2^k} = (e^{i2\pi\varphi})^{2^k}|u\rangle = e^{i2^{k+1}\pi\varphi}|u\rangle$$

- $C(U^{2^k})$ gate를 superposition state $|+\rangle|u\rangle$에 가하면, 다음을 얻게 될 것이다.

$$(I \otimes U^{2^k})\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|u\rangle + |1\rangle|u\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|u\rangle + e^{i2\pi(2^k\varphi)}|1\rangle|u\rangle)$$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i2\pi(2^k\varphi)}|1\rangle) \otimes |u\rangle}$$

Phase estimation: preparation

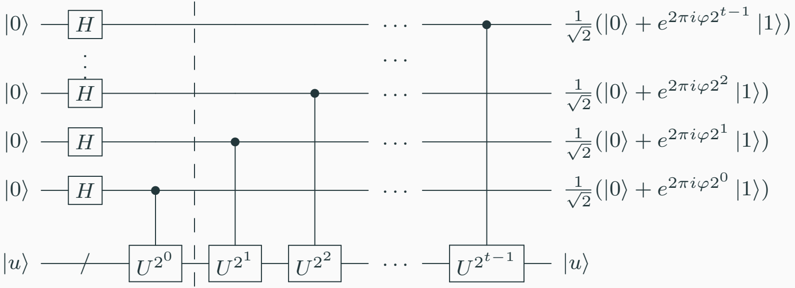
따라서 $|0^{\otimes t}\rangle$에 $H^{\otimes t}$ gate를 취하여 중첩상태 $|+^{\otimes t}\rangle$가 되도록 하면, $C(U^{2^k})$를 적용한 결과로 다음과 같은 최종상태를 얻게 된다.

$$\frac{1}{(\sqrt{2})^t}\left[\Big(|0\rangle + e^{i2\pi(2^{t-1}\varphi)}|1\rangle\Big)\Big(|0\rangle + e^{i2\pi(2^{t-2}\varphi)}|1\rangle\Big)\cdots\Big(|0\rangle + e^{i2\pi(2^{0}\varphi)}|1\rangle\Big)\right]$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2})^t}\Big[|0\cdots00\rangle + e^{i2\pi(2^0\varphi)}|0\cdots01\rangle + e^{i2\pi(2^1\varphi)}|0\cdots10\rangle + e^{i2\pi(2^1+2^0)\varphi}|0\cdots11\rangle$$

$$+\cdots+ e^{i2\pi(2^{t-1}+2^{t-2}+\cdots+2^0)\varphi}|1\cdots11\rangle\Big] = \boxed{\frac{1}{(\sqrt{2})^t}\sum_{\ell=0}^{2^t-1} e^{i2\pi\varphi\cdot\ell}|\ell\rangle}$$

where $|\ell\rangle = |\ell_{t-1}2^{t-1}+\cdots+\ell_0 2^0\rangle$



Quantum Fourier Transform

Idea of phase estimation

(아이디어 2) 일련의 준비과정으로 얻은 최종 상태에 *Inverse Quantum Fourier Transform*을 가하면, phase φ를 얻을 수 있다!

Theorem 1 (Classical fourier transform)

time-domain data를 frequency domain data로 변환하는 classical fourier transform은 다음과 같이 정의된다.

$$x_k \overset{DFT}{\rightarrow} y_k \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} e^{i(2\pi/N)jk} x_j$$

Theorem 2 (Quantum fourier transform)

이를 basis $\{|k\rangle\}$를 다른 basis $\{|j\rangle\}$에 대한 linear combination으로 변환하는 quantum fourier transform으로 생각할 수 있다.

$$|k\rangle \overset{U_{\mathcal{F}}}{\rightarrow} |\tilde{k}\rangle \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} e^{\frac{i2\pi}{N} jk} |j\rangle$$

Quantum Fourier Transform

- 따라서 QFT를 이용하면 basis $\{|k\rangle\}$에 대해 표현된 어떤 임의의 state $|x\rangle$를 다른 basis $\{|j\rangle\}$에 대한 linear combination으로 변환할 수 있다.

$$|x\rangle \to \sum_k x_k \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} e^{\frac{i2\pi}{N} jk} |j\rangle \triangleq \sum_j y_j |j\rangle$$

where $|x\rangle$ is

$$|x\rangle = \sum_k x_k |k\rangle .$$

- Quantum Fourier Transform을 수행하는 gate는 다음과 같다.

$$U_{\mathcal{F}} = \sum_k |\tilde{k}\rangle \langle k| , \qquad U_{\mathcal{F}}^{\dagger} = U_{\mathcal{F}^{-1}} = \sum_{k'} |k'\rangle \langle \tilde{k'}|$$

이렇게 정의되는 gate는 unitary $(*)$이기 때문에, valid quantum gate이다.
$\Rightarrow$

$$U_{\mathcal{F}^{-1}} U_{\mathcal{F}} |\psi\rangle = |\psi\rangle$$

Quantum Fourier Transform

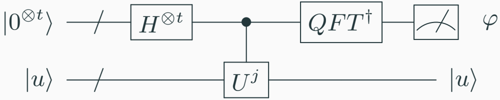
- 앞에서 정의한 *inverse* quantum fourier transform $U_{F^{-1}}$은 다음과 같이 동작한다.

$$|\tilde{k}\rangle \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} e^{\frac{i2\pi}{N} j k} |j\rangle \xrightarrow{U_{\mathcal{F}^{-1}}} |k\rangle$$

where

$$U_{\mathcal{F}}^{\dagger} = U_{\mathcal{F}^{-1}} = \sum_{k} |k\rangle \langle \tilde{k}|$$

- 어떤 superposition quantum state가 각 항마다 중복되는 phase term k를 가지고 있는 경우, IQFT는 그 값을 구해내는데 사용할 수 있다.
- Phase estimation의 전체 과정은 다음과 같다.



$\Rightarrow$ 따라서 phase estimation preparation 상태가 가지는 중복되는 phase term φ를 IQFT를 사용하여 구할 수 있다!

- $N = 2^t$라고 두면 최종상태는 다음과 같이 표현되며 이는 $|N\varphi\rangle$에 대해 QFT를 수행한 결과로 생각해볼 수 있다.

$$\frac{1}{(\sqrt{2})^t}\sum_{\ell=0}^{2^t-1} e^{i2\pi\varphi\cdot\ell}|\ell\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\ell=0}^{N-1} e^{\frac{i2\pi}{N}(N\varphi)\cdot\ell}|\ell\rangle$$

- 따라서 이 상태에 대해 IQFT를 취하면 phase term을 얻을 수 있다.

$$U_{\mathcal{F}^{-1}}\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\ell=0}^{N-1} e^{\frac{i2\pi}{N}(N\varphi)\cdot\ell}|\ell\rangle\right) = \boxed{|N\ell\rangle}$$

- Deutsch algorithm은 phase estimation에서 다음을 만족하는 특수한 경우이다.
  - $t = 1$
  - U_f의 eigenvector인 $|-\rangle$로 초기화한다. ($|+\rangle$는 phase가 0이된다.)
  - 이때 U_f는 첫 번째 qubit의 값에 따라서 연산하는 controlled unitary로 생각할 수 있다.
  - $t = 1$이므로 IQFT역시 H gate 하나로 쉽게 구현할 수 있다.

Universal gate set

Univerial gate set

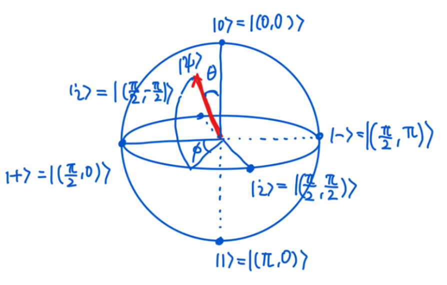
- Classical computer에서는 NAND나 NOR만 사용하여 모든 computation을 수행할 수 있다.
- 이처럼 quantum computer에서도 모든 gate가 아니라 일부의 gate들만 사용하여 모든 computation을 수행할 수 있는 *universal gate set*이 존재한다.
- 일반적으로 다음 3가지 종류를 많이 사용한다.
  - $\{C(X),\ \text{all single-qubit gates}\}$
  - $\{C(X), H, T\}$ (in our class)
  - $\{C^2(X), H\}$
- all single-qubit gates는 *infinite*하기 때문에 이를 continuous gate set이라고 말하며, 노이즈의 영향을 많이 받게된다.
- 반면 다른 gate set들은 각각 3개, 4개의 finite한 gate 종류만 사용하기 때문에 discrete gate set이라고 부른다.

Bloch sphere

single qubit의 state는 3차원의 구에서 2개의 parameter (θ, ϕ)로 표현할 수 있다.

$$|\psi(\theta,\phi)\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

$$\longrightarrow \vec{\psi} = (\sin\theta\cos\phi,\ \sin\theta\sin\phi,\ \cos\theta)$$



Prerequisite: bloch sphere and rotation gate

Rotation gate

Bloch sphere에서 특정 축 $\hat{n}$을 기준으로 α만큼 회전하는 연산을 rotation gate라고 하며, 다음과 같이 정의할 수 있다.

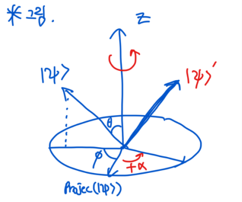
$$R_{\hat{n}}(\alpha) = e^{-i\alpha/2(\hat{n}\cdot\vec{\sigma})} = e^{-i\alpha/2(n_x X + n_y Y + n_z Z)}$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(-i\frac{\alpha}{2})^n (\hat{n}\cdot\vec{\sigma})^n$$

- Example: Z-axis rotation gate
  예를 들어, $\hat{n} = (0,0,1)$이라면 다음과 같은 rotation gate를 얻게된다. $(*)$

$$R_Z(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(-i\frac{\alpha}{2}\right)^n (Z)^n = \begin{pmatrix} e^{-i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{i\alpha/2} \end{pmatrix}$$

  즉, 이 gate는 Z축을 기준으로 α만큼 회전하는 연산을 수행한다.

$$R_Z(\alpha)\left|\psi(\theta,\phi)\right\rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{i\alpha/2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$
$$= e^{-i\alpha/2}\left[\cos\frac{\theta}{2}\left|0\right\rangle + e^{i(\alpha+\phi)}\sin\frac{\theta}{2}\left|1\right\rangle\right]$$
$$= \left|\psi(\theta, \phi{\color{red}+\alpha})\right\rangle$$



Prerequisite: bloch sphere and rotation gate

- Example: Y-axis rotation gate
  반면, $\hat{n} = (0, 1, 0)$이라면 다음과 같은 rotation gate를 얻게된다. (∗)

$$R_Y(\alpha) = \left(\cos\frac{\alpha}{2}\right) I - i\left(\sin\frac{\alpha}{2}\right) Y = \begin{pmatrix} \cos\frac{\alpha}{2} & -\sin\frac{\alpha}{2} \\ \sin\frac{\alpha}{2} & \cos\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$$

  특히, $\alpha = \pi/2$일 때, $R_Y(\pi/2)$는 Hadamard gate와 동일하다.

$$R_Y\left(\frac{\pi}{2}\right)|0\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |+\rangle$$

- X gate를 이용하면 회전 방향을 바꾸는 효과를 얻을 수 있다.
  - $XR_Y(\theta)X = R_Y(-\theta)$
  - $XR_Z(\theta)X = R_Z(-\theta)$

Controlled unitary decomposition

- 앞에서 우리는 Deutsch algorithm이 phase estimation의 특수한 경우임을 알았고, phase estimation을 위한 quantum circuit의 구조까지 배웠다.
- 그렇다면, phase estimation circuit을 이루는 *controlled unitary*를 universal gate 만을 사용하여 구현하려면 어떻게 해야할까?
- controlled unitary는 다음과 같이 표현할 수 있다.
- 다음의 정리를 이용하면, controlled unitary를 $\{C(X),$ all single-qubit gates$\}$ gate set으로 표현할 수 있다!

Theorem 3 (Decomposition of unitary)

Arbitrary single-qubit gate U는 다음의 행렬로 decomposition할 수 있다.

$$U = R_Z(-\alpha)R_Y(-\theta)R_Z(-\beta)$$

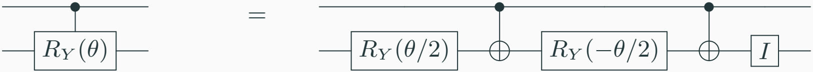
by matrix representation,

$$U = \begin{pmatrix} e^{i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2} \\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\beta/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta/2} \end{pmatrix}$$

Example: Controlled Y-axis rotation gate

Example: Controlled Y-axis rotation gate를 다음과 같이 decomposition할 수 있음을 보이자.

$$|0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes R_Y(\theta) = (C(X))(I \otimes R_Y(-\theta/2))(C(X))(I \otimes R_Y(\theta/2))$$



Lemma 4

(hint:) 다음의 lemma를 활용하라.

$$Xe^{i\phi Y} = e^{-i\phi Y}X, \quad XR_Y(-2\phi) = R_Y(2\phi)X$$

$\Rightarrow$

Theorem 5 (Solovay-Kitaev Theorem)

모든 arbitrary unitary gate에 대해서, 그 error가 매우 작은 값으로 bound되도록 근사시킨 gate W가 존재하며, W는 discrete gate set의 gate들로만 이루어진다.

$$\forall U,\ \exists W \in G^l = \{g_1 g_2 \cdots g_l \ :\ g_i \in G = \{H, T, C(X)\}$$

$$s.t., \quad |U - W| < \epsilon$$

∗ Proof:

- (아이디어) 모든 single-qubit gate는 rotation gate들의 product로 이루어지므로, discrete gate set을 사용하여 서로다른 축에 대한 rotation gate를 구현하자.
- $THTH$로 새로운 축 $\hat{n}$에 대해 $\hat{\theta}$만큼 회전하는 rotation gate를 구현할 수 있다.

$$THTH = e^{-i\frac{\pi}{8}Z} e^{-i\frac{\pi}{8}X} =$$

$$= \boxed{\cos^2\frac{\pi}{8} I - i\left[\cos\frac{\pi}{8}(X+Z) + \sin\frac{\pi}{8} Y\right]\sin\frac{\pi}{8}}$$

∗ Proof: (contd.)

- H gate를 이용하면 다른 축 $\hat{m}$에 대한 rotation gate도 만들 수 있다.
- $THTH$로 새로운 축 $\hat{n}$에 대해 $\hat{\theta}$만큼 회전하는 rotation gate를 구현할 수 있다.

$$R_{\hat{m}}(\hat{\theta}) \triangleq HR_{\hat{n}}(\hat{\theta})H$$

- (아이디어) Kronecker approximation theorem을 이용하면 어떤 충분히 큰 N에 대해서, $R_{\hat{n}}(\hat{\theta})$를 N번 곱하면 $R_{\hat{n}}(\theta)$를 어떤 θ ($\theta \in [0, 2\pi)$)에 대해서도 충분히 작은 error-rate로 근사할 수 있다.

$$\left\{R_{\hat{n}}\left(\hat{\theta}\right)\right\}^N \approx R_{\hat{n}}(\varphi)$$

- 따라서 single qubit gate가 다음과 같이 decomposition될 때,

$$U = e^{i\varphi}R_{\hat{n}}(\alpha)R_{\hat{m}}(\beta)R_{\hat{n}}(\gamma)$$

universal gate set $\{H, T, CNOT\}$을 사용하여 다음과 같이 근사할 수 있다.□

$$U \approx e^{i\varphi}(THTH)^{N_1}(H(THTH)H)^{N_2}(THTH)^{N_3}$$

References

- Lecture notes for EE547: Introduction to Quantum Information Processing (Fall 2024)