

5. Quantum teleportation

Vaughan Sohn

December 8, 2024

Quantum teleportation

Quantum teleportation

Introduction

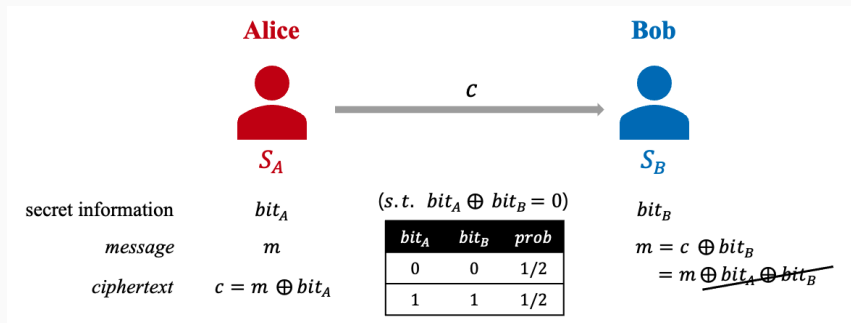
- Communication, 통신에서는 도청자에게 정보가 노출되지 않도록 정보를 전달하는 것을 중요한 목표 중 하나로 여긴다.
- 이번 강의에서는 정보 전달을 어떻게 수행할 수 있을지를 classical solution인 **one-time pad**와 one-time pad로부터 영감을 받은 quantum solution에 대해서 소개하고자한다.

System: 다음과 같은 상황을 가정하자.

- Alice가 Bob에게 (one-bit; qubit) secret message를 전송하고자한다.
- 공개된 채널을 통해 전송되는 message는 도청자가 가로채더라도 해독할 수 없도록 ciphertext로 인코딩 되어야하며, 수신자는 ciphertext로부터 원본 메시지를 알아낼 수 있어야한다.
- Alice와 Bob은 서로 통신을 위해 secret information을 공유한다.
(e.g., secret key, e-bit ...)

Classical solution: One-time pad

Classical communication에서는 **one-time pad**¹라는 단순한 방법으로 해결할 수 있다.



⇒ One-time pad로부터 아이디어를 얻어 secret message; **arbitrary quantum state**를 **Classical Communication**만을 사용하여 전송하는 방법이 Quantum teleportation이다.

¹서로 더해서 0이되는 bit를 각각 1번씩(one-time) 더해줌으로써(pad) 전송중일때는 비밀을 보장하고 각자 해독할 수 있도록 한다.

Quantum solution: Quantum teleportation

System

- message: Alice는 이제 Bob에게 *quantum message* $|\psi\rangle$ 를 전송하려고 한다.
- secret information: Alice와 Bob은 서로 Bell-state $|\Phi^+\rangle$ 를 공유한다.²

Procedure

1. Alice는 $|\psi\rangle$ 와 $|\Phi^+\rangle_A$ 를 measurement M_{Φ^+} 에 대해서 측정한다.
2. Alice가 측정 결과로 얻은 2개의 classical bit를 전송한다.
3. Bob은 전달받은 classical bit값에 따라 자신의 qubit $|\Phi^+\rangle_B$ 에 연산을 취한다.

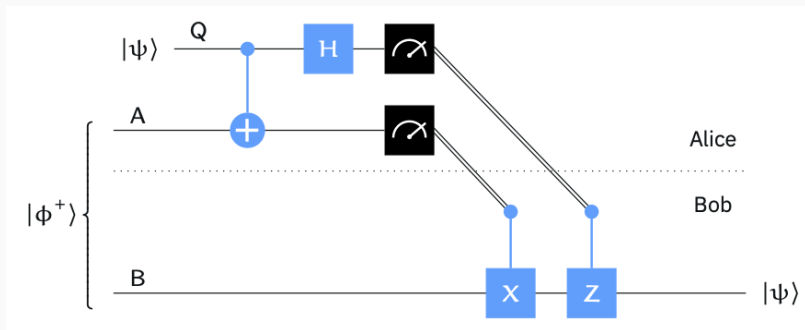
| $ \psi\rangle$ | $ \Phi^+\rangle_A$ | prob | post state in B | U_B |
|----------------|--------------------|------|------------------------------------|-------|
| 0 | 0 | 1/4 | $ \psi\rangle$ | I |
| 0 | 1 | 1/4 | $\alpha 1\rangle + \beta 0\rangle$ | X |
| 1 | 0 | 1/4 | $\alpha 0\rangle - \beta 1\rangle$ | Z |
| 1 | 1 | 1/4 | $\alpha 1\rangle - \beta 0\rangle$ | ZX |

⇒ **Bell measurement**와 **Classical Communication**만을 사용하여 arbitrary quantum state $|\psi\rangle$ 를 전송할 수 있다!

²Bell state도 classical secret information처럼 "측정하면" 1/2의 확률로 $|0\rangle, |0\rangle$ 이 되고 1/2의 확률로 $|1\rangle, |1\rangle$ 이 된다.

Quantum solution: Quantum teleportation

앞에서 소개한 Quantum teleportation을 Quantum circuit으로 구현하면 다음과 같다.



Summary

- Classical communication에서는 더해서 0이 되는 secret bit를 공유하여 communication을 수행한다.
- QUantum communication에서는 entangled-qubit을 서로 공유한뒤, message와 함께 Bell measurement를 수행한 결과를 Classical communication으로 전송하여 quantum state를 전송할 수 있다.

- Lecture notes for EE547: Introduction to Quantum Information Processing (Fall 2024)