

ROYAUME DU MAROC  
\*.\*.\*.\*.\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*.\*.\*.\*.\*

INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

**INSEA**



Projet de Fin d'Etudes  
\*.\*.\*.\*.\*

## Arbitrage Statistique dans le Trading

Préparé par : *Mr. NAANAA Adnane (Option : Actuariat Finance)*  
*Mr. DRISSENNEK Mohammed Karim (Option : Economie Appliquée)*

Sous la direction de : *Mr. EL QALLI Yassine (INSEA)*  
*Mr. BENSALAH Naoufal (AWB)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

*Devant le jury composé de :*

- *Mr. EL QALLI Yassine (INSEA)*
- *Mr. ACHY Lahcen (INSEA)*
- *Mr. BENSALAH Naoufal (AWB)*

**Juin 2011**



## *Résumé*

L'arbitrage statistique est une technique très récente qui ne cesse de se développer dans quelques pays occidentaux principalement en Angleterre et aussi aux Etats Unis. Les modèles les plus sophistiqués constituent par construction un investissement à risque et à coût nul, et génèrent des gains très importants et surtout sûrs. Cela ne peut donc que susciter l'intérêt des grandes places financières et leur souci permanent d'aller le plus loin possible dans le développement et le perfectionnement des modèles statistiques de base afin de pouvoir générer un profil de gain continu dans le temps, et faire face à la concurrence accrue sur l'échelle internationale.

Ce projet se donne pour but d'élaborer un modèle d'arbitrage statistique, permettant la mise en application d'une stratégie de pairs trading à haute fréquence, via la détection des signaux d'achat et de vente, afin de profiter des occasions d'inefficience qu'offre le marché.

Le travail effectué et dont l'ensemble des détails est exposé dans ce rapport, a permis de générer des gains importants sur une période très courte. Ce qui met en relief l'efficacité de l'arbitrage statistique comme stratégie de pairs trading, profitant le maximum des opportunités d'arbitrage qui se présentent sur le marché.

**Mots clés :** Arbitrage Statistique, Pairs Trading, Cointégration, Retour à la moyenne, Back-test, Score.

## *Dédicaces*

*A celle qui m'a donné naissance,  
A celle qui a attendu avec impatience,  
Les fruits de ce long parcours d'endurance,  
A ma mère*

*A celui qui m'a inculqué de bonnes valeurs,  
A celui qui m'a donné le sens de l'honneur,  
A celui qui m'a toujours orienté dans la vie,  
A celui qui a fait de moi, la personne que je suis,  
A mon père*

*A ceux pour qui je suis le petit frère,  
A qui je souhaite tout le bonheur,  
A Saad et Imane*

*A mon merveilleux oncle, pour qui les mots sont incapables d'exprimer tout mon amour et mon respect*

*A Hamza, Mohammed, Adil, Ismail, Meryem, Anouar et Hassane*

*Je dédie ce mémoire, à ceux que je garderai toujours en mémoire : A Saad, Mostafa, Aymane, Williams, Maria, Imane, Chaimaa, Abderrahim, Mehdi, Fahd, Mahmoud, Abou Rouh, Chli7a.*

*Adnane*

## Dédicaces

*A ma mère*

*A l'incarnation de la tendresse et du sacrifice,  
qui éclaire mon chemin de réussite.  
A celle sans laquelle mon existence serait sans importance  
Aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour  
exprimer ce que tu mérites.*

*A mon père*

*Pour qui j'ai le plus d'estime, de dévouement et de respect  
Rien au monde ne vaut tes efforts fournis jours et  
nuits pour mon éducation et mon bien être.*

*A mon adorable sœur Maissae*

*A l'incarnation de la joie et de la douceur,  
Ma source de soutien, et de fierté,  
Je t'exprime à travers ce travail, mes sentiments de fraternité et d'amour.*

*A la mémoire de mes grands parents*

*A mon cher ami Alae LAACHOUB*

*A ma chère Yousra*

*A mon cher ami Mohammed BENMAHJOUB*

*A mes très chers amis : Souhail, Hassan, Ismail, Faïçal, Ahmed, Abdelmoula,  
Jamal, Saad, Ayoub, Achraf, Ismail, Mostafa, Noussair, Simo, Fahd, Adil, Oussama,  
Sara, Wiam, Meriem, Kawtar, Siham, Maroua, Zineb, Sara, Safae, Hajar...*

*Sachez que vous êtes très chers à mon cœur et que je vous suis très  
reconnaissant pour tout l'amour et le soutien dont vous faites preuve à mon égard.*

*Med Karim*

## Remerciements

*Ce Projet de Fin d'Etudes n'a pas été un long fleuve tranquille. C'est donc avec un grand plaisir que nous réservons ces quelques mots pour remercier toutes les personnes qui y ont directement ou indirectement pris part.*

*Nos premiers remerciements s'adressent à Monsieur Yassine EL QALLI, Professeur à l'INSEA pour son encadrement qui a contribué à améliorer notre travail, et envers qui nous sommes particulièrement redevables. Au-delà de sa disponibilité tout au long de ce stage, nous saluons chez M. EL QALLI son inspiration et sa grande patience sans lesquelles ce rapport n'aurait jamais vu le jour.*

*Nous tenons également à formuler notre sincère reconnaissance à Monsieur Naoufal BENSALAH, Responsable du Desk Dérivés de change et matières premières à la Salle des marchés d'Attijariwafa Bank, pour son dévouement et son sens des responsabilités tout à fait exemplaires, ainsi que pour son encadrement de qualité, son écoute, ses conseils précieux, son effort et sa disponibilité malgré son emploi du temps très chargé.*

*Nos vifs remerciements sont aussi destinés à Monsieur Yassine RAFA, Trader Derivative FX, Monsieur Driss MASOUDI et Monsieur Narcisse également, pour leur gentillesse, leurs conseils et leur grande sympathie. Sans oublier de remercier tout le personnel de la salle des marchés d'Attijariwafa Bank pour son accueil, sa disponibilité et sa compréhension.*

*Nous adressons également tous nos remerciements à Monsieur Lahcen ACHY, Professeur à l'INSEA, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour avoir accepté de siéger parmi les membres du jury.*

*Nous saisissons cette occasion pour exprimer notre gratitude au personnel de la cellule des stages et de la bibliothèque de l'INSEA pour leurs efforts et leur précieuse collaboration.*

*Que toutes et tous trouvent en ce modeste travail la marque de notre reconnaissance la plus profonde.*

## Sommaire

Introduction générale .....	15
Chapitre1 : Présentation de la salle des marchés et des marchés financier .....	17
I. Présentation de la salle des marchés : .....	17
I.1. Front office : .....	17
I.1.1. Desk dérivés : .....	18
I.1.2. Desk change : .....	18
I.1.3. Desk taux : .....	18
I.1.4. Desk structuration : .....	18
I.1.5. Desk actions : .....	18
I.2. Middle Office : .....	19
I.3. Back Office : .....	19
II. Marché financier : .....	20
II.1. Définition : .....	20
II.2. Principaux marchés : .....	20
II.3. Types de transactions et d'acteurs : .....	20
II.4. Dématérialisation : .....	21
II.5. Volumes : .....	21
II.5.1. Taux d'intérêt : .....	21
II.5.2. Forex : .....	22
II.5.3. Actions et indices boursiers : .....	22
II.6. Les raisons de la croissance des marchés financiers : .....	22
II.7. Principes généraux de fonctionnement : .....	23
III. Présentation des marchés des quatre classes d'actifs : .....	24
III.1. Marché des taux : .....	24
III.1.1. Définition : .....	24
III.1.2. Importance des conventions utilisées : .....	25
III.1.3. Principaux types de taux : .....	26
III.1.4. Paramètres de formation des taux et organisation des marchés de taux d'intérêt : .....	26
III.2. Marché de change : .....	28

III.2.1.Définition :	28
III.2.2. Principales caractéristiques :	29
III.2.3. Le fonctionnement du marché de change :	30
III.3.Marché d'actions :	30
III.3.1. La bourse :	30
III.3.2. Actions et indices boursiers :	31
III.3.3. fonctionnement des marchés :	32
III.3.4. Evolution des marchés boursiers :	32
III.4. Marché des matières premières :	33
III.4.1. Les acteurs sur les marchés physiques des matières premières :	33
III.4.2. Fonctionnement par catégories :	35
Chapitre 2 : Arbitrage statistique et Pairs Tradin	40
I. L'arbitrage statistique :	40
I.1. Définition :	40
I.2.Motivation :	41
I.3.Méthodologie de l'arbitrage statistique :	41
I.3.1. Perspective de l'arbitrage :	41
I.3.2.Arbitrage non risqué :	42
I.3.3.Eléments d'arbitrage statistique :	45
I.3.4. Avantages de la modélisation de la valeur relative :	46
II. Pairs Trading:	48
Chapitre 3 : Méthodologie de l'Arbitrage Statistique	51
I. Cadre théorique de la méthodologie d'arbitrage statistique :	51
I.1. Etude des propriétés statistiques des cours des actifs :	51
I.1.1.Statistiques descriptives :	51
I.1.2.Stationnarité :	52
I.2. Cointégration :	55
I.2.1. Définition :	55
I.2.2. Utilité de la cointégration:	56
I.3.Analyse en composantes principales :	56
I.3.1.Préliminaire :	57
I.3.2. Solution du problème :	60
I.3.3.Application de l'ACP sur SPSS :	61
I.4.Régression pas à pas descendante:	63



I.4.1. Modèle et estimation :	63
I.4.2. Régression pas à pas descendante :	64
I.4.3. Test de signification globale du modèle final :	64
I.4.4. Validation du modèle final :	65
II. Back-test et implémentation de la stratégie de pairs trading :	68
II. 1. Back-testing du modèle :	68
II.2. Détection des signaux et implémentation de la stratégie :	68
III. Limites du modèle de l'arbitrage statistique :	69
III.1. Calibration du modèle :	69
III.2. Optimisation de la taille de l'échantillon du modèle :	70
III.3. Risques des stratégies de l'arbitrage statistiques :	70
III.3.1. Risque de liquidité :	70
III.3.2. Risque du marché :	70
III.3.3. Risque du mauvais calcul :	71
Chapitre 4: Application: Construction d'un modèle de Pairs Trading concernant le marché des taux de change	73
I. Etude statistique sur la série l'Eurodollar 'EURUSD' (1000 obs) :	73
I.1. Graphique de l'évolution de la série 'EURUSD' :	74
I.2. Histogramme et statistiques descriptives de la série 'EURUSD' :	74
I.2.1. Test de Normalité : Jarque-Bera	75
I.2.2. Coefficients d'asymétrie (Skewness) et d'aplatissement (Kurtosis) :	75
I.3. Corrélogramme de la série 'EURUSD' :	75
I.4. Stationnarité de la série 'EURUSD' :	76
I.5. Stationnarité des autres séries des cours de taux de change :	82
II. Analyse en composante principales :	82
II.1. Factorisation des données :	82
II.1.1 Matrice de corrélation :	82
II.1.2. Indice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) :	83
II.1.3. Test de sphéricité de Barlett :	83
II.2. Extraction des composantes principales :	84
II.2.1. Critère de Kaiser :	84
II.2.2. Restitution minimale d'information souhaitée :	84
II.2.3. Scree-Test :	84
II.3. Interprétation des résultats :	85
III. Cointégration entre les séries :	88

III.1. Conditions de cointégration : .....	88
III.2. Test de cointégration de Johansen : .....	88
IV. Construction du modèle de régression : .....	89
IV.1. Estimation des paramètres : .....	89
IV.2. Test sur la signification globale du modèle : .....	91
V. Validation du modèle : .....	92
V.1. Analyse des résidus : .....	92
V.1.1. Graphique de l'évolution des résidus : .....	92
V.1.2. Histogramme et statistiques descriptives des résidus : .....	92
V.1.3. Test d'autocorrélation des résidus : .....	93
V.1.4. Test de White d'hétéroscédasticité : .....	94
V.1.5. Récapitulatif : .....	95
V.2. Dynamique des résidus : .....	96
V.2.1. Stationnarité des résidus : .....	96
V.2.2. Retour à la moyenne des résidus: .....	99
V.2.3. Récapitulatifs : .....	100
VI. Back-test du modèle : .....	101
VI.1. Graphique de l'évolution du spread : .....	101
VI.2. Histogramme et statistiques descriptives du spread : .....	101
VI.2.1. Test de Normalité : Jarque-Bera.....	102
VI.2.2. Coefficients d'asymétrie (Skewness) et d'aplatissement (Kurtosis) : .....	102
VI.2.3. Moyenne et Ecart-type : .....	102
VI.3. Dynamique du spread : .....	102
VI.3.1. Stationnarité du spread : .....	102
VI.3.2. Retour à la moyenne du spread: .....	105
VI.4. Récapitulatifs : .....	106
VII. Détection des signaux d'achat et de vente: .....	106
VII.1. Détection des signaux d'achat et de vente : .....	106
VII.2. Evolution du score sur la période du back-test : .....	107
Conclusion générale .....	110
Bibliographie .....	111
Annexes .....	112

## *Liste des abréviations*

ACF: Autocorrelation Function

ACP: Analyse en Composantes Principales

ADF: Augmented Dickey Fuller

A.O.A: Absence d'Opportunité d'Arbitrage

AWB: Attijariwafa Bank

CAC: Compagnie des Agents de Change

CME: Chicago Mercantile Exchange

DF: Dickey Fuller

Eurex: European Exchange

EWMA: Exponentially Weighted Moving Average

Forex: Foreign Exchange

FTSE: Financial Times Stock Exchange

GARCH: Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

IBOR: Interbank Offered Rate

KMO: Kaiser Meyer Olkin

MAD: Moroccan Dirham

NS: Niveau de Signification

NASDAQ: National Association of Securities dealers Automated Quotations

PACF: Partial Autocorrelation Function

PME: Petites et moyennes entreprises

PMI: Petites et Moyennes Institutions

OPEP: Organisation des Pays Exportateurs du Pétrole

SA: Synthetic Actif

S&P: Standard and Poor's

UK: United Kingdom

US: United States

## Liste des tableaux

Tableau 1 : Echelle du critère de KMO.....	62
Tableau 2 : Echelle de la signification de test de sphéricité de Barlett .....	62
Tableau 3 : Test ADF du modèle [3] sur la série 'EURUSD' donné par EViews .....	77
Tableau 4 : Test ADF du modèle [3] sur la série 'DEURUSD' donné par EViews .....	79
Tableau 5 : Test ADF du modèle [2] sur la série 'DEURUSD' donné par EViews .....	80
Tableau 6 : Test du modèle [1] sur la série 'DEURUSD' donné par EViews .....	81
Tableau 7 : Matrice de corrélation entre les actifs : EURUSD, GBPUSD, JPYUSD, CHFUSD, AUDUSD, NZDUSD donnée par SPSS.....	82
Tableau 8 : Indice de KMO et test de sphéricité de Barlett donnés par SPSS .....	83
Tableau 9 : Variance totale expliquée par l'ACP donnée par SPSS .....	84
Tableau 10 : Test d'accumulation de variance de Cattell (Scree test) donné par SPSS.....	85
Tableau 11: Matrice des composantes donnée par SPSS.....	85
Tableau 12 : Qualité de représentation de chaque série sur le 1er plan factoriel donnée par SPSS.....	86
Tableau 13 : Test de cointégration de Johansen donné par EViews.....	88
Tableau 14 : tableau des variables entrées et variables exclues donné par SPSS .....	89
Tableau 15 : Estimation des paramètres du modèle de régression donnée par SPSS .....	89
Tableau 16 : coefficient de détermination et de détermination ajusté donnés par SPSS .....	90
Tableau 17 : Estimation des paramètres du modèle donnée par EViews .....	90
Tableau 18 : Table Analyse de variance (ANOVA) du modèle donnée par SPSS.....	91
Tableau 19 : Test de White d'hétéroscédasticité des résidus donné par EViews .....	95
Tableau 20 : Test ADF du modèle [3] sur les résidus donné par EViews .....	97
Tableau 21: Test ADF du modèle [2] sur les résidus donné par EViews .....	98
Tableau 22 : Test ADF du modèle [1] sur les résidus donné par EViews .....	99
Tableau 23 : Test DF avec MAXLAG = 0 sur les résidus donné par EViews.....	100
Tableau 24 : Test ADF du modèle [3] sur le spread donné par EViews.....	103
Tableau 25 : Test ADF du modèle [2] sur le spread donné par EViews.....	104
Tableau 26 : Test DF avec MAXLAG = 0 sur le spread donné par EViews.....	105
Tableau 27 : Seuils empiriques qui donnent les signaux d'ouverture et de clôture .....	107

## Liste des figures

<i>Figure 1 : Illustration des opportunités d'arbitrage sur l'indice dans le marché des actions londonien.....</i>	<i>44</i>
<i>Figure 2 : Illustration des avantages de la modélisation avec des prix combinés .....</i>	<i>47</i>
<i>Figure 3 : Schéma récapitulatif des étapes du test ADF .....</i>	<i>55</i>
<i>Figure 4 : Graphique de l'évolution de la série 'EURUSD' donné par EViews.....</i>	<i>74</i>
<i>Figure 5 : Histogramme et statistiques descriptives de la série 'EURUSD' donnés par EViews.....</i>	<i>74</i>
<i>Figure 6 : Corrélogramme de la série 'EURUSD' donné par EViews .....</i>	<i>75</i>
<i>Figure 7 : Corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence première donné par EViews.....</i>	<i>76</i>
<i>Figure 8 : Corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence seconde donné par EViews.....</i>	<i>78</i>
<i>Figure 9 : Graphique des composantes de chaque série sur le 1<sup>er</sup> plan factoriel donné par SPSS.....</i>	<i>87</i>
<i>Figure 10 : Graphique de l'évolution des résidus donné par EViews .....</i>	<i>92</i>
<i>Figure 11 : Histogramme et statistiques descriptives des résidus donnés par EViews.....</i>	<i>92</i>
<i>Figure 12 : Corrélogramme des résidus donné par EViews .....</i>	<i>94</i>
<i>Figure 13 : Corrélogramme des résidus en différence première donné par EViews .....</i>	<i>96</i>
<i>Figure 14 : Graphique de l'évolution du spread donné par EViews .....</i>	<i>101</i>
<i>Figure 15 : Histogramme et statistiques descriptives du spread donnés par EViews.....</i>	<i>101</i>
<i>Figure 16 : Corrélogramme du spread en différence première donné par EViews .....</i>	<i>102</i>
<i>Figure 17 : Evolution du score sur la période du back-test.....</i>	<i>107</i>

## *Introduction Générale*

En raison de la concurrence presque pure et parfaite et de la propriété d'efficience des marchés financiers, les opportunités d'arbitrage deviennent de plus en plus rares, lorsqu'elles existent, leur durée de vie est alors très courte, du coup elles disparaissent sur le champ. Dès lors, il fallait trouver de nouvelles approches beaucoup plus développées pour être en mesure d'exploiter toute opportunité de gain possible.

L'arbitrage statistique est apparu pour ce but précis comme outil d'analyse fondamentale des marchés financiers, permettant grâce à la méthode du pairs trading et via la détection des signaux d'achat et de vente, un trading compétitif et très performant, ainsi qu'un investissement de rentabilité certaine et à risque nul.

Avant la crise mondiale de 2008, les modèles statistiques utilisés dans le pairs trading étaient, dans la plupart des places financières et en particulier dans les salles des marchés, statistiquement peu solides. Autrement dit, les relations entre les actifs étaient menées deux à deux et se basaient uniquement sur la corrélation entre les différentes paires. Or, la corrélation toute seule n'est pas suffisante pour juger de la fiabilité des modèles. En fait, il s'est avéré que le niveau de corrélation est volatil et qu'il arrive que cet indicateur tende brusquement vers zéro sur des périodes données, notamment les périodes de crises.

De là, la notion de cointégration a vu le jour comme remède à ce problème. De ce fait, et en plus de la corrélation, les actifs constituant le modèle de pairs trading doivent vérifier la propriété de cointégration. C'est-à-dire qu'il faut construire un panier et non seulement une paire d'actifs, tel que les éléments de ce panier soient cointégrés. De plus, la propriété de cointégration possède l'avantage de pouvoir mettre plus que deux actifs dans le modèle, ceci permet donc de diversifier le portefeuille en le protégeant contre les risques présents sur le marché.

Dans ce sens, et sous la supervision de l'équipe de travail du desk dérivé au sein de la salle des marchés d'Attijariwafa Bank, nous nous pencherons sur la construction d'un modèle de régression basé sur la cointégration, qui aura pour finalité la mise en place d'une stratégie de pairs trading entre deux portefeuilles.

Dans un premier temps, nous présenterons les enjeux et la dynamique des marchés financiers. Nous parcourrons ensuite les entrailles de l'arbitrage statistique et du pairs trading, pour établir après une analyse des données et une étude des propriétés statistiques des cours des actifs, avant de construire un modèle d'arbitrage statistique se basant sur la cointégration

entre les actifs. Nous procéderons par la suite à l'analyse des propriétés statistiques et de la dynamique des résidus, ainsi qu'aux back-tests historiques du modèle pour le valider, suite à quoi nous élaborons un score qui nous permettra de détecter les signaux d'achat et de vente. Finalement, nous implémenterons une stratégie de pairs trading à haute fréquence (cotations chaque 5 minutes) sur la période du back-test. Enfin, notons qu'il faudra régulièrement penser à optimiser le modèle construit, et surtout à le calibrer, vu que les cours des actifs demeurent très volatils sur le marché, et que leurs corrélations changent rapidement.

## Chapitre 1

### Présentation de la salle des marchés et des marchés financiers



## **I. Présentation de la salle des marchés :**

Situé au 1<sup>er</sup> rang des banques du Maghreb et à la 8<sup>ème</sup> place à l'échelle africaine, le Groupe Attijariwafa bank compte aujourd'hui parmi les acteurs clés du développement économique marocain. Dotée d'une assise financière solide, d'un capital de savoir-faire diversifié et d'outils d'expertise modernes, Attijariwafa bank a su relever le défi majeur qu'elle s'était fixé : construire un modèle de référence et disposer d'une taille lui permettant de se déployer dans tous les métiers bancaires et financiers dans les meilleures conditions d'efficacité et de rentabilité, tant sur le marché intérieur en recherchant de nouvelles voies de croissance, qu'en dehors des frontières à travers un plan de développement régional ambitieux. Une position stratégique qui l'engage constamment à se dépasser, en respectant des règles strictes particulièrement en matière de gestion des ressources humaines, de management des risques et de conformité. Attijariwafa bank joue un rôle de premier plan dans les opérations stratégiques et de marché, s'imposant par son expérience et son expertise comme un interlocuteur privilégié des entreprises. Les synergies développées entre les différentes entités spécialisées (Capital Markets, Attijari Finances Corporation, Attijari Intermédiation, Wafa Gestion, Capital Investissement et Custody) lui permettent d'offrir à ses clients institutionnels et corporate un service intégré, aux meilleures normes internationales et à la pointe de l'innovation, de tirer parti de conditions de marché favorables et de consolider ses parts de marché sur l'ensemble des segments concernés.

Une gamme de produits de financement et d'investissement est ainsi offerte à la clientèle : crédits spots, financements en devises, placements dans des opérations de pensions, acquisition sur le marché primaire et secondaire et commercialisation de Bons du Trésor et de titres de créances avec une gestion du portefeuille obligataire de la banque. Le Marché des Capitaux propose également des produits de change et de couverture du risque de change.

La salle des marchés de Attijariwafa Bank est composé de :

### **I.1.Front office :**

Le Front office constitue la face visible de l'iceberg, en effet c'est l'entité qui est en relation directe avec les clients ou les salles de marchés des autres banques. Elle regroupe un ensemble de personnes (le vendeur ou sales man, le trader, l'ingénieur financier....) qui centralisent et traitent tous les besoins de la banque et de ses clients en terme de couverture et de financement. Le front office d'Attijariwafa bank se compose de trois desks à savoir : Desk dérivés, desk change, desk taux, desk structuration et desk actions.

### **I.1.1. Desk dérivés :**

Sous la responsabilité de Monsieur Naoufal BENSALAH, ce desk opère dans les marchés des matières premières et de change. Les traders ont pour mission la gestion du risque occasionnés par les transactions sur les produits de ces marchés en mettant en œuvre de différentes stratégies de couverture. Par l'intermédiaire des swaps de taux ou des options ils assurent leurs positions et profitent des opportunités d'arbitrages pour faire des profits.

### **I.1.2. Desk change :**

Ce Desk comprend principalement deux services de négociation avec les clients et un desk trading : -Service de négociation avec les PME/PMI : qui négocie et effectue des opérations de change avec les Petites et Moyennes Entreprises et Petites et Moyennes Industries. -Service de négociation avec les grandes entreprises : qui négocie les opérations de change avec les Corporates. -Desk trading : qui gère les risques en traitant en devises avec les établissements de crédit : Bank Al-Maghrib, les banques nationales et internationales, s'occupe de la fixation des marges et de la cotation du MAD.

### **I.1.3. Desk taux :**

Sous la responsabilité de Monsieur Badr ALIOUA, ce desk se compose quant à lui des trois parties distinctes : desk taux trésorerie, desk taux, traditeur et desk Sales. -Desk taux trésorerie : on peut distinguer le desk trésorerie dirham et celui des devises. Ils ont pour missions d'optimiser la trésorerie de la banque en MAD et en devises tout en veillant à l'équilibre des comptes. -Desk taux traditeur et Desk taux sales : ils assurent la liquidité de la banque et gèrent le portefeuille de la banque.

### **I.1.4. Desk structuration :**

Ce Desk a pour mission de répondre aux exigences des clients ; en effet, il leur offre des produits personnalisés « taillés sur mesure » : répondant à leur besoins de financement et respectant leur aversion aux risques.

### **I.1.5. Desk actions :**

Il a été récemment introduit au Front office, il a pour mission majeure de fructifier le compte propre de la banque en actions. Le rôle des traders au sein du Front Office s'avère être primordial, puisqu'ils sont amenés en tout moment à assurer une rentabilité en faveur de la banque en profitant des situations favorables des cours ils achètent ainsi avec le cours le plus bas possible et vendent avec le cours le plus haut possible. Cette opération se matérialise par la saisie des tickets automatiques sur le système «OPICS ».Les tickets sont imprimés et remis

par la suite au middle office pour le contrôle et au Back office pour la validation. Les négociations dans la salle de marchés reposent sur un système de dealer téléphonique dans lequel les conversations sont enregistrées sur « ETRALI » (suivant la réglementation de Banks Al-Maghrib) pour s'y référer en cas de malentendu entre les clients et la banque. Les opérations conclues en Front Office engagent la banque de manière irrévocable vis-à-vis des contreparties. Pour prendre au mieux les décisions en respectant les limites de marché et de contreparties qui leur sont fixées, les opérateurs doivent s'appuyer sur des systèmes leur permettant de s'informer sur l'activité de marché et de mesurer et d'analyser leurs positions et leur résultat, la salle de marchés a été pour cet effet équipée d'écrans projetant les cotations et les dernières nouvelles économiques à travers la chaîne Bloomberg et de postes disposant de licences Reuters.

### *I.2. Middle Office :*

La cellule du Middle office sert d'interface entre le Front et le Back office. Ses missions portent sur le contrôle et le suivi de l'activité et sur la gestion des risques de marchés et de contreparties. En effet, cette cellule s'occupe de la vérification des ordres saisis par les traders dans les systèmes interfaces Front Office / Back Office avant relâche vers le Back Office, de l'établissement des positions pour le calcul des résultats du desk en vue de produire les reportings d'activité au chef de salle et du contrôle des tickets de deals ; dans le cas où une erreur est détectée, la nature de l'anomalie est communiquée au contrôle interne ainsi qu'au trader ou au sales afin qu'ils la corrigent.

### *I.3. Back Office :*

Le back office est en charge du traitement administratif des opérations. Cette entité assure principalement la confirmation des opérations aux contreparties, la validation des tickets et leur comptabilisation ; c'est-à-dire qu'elle donne l'autorisation pour que les opérations négociées par les traders du Front Office soient dénouées. Le Back Office est organisé de la manière suivante : -Responsable de la validation des tickets qui procède à un deuxième contrôle après le premier fait par le Middle Office. Cette validation se fait sur le système OPICS. -Responsable du paramétrage des nouveaux clients et à l'édition d'un échéancier quotidien qui va être adressé par la suite au service traitement pour que ce dernier puisse contacter les clients pour recevoir leurs ordres d'exécution pour les opérations qui seront dénouées d'ici une semaine. -Responsable de comptabilisation des engagements hors bilan. -Responsable communication des flux de trésorerie au Middle Office et au Front Office et de rapprochement des comptes de la banque déposés dans les différentes banques à l'étranger.

## **II. Marché financier :**

### **II.1. Définition :**

Les marchés financiers sont un lieu géographique ou non où différents types d'acteurs s'échangent des capitaux au comptant ou à terme. Ce sont également les marchés où sont effectuées les transactions sur des actifs financiers et, de plus en plus, leurs produits dérivés. Il comprend un marché primaire, celui des émissions et un marché secondaire, celui de la revente, appelé plus communément la Bourse. A côté des marchés réglementés, on trouve les marchés de gré à gré qui constituent une alternative importante en termes de volumes de transactions. Les échanges sont conclus par téléphone ou par l'intermédiaire de réseaux informatiques entre deux institutions financières ou entre une institution et l'un de ses clients.

### **II.2. Principaux marchés :**

Les principaux marchés financiers sont, par ordre décroissant de volume :

- Les marchés de la dette, ou marchés de crédit, où s'échangent des titres de créances, qui sont des marchés de taux d'intérêt.
- le marché des changes, ou Forex, où s'échangent les devises les unes contre les autres.
- les marchés d'actions ou les titres sont représentatifs des capitaux propres des sociétés émettrices.
- les marchés organisés de produits de base, ceux-ci sont de moins en moins monétisés et leurs marchés sont en fait minuscules en regard de la taille désormais atteinte par les autres marchés.

### **II.3. Types de transactions et d'acteurs :**

Les marchés financiers sont à la fois des marchés de gros et de détail, dont les participants sont des institutions financières (banques centrales, banques d'investissement, sociétés de gestion d'actifs, investisseurs institutionnels, assureurs, hedge funds ), des sociétés (comme émetteurs, sur le marché primaire, ou comme investisseurs), et enfin les particuliers.

Le plus gros volume des échanges a maintenant lieu via des produits dérivés (forwards, futures, options, swaps, etc.) qui sont en forte croissance depuis le début des années 1980.

Les transactions ont lieu :

- Soit sur des marchés organisés : marchés à terme et bourses, où les transactions sont effectuées sur des actifs standardisés et où la bourse ou le marché à terme s'interpose, comme contrepartie universelle, entre les acheteurs et les vendeurs.

- Soit gré à gré, entre participants ou entre un participant et une contrepartie centrale. Les échanges sont conclus par téléphone ou par l'intermédiaire de réseaux informatiques entre deux institutions financières ou entre une institution et l'un de ses clients.

Le Forex est le plus interbancaire des trois grands marchés financiers et l'essentiel des transactions y a lieu de gré à gré. C'est le premier marché à avoir développé le trading électronique.

#### II.4. Dématérialisation :

Les marchés financiers sont désormais quasi-entièrement dématérialisés et électroniques. Ils prennent alors la forme de réseaux informatiques entre institutions financières. Les Bourses sont maintenant des bâtiments vides tandis que les sociétés qui gèrent les marchés organisés, se considèrent dorénavant avant tout comme des prestataires de services informatiques. La dématérialisation est la disparition du titre papier représentant physiquement une action de la société, au profit d'une inscription dans un compte bancaire appelé compte-titres.

Cette dématérialisation du support (le titre papier) s'est également et presque concomitamment accompagnée d'une dématérialisation de l'ordre d'intervention (ordre de bourse) avec l'apparition d'internet et sa banalisation.

Ainsi, aujourd'hui, il est non seulement possible mais également fort simple pour un particulier, d'avoir à son domicile l'équivalent d'une salle de marché permettant d'intervenir en direct sur le marché des devises à Paris, sur le marché des actions à New York ou sur le marché des matières premières à Chicago.

#### II.5. Volumes :

##### II.5.1. Taux d'intérêt :

L'étude triennale de la Banque des règlements internationaux a montré qu'en 2004, les volumes quotidiens de produits dérivés de taux d'intérêt, et uniquement eux, étaient de l'ordre de 5.500 milliards de dollars US. Compte-tenu des différentes statistiques éparses dont on dispose par ailleurs, un volume global quotidien de l'ordre de 8.000 milliards de dollars semble réaliste.

### II.5.2. Forex :

Les volumes quotidiens totaux du marché des changes étaient en 2004 de plus de 1.900 milliard de dollars dont 600 milliards au comptant et 1.300 milliard en produits dérivés. En 2007, ils atteignent 3210 milliards de dollars soit une augmentation de près de 65% par rapport à 2004. Cette augmentation est principalement due aux phénomènes de fusion-acquisition et aux mouvements spéculatifs. Le dollar est impliqué dans 86% des opérations (sur un total de 200%), l'euro dans 37%, le yen et la livre dans, respectivement, 16,5% et 15%<sup>1</sup>. Nous pouvons nous attendre à un changement des proportions des devises au regard du cours du dollar par rapport à l'euro; de plus les pays asiatiques et les pays du Golfe tendent à diminuer leurs réserves en dollars au bénéfice de l'euro.

### II.5.3. Actions et indices boursiers :

Les volumes quotidiens des marchés d'actions, d'indices boursiers et de leurs dérivés représentent largement moins de 500 milliards de dollars. Même si ceux-ci ont une volatilité naturelle légèrement supérieure à celle des autres marchés financiers, cela en fait tout de même un nain par rapport à eux.

Mais comme ce sont les seuls qui soient en fait ouverts aux particuliers, et qui donc aient réussi à capturer l'imagination du public, leur part dans le traitement de l'information par les médias est complètement disproportionnée par rapport à leur importance économique réelle.

### II.6. Les raisons de la croissance des marchés financiers :

Depuis les années 1930, le système financier était essentiellement bancaire. Le financement de l'économie s'effectuait quasi-uniquement via le bilan des banques. De plus, celles-ci contrôlaient souvent une partie du capital des grandes entreprises, particulièrement au Japon et en Allemagne. Les marchés financiers avaient du coup une importance très faible. Aux États-Unis, les banques de dépôt avaient même l'interdiction d'y participer depuis le *Glass-Steagall Act* de 1933, adopté en réaction au krach d'octobre 1929.

C'est dans les années 1970 que deux nécessités et trois événements ont contribué de manière décisive à la forte croissance des marchés financiers et au basculement vers le système actuel.

Il s'agit :

- De l'adoption du système des changes flottants en mars 1973, qui a donné naissance à un véritable marché des changes.

- Du gonflement de la dette publique des pays industrialisés, et en particulier des États-Unis, et la fin des politiques d'encadrement du crédit, qui ont donné naissance au marché des taux d'intérêt.

Ainsi que :

- Du choix par les États-Unis de la retraite par capitalisation : l'*ERISA* (Employment Retirement Income Security Act) est adopté en 1974 ; cela crée donc une demande structurelle croissante de la part des fonds de pension en titres de placement à long terme, c'est-à-dire en obligations longues (10-30 ans) et en actions.
- De la suppression des commissions fixes sur les valeurs mobilières aux États-Unis le 1<sup>er</sup> mai (Mayday, en anglais) 1975, qui rend possible la liquidité des marchés d'actions et, surtout, d'obligations.
- Et enfin des très forts mouvements de taux d'intérêt à court terme décidés en octobre 1979 par la banque centrale américaine pour éradiquer l'inflation, qui vont créer pendant plusieurs années des mouvements désordonnés des taux d'intérêt réels et entraîner une activité considérable sur les marchés.

### II.7. Principes généraux de fonctionnement :

Le mécanisme sur lequel reposent les marchés est celui de la mutualisation de fait des risques : plus un marché est liquide et plus il y a d'intervenants divers, avec des vues différentes, pour essayer d'en profiter à court terme ou sur de petits écarts, et donc mieux sont absorbés les chocs importants.

Arbitrage et spéculation permettent tendanciellement de réduire le risque global et, en augmentant la volatilité à très court terme, permettent en fait :

- De réduire la volatilité à moyen terme.
- De donner un caractère continu et oscillatoire aux marchés, plutôt que des grandes ruptures univoques.

La permanence de la liquidité sur les marchés génériques les plus importants permet l'émergence, quasiment en permanence, de nombreux nouveaux instruments peu liquides mais spécifiques à certains besoins.

Ce type de fonctionnement s'interrompt pour de brèves périodes d'ajustement, certes généralement écartées de plusieurs années mais néanmoins dangereuses, marquées par une instabilité intense, la non-applicabilité des modèles mathématiques habituels et, dans les cas les plus graves, l'apparition d'un risque systémique causé de manière endogène.

Ces crises sont amenées par la nature partiellement autoréférentielle des processus de formation des prix et obéissent dans leur développement à des lois mathématiques bien différentes de celles utilisées dans la plupart des modèles de mathématiques financières, qui sont généralement basés sur la loi normale et sont bien adaptés à des périodes de calme relatif ou d'agitation moyenne, mais pas à de tels emballements.

Deux crises à développement endogène ont été particulièrement importantes depuis 1973 :

- Le krach d'octobre 1987, qui fut un krach à la fois des marchés de taux et des marchés d'actions.
- la quasi-faillite du hedge fund Long Term Capital Management en septembre 1998.

Toutes les deux ont causé des tensions extrêmes dans les relations entre les différents instruments financiers, susceptibles d'amener rapidement un éclatement du système financier international, et ont été résolues par une intervention vigoureuse de la banque centrale américaine, la Réserve fédérale des États-Unis.

D'autres crises graves ont été provoquées par des événements extérieurs, à commencer par les attentats du 11 septembre 2001, où le système des paiements interbancaires américains a été en partie détruit physiquement.

### **III. Présentation des marchés des quatre classes d'actifs :**

#### **III.1. Marché des taux :**

##### **III.1.1. Définition :**

Les marchés de taux d'intérêt sont les marchés de capitaux les plus importants du monde, loin devant le marché des changes et très loin devant celui des actions, non seulement par les volumes traités mais aussi par leur importance économique. Il est habituel de les séparer en marché monétaire pour le court terme et marché obligataire pour le moyen et long terme.

Le marché des taux d'intérêt a été créé dans la première moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, ce qui en fait le plus ancien des marchés financiers. Le taux d'intérêt d'un prêt ou d'un emprunt est le pourcentage, calculé selon des conventions prédéfinies, qui mesure de façon synthétique, sur une période donnée, la rentabilité pour le prêteur ou le coût pour l'emprunteur de l'échéancier de flux financiers du prêt ou de l'emprunt.



Un emprunt, qui par définition est le prêt de quelqu'un d'autre, est un contrat entre deux entités, dont les dates et les montants des sommes échangées constituent l'élément essentiel.

La notion de taux d'intérêt s'applique :

- A priori à toutes les opérations où l'une des parties contractantes s'endette, y compris des instruments financiers qu'on décrit généralement par convention comme des produits d'épargne (compte d'épargne, obligation, etc.).
- A posteriori ou par comparaison à tous les instruments financiers et investissements, pour en mesurer la rentabilité relative ou absolue.

Elle occupe donc une place centrale dans le fonctionnement des économies modernes. Pour les néoclassiques, le taux d'intérêt est la rémunération de l'abstinence : celui qui prête renonce à une consommation immédiate pour épargner. Le taux d'intérêt devient le prix du temps, la récompense de l'attente.

Pour Keynes, le taux d'intérêt est la récompense de la renonciation à la liquidité. « Il mesure la répugnance des détenteurs de monnaie à aliéner leur droit d'en disposer à tout moment ». Il conduit les agents à arbitrer entre actifs liquides (généralement préférés) ou placés (contre rémunération).

### III.1.2. Importance des conventions utilisées :

Suivant les conventions utilisées, on aura pour un même emprunt des taux d'intérêt sensiblement différents. Ainsi, en prenant les flux les plus simples possibles, à savoir 100 remboursé 102.50 un trimestre de 92 jours plus tard, ce qui intuitivement semble correspondre à environ 10 % en taux annuel, on aura en fait sur la période, en prenant les principaux usages européens :

- 9,66 % en taux au jour-le-jour du marché monétaire.
- 9,78 % en taux in fine du marché monétaire.
- 10,29 % en taux actuariel.

Même si, grâce à la mondialisation des marchés financiers et, récemment, grâce à la création de l'euro, il y a eu un mouvement réel de standardisation des usages locaux, le nombre de méthodes et de conventions de calcul des taux d'intérêt reste important. En France, pour les produits destinés aux particuliers, lesquels seraient perdus dans ce maquis, le législateur impose ainsi généralement l'affichage du taux actuariel.

### **III.1.3. Principaux types de taux :**

Un taux d'intérêt peut être :

- Fixe sur toute la durée du prêt.
- Variable. Dans ce cas il est généralement indexé :
  - Soit sur l'inflation, ce qui signifie qu'il augmente quand le taux d'inflation augmente et inversement.
  - Soit sur un taux de référence du marché monétaire, par exemple l'Euribor, ou bien du marché obligataire.
- Révisable (semi-variable) : l'indexation joue alors de façon limitée et par tranches de durée, par exemple par périodes annuelles.
  - Actuariel: c'est le rendement réel de l'obligation en fonction de son prix d'achat et de la durée de vie de l'emprunt.
  - Facial: c'est un taux d'intérêt défini à l'émission et servant à calculer le montant du coupon en pourcentage du nominal.

### **III.1.4. Paramètres de formation des taux et organisation des marchés de taux d'intérêt :**

Un prêt, rappelons-le, est un contrat, qui naît donc de la volonté commune des contractants. Il peut donc s'effectuer en théorie à n'importe quel taux, même fort éloigné des taux pratiqués sur les marchés financiers, notamment entre particuliers, pourvu que les parties contractantes soient d'accord et que la législation en vigueur soit respectée, dont en France celle qui définit l'usure.

#### **1) Principaux paramètres :**

Pour les montants importants, il existe des marchés où interviennent les banques, gestionnaires de fonds et autres institutions financières. Les taux y diffèrent selon divers critères propres aux prêteurs et à l'emprunteur, les trois principaux paramètres étant :

- La nature de l'instrument utilisé (obligation, swap, prêt bancaire, etc.).
- La durée (voir courbe de taux et prime de liquidité).
- Le risque de crédit.

Les courbes de taux dépendent, elles :

- Des anticipations des intervenants en matière de conjoncture économique et de politique monétaire.
- De l'offre et de la demande de capitaux.

## 2) Marchés directeurs :

Aux États-Unis et dans la zone euro, ainsi que, dans une moindre mesure, au Japon et en Grande Bretagne, il existe en permanence deux marchés de référence des taux d'intérêt de 0 à 30, voire 50 ans, d'une très grande liquidité :

- Celui des principaux emprunts d'État.
- Celui des swaps contre IBOR.

Pour les taux d'intérêts des autres devises, cela est un peu moins vrai. Le marché des emprunts d'État fournit la courbe des taux d'intérêt sans risque ; celui des swaps, celle des taux d'intérêt interbancaires. Pour les taux à court terme, le marché directeur est celui des swaps, via les futures sur IBOR ; pour ceux à moyen et long terme, c'est le marché des emprunts d'État.

Les taux des emprunts d'État se forment suivant l'offre et la demande instantanées concentrées sur les futures sur emprunts d'État, comme les contrats sur Bunds d'Eurex, qui donnent rythme et direction aux autres instruments.

## 3) Formation des prix :

La valorisation d'un instrument de taux comportant un risque de crédit (prêt, obligation, etc) s'effectue en :

- Actualisant l'échéancier des flux financiers de l'instrument avec les coefficients d'actualisation applicables aux emprunts d'État.
- En lui ajoutant une prime de liquidité, c'est-à-dire une estimation du coût de négociation de l'instrument.
- Et enfin en ajoutant une estimation de l'espérance mathématique du risque de défaut de l'emprunteur pendant la durée du prêt. Pour l'évaluer, on procède par comparaison avec la dette ou, de plus en plus, les credit default swaps des émetteurs de même notation.

L'écart de taux actuariel dont il faut décaler la courbe des taux zéro-coupon des emprunts d'État pour aboutir au prix, constaté sur le marché, d'un instrument est appelé communément spread de taux de l'instrument et sert à comparer les valeurs relatives des différents instruments de taux. Avant la généralisation de l'usage d'ordinateurs à forte puissance de calcul, on utilisait simplement l'écart entre le taux actuariel de l'instrument et celui d'un emprunt d'État de durée voisine, mais cette méthode est assez imprécise et tend progressivement à disparaître.

#### **4) Processus de diffusion :**

D'une façon générale, et pour tous les marchés de taux dans le monde, il convient de retenir que les taux :

- Se forment en premier lieu sur les instruments les plus liquides, donc généralement des futurs quand ils existent.
- Se diffusent aux autres instruments par deux processus voisins :
  - La substitution (en anglais : switching) c'est-à-dire la vente par les gestionnaires de fonds d'un actif qu'ils ont en stock et l'achat d'un autre qu'ils jugent moins cher en valeur relative.
  - l'arbitrage, dont le principe est voisin, mais qui est réalisé, sans stock, et pour compte propre.

Par ailleurs, l'arbitrage repose, pour les obligations, sur la possibilité de les emprunter, généralement en repo. Seul un marché où le prêt/emprunt de titres est lui-même liquide sera efficient. Or près de 90 % des repos ont lieu soit en dollar, soit en euro...

### **III.2. Marché de change :**

#### **III.2.1.Définition :**

Le change est l'acte par lequel on échange les monnaies de différentes nations. Les monnaies prennent les mêmes formes que la monnaie à l'intérieur d'un pays. La majeure partie des actifs monétaires échangés sur les marchés des changes sont des dépôts à vue dans des banques. Le taux de change est le prix de la monnaie d'un pays en termes de la monnaie d'un autre.

Il y a deux types de taux de change, selon la date de l'échange réel des monnaies : le taux de change au comptant est le prix pour une transaction "immédiate" (un jour ou deux au maximum pour les grosses transactions) ; le taux de change à terme est le prix pour une transaction qui interviendra à un certain moment dans l'avenir, dans 30, 90 ou 180 jours. Les transactions au comptant ne représentent que 40 % des transactions. Le marché des changes est donc nettement un marché à terme.

Un taux de change peut être exprimé de deux façons : la cotation au "certain" consiste à donner le nombre d'unités monétaires étrangères équivalent à une unité de monnaie locale ; la cotation, "à l'incertain" indique le nombre d'unités monétaires locales correspondant à une unité de monnaie étrangère. Par exemple, au 20 janvier 1999, l'euro cotait à Paris 1,1571 dollar (cotation au certain), ou encore le dollar contre euro s'échangeait à 0,86472 (cotation à l'incertain). Lorsque l'euro s'apprécie contre les autres devises, son cours coté au certain

s'élève ; en revanche, son cours coté à l'incertain diminue. Les présentations ultérieures de tableaux et graphiques sur le change privilégieront la cotation à l'incertain.

### **III.2.2. Principales caractéristiques :**

#### **1) Un marché-réseau dominé par quelques places financières :**

A la différence des marchés boursiers, qui ont une localisation géographique précise, le marché des changes ne connaît pas de frontières : il y a un seul marché des changes dans le monde. Les transactions sur devises se font aussi bien et en même temps à Paris, Tokyo, Londres ou New York. De par son caractère planétaire, le marché des changes est donc une organisation économique sans véritable réglementation ; elle est auto-organisée par les instances publiques et privées qui y interviennent.

Le marché des changes est géographiquement très concentré sur les places financières de quelques pays. En 1998, le Royaume-Uni représente 32 % des opérations, les Etats-Unis 18 %, le Japon 8 %, l'Allemagne 5 % et la France 4 %.

#### **2) Un marché risqué dominé par les opérations à terme :**

Les opérations sur les marchés des changes sont concentrées sur un petit nombre de monnaies, et très majoritairement sur le dollar. En 1998, le dollar américain intervient en moyenne dans 87 % des transactions identifiées, soit du côté de l'offre, soit du côté de la demande. Les monnaies de la zone euro apparaissent dans 52 % des transactions (30 % pour le mark et 5 % pour le franc français) ; le yen japonais et la livre britannique sont plus en retrait : ils interviennent respectivement dans 21 % et dans 11 % des transactions.

#### **3) Un marché dominé par les banques :**

Trois groupes d'agents opèrent sur le marché des changes : le premier groupe est constitué par les entreprises, les gestionnaires de fonds et les particuliers ; le deuxième réunit les autorités monétaires (banques centrales) ; le troisième groupe rassemble les banques et les courtiers qui assurent le fonctionnement quotidien du marché. Les agents du premier groupe n'agissent pas directement mais transmettent aux banques des ordres dits "de clientèle" pour l'achat ou la vente de devises. C'est le marché de détail (transactions entre les banques et leurs clients). Les autorités monétaires interviennent sur le marché pour réguler les cours (achat-vente de devises) et éventuellement réglementer les opérations de change (contrôle des changes). Les cambistes des banques et les courtiers sont les seuls intervenants privés à opérer directement sur le marché. Pour cette raison, le marché des changes est d'abord un marché interbancaire de gros. En 1998, près de 90 % des opérations cambiales sont réalisées entre les banques et les autres intermédiaires financiers.

### **III.2.3. Le fonctionnement du marché de change :**

#### **1) Un marché mondial :**

Contrairement à ce qui prévaut sur d'autres supports les transactions sur les devises ne sont pas centralisées en un lieu géographique précis. Le marché de change est un marché mondial, où offreurs et demandeurs de devises ne se rencontrent pas physiquement. Les transactions se déroulent entre les tables de change (dans les salles de marchés) des banques, par le biais d'instruments de communication (téléphone) et de réseaux d'informations tels que Reuters ou Bloomberg. Le courtage électronique, développé au cours de la dernière décennie, permet également de réaliser les échanges sans contact téléphonique.

#### **2) Un marché continu :**

Le marché de change fonctionne tous les jours ouvrables sur chacune des grandes places financières mondiales, Londres, Paris ou Zurich, Tokyo, New York, etc. Compte tenu des horaires d'ouverture sur chacune d'elles et du décalage horaire, le marché de change fonctionne finalement en continu. Lorsque le marché européen ferme, il ouvre aux états unis avant que les places financières d'Extrême Orient ne prennent le relais. Ainsi à tout moment, il est possible pour un opérateur d'acheter et de vendre des devises.

#### **3) Les intervenants sur le marché de change :**

Les principaux acteurs intervenant sur les marchés de change sont les grandes banques, qui agissent pour leur compte propre ou pour le compte de leurs clients. Les spécialistes de ces banques sont les cambistes, qui regroupent les traders traitant avec les autres banques et les « sales » traitant avec les entreprises clientes.

Les banques centrales interviennent occasionnellement afin d'influencer la valeur de leur monnaie, en achetant ou en vendant des devises ou en règlementant les opérations de change. Leurs interventions restent néanmoins limitées par rapport à l'ampleur du marché des changes.

### **III.3. Marché d'actions :**

#### **III.3.1. La bourse :**

La bourse est un marché où on vend et achète les actions des sociétés qui en font partie. Dans ce lieu de rencontre virtuel entre des acheteurs et des vendeurs. Chacun des acteurs fait une offre à un prix qu'ils déterminent librement. Le cours (ou prix de l'action) s'établit de manière à ce que le maximum des offres soit satisfaites. Tout cela se fait suivant des règles bien définies.

### III.3.2. Actions et indices boursiers :

Une action est un titre de propriété portant sur une partie de la société qui l'a émise, elle donne des droits à son propriétaire et permet de percevoir une part des bénéfices (dividendes), si les actionnaires décident leur distribution.

Il y a deux catégories d'acheteurs et de vendeurs dans le marché des actions :

- Les investisseurs: ils peuvent être des sociétés, des organismes ou tout simplement des personnes physiques qui achètent les actions des sociétés dont les perspectives de développement leurs paraissent excellentes, de manière à les revendre plus chères quelques années plus tard. Ils investissent donc à moyen et long terme.
- Les spéculateurs (petits porteurs): Ils achètent des titres qui leur semblent temporairement sous évalués afin de réaliser un gain rapide en quelques jours ou quelques semaines.

Un indice boursier est une mesure statistique calculée par le regroupement des valeurs des titres de plusieurs sociétés. L'indice boursier sert généralement à mesurer la performance d'une bourse ou d'un marché. La performance d'une bourse est habituellement mesurée par plusieurs indices :

- Un indice principal qui mesure la performance globale de la bourse ; cet indice est calculé à partir de la majorité de compagnies inscrites à cette bourse ou à tout le moins la majorité des grandes compagnies inscrites à la bourse.
- Des indices sectoriels qui mesurent la performance d'un sous-ensemble de compagnies ayant des caractéristiques communes ; ces indices sont calculés à partir des compagnies incluses dans le sous-ensemble visé (par exemple, les compagnies d'un secteur d'activité comme les télécommunications ou les compagnies de taille semblable comme les petites compagnies).

Quand nous disons qu'une bourse est en hausse ou en baisse, nous nous référons généralement à son indice principal, par exemple le CAC 40 pour la bourse de Paris.

Certains indices reflètent l'activité économique d'une région et comprennent des sociétés cotées sur différentes bourses. Ces indices sont en général publiés par des sociétés indépendantes. Par exemple, le Dow Jones et le S&P 500 contiennent des sociétés cotées sur les trois bourses de New York, la bourse NASDAQ, le New York Stock Exchange et l'American Stock Exchange.

### III.3.3. fonctionnement des marchés :

Les actions étaient jusqu'ici cotées sur différents marchés de négociation, selon la taille de l'entreprise et le nombre d'actions émises :

- Le premier marché où s'échangeaient les actions des grandes entreprises. C'était le marché des grandes valeurs de la cote (exemple : Air Liquide, Total, Société Générale...).

- Le second marché dédié aux actions des entreprises de taille moyenne ; sur ce marché étaient introduites les actions de sociétés cotées en Bourse pour la première fois.

- Le nouveau marché rassemblait les actions de petites sociétés dont le secteur était en forte croissance et qui avaient besoin de recourir à des capitaux extérieurs pour assurer leur développement.

### III.3.4. Evolution des marchés boursiers :

Les actions pouvaient faire l'objet de placements privés mais ils ne pouvaient faire l'objet de transactions sur le marché si ce n'est sur un marché boursier. Les marchés d'actions étaient localisés dans des Bourses, les transactions devant obligatoirement être passées en bourse, de façon à ce que la cotation reflète l'intégralité des transactions.

Les bourses permettaient le financement des entreprises en fonds propres, par apport de capitaux à la constitution de la société et ensuite par augmentations de capital. L'introduction en bourse puis les augmentations de capital étaient la concrétisation des appels publics à l'épargne. La bourse mettant en contact l'offre et la demande de capital permettait aussi la fixation du prix qui était le cours coté.

La bourse avait une fonction de placement de l'épargne. Les investisseurs ayant une capacité d'épargne positive pouvaient devenir actionnaires des sociétés privées ou acheter des titres de créances émis par des sociétés ou des collectivités publiques. Ils pouvaient investir soit à l'occasion d'augmentation de capital ou d'introduction en bourse sur le marché primaire ou investir sur le marché secondaire sur lequel sont négociés les titres déjà émis.

La déréglementation a profondément transformé les marchés boursiers avec une évolution qui a dû prendre en compte les technologies électroniques des transactions et dans certains pays comme la France la dématérialisation des actions.

Les Bourses comme lieu physique des transactions sur titres papier, avec les coupons et le travail matériel de back office, ont disparu au profit de marchés électroniques. La suppression du monopole des agents de change et la multiplication des marchés s'est accompagnée de la transformation de l'organisation des bourses qui sont devenues des entreprises de marché. Ces entreprises de marché, dans un climat concurrentiel, cherchent à attirer les émetteurs en favorisant la souplesse des règles. Des autorités régulatrices ont pour



rôle de veiller au bon fonctionnement des marchés. Des procédures contraignantes sont fixées par la loi pour la protection des épargnants.

Les marchés d'actions portent sur des titres représentatifs de capitaux propres pour l'émetteur. Ils portent aussi sur toutes les formes de titres donnant vocation au capital. Ils portent enfin sur des formes synthétiques de capital aussi qualifié de capital synthétique.

Les opérateurs de marché développent par ailleurs des marchés de produits dérivés (swaps, futures, forward, etc;) .

Les entreprises utilisent moins la bourse pour leurs besoins de financement, et plus pour le financement d'opérations boursières sous forme d'acquisitions de sociétés, et comme moyen de rendre liquides les investissements dans des sociétés. La cotation est par ailleurs un moyen de développer l'image de la société et comme indicateur économique. Les investisseurs financent par ailleurs de plus en plus les investissements en actions par endettement.

### III.4. Marché des matières premières :

#### III.4.1. Les acteurs sur les marchés physiques des matières premières :

##### 1) Producteurs :

Agriculteurs, compagnies minières ou sociétés pétrolières, les producteurs mettent sur le marché des matières brutes, ou sur lesquelles ils ont opéré de premiers traitements.

Ce sont eux qui sont à l'origine de l'offre, outre les contraintes spécifiques aux différentes productions, les prix sur les marchés ont une influence sur l'offre à venir : un producteur de nickel sera davantage tenté d'investir dans ses capacités de production si les prix sont élevés et tendanciellement à la hausse que dans le cas inverse.

##### 2) Intermédiaires :

Les matières premières échangées sur les marchés internationaux passent dans les mains d'un certain nombre d'intermédiaires entre le producteur et le consommateur. Une fois la matière brute produite et extraite, elle peut faire l'objet de différentes phases de traitement avant de parvenir au consommateur final.

##### • Négociants :

Le métier de négociant a pris de l'importance avec la mondialisation des échanges et la marginalisation des Bourses de commerce comme lieux d'échange physique de matières premières.

Les producteurs et les utilisateurs de produits de base peuvent difficilement traiter directement entre eux sur les marchés internationaux. Ils font donc généralement appel à ces négociants, intermédiaires chargés de confronter, dans l'espace et dans le temps, les flux d'offres et de demandes de leurs clients. Le négociant peut prendre en charge la gestion de la logistique et des risques liés à la transaction (exécution du contrat, fluctuation des prix, des devises et du coût du fret, perte de marchandises...). Il achète et vend en fonction des prix cotés sur le marché international auxquels il ajoute ses frais et ses marges.

Une grande partie du métier consiste à se couvrir efficacement contre les risques que le négociant assume pour ses clients, grâce notamment à des contrats financiers, des assurances sur le transport, etc.

- **Coopératives agricoles :**

Contrairement aux entreprises de négoce, les coopératives agricoles ne sont pas des sociétés privées de type commercial, mais des organismes appartenant à un groupe plus ou moins important d'agriculteurs. Ceux-ci mettent en commun des fonds destinés à stocker et à vendre leur production dans les meilleures conditions.

- **Courtiers :**

Le courtage consiste à mettre en relation un vendeur et un acheteur. Acteur indépendant, généralement rémunéré par le vendeur, le courtier conduit ou participe à la négociation et s'assure de la bonne exécution du contrat. Il n'est en revanche à aucun moment propriétaire des marchandises.

### **3) Logistique:**

- **Transport :**

La majeure partie des matières premières échangées sur les marchés internationaux transitent par voie maritime, et les ports de marchandises restent les lieux stratégiques du commerce mondial.

Preuve de l'importance du transport de marchandises, le Baltic Dry Index , coté en Bourse, est considéré comme un indicateur avancé de la conjoncture économique mondiale. Il reflète le volume des échanges mondiaux de marchandises : plus les échanges sont importants, plus il devient difficile de trouver un bateau pour effectuer un trajet, et plus les prix du fret augmentent. Ce qui a naturellement un impact sur le coût des marchandises. D'autres indices portant sur différents types de fret servent de référence pour l'établissement des tarifs en fonction du type de bateau et de marchandise.

- **Stockage :**

Les opérations de stockage, à différentes étapes entre la production de la matière première non transformée et la livraison finale, sont des étapes cruciales dans le négoce. Les stocks peuvent être détenus par tous les intervenants sur la filière : producteur (individuel ou en coopérative), négociant, marché boursier, industriel utilisateur... En fonction des conditions du marché, les intermédiaires peuvent être amenés à stocker ou à déstocker la marchandise, les stocks jouant un rôle tampon dans l'équilibre entre la production et la consommation.

Le stockage a un coût, auquel il faut ajouter l'immobilisation des capitaux, les risques de baisse des prix et de pertes accidentelles.

#### **4) Financiers :**

Les établissements financiers proposent de très nombreux outils à leurs clients sur toute la chaîne du commerce des matières premières, pour permettre aux producteurs, intermédiaires ou consommateurs de se couvrir des différents risques (liés aux transactions, transports, stockage, évolution de prix...).

Outre la couverture via les marchés à terme, les banques innovent pour proposer des produits spécifiques. Des produits dérivés climatiques permettent, par exemple, de se couvrir des risques climatiques (température, précipitations, vent...). Ainsi, un agriculteur peut acheter un dérivé portant sur les précipitations pour toucher, une prime en cas de sécheresse.

### **III.4.2. Fonctionnement par catégories :**

#### **1) Produits agricoles :**

- **Facteurs d'évolution des prix :**

- Offre : qualité des récoltes (conditions météo, maladies...), état des stocks.
- Demande : évolution de la consommation alimentaire (démographie, changements dans les modes d'alimentation...), autres consommations (biocarburants).
- politiques des États : subventions, taxes douanières, quotas...
- coût du transport et du stockage.
- spéculation sur les marchés à terme.
- variation des taux de change.

- **Caractéristiques des marchés :**

Seule une petite partie des produits agricoles est échangée sur les marchés internationaux, certains ne quittant pas le marché local. Pour ceux qui sont échangés sur les

marchés mondiaux, la référence de prix est généralement déterminée par les marchés à terme qui, grâce à leur importante liquidité, permettent de dégager un consensus sur l'équilibre offre/demande au niveau mondial.

Les produits agricoles ont pour particularité de faire l'objet d'une demande relativement peu élastique (dans la mesure où il s'agit pour beaucoup de produits de première nécessité, une hausse des prix n'influe que très peu sur la consommation), alors que l'offre est très fluctuante (risques d'intempéries, de maladies...) et peu adaptable (une mauvaise récolte ne peut pas être rattrapée avant la récolte suivante). Ces contraintes conduisent à une instabilité importante des cours, qui incite les intervenants sur les marchés physiques à se couvrir massivement sur les marchés à terme.

- **Cotation :**

Le CBOT (Chicago Board of Trade), aujourd'hui fusionné avec le CME, est la première place de cotation de contrats à terme sur les produits agricoles.

Le négoce mondial de produits agricoles de type « grains » est dominé par quatre grands acteurs : Cargill, Louis Dreyfus, ADM et Bunge. Pour les produits tropicaux : Ed & F Man, Sucden.

## 2) **Énergies :**

- **Facteurs d'évolution des prix :**

- Offre : investissement dans les capacités de production (en fonction du rapport entre le coût de l'extraction et le prix de vente), décisions de l'OPEP, stocks...
- Demande : influences saisonnières (conditions climatiques dans les grands pays consommateurs...), évolution de l'activité économique, notamment dans les pays émergents, développement des énergies non fossiles...
- Variation des taux de change.

- **Caractéristiques des marchés :**

Les marchés à terme sur le pétrole ne datent donc que des années 1980, et ont progressivement supplanté les marchés physiques en matière de référence de prix. Les contrats sur l'énergie (pétrole, gaz naturel, électricité...) se sont fortement développés ces dernières années, parallèlement aux déréglementations sur ces marchés.

Sur les marchés physiques, il convient de distinguer le pétrole, qui fait l'objet de très importants échanges à l'échelle mondiale, du gaz naturel et de l'électricité, dont les marchés sont généralement plutôt régionaux et fonctionnent via des réseaux relativement figés.

- **Cotation :**

Le Nymex (New York mercantile exchange) est de loin la première place de cotation de marchés à terme sur l'énergie.

Pétrole : Rotterdam est la première place mondiale pour les marchés physiques (brut + produits raffinés).

### 3) Métaux précieux :

- **Facteurs d'évolution des prix :**

- Offre : déstockage, production minière. Les politiques des pays producteurs sont d'autant plus importantes que ces métaux sont rares et que leurs minerais sont souvent très concentrés géographiquement.

- Demande : stockage des banques centrales, bijouterie, industries technologiques...variation des taux de change.

Le statut de valeur refuge des métaux précieux, en particulier de l'or, a tendance à faire monter les prix dans un climat économique déprimé, et inversement. Et ce, bien que ces métaux soient également utilisés dans l'industrie.

- **Caractéristiques des marchés :**

Le fonctionnement des marchés des métaux précieux (or, argent, platine, palladium) est assez différent de ceux des autres matières premières. Les volumes échangés sur les métaux précieux sont beaucoup plus faibles que pour les autres types de matières premières. Ce sont les prix spot qui font référence, et non les prix à terme. De fait, le prix rapporté au poids et à l'encombrement est beaucoup plus élevé, ce qui rend les coûts de stockage négligeables. Ainsi, par exemple, les instruments d'investissement sur l'or sont généralement adossés à des stocks physiques – ce qui serait impossible pour du blé. De plus, considéré comme valeur refuge, l'or peut être stocké sur de très longues durées, notamment par les banques centrales.

- **Cotation :**

Les principales places de cotations sont : le LBMA (London Bullion Market Association) pour l'or et l'argent physiques, le London Platinum and Palladium Market (LPPM) pour le platine et le palladium physiques, le Nymex pour les contrats à terme sur métaux précieux.

#### 4) Métaux de base :

- **Facteur d'évolution des prix :**

- Offre : production minière, recyclage, stocks de métal physique sur le LME.
- Demande : très liée à la croissance économique.
- Variation des taux de change.

- **Caractéristiques des marchés :**

Les cours des métaux de base sont fortement corrélés à la conjoncture économique : un ralentissement s'accompagnera par exemple d'une baisse de l'activité industrielle et de la construction de principaux débouchés des métaux de base.

- **Cotation :**

Le LME (London Metal Exchange) est le principal marché à terme pour les métaux non ferreux. Ses contrats à terme font référence pour les prix mondiaux.

Le fer et l'acier ne sont en revanche pas cotés sur des marchés à terme ni sur aucun marché organisé. Leurs prix sont négociés de gré à gré, et ce sont généralement les contrats passés entre de grandes sociétés qui servent de référentiel.

## Chapitre 2

### Arbitrage Statistique et Pairs

#### Trading

## I. L'arbitrage statistique :

### I.1. Définition :

L'arbitrage est une opération qui consiste en la réalisation de gains sans prendre de risque. En pratique, il s'agit d'acheter un actif sur un marché et de le revendre sur un autre marché où son prix est plus élevé, tout en profitant de la différence des prix entre les deux marchés.

L'arbitrage statistique quant à lui, est une technique de gestion de portefeuille qui, en employant des modèles statistiques complexes, tente d'exploiter les petites anomalies dans les changements des cours des actifs. L'inefficience des prix identifiée par ces modèles mathématiques, définit ainsi une situation de profit sous forme d'opportunités d'arbitrage. Statistiquement parlant l'arbitrage statistique parie sur la probabilité que les actifs retournent sur un niveau historique, correspondant exactement à une moyenne de long terme. A la différence de l'arbitrage classique, l'arbitrage statistique est une stratégie à risque nul.

Autrement dit, l'arbitrage statistique, est une technique de trading de haut niveau. C'est un type particulier d'arbitrage se basant particulièrement sur l'historique des prix pour pouvoir détecter une corrélation entre les produits et vérifier par la suite s'ils suivent le même processus d'évolution. En effet, il consiste à exécuter des opérations à court terme à partir de modèles d'analyse technique et quantitative permettant de déceler les possibilités de bénéfice. En général, il est énoncé sous forme d'hypothèse, exprimé formellement dans un ensemble de règles de trading et testé au moyen de données chronologiques. Nous espérons ainsi élaborer une méthode constante et statistiquement significative afin de cerner les possibilités de bénéfice.

Mathématiquement parlant, l'arbitrage statistique est une stratégie de trading d'autofinancement (self-financing trading strategy), à coût initial nul (zero initial cost), avec une valeur cumulée actualisée (cumulative discounted value)  $v(t)$  telle que :

1.  $V(0) = 0$
2.  $\lim_{t \rightarrow \infty} E^P(V(t)) > 0$
3.  $\lim_{t \rightarrow \infty} Var^P(V(t)) = 0$
4.  $\lim_{t \rightarrow \infty} P(V(t) < 0) = 0$

La 1<sup>ère</sup> condition implique qu'il s'agit d'une stratégie de trading d'autofinancement à coût initial nul. La 2<sup>ème</sup> montre un profit actualisé espéré positif. La 3<sup>ème</sup> montre que la variance converge avec le temps vers 0. Quant à la 4<sup>ème</sup> condition, elle donne une probabilité nulle de perte.



### I.2.Motivation :

Le progrès récent des techniques de modélisation computationnelles a laissé apparaître de nouvelles possibilités pour identifier et modéliser les opportunités dans la dynamique des prix des actifs. L'exploitation de l'information prévue procurée par de tels modèles fait référence à l'arbitrage statistique dont il est l'exemple de maintes stratégies d'arbitrage dans lesquelles les composantes systématiques de la dynamique des prix sont exploitées par des agents de marché connus par le nom d' « arbitragistes ».

La concurrence est accrue entre les arbitragistes, ce qui fait que les opportunités générées par les stratégies non risquées sont à la fois limitées et restreintes aux agents de marché relativement privilégiés. Ces derniers ont la faculté de gérer rapidement le trading, pour des coûts minimes et des marges de profits assez considérables.

En raison de la nature compétitive des marchés financiers, il y a un suivi de débats à propos de l'hypothèse affirmant que si les marchés sont aussi "efficients", aucune composante prévisible ne pourra probablement exister. Cependant, en observant les marchés à travers de nouveaux angles et en utilisant de nouveaux outils on pourrait identifier des opportunités sous la forme de modèles non découverts auparavant.

### I.3.Méthodologie de l'arbitrage statistique :

Dans cette section, nous allons développer le concept d'arbitrage statistique comme une généralisation des méthodes classiques d'arbitrage non risqué et qui se base sur les modèles de prévision dans le cadre des investissements de la finance. Tout d'abord nous évoquons les principes de base d'arbitrage classique, dans lequel les relations entre les prix des actifs financiers sont théoriquement motivées, cela n'empêche qu'en pratique l'implémentation des stratégies d'arbitrage occasionnera nécessairement le risque de perte d'au moins un petit montant. Nous étendons donc le concept d'arbitrage pour couvrir une situation plus générale : celle de l'arbitrage statistique, qui tente d'exploiter de petites mais consistantes opportunités dans la dynamique des prix des actifs via l'utilisation d'un cadre adéquat de modèles statistiques.

#### I.3.1. Perspective de l'arbitrage :

L'idée que les prix du marché ne reflètent pas automatiquement la totalité de l'information disponible, mais font ceci seulement dans la mesure où ces informations sont premièrement reconnues et deuxièmement affectées par des agents du marché, peut être conçue comme l'hypothèse de l'efficacité relative. Dans le cas où les opportunités dans les prix de marché peuvent être identifiées, cela va susciter l'attention des spéculateurs, ou proprement dit les arbitragistes. L'arbitrage agit comme un correcteur d'erreur, et les

opérations d'achat et de vente faites par les arbitragistes auront tendance à éliminer les opportunités d'arbitrage que nous tentons d'exploiter, et à rétablir l'équilibre sur le marché.

Nous considérons une situation fictive où le prix d'un actif donné est prévu à augmenter dans un jour particulier de la semaine, par exemple le vendredi. Les arbitragistes achèteraient l'actif le jeudi et encaisseraient un profit par la vente le vendredi à la fermeture des marchés. Pourtant le plus intelligent parmi les arbitragistes achèterait plutôt le mercredi, et le processus continuerait jusqu'à ce qu'aucun jour n'expose une tendance significative de l'augmentation du prix de l'actif.

Ainsi, l'essence compétitive des marchés financiers fait que la prévision des opportunités d'arbitrage dans la dynamique des prix est difficile à identifier. En effet, les arbitragistes s'assurent régulièrement que les prix des marchés sont aussi autant efficients qu'ils reflètent l'ensemble de l'information disponible. Dans un sens plus général, l'efficiency du marché peut être vue, plus ou moins, comme son imprévisibilité.

La meilleure stratégie d'arbitrage est celle qui génère des profits positifs, à un coût nul et qui ne requiert pas de financement. De telles opportunités existeraient dans les marchés financiers même sous forme imparfaite. La section suivante décrit la structure générale des stratégies pour un arbitrage non risqué et donne un exemple d'une telle stratégie dans le cas du marché des actions du Royaume-Uni (UK).

### I.3.2.Arbitrage non risqué :

Le principe de base de l'arbitrage est très simple : si les futurs cash-flows d'un actif peuvent être dupliqués par une combinaison d'autres actifs alors le prix pour construire le portefeuille dupliquant doit être approximativement le même que le prix de l'actif d'origine. En fait, dans un marché efficient les opportunités d'arbitrages non risqué pourraient exister, cela permettra aux traders de réaliser des profits en achetant et en vendant des actifs équivalents à des prix dont la différence est supérieure aux frais des transactions. Ainsi la condition d'absence d'opportunités d'arbitrage peut être écrite sous la forme générale suivante :

$$| \text{payoff} ( X_t - SA(X_t) ) | < \text{Transaction Cost}$$

Où  $X_t$  est un actif arbitraire (ou combinaison d'actifs),  $SA(X_t)$  est un actif synthétique construit pour dupliquer le payoff de  $X_t$ , et «Transaction Cost » représente les coûts nets que préconise l'achat de l'actif synthétique et la vente du sous-jacent  $X_t$  (ou vice versa). Cette relation générale constitue la base de l'approche utilisée dans le pricing des dérivés financiers tels que les options, les forwards et les futures. En effet, le prix du dérivé peut être obtenu en calculant le coût du portefeuille dupliquant approprié (ou l'actif synthétique).

Malgré la dissimilitude significative dans les détails, il y a une structure commune à toutes les stratégies d'arbitrage non risqués. Elles peuvent être conçues en trois étapes :

- Création de la relation entre les actifs.
- Identification des opportunités d'arbitrage (écart significatif entre l'actif arbitraire et le portefeuille de couverture).
- Implémentation de la stratégie du trading appropriée (achat de l'actif sous-évalué, vente de l'actif surévalué).

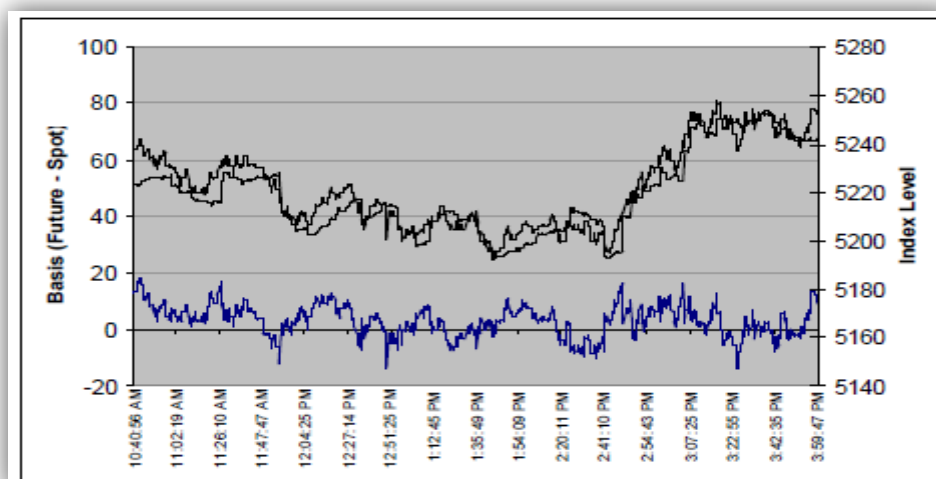
Un exemple d'illustration de ce qui précède est l'arbitrage sur indices dans les marchés des actions de l'U.K. L'arbitrage sur indices est observé entre les actions constituant un indice de marché donné, et les contrats futures associé au même indice. Les contrats futures sont définis de telle sorte qu'ils aient une valeur équivalente au niveau de l'indice à une maturité donnée  $T$ . On note le prix spot de l'action instantané  $S_t^i$ , la relation d'absence d'opportunité d'arbitrage est donnée par :

$$\left| F_t - \sum_i w_i * S_t^i * e^{(r-q_i)*(T-t)} \right| < Transaction\ Cost$$

Où  $w_i$  est le poids de l'action  $i$ ,  $r$  est le taux d'intérêt sans risque, et  $q_i$  est le taux de dividende de l'action  $i$ . La combinaison pondérée des actions est l'actif synthétique qui duplique le contrat sur le Futures sur l'indice.

La relation  $F_t - \sum_i w_i * S_t^i * e^{(r-q_i)*(T-t)}$  est appelée la base et elle représente la déviation de la relation d'équilibre. Quand la base dépasse les coûts de transaction d'un trader, l'arbitragiste peut réaliser un profit non risqué en vendant le contrat Future  $F_t$  (surévalué) et en achetant le portefeuille des actions (sous-évalué). Dans le cas contraire, où la valeur négative dépasse les coûts de transaction, l'arbitragiste achèterait le contrat Future et vendrait le portefeuille des actions.

L'introduction du système SETS dans le marché londonien a facilité l'identification des opportunités d'arbitrage car cela résulte dans les discontinuités significatives de l'indice FTSE 100 quand tous les constituants sont traités simultanément, ceci peut être observé dans la figure ci-dessous. Quand l'amplitude du spread entre le spot et le Future augmente, il apparaît simultanément fréquemment des corrections au niveau de la base.



*Figure 1 : Illustration des opportunités d'arbitrage sur l'indice dans le marché des actions londonien*

L'arbitrage sans risque est évidemment un sujet important, de ce fait il existe beaucoup de modèles assez compliqués, particulièrement avec le progrès récent des dérivés financiers tels que les futures, les swaps, et les options. Cependant de telles stratégies sont limitées en raison de la concurrence féroce entre les arbitragistes qui fait que l'amplitude et la durée des spreads diminuent. Vu que les profits réalisables via l'arbitrage s'affaiblissent de plus en plus, le montant du capital employé pour but d'atteindre des profits considérables devrait être plus important. De plus, seules les arbitragistes qui sont disposés à traiter très rapidement et pour de faibles coûts seront en position de force et auront de fortes chances de bénéficier de ces profits. Pour ces deux raisons de nombreuses banques et institutions financières privilégiées tentent de dominer l'activité de l'arbitrage.

En pratique, même l'arbitrage qui est techniquement sans risque occasionnerait toutefois un certain niveau de risque. Ce risque est dû à plusieurs facteurs : taux de dividendes futurs incertains, la volatilité du marché et bien d'autres éléments. Tout cela constitue un risque résiduel non couvert. Néanmoins, une véritable source de risque reste le risque lié à la base causé par les fluctuations de la différence entre les prix spot et futures avant la maturité.

Le risque de la base est aussi considéré comme une source d'opportunités sous la forme de fluctuations favorables de la base ou du spread par alternances des signes (positif puis négatif ou vice versa) ce qui permet aux arbitragistes de réaliser de gros profits en inversant les positions sur des points particuliers avant la maturité.

Les stratégies d'arbitrage sont en réalité plus compliquées. En fait, la majorité des stratégies dépendent des propriétés statistiques du spread. Selon cette perspective le succès des stratégies d'arbitrage en général et sur les indices boursiers en particulier est lié à la dynamique du spread, notamment la propriété du retour à la moyenne (fluctuations du spread autour d'un niveau stable) ainsi que la stationnarité.

### I.3.3.Éléments d'arbitrage statistique :

L'analyse ci-dessus montre qu'en tenant compte des propriétés statistiques, la série temporelle du spread peut être considérée comme un actif synthétique qui expose un fort retour à la moyenne et qui possède un certain degré potentiel de prévisibilité.

Nous considérons l'arbitrage statistique comme un cas généralisé de l'arbitrage non risqué dans lequel le rendement relatif : **payoff** ( $X_t - SA(X_t)$ ) n'est pas complètement couvert de sources incertaines de l'économie (facteurs de risque), qui en général dirigent les mouvements des prix des actifs. Etant donné un ensemble de variables économiques, des actifs ou des portefeuilles d'actifs correspondant aux facteurs de risque  $F = \{F_1, F_2, \dots, F_{nF}\}$ , nous pouvons quantifier le risque induit par les facteurs de risque et qui affecte les fluctuations du spread ( $X_t - SA(X_t, w)$ ) par les sensibilités  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_{nF}\}$  où :

$$S_i = \frac{dE(\text{payoff}(X_t - SA(X_t)))}{dF_i}$$

Et  $w$  est le vecteur des paramètres qui définissent l'actif synthétique. Ainsi dans le cas de l'arbitrage non risqué, le rendement futur relatif, **payoff** ( $X_t - SA(X_t)$ ), dépend principalement du spread :  $X_t - SA(X_t)$ , et donc la sensibilité pour tous les facteurs de risque est égale à zéro, i.e  $\forall i : S_i = 0$ .

Dans le cas où l'ensemble des facteurs de risque peut être prédéfini, l'approche la plus naturelle pour développer des stratégies d'arbitrage statistique consiste à introduire les risques avec modération en spécifiant des facteurs de sensibilité particuliers.

La méthodologie décrite dans cette thèse est basée sur une approche alternative pour construire l'actif synthétique. Dans cette approche, l'introduction du risque est traitée non à travers une perspective de facteurs de risque mais par une manière agrégée dans laquelle on focalise notre étude sur le spread entre l'actif ou le portefeuille  $X_t$  et l'actif synthétique  $SA(X_t, w)$ . Les paramètres de l'actif synthétique sont définis par le vecteur  $w^*$  qui minimise la variance de la déviation de la série des prix, i.e  $w^* = \arg \min \text{var}(X_t - SA(X_t, w))$ .

Le cas idéal correspond à **var** ( $X_t - SA(X_t, w^*)$ ) = 0 et donc la sensibilité pour tous les facteurs de risque est égale à zéro, i.e  $\forall i : S_i = 0$ . Généralement on a **var**( $X_t - SA(X_t, w^*)$ ) > 0, les facteurs de sensibilités  $S_i$  sont définis implicitement de telle façon à minimiser la variance du prix résiduel ce qui revient à réduire globalement le risque de l'exposition aux facteurs de risque.

Les trois composantes requises pour établir les modèles d'arbitrage statistique sont définis comme suit :

- Construction du modèle statistique reliant les différents actifs tels que les déviations ou le spread aient un degré potentiel de prévisibilité (le spread n'est pas un bruit blanc).
- Identification des opportunités d'arbitrage statistique (Elaboration d'un score qui donne les signaux d'achat et de vente).
- Implémentation d'une stratégie de pairs trading appropriée (achat du portefeuille sous-évalué et vente simultanée du portefeuille surévalué).

Ces trois composantes correspondent aux trois étapes de notre méthodologie d'arbitrage statistique dont le principe de base est équivalent à la condition d'absence d'opportunité d'arbitrage (A.O.A), qui peut être exprimé par :

$$| \text{payoff} ( X_t - SA(X_t) ) | < \text{Transaction Cost}$$

Ainsi, étant donné un actif principal (ou un portefeuille)  $\mathbf{X}_t$ , nous construisons tout d'abord une combinaison appropriée d'actifs appelée : actif synthétique  $SA(\mathbf{X}_t)$ , dont la valeur est proche de celle de notre actif principal, et qui nous sert de couverture. Puis nous étudions la dynamique du spread entre les deux portefeuilles, et finalement nous implémentons une stratégie de pairs trading capable d'exploiter l'information fournie par le modèle de telle façon à surmonter les coûts de transactions.

#### I.3.4. Avantages de la modélisation de la valeur relative :

Afin de justifier l'utilisation des techniques de modélisation dans lesquels les prix sont vus en terme relatif (combinaison de prix) plutôt qu'en terme absolu (prix individuels) nous notons que toute variable aléatoire peut être considérée comme le résultat d'un processus générateur de données à deux composantes, l'une déterministe et l'autre stochastique :

$$Y_t = g(z_t) + \varepsilon(v_t)_t$$

Où  $g(z_t)$  est la composante déterministe de la série temporelle et  $\varepsilon(v_t)$  est la composante stochastique. Nous considérons que l'objectif de la modélisation de ce processus est la construction de l'estimateur  $\hat{Y} = f(\mathbf{X}_t)$  et nous notons que la capacité maximale de prévision est limitée par la proportion de la variance de  $Y_t$  due à la composante déterministe.

La première motivation pour l'adoption de l'approche des « prix combinés » est basée sur l'intégration importante de la composante stochastique (« bruit ») dans la modélisation des cours de la plupart des actifs. Ce point de vue constitue la base des modèles classiques de 'pricing' tel que le CAPM (Capital Asset Pricing Model) et l'APT ('Arbitrage Pricing Theory'). Ces modèles prennent essentiellement la forme suivante :

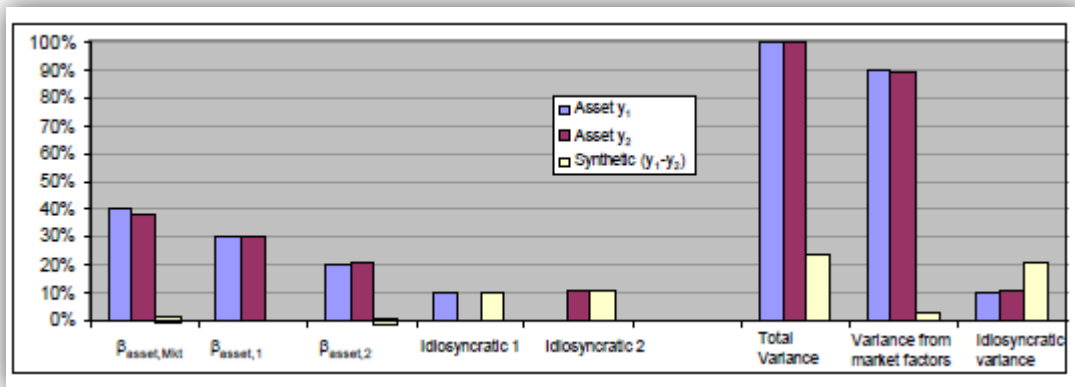
$$\Delta Y_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,Mkt} \Delta Mkt + \beta_{i,1} \Delta f_{1,t} + \beta_{i,2} \Delta f_{2,t} + \dots + \beta_{i,n} \Delta f_{n,t} + \varepsilon_{i,t}$$

Cette formulation générale relie les changements dans les prix des actifs  $\Delta Y_t$  aux sources systématiques de risque (risque de marché  $\Delta Mkt$  et autres facteurs de risque  $\Delta f_{j,t}$ ) et l'ensemble avec une composante spécifique particulière de l'actif  $\varepsilon_{i,t}$ .

Nous considérons un portefeuille à une position longue « long » en un actif  $Y_1$  et une position courte « short » en un actif  $Y_2$ . Si la dynamique des prix des actifs est décrite selon le modèle défini auparavant alors le rendement combiné  $\Delta Y_{1,t} - \Delta Y_{2,t}$  est donné par :

$$\Delta Y_{1,t} - \Delta Y_{2,t} = (\alpha_1 - \alpha_2) + (\beta_{1,Mkt} - \beta_{2,Mkt}) * \Delta Mkt + (\beta_{1,1} - \beta_{2,1}) * \Delta f_{1,t} + .. + (\beta_{1,n} - \beta_{2,n}) * \Delta f_{n,t} + (\varepsilon_{1,t} - \varepsilon_{2,t})$$

Si les facteurs d'expositions sont similaires i.e  $\beta_{1,j} \sim \beta_{2,j}$  alors la proportion de la variance causée par les facteurs de risque du marché sera considérablement réduite, la signification et la prévisibilité augmenteront considérablement.



*Figure 2 : Illustration des avantages de la modélisation avec des prix combinés*

La motivation par rapport à une approche relative est donc expliquée par le fait qu'elle favorise à la fois un arbitrage statistique et une meilleure prévisibilité. Cette analyse justifie la popularité des stratégies basées sur la valeur relative. Dans sa forme la plus simple cette approche est appelée le « pairs trading ».

## II. Pairs Trading:

Le pairs trading est la méthode la plus célèbre de l'arbitrage statistique. Cette approche consiste à prendre deux positions opposées sur deux actifs (deux portefeuilles en général), une position d'achat (long) sur le premier actif et une autre de vente (short) sur le deuxième. Le but est de faire des profits en exploitant les mouvements relatifs des prix des deux sous-jacent. Ou bien ces deux actifs vont aller en haut ensemble, mais dans ce cas là l'actif qu'on achète progresse plus que l'actif qu'on vend et relativement plus vite. Ou bien les deux actifs auront tendance à baisser en valeurs mais celui qu'on vend aura toutefois une dynamique plus accélérée dans ce sens par rapport à l'actif qu'on achète. Les probabilités de pertes et de gains sont les mêmes a priori, mais la finalité est que les gains excéderont les pertes en valeur.

Le concept du pairs trading est théoriquement simple, toute sa complexité réside en fait dans la pratique, il compte parmi les méthodes les plus délicates en trading. Nous présenterons dans la suite le principe de base de l'approche du pairs trading et les stratégies implémentées.

En principe, il est question de tenter de profiter de la situation dans laquelle un actif paraît plus ou moins cher relativement à un autre actif. Nous vendons l'actif surévalué et nous achetons celui sous-évalué en espérant que la position *long* serait plus intéressante que la position *short*. Pour que cela soit plus intuitif, nous analysons la différence des prix des deux actifs. Puis en se basant sur l'historique du spread, nous essayons de trouver des périodes où l'écart est significativement positif ou négatif, ou bien des périodes pour lesquelles le spread a une tendance bien déterminée résultant des différents niveaux de performance des deux actifs.

Généralement l'historique du spread nous est utile pour trouver des relations consistantes entre ces deux actifs. En effet, cela serait intéressant de savoir si le spread fluctue autour d'un niveau moyen pour que nous soyons en mesure de prendre les bonnes décisions par rapport aux positions du trading, c'est-à-dire acheter tel actif et/ou vendre tel actif en se basant sur le fait que le spread soit en dessus ou en dessous de la moyenne. Par exemple si la moyenne de la différence entre les prix journaliers de clôture d'une action A et une action B est de l'ordre de 1.00 \$, et si le prix actuel de l'action A est égal à 53 \$ et de l'action B est égal à 49 \$ donc la différence en spot est 4.00 \$. Cela correspond à trois points de plus par rapport au niveau moyen de 1.00 \$. Ainsi en spéculant sur le retour du spread au niveau de 1.00 \$, le trader peut estimer que l'actif A est surévalué pour la valeur de 53 \$, et l'actif B est sous-évalué pour la valeur de 49 \$. Dans ce cas l'idée serait de vendre l'action A et d'acheter l'action B. Sinon, si on estime que l'actif A continuait sa bonne performance relativement à l'actif B alors l'idée serait d'acheter l'actif A et de vendre l'actif B.

Les paires d'actifs qui représentent de bons candidats dans le pairs trading devraient avoir des traits statistiques bien spécifiques. Le cas idéal correspond au fait que les actifs en pairs trading aient des corrélations positives et des bêtas stables au cours du temps.



Le coefficient de corrélation est un coefficient statistique dont les valeurs sont comprises entre -1 et 1 et qui mesure la force de la relation entre deux variables. En termes de trading, l'intérêt de la corrélation peut être illustré par l'exemple suivant :

Si la valeur des deux actions A et B évoluent à la baisse en même temps, alors elles ont une corrélation forte et positive (proche de 1). Si A évolue à la hausse tandis que B évolue à la baisse en même temps, alors elles ont une corrélation forte et négative (proche de -1). Si elles bougent dans un sens relativement aléatoire, alors elles ont une corrélation significativement nulle. La corrélation est calculée en divisant la covariance des variations en pourcentages des deux actifs sur le produit des écarts types des deux actifs. La covariance mesure la tendance du mouvement d'ensemble des deux actifs en question et en la divisant sur le produit des écarts types, la corrélation prend des valeurs entre -1 et +1.

Les niveaux de corrélations dans les paires d'actifs devraient excéder les 80% pour que la relation entre les actifs soit consistante. Toutefois le problème qui se pose est le choix de la taille de l'échantillon de l'étude. Une solution pratique est de choisir un nombre d'observations en correspondance avec l'horizon du trading.

La bêta est un autre outil utilisé dans le pairs trading qui interprète le comportement d'un actif sachant l'information sur un autre actif. Il mesure l'amplitude de la liaison entre les actifs et il est estimé par un modèle de régression linéaire en choisissant le cours d'un actif comme variable indépendante et le cours de l'autre actif comme variable dépendante.

Enfin, l'approche de pairs trading que nous allons adopter dans notre projet se base, en plus du concept classique de la corrélation entre les actifs, sur un nouveau concept, c'est celui de la cointégration qui se présente comme un remède au problème de la non stationnarité des séries temporelles constituant le modèle statistique du pairs trading. En effet, si nous avons intérêt à travailler avec des séries en niveau (séries brutes) non stationnaires et si les séries ne sont pas cointégrées, alors le modèle de régression sera fallacieux et les résultats seront non valides. Du coup, il faut passer par la cointégration, c'est-à-dire trouver un panier d'actifs cointégrés puis construire le modèle de régression, qui sera la base des stratégies du pairs trading

## Chapitre 3

### Méthodologie de l'Arbitrage

#### Statistique

## I. Cadre théorique de la méthodologie d'arbitrage statistique :

Dans ce chapitre nous allons présenter le cadre théorique de l'application de l'arbitrage statistique, notamment l'ensemble des notions et concepts dont la connaissance est nécessaire à la compréhension de la démarche entreprises pour l'établissement d'un modèle de pairs trading.

Nous commencerons par exposer le fondement théorique de l'étude statistique des séries chronologiques, à savoir les statistiques descriptives, la stationnarité et la cointégration. Nous étalerons après la méthodologie de l'analyse en composantes principales afin d'effectuer une analyse des données. Nous aborderons ensuite le cadre théorique de la régression linéaire qui sera la base de la construction du modèle d'arbitrage statistique. Ensuite, nous expliciterons les tests qui nous permettront la validation du modèle : analyse des résidus et de leur dynamique. Nous donnerons par la suite un aperçu sur le principe du retour à la moyenne et du principe du back-test. Enfin, nous exposerons la procédure de génération des signaux d'achat et de vente, et nous implémenterons une stratégie de pairs trading sur la période du back-test.

### I.1. Etude des propriétés statistiques des cours des actifs :

Dans le cadre de notre travail, nous serons amenés à effectuer une analyse descriptive des données, que constituent les séries des cours des actifs de notre panier, afin de connaître leurs propriétés statistiques. Nous aurons ensuite à étudier l'ordre d'intégration de chaque série, ce qui revient à faire une étude de stationnarité.

#### I.1.1.Statistiques descriptives :

##### 1) Test de normalité:

L'étude de la normalité de la série qui joue le rôle de la variable dépendante s'avère importante, dans la mesure où elle doit effectivement avoir une distribution normale, si elle doit être régressée. Toutefois, si cette hypothèse n'est pas vérifiée, nous pourrions nous en passer.

Il y existe plusieurs tests de normalité. Dans le cadre de notre application, nous allons utiliser celui de Jarque-Bera que nous définirons ci-dessous et qui est donné par le logiciel EViews, en posant les hypothèses suivantes :

$$H_0 : \text{normalité de la série} \quad \text{VS} \quad H_1 : \text{non normalité de la série}$$

La statistique de Jarque-Bera est donnée par :  $JB = ((n-k)/6) * (S^2 + (K-3)^2/4)$

Avec : n : nombre d'observations.

k : nombre de variables explicatives si les données proviennent des résidus d'une régression linéaire. Sinon, k = 0.

S : coefficient d'asymétrie (Skewness).

K : coefficient d'aplatissement (Kurtosis).

Règle de décision : si la p-value de la statistique de Jarque-Bera est inférieure au seuil de signification de 5% :  $\alpha = 0,05$  on rejette l'hypothèse de la normalité de la série.

Nous pouvons vérifier la normalité également à partir des coefficients Skewness et Kurtosis.

## 2) Coefficient d'asymétrie : Skewness

Le coefficient d'asymétrie (Skewness) est un moment standardisé qui mesure l'asymétrie de la densité de probabilité d'une variable aléatoire défini sur les nombres réels. En termes généraux, l'asymétrie d'une distribution est positive si la queue de droite (à valeurs hautes) est plus longue ou grosse, et négative si la queue de gauche (à valeurs basses) est plus longue ou grosse.

L'asymétrie est le troisième moment standardisé, se note S et est calculé à partir du cube des écarts à la moyenne et mesure le manque de symétrie d'une distribution :  $S = \mu_3/\sigma^3$  où  $\mu_3$  est le troisième moment centré et  $\sigma$  est l'écart type. Pour une distribution normale, le Skewness est nul.

## 3) Coefficient d'aplatissement : Kurtosis

Le coefficient d'aplatissement (Kurtosis) mesure, hors effet de dispersion (donnée par l'écart-type), la disposition des masses de probabilité autour de leur centre, tel que donné par l'espérance mathématique, c'est-à-dire d'une certaine façon, leur regroupement proche ou loin du centre de probabilité. Le Kurtosis est définie comme :  $K = E[(\frac{X-\mu}{\sigma})^4] = \mu_4/\sigma^4$  où  $\mu_4$  est le quatrième moment centré et  $\sigma$  est l'écart type. Pour une distribution normale, le Kurtosis est égale à 3.

### I.1.2.Stationnarité :

#### 1) Définition et propriétés :

Le traitement d'une série chronologique nécessite avant tout l'étude de ses caractéristiques stochastiques. Si ces caractéristiques, à savoir son espérance et sa variance, sont modifiées dans le temps, la série chronologique est dite comme non stationnaire ; dans le cas contraire d'un processus stochastique invariant, la série temporelle est alors stationnaire.

Les conditions de stationnarité sont décrites comme suit :

$$4) E(y_t) = E(y_{t+m}) = \mu \forall t \text{ et } m$$

$$5) Var(y_t) < \infty \forall t$$

$$6) Cov(y_t, y_{t+k}) = \gamma_k$$

Ceci implique que la série ne comporte ni tendance ni saisonnalité, d'une manière générale aucun facteur n'évoluant avec le temps.

## 2) Tests de stationnarité :

Les tests de stationnarité de Dickey-Fuller permettent de détecter l'existence de la tendance (Unit Root Test) et de déterminer la bonne manière de stationnariser une chronique. Pour ce faire deux types de processus sont distingués :

- Les processus TS (Trend Stationary) : non stationnarité de type déterministe.
- Les processus DS (Differency Stationary) : non stationnaires de type aléatoire.

### • Le processus TS :

Un processus TS s'écrit :  $x_t = f_t + \varepsilon_t$  où  $f_t$  est une fonction polynomiale du temps, linéaire ou non linéaire, et  $\varepsilon_t$  un processus stationnaire. Le processus TS le plus simple est représenté par une fonction polynomiale de degré 1. Dans ce cas Le processus TS s'écrit :

$$x_t = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t.$$

Ce processus TS est non stationnaire car  $E(x_t)$  dépend du temps. Connaissant les estimations de  $a_0$  et  $a_1$ , le processus  $x_t$  peut être stationnarisé en retranchant la valeur estimée de  $a_0 + a_1 t$ .

### • Le processus DS :

Les processus DS sont des processus que nous pouvons rendre stationnaires par l'utilisation d'un filtre aux différences  $(1 - D)^d x_t = \beta + \varepsilon_t$  où  $\varepsilon_t$  est un processus stationnaire,  $\beta$  une constante réelle,  $D$  l'opérateur de décalage et  $d$  l'ordre du filtre aux différences.

En résumé, pour stationnariser un processus TS, la bonne méthode est celle des moindres carrés ordinaires ; pour un processus DS, il faut employer le filtre aux différences.

### 3) Tests de racines unitaires : test de Dickey-Fuller :

Les tests de Dickey-Fuller (DF) permettent de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d'une chronique par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique.

Il y a trois modèles de base et le principe des tests est simple :

Si l'hypothèse  $H_0 : \Phi_1 = 1$  dans l'un de ces trois modèles, le processus est alors non stationnaire.

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| [1] $x_t = \Phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$          | Modèle autorégressif d'ordre 1.      |
| [2] $x_t = \Phi_1 x_{t-1} + bt + \varepsilon_t$     | Modèle autorégressif avec constante. |
| [3] $x_t = \Phi_1 x_{t-1} + bt + c + \varepsilon_t$ | Modèle autorégressif avec tendance.  |

Si l'hypothèse  $H_0$  est vérifiée, la chronique  $x_t$  n'est pas stationnaire quel que soit le modèle retenu.

Dans le dernier modèle [3], si on accepte  $H_1$  est si le coefficient  $b$  est significativement différent de 0, alors le processus est un processus TS ; nous pouvons le rendre stationnaire en calculant les résidus par rapport à la tendance estimée par les moindres carrés ordinaires.

Sous  $H_0$  les règles habituelles de l'inférence statistique ne peuvent pas être appliquées pour tester cette hypothèse, en particulier la distribution de Student de paramètre  $\Phi_1$  ; Dickey et Fuller ont tabulé les valeurs critiques pour des échantillons de tailles différentes.

Les principes généraux du test sont les suivants. Nous estimons par les moindres carrés ordinaires le paramètre  $\Phi_1$  noté  $\Phi^*_1$  pour les modèles [1], [2] et [3]. Si  $t_{\Phi^*_1} \geq t_{\text{tabulé}}$  alors on accepte l'hypothèse  $H_0$ , il existe alors une racine unité le processus n'est donc pas stationnaire.

### 4) Les tests de Dickey et Fuller Augmentés :

Dans les modèles précédents, le processus  $\varepsilon_t$  est, par hypothèse, un bruit blanc. Or il n'y a aucune raison pour que, a priori, l'erreur soit non corrélée on appelle test de Dickey-Fuller Augmentés la prise en compte de cette hypothèse.

Les tests ADF sont fondés, sous l'hypothèse alternative  $|\Phi_1| < 1$  sur l'estimation par les MCO des trois modèles.

- Modèle [1] :  $\Delta x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2,p} \Phi_j \Delta x_{t-j+1} + \varepsilon_t$   
 Modèle [2] :  $\Delta x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2,p} \Phi_j \Delta x_{t-j+1} + c + \varepsilon_t$   
 Modèle [3] :  $\Delta x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2,p} \Phi_j \Delta x_{t-j+1} + bt + c + \varepsilon_t$

Le test se déroule de manière similaire aux tests de DF simples, seules les tables diffèrent. La valeur de p peut être déterminée selon les critères de Akaike ou schwarz.

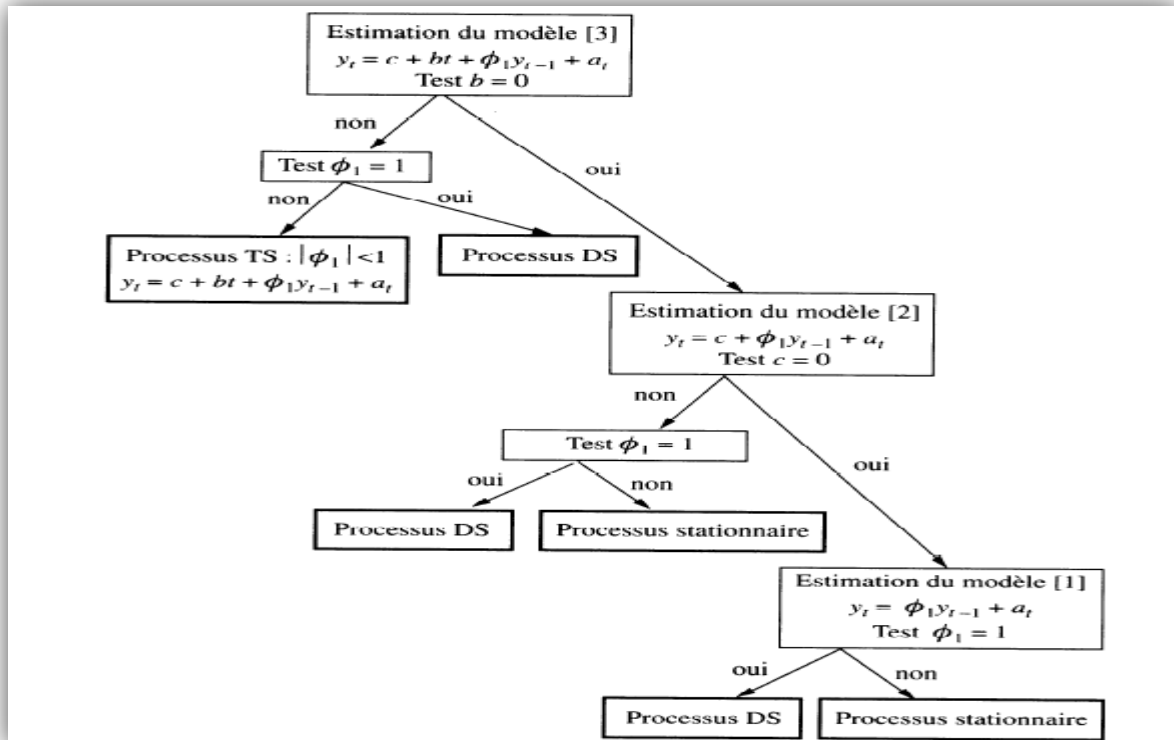


Figure 3 : Schéma récapitulatif des étapes du test ADF

## I.2. Cointégration :

Certaines séries peuvent présenter des facteurs communs, notamment des tendances communes. Ce constat a ouvert la voie à de nouvelles investigations économétriques à l'analyse de la cointégration très utiles pour modéliser certaines séries non-stationnaires.

### I.2.1. Définition :

Deux séries  $Y_t$  et  $X_t$  sont dites cointégrées si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Elles sont affectées d'une tendance stochastique de même ordre  $d$ .
- Une combinaison linéaire de ces séries permet de se ramener à une série d'ordre d'intégration inférieur.

Soit  $Y_t \rightarrow I(d)$  et  $X_t \rightarrow I(d)$  tel que  $\alpha_1 X_t + \alpha_2 Y_t \rightarrow I(d-b)$  avec  $d \geq b \geq 0$  et  $(\alpha_1, \alpha_2)$  est appelé vecteur de cointégration.

### I.2.2. Utilité de la cointégration:

Lorsque nous régressons à l'aide des MCO le modèle suivant comprenant les deux séries non stationnaires :  $y_t = ax_t + b + \varepsilon_t$ , on obtient  $y_t - ax_t - b = \varepsilon_t \rightarrow I(1)$ ,  $\varepsilon_t$  n'est donc pas stationnaire. De manière générale, si  $x_t$  et  $y_t$  sont des séries  $I(d)$  alors en général la combinaison linéaire  $\varepsilon_t = y_t - ax_t - b$  est aussi  $I(d)$ .

En outre la régression effectuée est dite fallacieuse ou illusoire (« spurious regression »). Elle est caractérisée par un  $R^2$  et des  $t$  de Student très élevés alors que les deux variables n'ont aucun lien entre elles !

Pour éviter ce problème on peut effectuer la régression sur des variables en différence première qui sont stationnaires ( $\Delta x_t \rightarrow I(0)$  et  $\Delta y_t \rightarrow I(0)$  si  $x_t \rightarrow I(1)$  et  $y_t \rightarrow I(1)$ ) :  $\Delta y_t = \alpha \Delta x_t + \beta + \mu_t$ . On obtiendrait :  $\Delta y_t - \alpha \Delta x_t + \beta = \mu_t \rightarrow I(0)$

Toutefois, il arrive que l'on souhaite travailler avec des séries plutôt en niveau qu'en différence (donc plutôt avec des séries non stationnaires). Dans ce cas comment régresser des variables non stationnaires et savoir si la régression obtenue n'est pas fallacieuse ? C'est alors qu'intervient la notion de cointégration. Nous n'avons pas de régression fallacieuse lorsque les variables  $x_t$  et  $y_t$  sont cointégrées, c'est-à-dire lorsque l'on a  $y_t - ax_t - b = \varepsilon_t \rightarrow I(0)$  alors que  $x_t \rightarrow I(1)$  et  $y_t \rightarrow I(1)$ .

Afin de vérifier si la régression effectuée sur des variables non stationnaires n'est pas fallacieuse, il suffit de tester la stationnarité des résidus. Encore faut-il réaliser le test de cointégration de Johansen sur EViews.

### I.3. Analyse en composantes principales :

L'ACP permet d'explorer les liaisons entre les variables et les ressemblances entre les individus. Les données analysées sont sous la forme d'un tableau de  $n$  individus observés sur  $p$  variables quantitatives. Les résultats de l'analyse visualisent les individus en termes d'inter-distances et les variables en fonction de leurs corrélations.

L'Analyse en Composantes Principales (ACP) fait partie des analyses descriptives multi-variées. Le but de cette analyse est de résumer le maximum d'informations possibles en perdant le moins possible pour :

- Faciliter l'interprétation d'un grand nombre de données initiales.
- Donner plus de sens aux données réduites.

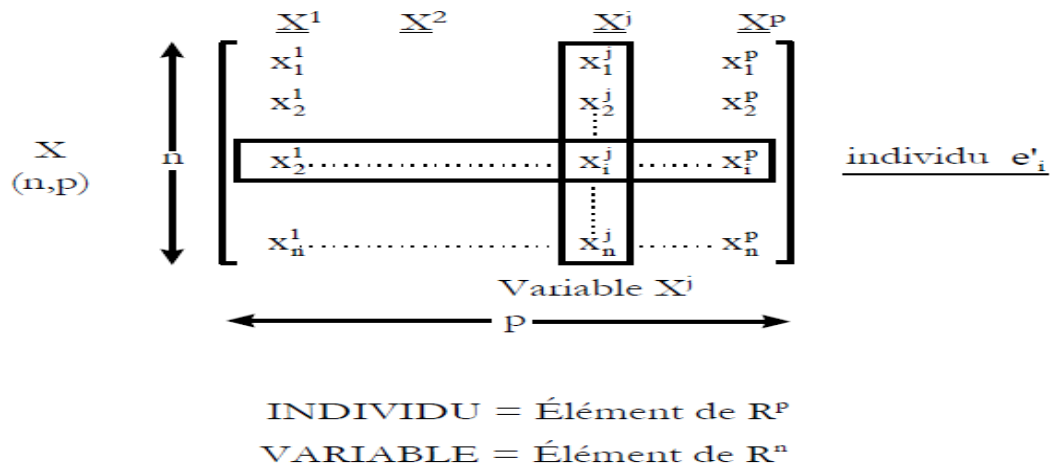
L'ACP permet donc de réduire des tableaux de grandes tailles en un petit nombre de variables (2 ou 3 généralement) tout en conservant un maximum d'information.



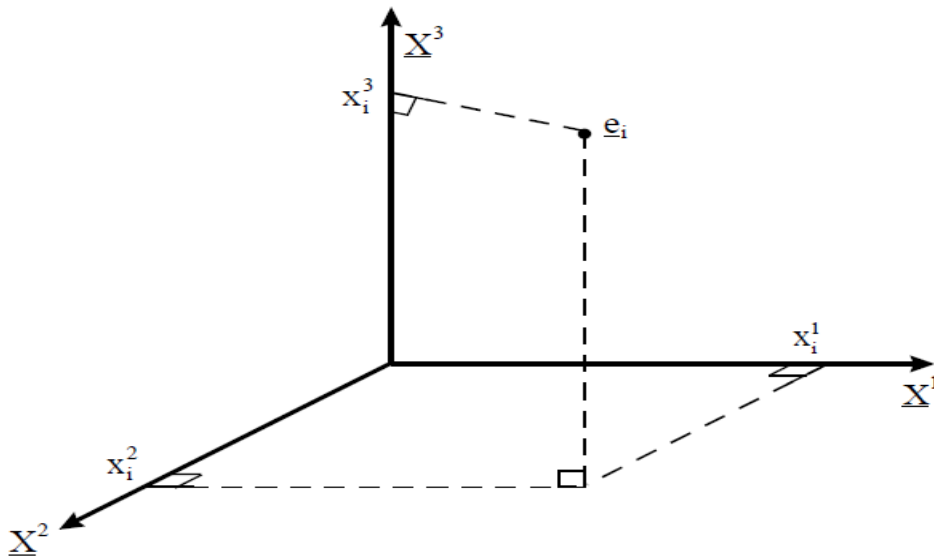
### I.3.1. Préliminaire :

#### 1) Données :

Nous avons  $p$  variables observées sur  $n$  individus :



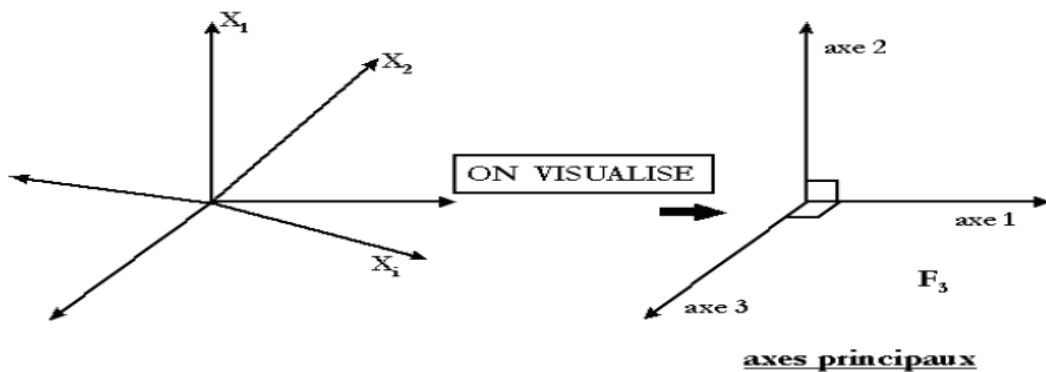
Nous cherchons à représenter le nuage des individus. A chaque individu noté  $e_j$ , on peut associer un point dans  $\mathbb{R}^p$ .



A chaque variable du tableau  $X$  est associé un axe de  $\mathbb{R}^p$ .  
 La représentation des nuages des points est impossible dès que  $p > 3$ .

## 2) Principe :

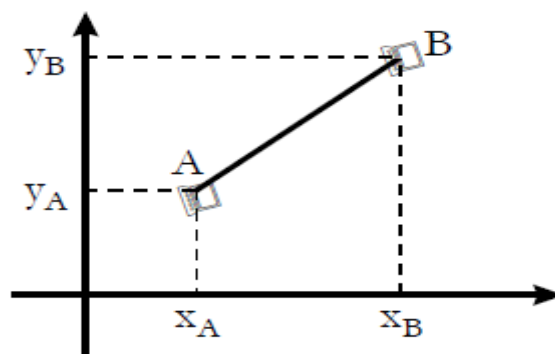
On cherche une représentation des  $n$  individus  $e_1, e_2, \dots, e_n$ , dans un sous-espace  $F_k$  de  $\mathbb{R}^p$  de dimension  $k$  ( $k$  petit 2 ; 3...). Autrement dit on cherche à définir  $k$  nouvelles variables combinaisons linéaires des  $p$  variables initiales qui feront perdre le moins d'informations possible. Ces variables seront appelées composantes principales, les axes qu'elles déterminent et les formes linéaires associées facteurs principaux.



Pour préserver le maximum d'information possible il faut assurer deux choses :

- 1-  $F_k$  devra être ajusté le mieux possible au nuage des  $e_i$  : la somme des carrés des distances des  $e_i$  à  $F_k$  doit être minimale.
  - 2-  $F_k$  est le sous-espace tel que le nuage projeté ait une inertie (dispersion maximale).
- Les deux conditions précédentes sont basées sur la distance et la projection orthogonale.

## 3) Choix de la distance entre individus :



La distance entre deux points A et B est calculée sur un plan par :

$$d^2(A, B) = (X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2.$$

Dans l'espace  $R^p$  à  $p$  dimensions, on généralise cette notion : la distance euclidienne entre deux individus s'écrit :  $d^2(e_i, e_j) = \sum_{k=1,p} (X_i^k - X_j^k)^2$ . Cela pose un problème des unités, pour résoudre ce problème nous décidons de transformer les données en données centrées-réduites.

L'observation  $x_i^k$  est alors remplacée par unités d'écart-type définies par :  $(X_i^k - X_k^*) / S_k$  où :

$X_k^*$  : moyenne de la variable  $X^k$   
 $S_k$  : écart-type de la variable  $X^k$

#### 4) Inertie totale :

L'inertie mesure la dispersion totale du nuage des points. Elle est égale à la somme des variances des variables étudiées. C'est une somme pondérée des carrés des distances des individus au centre de gravité  $g$ . Elle est exprimée par la formule qui suit :

$$I_g = \sum_{i=1,n} 1/n d^2(e_i, g)$$

En notant  $V$  la matrice de variances-covariances :

$$V = \begin{pmatrix} s_1^2 & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ \vdots & s_2^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ s_{p1} & & & s_p^2 \end{pmatrix}$$

$$I_g = \sum_{i=1,p} S_i^2 \text{ ou } I_g \text{Tr}(V).$$

Dans le cas où les variables sont centrées et réduites, la variance de chaque variable vaut 1. L'inertie totale est alors égale à  $p$  (nombre de variables).

Soit  $F$  un sous-ensemble de  $R^p$ ,  $f_i$  est la projection orthogonale de  $e_i$  sur  $F$ . Nous allons chercher  $F$  tel que  $\sum_1^n p_i \|e_i - f_i\|^2$  soit minimal ce qui revient d'après le théorème de Pythagore à maximiser :

$$\sum_1^n p_i \|f_i - g\|^2 \text{ car on a : } \|e_i - g\|^2 = \|e_i - f_i\|^2 + \|f_i - g\|^2 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Donc :  $\sum_1^n p_i \|e_i - g\|^2 - \sum_1^n p_i \|e_i - f_i\|^2 = \sum_1^n p_i \|f_i - g\|^2$   
 Et puisque la quantité  $\sum_1^n p_i \|e_i - g\|^2$  est fixe  
 Alors minimiser  $\sum_1^n p_i \|e_i - f_i\|^2$  revient à maximiser  $\sum_1^n p_i \|f_i - g\|^2$

### I.3.2. Solution du problème :

La recherche d'axes portant le maximum d'inertie équivaut à la construction de nouvelles variables (auxquelles sont associés ces axes) de variance maximale.

En d'autres termes, on effectue un changement de repère dans  $R^p$  de façon à se placer dans un nouveau système de représentation où le premier axe apporte le plus possible de l'inertie totale du nuage, le deuxième axe le plus possible de l'inertie non prise en compte par le premier axe, et ainsi de suite. Cette réorganisation s'appuie sur la diagonalisation de la matrice de variances-covariances.

#### 1) Solution :

- Axes principaux :

Nous appelons axes principaux d'inertie les axes de direction des vecteurs propres de  $V$  normés à 1. Il y en a  $p$ . Le premier axe est celui associé à la plus grande valeur propre  $\lambda_1$ , on le note  $u^1$ . Le deuxième axe est celui associé à la deuxième valeur propre  $\lambda_2$ , nous le notons  $u^2$ .

- Composantes principales :

A chaque axe est associée une variable appelée composante. La composante  $c^1$  est le vecteur renfermant les coordonnées des projections des individus sur l'axe 1. La composante  $c^2$  est le vecteur renfermant les coordonnées des projections des individus sur l'axe 2. Pour obtenir ces coordonnées on écrit que chaque composante principale est une combinaison linéaire des variables initiales.

#### 2) Propriétés des composantes principales :

- 1- la variance d'une composante principale est égale à l'inertie apportée par l'axe principal qui lui est associé.
- 2- les composantes principales sont non corrélées deux à deux.

#### 3) Représentation des individus :

$$\underline{c}^j = \begin{pmatrix} c_1^j \\ c_2^j \\ \vdots \\ c_n^j \end{pmatrix}$$

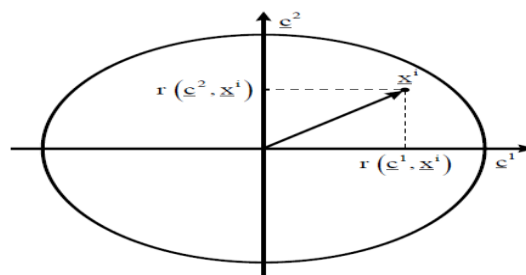
La  $j^{\text{ème}}$  composante principale fournit les composantes des  $n$  individus sur le  $j^{\text{ème}}$  axe principal.

Si nous désirons une représentation plane des individus la meilleure sera celle réalisée grâce aux deux premières composantes principales.

#### 4) Représentation des variables :

Les proximités entre les composantes et les variables initiales sont mesurés par les covariances et surtout les corrélations.

$r(c^j, x^j)$  est le coefficient de corrélation linéaire entre  $c^j$  et  $x^j$ .



**CERCLE DES CORRÉLATIONS**

### I.3.3. Application de l'ACP sur SPSS :

#### 1) Factorisation des données :

Avant de procéder à l'ACP, il faut d'abord se demander si les données sont factorisables ou non. Pour cela, il faut au moins vérifier deux parmi les trois conditions qu'on va voir par la suite.

- **Matrice des corrélations :**

Dans un premier temps, il convient d'observer la matrice des corrélations « Correlation Matrix ». Si plusieurs variables sont corrélées ( $> 0.5$ ), la factorisation est possible. Sinon, la factorisation n'a pas de sens et n'est donc pas conseillée.

- **Indice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) :**

Dans un deuxième temps, il faut observer l'indice de KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) qui doit tendre vers 1. Si ce n'est pas le cas, la factorisation n'est pas conseillée. Pour juger de l'indice de KMO, on peut utiliser l'échelle suivante :

Mesure KMO	décision
inférieur à 0,5	inacceptable
entre 0,5 et 0,6	médiocre
entre 0,6 et 0,7	moyen
entre 0,7 et 0,8	bien
entre 0,8 et 0,9	très bien
supérieur à 0,9	excellent

*Tableau 1 : Echelle du critère de KMO*

- **Test de sphéricité de Barlett :**

Le test de sphéricité de Barlett teste si la matrice de corrélation est une matrice d'identité. Autrement dit, il teste la présence ou non d'une corrélation significative entre les variables.

$H_0$  : absence de corrélation significative entre les variables (matrice d'identité)

signification	décision
$\approx 0,00$	très significatif
$< 0,05$	significatif
entre 0,05 et 0,10	acceptable
$> 0,10$	rejet

*Tableau 2 : Echelle de la signification de test de sphéricité de Barlett*

Il faut noter que plus le nombre de variables métriques augmente, plus la probabilité du rejet de l'hypothèse nulle n'augmente aussi.

## 2) **Extraction des composantes principales :**

Combien de facteur devons-nous retenir ? La réponse à cette question se fait à travers trois critères.

- **Critère de Kaiser :**

Selon Kaiser l'extraction des composantes doit s'arrêter dès qu'une valeur propre devient inférieure à 1. Il ne faut donc retenir que les facteurs dont les valeurs propres sont supérieures à 1.

- **Restitution minimale d'information souhaitée :**

La décision doit aussi être prise en fonction de la restitution minimale d'information que l'on souhaite avoir. Dans la majorité des cas, si le modèle restitue au moins 80% de l'information globale, c'est déjà un bon résultat.

- **Scree-Test :**

Le Scree-Test appelé encore Test d'accumulation de variance de Cattell nous indique qu'il faut arrêter l'extraction des composantes à l'endroit où se manifeste le changement de pente dans le graphique. Autrement dit, il ne faut retenir que les valeurs qui se trouvent à gauche du point d'inflexion.

### **3) Interprétation des résultats :**

C'est la phase la plus délicate de l'analyse. Nous devons pouvoir donner un sens aux axes grâce à une recherche lexicale à partir des coordonnées des variables et des individus.

L'analyse en composantes principales (ACP) reste une technique descriptive utilisée pour remédier au problème de la sélection des variables du modèle. Cependant en vue de la difficulté de l'interprétation des résultats, nous serons amené souvent à appliquer autres techniques que l'ACP afin d'obtenir des résultats plus fiables. En fait nous pouvons toujours procéder par une régression linéaire notamment la régression pas à pas descendante qui, grâce à sa méthode itérative de sélection de variables, nous aide à construire le meilleur modèle possible.

#### **I.4.Régression pas à pas descendante:**

La régression linéaire entrevoit et vérifie à la fois l'existence d'une liaison linéaire entre plusieurs variables explicatives et une variable expliquée (dépendante), et recherche leur degré d'association ou de corrélation ainsi que les contributions uniques de chaque variable explicative à la prédiction de la variable expliquée.

##### **I.4.1. Modèle et estimation :**

Le modèle s'écrit :

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots B_k X_k + \epsilon$$

La méthode des moindres carrées consiste en principe à minimiser l'écart au carré entre le modèle et la réalité :

$$\text{Min } \sum (Y - (B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_k X_k))^2$$

Cette méthode donne les estimations des paramètres  $B_0, B_1, B_2 \dots B_k$ . L'estimation du vecteur  $B = (B_0, B_1, B_2 \dots B_k)$  est donnée par :

$$B = (X^t * X)^{-1} * (X^t * Y)$$

Nous calculons après le coefficient de détermination ajusté  $R^2$ . Il mesure la qualité de l'ajustement des estimations de l'équation de régression. Il permet d'avoir une idée globale de l'ajustement du modèle. Il s'interprète comme la part de la variance de la variable  $Y$  expliquée par la régression, varie entre 0 et 1 et s'exprime souvent en pourcentage. Un  $R^2$  proche de 1 est suffisant pour dire que l'ajustement est statistiquement significatif.

#### I.4.2. Régression pas à pas descendante :

La régression pas à pas descendante est une méthode itérative, qui consiste à éliminer la variable explicative ayant l'apport marginal le plus faible ou la signification (p-value) la plus grande :  $|t_i|$  minimum ou  $NS(t_i)$  maximum, à partir du modèle complet, à condition que cet apport soit non significatif :  $NS(t_i) \geq 0.1$  (10%). Le but est de trouver la meilleure combinaison des variables qui expliquent la variable dépendante.

Nous gardons le modèle final qui se compose de l'ensemble des variables restantes dans la dernière itération de la régression pas à pas.

#### I.4.3. Test de signification globale du modèle final :

Nous testons la signification globale du modèle avec les hypothèses suivantes :

$$H_0 : B_1 = B_2 = B_3 = \dots = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : \text{il existe au moins un } i \text{ tel que } B_i \neq 0$$

La décision est prise en comparant la statistique de Fisher empirique lue dans la table à sa valeur théorique  $F(\alpha; p; n-p-1)$  avec :

- Seuil de signification :  $\alpha = 0,05$  (5%)
- 1<sup>er</sup> degré de liberté :  $p$  nombre de variables à tester
- 2<sup>ème</sup> degré de liberté :  $n-p-1$  nombre d'observations



Si  $F_{\text{obs}} > F_{\text{table}}$  (ou  $NS(t) = 0,00 < 0,05$ ) alors on rejette l'hypothèse  $H_0$ . Rejeter  $H_0$  revient à dire que le modèle est globalement significatif, c'est-à-dire que l'ensemble des variables explicatives explique bien la variable dépendante Eurodollar.

#### I.4.4. Validation du modèle final :

Nous voulons s'assurer de la validité de l'hypothèse de linéarité du modèle : avait-on raison de supposer que les résidus sont indépendants et de même loi normale ? D'où la nécessité de faire une analyse des résidus, et d'étudier leur dynamique.

##### 1) Analyse des résidus :

Les résidus sont des variables aléatoires couvrant les phénomènes non explicitement pris en considération dans l'analyse ou encore des erreurs de mesure ou d'approximation. Ils doivent être régis par les hypothèses suivantes :

- La moyenne des résidus est égale à zéro :  $E(\varepsilon_i) = 0$ .
- La variance  $\sigma^2$  des résidus est constante (homoscédasticité).
- Les résidus ne sont pas corrélés entre eux.
- Les fluctuations des résidus sont distribuées selon une distribution normale :  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

Ces hypothèses sont requises pour que le traitement par régression aboutisse à des estimations permettant des inférences fiables. Pour tester si la distribution des résidus est normale, il suffit d'utiliser un test de Jarque-Bera que nous avons déjà mentionné. Les statistiques descriptives, ainsi que le graphique d'évolution des résidus peuvent nous assurer la nullité ou non de la moyenne des résidus. L'homoscédasticité quant à elle, peut être testée grâce au test de White d'hétéroscédasticité, tandis que l'autocorrélation des résidus peut être confirmée soit par un test de Durbin-Watson, soit par le corrélogramme, qui teste également si les résidus suivent un processus de bruit blanc.

Si les résidus ne suivent pas un processus de bruit blanc, nous pourrions penser à modéliser leurs volatilités par un modèle GARCH (1,1) (voir annexe 1).

##### 1.1) Test de White d'hétéroscédasticité :

Le test de White d'hétéroscédasticité permet de tester si les résidus ont une variance constante (homoscédasticité) ou non, avec les hypothèses suivantes :

$H_0$  : Homoscédasticité des résidus VS  $H_1$  : Hétéroscédasticité des résidus

Règle de décision : Si la p-value associée à la statistique (Obs\*R-squared) donnée par EViews est inférieure au seuil de signification de 5%, on rejette l'hypothèse  $H_0$ . Dans ce cas, Il y a hétéroscédasticité des résidus.

## 1.2) Test d'autocorrélation des résidus :

### ▪ Test de Durbin-Watson :

Nous pourrions tester l'autocorrélation des résidus grâce au test de Durbin-Watson, avec les hypothèses suivantes :

$$H_0 : \rho_k = 0 \text{ (pour tout } k) \quad \text{VS} \quad H_1 : \text{il existe } k \text{ tel que } \rho_k \neq 0$$

La statistique utilisée pour ce test, étant donné les estimateurs de moindre carré et les résidus du modèle de régression  $e_1, e_2, \dots, e_n$ , s'écrit :

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Règle de décision : si  $d_u(n,p) < d < 4 - d_u(n,p)$  alors on accepte  $H_0$ . C'est-à-dire il n'y a pas autocorrélation des résidus. Avec  $d_u(n,p)$  : valeur critique donné par la table de Durbin-Watson.

### ▪ Corrélogramme :

Nous testons l'hypothèse d'indépendance sérielle de la série étudiée (la série est-elle bruit blanc ?) avec les hypothèses suivantes :

$$H_0 : \rho_k = 0 \text{ pour tout } k \quad \text{VS} \quad H_1 : \text{il existe } k \text{ tel que } \rho_k \neq 0$$

La statistique utilisée est celle de Ljung-Box, elle teste l'hypothèse que les  $k$  coefficients d'autocorrélation sont nuls. Elle est basée sur la somme des autocorrélations de la série (série des résidus) et elle est distribuée selon la loi Khi-deux avec  $k$  degrés de liberté ( $m$  étant le nombre de retard choisi).

$$Q(m) = T(T+2) \sum_{j=1}^m \frac{\rho_j^2}{T-j}$$

Règle de décision : si  $Q(m) > \chi^2(\alpha, m)$  alors on rejette  $H_0$ . En d'autres termes, la série n'est pas bruit blanc.

## 2) Dynamique des résidus :

La dynamique des résidus consiste à la vérification de deux propriétés importantes : la stationnarité et le retour à la moyenne. La stationnarité nous assure le fait que l'écart entre la variable dépendante et la combinaison des variables explicatives reste borné, et ne dépasse pas un certain seuil. En pratique, la valeur du portefeuille synthétique reste proche de la valeur de l'actif principal. Le retour à la moyenne quant à lui, nous assure que même si l'écart entre les deux portefeuilles augmente, il reviendra nécessairement à sa moyenne nulle. Autrement dit, il y'aura toujours équilibre relativement aux valeurs des deux portefeuilles qui auront toujours tendance à rester égales.

La stationnarité des résidus peut être testée par le test de Dickey-Fuller Augmenté déjà explicité auparavant. Quant au test de retour à la moyenne, nous allons le détailler dans la partie qui suit :

### ▪ Test de Retour à la moyenne :

Nous voulons vérifier si la série des résidus a tendance à avoir un comportement de retour à la moyenne à moyen terme : s'il y'a un changement de la série, le retour à la moyenne provoque-t-il un changement dans le sens inverse vers la moyenne à court terme ?

L'estimation des effets du retour à la moyenne peut se faire de différentes manières et dépend évidemment du choix du modèle. Globalement, nous avons trois classes de modèles de séries temporelles linéaires qui modélisent le retour à la moyenne. Dans notre cas, nous servirons du modèle le plus simple (classe 1), défini par une simple régression de  $X_t$  décalée de 1 :

$$X_t = a + bX_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = a + (b - 1) X_{t-1} + \varepsilon_t$$

L'estimation du coefficient de retour à la moyenne est donnée par :

$$\mu = b - 1$$

Cela revient donc à tester la significativité de  $\mu$ . Nous retrouvons un cas particulier de l'analyse de la stationnarité, avec un test de Dickey-Fuller et un retard nul (maxlag = 0). Le retour à la moyenne dans ce cas est équivalent à la stationnarité.

$$H_0 : b = 1 \text{ (non-retour à la moyenne)} \quad \text{VS} \quad H_1 : b < 1 \text{ (retour à la moyenne)}$$

La statistique du test : statistique de Student associée au coefficient  $\mu = b - 1$ .  
Règle de décision : on rejette  $H_0$  au seuil de 5% si  $t_{\text{obs}} > t_{\text{DF}}$  i.e  $p\text{-value}(t_{\text{obs}}) < 0,05$ .

## **II. Back-test et implémentation de la stratégie de pairs trading :**

### **II. 1. Back-testing du modèle :**

Le but du backtesting est de valider les modèles mathématiques trouvés pour un éventuel investissement. En effet, les relations mathématiques trouvées sont déterminées selon un historique passé. Un investissement futur sur la base de ces historiques présente un risque dans la mesure où les scénarios risquent de ne pas se répéter. A partir de cette constatation, il semble nécessaire de trouver un moyen pour estimer le risque pris dans une position et déterminer les situations risquées qui peuvent nuire à la validation des modèles.

Dans notre cas, la validation des modèles est très importante vu les montants mis en jeu. Il est à noter que la banque met à la disposition des traders de la salle des marchés, des sommes importantes d'argent pour pouvoir faire des opérations sur les marchés internationaux, et le fait de prendre de grands risques avec l'argent des actionnaires peut être fatal que ce soit pour la banque ou encore pour la carrière du trader.

Pour ce faire, il faut fixer tout d'abord un échantillon du back test dont la taille est appropriée à l'horizon temporel de la mise en marche du modèle. Une fois cet échantillon déterminé, nous utilisons les paramètres du modèle estimés à partir de l'historique correspondant à l'échantillon mère pour le calcul du portefeuille synthétique sur l'échantillon test. Après avoir estimé la valeur du portefeuille synthétique, nous le comparons à la valeur réelle de l'actif principal.

Ainsi, si le spread qui n'est autre que la différence entre la valeur du portefeuille synthétique et celle de l'actif principal, autrement dit, l'écart entre le réel et l'estimé reste significativement proche de 0, alors le modèle est valide et peut constituer la base de nos stratégies de pairs trading. En pratique, nous devons s'assurer que le spread est stationnaire, qu'il vérifie le retour à la moyenne et que sa moyenne est nulle.

### **II.2. Détection des signaux et implémentation de la stratégie :**

Dans cette partie, nous essayerons de profiter du back-test que nous avons effectué pour implémenter une stratégie de pairs trading sur la période du back-test. Nous devons d'abord savoir quand faut-il ouvrir une position, quand faut-il la fermer et évidemment quelle position prendre. En d'autres termes, nous devons être capables de détecter les signaux d'achat et de vente. Pour ce faire, il faut disposer d'un indicateur qui permet de le faire, nous introduisons à cet effet une variable appelée « score » qui jouera le rôle de notre indicateur, elle est définie par :

$$S(t) = \frac{X(t) - m}{\sigma}$$

Où  $S$  : le score à l'instant  $t$ .  
 $X(t)$ : le spread en  $t$ .  
 $m$ : : moyenne de  $X(t)$ .  
 $\sigma$ : écart-type de  $X(t)$ .

Le score mesure l'écart entre le spread et sa valeur moyenne, le tout rapporté à l'unité d'écart-type. Il peut être défini comme une distance standard qui nous donne idée sur le positionnement du spread par rapport à la valeur d'équilibre théorique, et qui doit valoir 0. Si la moyenne du spread est effectivement nulle, le score et le spread auront les mêmes variations, et donc le score vérifiera le retour à la moyenne. Ainsi, nous devrons ouvrir une position lorsque le score s'éloigne significativement de sa moyenne nulle.

Nous définissons donc, des seuils qui nous donnent les signaux d'achat et de vente, à partir de la distribution empirique de la variable score. L'implémentation de la stratégie doit se faire ainsi :

- Achat (long) de l'actif sous-évalué si  $S < S_{emp1}$
- Vente (short) de l'actif surévalué si  $S > S_{emp2}$
- Clôture de la position short si  $S < S_{emp3}$
- Clôture de la position long si  $S > S_{emp4}$

Les seuils empiriques correspondent aux points de la distribution du score de faibles probabilités c'est-à-dire qui se trouvent aux queues de la distribution soit à droite soit à gauche. Ainsi le score, dans la majorité des cas, ne peut atteindre deux fois ou plus ces valeurs extrêmes successivement. De ce fait, l'ouverture des positions est faite ainsi avec prudence et sûreté.

### III. Limites du modèle de l'arbitrage statistique :

Soit un modèle mathématique stable sur une période  $T$ . Nous guetons le phénomène d'inefficience des prix de différents sous-jacents constitutifs des portefeuilles de notre modèle pour pouvoir profiter des opportunités d'arbitrage possibles tout au long de la durée de la stabilité du modèle.

#### III.1. Calibration du modèle :

La technique de calibration est maintenue régulièrement pour pouvoir assurer une continuité de la validité du modèle dans le temps. Il s'agit en fait du réajustement des paramètres du modèle notamment les coefficients de la régression, les variables explicatives et le coefficient de détermination. En pratique la mise à jour du modèle est faite par translation dans le temps.

Un suivi du modèle est fait afin de détecter le moindre changement concernant soit les paramètres (pondérations) soit l'ensemble des variables explicatives du modèle. Cette opération de mise à jour du modèle est réalisée sur la base des techniques de calibration et du principe de la « fenêtre glissante » (ajouter la plus récente observation et enlever la plus ancienne) qui assure une dynamique au modèle en intégrant toute information nouvelle.

### III.2. Optimisation de la taille de l'échantillon du modèle :

En partant d'un échantillon validé par back testing, nous construisons une fenêtre glissante avec un nombre de décalage donné. Le décalage représente le nombre d'observations prises dans l'échantillon. Nous calculons après chaque pas -le pas de la translation est égale à une unité de temps (jour, 5min...etc.)- le  $R^2$  du modèle pour sortir à la fin avec un vecteur de coefficients de déterminations pour chaque valeur de décalage. Ainsi le meilleur modèle est celui correspondant à un décalage qui maximise la moyenne des  $R^2$  et qui minimise son écart-type.

La maximisation de la moyenne et la minimisation de l'écart-type revient à maximiser le rapport des deux indicateurs tout court c'est-à-dire le coefficient de variation de  $R^2$ .

### III.3. Risques des stratégies de l'arbitrage statistiques :

#### III.3.1. Risque de liquidité :

La liquidité est définie comme étant le volume des transactions journalières effectuées au sein des marchés des différents actifs. Quand on est sur une position d'achat ou de vente par rapport à un sous-jacent donné d'un portefeuille et pour se permettre la liquidation de cette position, une condition basique qui annule un tel risque est bien la liquidité du marché de ce sous-jacent. En fait qui dit risque de liquidité dit risque de contrepartie, ainsi un marché parfaitement liquide est un marché où la contrepartie est présente à tout instant.

#### III.3.2. Risque du marché :

La relation d'équivalence définie par le modèle statistique qui relie le portefeuille synthétique à l'actif réel correspondant suggère par construction une conjoncture macroéconomique bien dessinée (coefficients de volatilité : bêta, taux d'intérêt, dividende,...etc) qui contrôle l'évolution de l'équilibre existant entre les différents composants du modèle et qui maintient sa validité dans le temps. Le risque du marché se définit donc par rapport à la dynamique de ces facteurs de risque et l'impact de leurs variations sur la signification des éléments le modèle.

### **III.3.3. Risque du mauvais calcul :**

Une mauvaise estimation du portefeuille synthétique peut provenir de deux sources fondamentales. La première dépend de la crédibilité et de la fiabilité des données, la qualité de la base de données peut impacter négativement et biaiser les estimations du modèle. La deuxième source d'erreur est due à l'ensemble de variables explicatives non explicité dans le modèle auxquelles on ne peut pas accéder ou tout simplement on n'en connaît pas l'existence. L'intégration d'un maximum d'information est donc primordiale pour une meilleure précision des estimations via la minimisation des termes d'erreur.

Si à tout moment on constate qu'il y a une instabilité du modèle de base, on attend le retour de la stabilité et on définit une nouvelle période  $T'$  (contenant le même nombre d'observations) sur laquelle on peut arbitrer.

## Chapitre 4

Application : Construction d'un  
modèle de Pairs Trading  
concernant les taux de change



Nous souhaitons appliquer la méthodologie de l'arbitrage statistique sur le marché de change. En ce sens, nous désirons implémenter une stratégie de pairs trading à haute fréquence sur un ensemble de séries temporelles concernant les cours de quelques taux de change, à savoir : EURUSD, AUDUSD, CHFUSD, GBPUSD, JPYUSD et NZDUSD, sur une période de 1000 observations, soit entre le 01/06/2011 à 00:00 et le 07/06/2011 à 13:30. Nous souhaitons avoir l'Eurodollar comme actif principal, tandis que le portefeuille synthétique sera composé des autres cours de taux de change.

Pour ce faire, il va falloir faire une analyse descriptive de l'actif principal (EURUSD), et étudier ensuite l'ordre d'intégration de chaque série. Nous allons après considérer les actifs qui ont le même ordre d'intégration et vérifier s'il y a effectivement cointégration entre les séries. Nous allons construire notre modèle de régression linéaire et estimer ses paramètres, puis nous allons valider le modèle grâce à une analyse des résidus, une étude sur leur dynamique et un back-test du modèle. Finalement, nous allons détecter les signaux d'achat et de vente, et nous implémenterons une stratégie de pairs trading à haute fréquence sur la période du back-test, qui comporte 250 observations.

Nous commençons tout d'abord par une étude statistique concernant l'actif principal l'eurodollar.

## **I. Etude statistique sur la série l'Eurodollar 'EURUSD' (1000 obs) :**

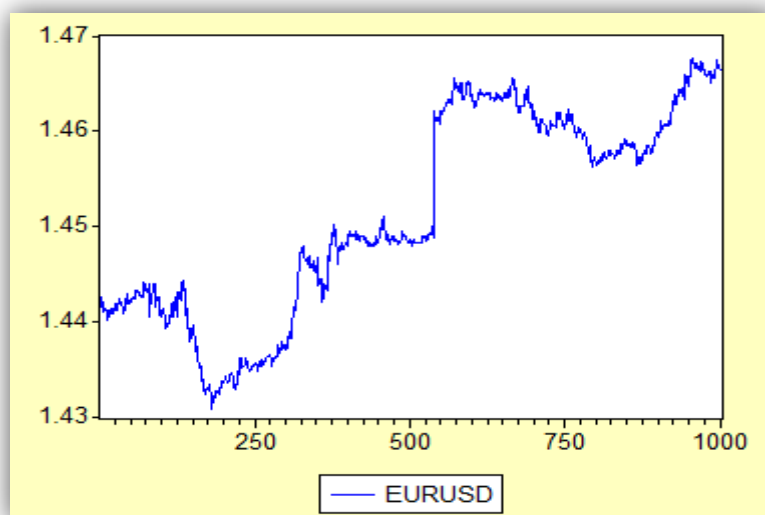
L'Eurodollar désigne le taux de change de l'euro exprimé en dollar américain, c'est-à-dire la valeur d'un euro exprimée en dollar américain. On l'écrit habituellement : EUR/USD, suivant la norme ISO 4217. C'est l'instrument financier le plus traité dans le monde, ainsi, en avril 2007, 265 milliards de dollars s'échangeait en spot par jour en moyenne.

Les cours de l'Eurodollar évoluent librement dans un régime de changes flottants, suivant l'offre et la demande sur le marché interbancaire. Les deux banques centrales, à savoir la Réserve Fédérale des États-Unis et la Banque Centrale Européenne, n'interviennent que très rarement pour modifier l'évolution des cours.

Ci-dessous une analyse statistique des données concernant la série 'EURUSD', que nous souhaitons avoir comme actif principal dans notre portefeuille. Nous allons étudier les caractéristiques de la série (que nous avons précédemment définies dans le chapitre précédent), à savoir la normalité, le skewness, le kurtosis, le corrélogramme... Nous allons également tester la stationnarité de la série, et déduire son ordre d'intégration.

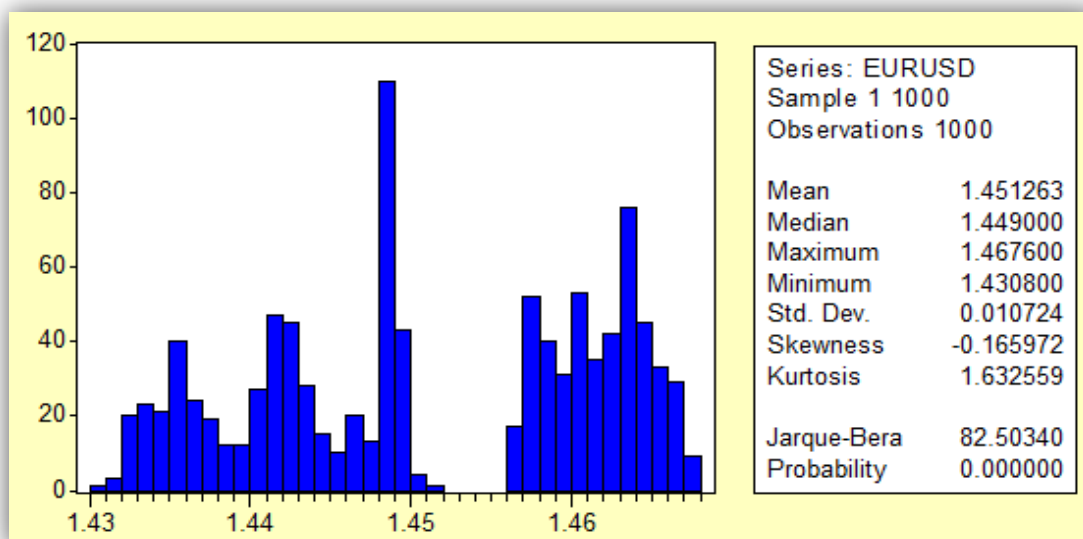
### I.1. Graphique de l'évolution de la série 'EURUSD' :

Le graphique ci-dessous présente l'évolution de l'Eurodollar entre le 01/06/2011 à 00:00 et le 07/06/2011 à 13:30, soit 1000 observations. Nous constatons que le cours de l'Eurodollar est caractérisé par sa grande volatilité.



*Figure 4 : Graphique de l'évolution de la série 'EURUSD' donné par EViews*

### I.2. Histogramme et statistiques descriptives de la série 'EURUSD' :



*Figure 5 : Histogramme et statistiques descriptives de la série 'EURUSD' donnés par EViews*

### I.2.1. Test de Normalité : Jarque-Bera

$H_0$  : normalité de la série VS  $H_1$  : non normalité de la série

Puisque la p-value de la statistique de Jarque-Bera est nulle, notamment inférieure au seuil de signification de 5% , donc on refuse l'hypothèse de la normalité de la série 'EURUSD'. Les coefficients Skewness et Kurtosis peuvent le confirmer.

### I.2.2. Coefficients d'asymétrie (Skewness) et d'aplatissement (Kurtosis) :

D'après les statistiques descriptives fournies par EViews, le Skewness est égale à -0,165972. Etant négatif, la queue de gauche de la courbe de la série est plus longue. Quant au Kurtosis, il vaut 1,632559. Ces deux valeurs sont loin des valeurs du Skewness et du Kurtosis de la loi normale (0 et 3), ce qui confirme que la distribution n'est pas normale.

### I.3. Corrélogramme de la série 'EURUSD' :

$H_0$  :  $\rho_k = 0$  pour tout k VS  $H_1$  : il existe k tel que  $\rho_k \neq 0$

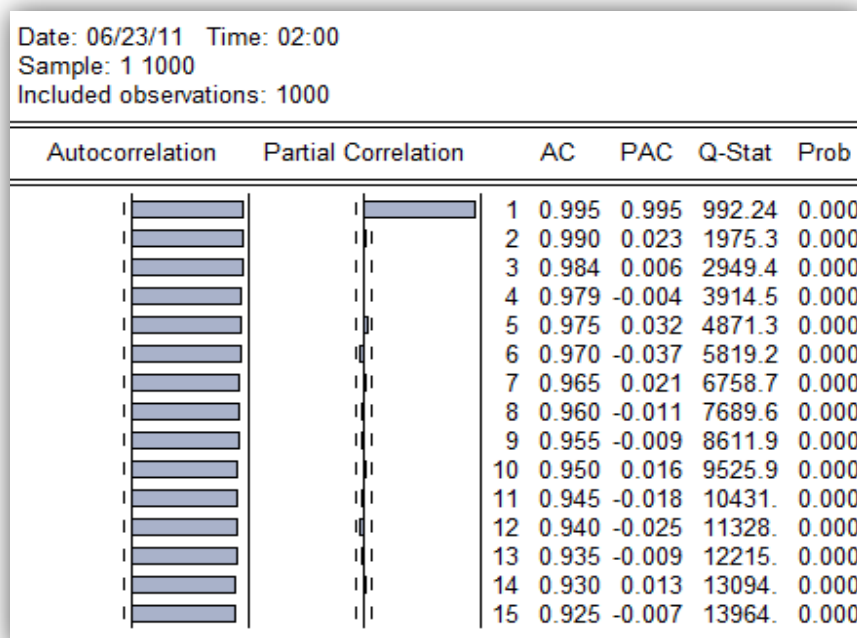


Figure 6 : Corrélogramme de la série 'EURUSD' donné par EViews

Nous remarquons clairement que tous les termes du corrélogramme associés à la fonction d'autocorrélation simple sortent de l'intervalle de confiance représenté par les traits pointillés horizontaux. Ils sont donc tous significativement différents de 0 au seuil de 5%. La série n'est pas un bruit blanc.

De plus, la statistique Q de Ljung-Box le confirme aussi : Q-stat = 13964 (au 15<sup>ème</sup> retard)  $> \chi^2(0,05; 15) = 25$  (la p-value associée au 15<sup>ème</sup> retard est nulle, notamment inférieure à 5%). Cela nous mène donc à rejeter l'hypothèse de la nullité des coefficients  $\rho_k$  (hypothèse d'indépendance sérielle de la série). En d'autres termes, la série 'EURUSD' n'est pas un bruit blanc. Nous pouvons donc parler de la prévisibilité de l'Eurodollar, et dire que son marché est inefficent, donc il existe des opportunités d'arbitrage là-dessus.

L'étude des propriétés statistiques des autres séries concernant les taux de change : AUDUSD, CHFUSD, GBPUSD, JPYUSD, NZDUSD sont présentés dans les Annexes 7, 8, 9, 10, et 11.

Nous passons après au test de la racine unitaire pour tester la stationnarité de la série 'EURUSD', et déduire son ordre d'intégration.

#### I.4. Stationnarité de la série 'EURUSD' :

Avant d'effectuer le test de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) sur la série 'EURUSD' sur EViews, il faut d'abord choisir le nombre de retards à retenir pour les régressions des tests ADF. Pour cela, il faut étudier le corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence première.

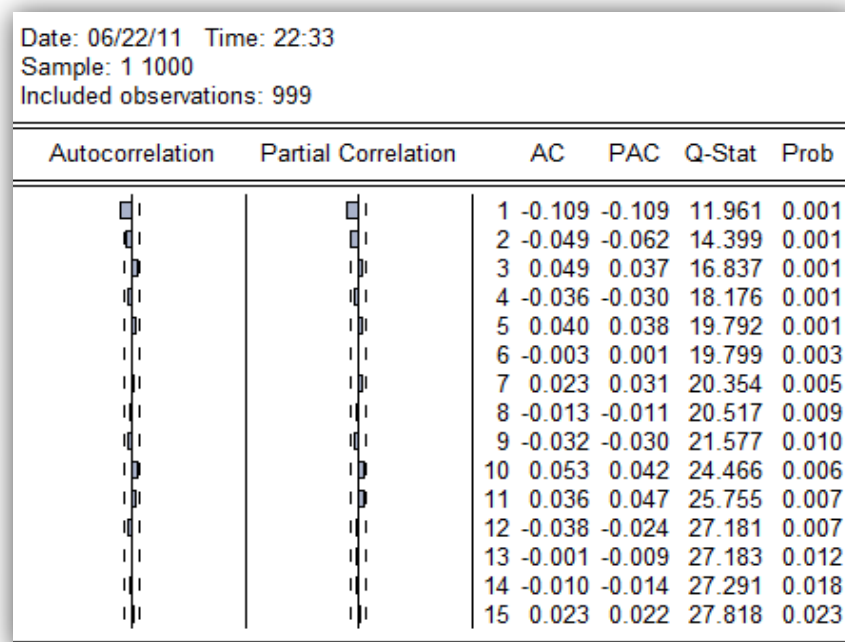


Figure 7 : Corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence première donné par EViews

D'après le corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence première, nous constatons que la première bande associée à la fonction d'auto-corrélation partielle sort significativement de l'intervalle de confiance représenté par les pointillés, donc nous retenons  $p = 1$  comme nombre de retards pour les régressions des tests ADF.

Nous commençons par l'estimation du modèle [3], et nous testons la significativité de la tendance.

$$H_0 : b = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : b \neq 0$$

Null Hypothesis: EURUSD has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.051806	0.5715
Test critical values:	1% level		-3.967270	
	5% level		-3.414323	
	10% level		-3.129283	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EURUSD) Method: Least Squares Date: 06/22/11 Time: 22:34 Sample (adjusted): 3 1000 Included observations: 998 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EURUSD(-1)	-0.008244	0.004018	-2.051806	0.0405
D(EURUSD(-1))	-0.106114	0.031523	-3.366279	0.0008
C	0.011838	0.005767	2.052818	0.0404
@TREND(1)	3.07E-07	1.49E-07	2.054883	0.0402
R-squared	0.016439	Mean dependent var		2.40E-05
Adjusted R-squared	0.013470	S.D. dependent var		0.000681
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion		-11.75603
Sum squared resid	0.000455	Schwarz criterion		-11.73637
Log likelihood	5870.258	F-statistic		5.537777
Durbin-Watson stat	2.011324	Prob(F-statistic)		0.000902

*Tableau 3 : Test ADF du modèle [3] sur la série 'EURUSD' donné par EViews*

La p-value associée à la statistique de la tendance est inférieure au seuil de signification de 5% ( $0,0402 < 0,05$ ), donc on rejette l'hypothèse  $H_0 : b = 0$ . En d'autres termes la tendance est significative.

Nous testons maintenant si la série admet une racine unitaire.

$$H_0 : \phi_1 = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \phi_1 < 1$$

Etant donné que la statistique de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) est supérieure à la valeur critique de 5% :  $-2,051806 > -3,414323$  (La p-value associée à la statistique de la constante est supérieure au seuil de signification de 5% :  $0,5715 > 0,05$ ) on accepte l'hypothèse  $H_0$ . La série 'EURUSD' n'est pas stationnaire, elle est plutôt un processus DS.

Nous déduisons que l'ordre d'intégration de la série 'EURUSD' est supérieure à 0.

Nous effectuons maintenant un test de Dickey-Fuller Augmenté sur la différence première de la série 'EURUSD' que nous notons : 'DEURUSD'. Pour choisir le nombre de retards à retenir pour les régressions des tests ADF, il faut étudier le corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence seconde.

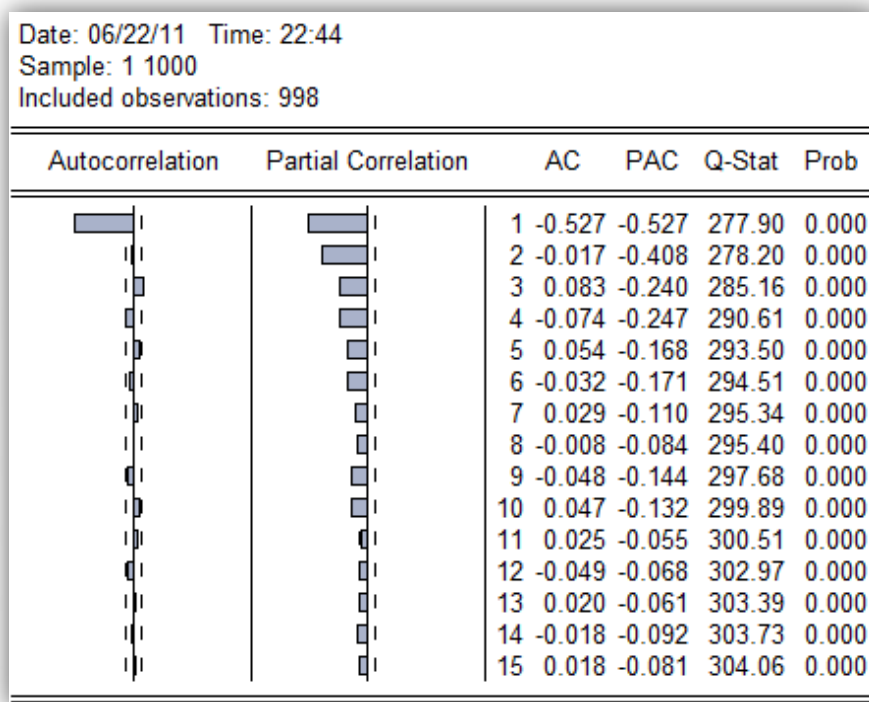


Figure 8 : Corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence seconde donné par EViews

D'après le corrélogramme de la série 'EURUSD' en différence seconde, nous constatons que la première bande associée à la fonction d'autocorrélation partielle sort significativement de l'intervalle de confiance représenté par les pointillés, donc nous retenons  $p = 1$  comme nombre de retards pour les régressions des tests ADF.

Nous commençons par l'estimation du modèle [3], et nous testons la significativité de la tendance.

$$H_0 : b = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : b \neq 0$$

Null Hypothesis: D(EURUSD) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-24.98979	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.967280	
	5% level		-3.414327	
	10% level		-3.129286	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EURUSD,2) Method: Least Squares Date: 06/22/11 Time: 22:45 Sample (adjusted): 4 1000 Included observations: 997 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(EURUSD(-1))	-1.179114	0.047184	-24.98979	0.0000
D(EURUSD(-1),2)	0.062250	0.031672	1.965487	0.0496
C	8.96E-06	4.30E-05	0.208266	0.8351
@TREND(1)	4.02E-08	7.45E-08	0.539319	0.5898
R-squared	0.556720	Mean dependent var	-2.22E-19	
Adjusted R-squared	0.555380	S.D. dependent var	0.001014	
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion	-11.75554	
Sum squared resid	0.000454	Schwarz criterion	-11.73587	
Log likelihood	5864.138	F-statistic	415.7058	
Durbin-Watson stat	1.994985	Prob(F-statistic)	0.000000	

Tableau 4 : Test ADF du modèle [3] sur la série 'DEURUSD' donné par EViews

La p-value associée à la statistique de la tendance est supérieure au seuil de signification de 5% ( $0,5898 > 0,05$ ), donc on accepte l'hypothèse  $H_0 : b = 0$ . En d'autres termes la tendance n'est pas significative.

Nous passons à l'estimation du modèle [2] et nous testons la significativité de la constante.

$$H_0 : c = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : c \neq 0$$

Null Hypothesis: D(EURUSD) has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-24.99312	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.436689	
	5% level		-2.864227	
	10% level		-2.568253	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EURUSD,2) Method: Least Squares Date: 06/22/11 Time: 22:46 Sample (adjusted): 4 1000 Included observations: 997 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(EURUSD(-1))	-1.178455	0.047151	-24.99312	0.0000
D(EURUSD(-1),2)	0.061918	0.031654	1.956062	0.0507
C	2.91E-05	2.14E-05	1.354988	0.1757
R-squared	0.556590	Mean dependent var	-2.22E-19	
Adjusted R-squared	0.555698	S.D. dependent var	0.001014	
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion	-11.75726	
Sum squared resid	0.000454	Schwarz criterion	-11.74250	
Log likelihood	5863.992	F-statistic	623.8583	
Durbin-Watson stat	1.995078	Prob(F-statistic)	0.000000	

*Tableau 5 : Test ADF du modèle [2] sur la série 'DEURUSD' donné par Eviews*

La p-value associée à la statistique de la constante est supérieure au seuil de signification de 5% ( $0,1757 > 0,05$ ), donc on accepte l'hypothèse  $H_0 : c = 0$ . En d'autres termes la tendance n'est pas significative.



Nous passons à l'estimation du modèle [1] et nous testons si la série admet une racine unitaire.

$$H_0 : \phi_1 = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \phi_1 < 1$$

Null Hypothesis: D(EURUSD) has a unit root Exogenous: None Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-24.94589	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.567284	
	5% level		-1.941141	
	10% level		-1.616486	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EURUSD,2) Method: Least Squares Date: 06/22/11 Time: 22:49 Sample (adjusted): 4 1000 Included observations: 997 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(EURUSD(-1))	-1.175010	0.047102	-24.94589	0.0000
D(EURUSD(-1),2)	0.060204	0.031642	1.902641	0.0574
R-squared	0.555771	Mean dependent var	-2.22E-19	
Adjusted R-squared	0.555324	S.D. dependent var	0.001014	
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion	-11.75742	
Sum squared resid	0.000455	Schwarz criterion	-11.74758	
Log likelihood	5863.072	Durbin-Watson stat	1.994987	

*Tableau 6 : Test du modèle [1] sur la série 'DEURUSD' donné par EViews*

Etant donné que la statistique de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) est inférieure à la valeur critique de 5% :  $-24,94589 < -1,941141$  (La p-value associée à la statistique de la constante est inférieure au seuil de signification de 5% :  $0,00 < 0,05$ ) on rejette l'hypothèse  $H_0$ . La série 'DEURUSD' est stationnaire.

Nous déduisons que l'ordre d'intégration de la série 'EURUSD' est égale à 1. ('EURUSD'  $\sim I(1)$ ).

### I.5. Stationnarité des autres séries des cours de taux de change :

L'ordre d'intégration des autres séries vaut 1 pour toutes les autres séries concernant les taux de change : AUDUSD, CHFUSD, GBPUSD, JPYUSD, NZDUSD  $\sim I(1)$ . Les tests de Dickey-Fuller Augmentés associés sont présentés dans les Annexes 2,3,4,5 et 6.

## II. Analyse en composante principales :

L'ACP, comme nous l'avons déjà vu, permet de réduire des tableaux de grandes tailles en un petit nombre de variables (2 ou 3 généralement) tout en conservant un maximum d'information.

Dans notre cas, nous souhaitons faire une ACP pour nos 6 séries chronologiques concernant les taux de change. Nous ferons l'analyse grâce au logiciel statistique SPSS.

### II.1. Factorisation des données :

Avant de procéder à l'ACP, il faut d'abord se demander si les données sont-elles factorisables. Pour cela, il faut au moins vérifier deux parmi les trois conditions que nous avons vu auparavant.

#### II.1.1 Matrice de corrélation :

Nous devons observer la matrice des corrélations. Si plusieurs variables sont corrélées (corrélation  $> 0.5$ ), la factorisation est possible. Sinon, la factorisation n'a pas de sens et n'est donc pas conseillée.

Correlation Matrix							
		EURUSD	GBPUSD	JPYUSD	CHFUSD	AUDUSD	NZDUSD
Correlation	EURUSD	1,000	,347	,879	,792	,702	,024
	GBPUSD	,347	1,000	-,013	-,089	,647	,687
	JPYUSD	,879	-,013	1,000	,923	,480	-,273
	CHFUSD	,792	-,089	,923	1,000	,316	-,315
	AUDUSD	,702	,647	,480	,316	1,000	,407
	NZDUSD	,024	,687	-,273	-,315	,407	1,000

Tableau 7 : Matrice de corrélation entre les actifs : EURUSD, GBPUSD, JPYUSD, CHFUSD, AUDUSD, NZDUSD donnée par SPSS

La matrice des corrélations nous montre que plusieurs variables sont corrélées, et que les corrélations dépassent 0,5. La factorisation est donc possible.

### II.1.2. Indice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) :

Dans un deuxième temps, il faut observer l'indice de KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) qui doit tendre vers 1. Si ce n'est pas le cas, la factorisation n'est pas conseillée.

### II.1.3. Test de sphéricité de Barlett :

Le test de sphéricité de Barlett teste si la matrice de corrélation est une matrice d'identité. Autrement dit, il teste la présence ou non d'une corrélation significative entre les variables.

$H_0$  : absence de corrélation significative entre les variables (matrice d'identité)

KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,714
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	6373,752
	df	15
	Sig.	,000

*Tableau 8 : Indice de KMO et test de sphéricité de Barlett donnés par SPSS*

Nous remarquons que l'indice de KMO tend vers 1 (de l'ordre de 0,714), la factorisation est possible selon cet indice.

La signification du test de sphéricité de Barlett est nulle quant à elle, donc on refuse l'hypothèse  $H_0$ . Autrement dit, Il y a une corrélation significative entre les variables, et du coup la factorisation est possible selon ce test.

Puisque les trois conditions sont vérifiées, l'analyse en composantes principales peut être effectivement appliquée.

## II.2.Extraction des composantes principales :

### II.2.1. Critère de Kaiser :

Comme nous l'avons vu auparavant, le critère de kaiser dit que l'extraction des composantes doit s'arrêter dès qu'une valeur propre devient inférieure à 1. Il ne faut donc retenir que les facteurs dont les valeurs propres sont supérieures à 1.

### II.2.2. Restitution minimale d'information souhaitée :

La décision doit aussi être prise en fonction de la restitution minimale d'information que l'on souhaite avoir. Dans la majorité des cas, si les facteurs retenus restituent au moins 80% de l'information globale, c'est déjà un bon résultat.

Total Variance Explained						
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	3,166	52,766	52,766	3,166	52,766	52,766
2	2,163	36,054	88,819	2,163	36,054	88,819
3	,317	5,291	94,111			
4	,232	3,873	97,983			
5	,080	1,327	99,310			
6	,041	,690	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

*Tableau 9 : Variance totale expliquée par l'ACP donnée par SPSS*

Nous remarquons que les deux premières composantes ont des valeurs propres supérieures à 1, tandis que les autres ont des valeurs propres inférieures à 1. En plus, ces deux premières composantes parviennent à expliquer plus de 88% de la variance totale du modèle. Il serait donc judicieux de ne retenir que les deux premières composantes.

### II.2.3. Scree-Test :

Le Scree-Test nous indique qu'il faut arrêter l'extraction des composantes à l'endroit où se manifeste le changement de pente dans le graphique. Autrement dit, il ne faut retenir que les valeurs qui se trouvent à gauche du point d'inflexion.

Dans notre cas, et selon le Scree-Plot :



*Tableau 10 : Test d'accumulation de variance de Cattell (Scree test) donné par SPSS*

Nous nous apercevons clairement que les deux premiers points à gauche sortent de la droite qui passe significativement de tous les points restants. Et donc cela confirme ce que nous avons dit : nous ne retenons que les deux premiers axes factoriels.

### II.3. Interprétation des résultats :

D'après le tableau 'Component Matrix' :

Component Matrix <sup>a</sup>		
	Component	
	1	2
EURUSD	,975	,003
JPYUSD	,913	-,366
CHFUSD	,837	-,456
AUDUSD	,749	,521
NZDUSD	,025	,900
GBPUSD	,348	,861

Extraction Method: Principal Component Analysis.  
a. 2 components extracted.

*Tableau 11: Matrice des composantes donnée par SPSS*

Les variables 'EURUSD' et 'JPYUSD' contribuent plus que les autres variables à la construction de l'axe 1.

Cependant, nous pourrions choisir d'exclure les variables dont les variances expliquées sont trop faibles : nous observons leur qualité de représentation, plus la valeur associée à la ligne 'Extraction' est faible, moins la variable explique la variance.

Dans notre cas, et selon le tableau 'Communalities' :

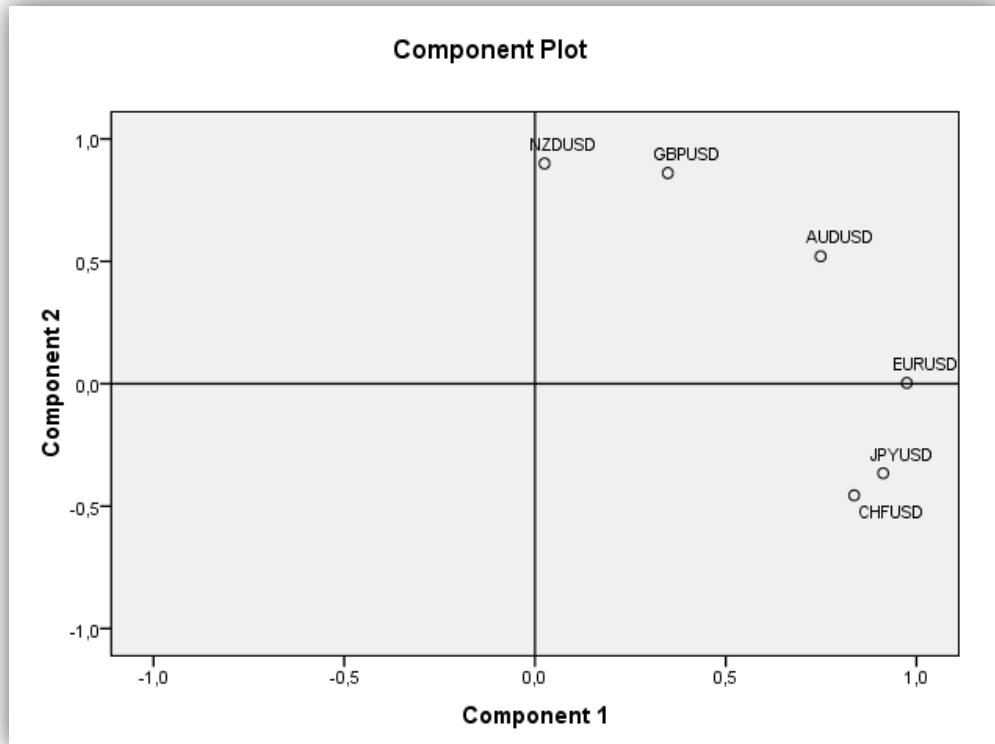
Communalities		
	Initial	Extraction
EURUSD	1,000	,950
GBPUSD	1,000	,862
JPYUSD	1,000	,967
CHFUSD	1,000	,908
AUDUSD	1,000	,832
NZDUSD	1,000	,810

Extraction Method: Principal Component Analysis.

*Tableau 12 : Qualité de représentation de chaque série sur le 1er plan factoriel donnée par SPSS*

Nous remarquons que toutes les variables ont des bonnes qualités de représentations (supérieures à 0,8), cela nous affirme que toutes les séries sont bien présentées sur notre plan factoriel.

Nous passons maintenant au graphique des composantes ('Component Plot'), qui nous permet d'avoir une idée assez claire sur nos séries représentées sur le premier plan factoriel (1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> axes factoriels).



*Figure 9 : Graphique des composantes de chaque série sur le 1er plan factoriel donné par SPSS*

Toutes les séries sont significativement corrélées avec la série 'EURUSD' sauf la série 'NZDUSD', avec une corrélation quasi nulle entre les deux sous-jacents (de l'ordre de 0,024). Nous pourrions aussi dire que la série 'GBPUSD' est légèrement moins corrélée avec l'Eurodollar (EURUSD) en le comparant aux autres séries de taux de change, mais la corrélation demeure importante comparée à celle de la série 'NZDUSD' (de l'ordre de 0,350). Nous remarquons que toutes les variables sont presque regroupées dans la même zone, et que la série 'NZDUSD' est légèrement loin de la zone.

Pour déterminer le bon modèle à prendre, c'est-à-dire les variables à considérer dans le modèle, nous devons faire une régression pas à pas descendante, qui demeure une méthode statistique plus précise que l'ACP, vu que cette dernière est considérée comme une méthode descriptive. Nous allons introduire toutes les variables dans le modèle de régression, sauf la variable 'NZDUSD'.

Notre modèle s'écrit comme suite :

$$\text{EURUSD} = c(1) + c(2)*\text{AUDUSD} + c(3)*\text{CHFUSD} + c(4)*\text{GBPUSD} + c(5)*\text{JPYUSD} + \text{RESIDU}$$

### III. Cointégration entre les séries :

#### III.1. Conditions de cointégration :

Comme nous l'avons mentionné auparavant, notre but est bien de trouver une combinaison d'actifs que nous voulons regrouper dans un portefeuille, dont la valeur sera très proche de la valeur de notre actif principal qui est l'Eurodollar. Puisque toutes nos séries ne sont pas stationnaires, et que notre finalité nous oblige à travailler avec les séries en niveau plutôt qu'en différence, nous devons s'assurer que nos séries sont cointégrées.

Nous avons faits les tests de stationnarité sur chaque série, et nous avons trouvé que toutes les séries ont le même ordre d'intégration  $I(1)$ . Il ne nous reste donc que de vérifier si la combinaison de nos séries de devises est intégrée d'ordre 0, en d'autre terme, nous allons vérifier si effectivement les résidus sont stationnaires. Mais avant, il est nécessaire de faire un test de cointégration de Johansen sur EViews, pour s'assurer de l'existence de la relation de cointégration.

#### III.2. Test de cointégration de Johansen :

Nous effectuons sur EViews le test de cointégration de Johansen, les résultats sont comme suit :

Date: 06/23/11 Time: 14:33  
Sample (adjusted): 3 1000  
Included observations: 998 after adjustments  
Trend assumption: Linear deterministic trend  
Series: EURUSD AUDUSD CHFUSD GBPUSD JPYUSD  
Lags interval (in first differences): 1 to 1

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.030100	72.05256	69.81889	0.0328
At most 1	0.017293	41.55179	47.85613	0.1717
At most 2	0.012770	24.14199	29.79707	0.1945
At most 3	0.010109	11.31533	15.49471	0.1928
At most 4	0.001177	1.175592	3.841466	0.2783

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level  
\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level  
\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

*Tableau 13 : Test de cointégration de Johansen donné par EViews*



Ce test rejette l'hypothèse qu'il n'y a pas de cointégration entre les séries, puisque la p-value associée au test étant égale à 0,0328 est inférieure au seuil de signification de 5% ( $0,0328 < 0,05$ ). Nous déduisons qu'il y a effectivement relation de cointégration entre les 5 séries des taux de change. Nous pourrions le confirmer plus tard par un test sur la stationnarité des résidus.

Nous pouvons maintenant faire une régression linéaire sur les séries cointégrées, et estimer les paramètres sans avoir le problème d'une régression fallacieuse.

#### IV. Construction du modèle de régression :

##### IV.1. Estimation des paramètres :

Nous effectuons une régression de pas à pas descendante de l'Eurodollar 'EURUSD' sur les 4 séries restantes sur SPSS.

Variables Entered/Removed			
Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	JPYUSD, GBPUSD, AUDUSD, CHFUSD <sup>a</sup>	.	Enter

a. All requested variables entered.

*Tableau 14 : tableau des variables entrées et variables exclues donné par SPSS*

Les résultats des estimations sont comme suite :

Coefficients <sup>a</sup>					
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	
		B	Std. Error	Beta	
1	(Constant)	-1,585	,044		-36,139
	AUDUSD	,402	,043	,164	9,454
	CHFUSD	,196	,037	,143	5,281
	GBPUSD	,610	,033	,263	18,259
	JPYUSD	110,732	5,030	,672	22,016

a. Dependent Variable: EURUSD

*Tableau 15 : Estimation des paramètres du modèle de régression donnée par SPSS*

Nous remarquons que SPSS n'a exclue aucune variable, vu que les significations (p-value) de toutes les variables sont nulles, et donc sont inférieures au seuil de signification 0,05 (5%). Toutes les variables explicatives sont donc significatives dans le modèle.

Le coefficient de détermination ajusté est donné par SPSS :

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,954 <sup>a</sup>	,910	,909	,0032275

a. Predictors: (Constant), JPYUSD, GBPUSD, AUDUSD, CHFUSD

*Tableau 16 : coefficient de détermination et de détermination ajusté donnés par SPSS*

Nous remarquons que le coefficient de détermination vaut 0,909 ( $R^2 = 0.909$ ).

Interprétation : 90,9% de la variation de l'Eurodollar 'EURUSD' est expliquée par le modèle.

Nous ferons une estimation des paramètres de notre modèle sur EViews, vu qu'il donne des estimations plus rigoureuses que SPSS : EViews fournit des estimations avec 6 chiffres après la virgule, tandis que SPSS les fournit avec 3 chiffres après la virgule seulement.

Dependent Variable: EURUSD				
Method: Least Squares				
Date: 06/23/11 Time: 15:48				
Sample: 1 1000				
Included observations: 1000				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.584905	0.043856	-36.13872	0.0000
AUDUSD	0.402191	0.042544	9.453627	0.0000
CHFUSD	0.195674	0.037053	5.280959	0.0000
GBPUSD	0.610065	0.033411	18.25926	0.0000
JPYUSD	110.7318	5.029697	22.01559	0.0000
R-squared	0.909787	Mean dependent var	1.451263	
Adjusted R-squared	0.909425	S.D. dependent var	0.010724	
S.E. of regression	0.003227	Akaike info criterion	-8.629235	
Sum squared resid	0.010365	Schwarz criterion	-8.604696	
Log likelihood	4319.617	F-statistic	2508.624	
Durbin-Watson stat	0.051988	Prob(F-statistic)	0.000000	

*Tableau 17 : Estimation des paramètres du modèle donnée par EViews*

Notre modèle s'écrit alors :

$$\text{EURUSD} = -1,584905 + 0,402191 \cdot \text{AUSUSD} + 0,195674 \cdot \text{CHFUSD} + 0,610065 \cdot \text{GBPUSD} + 110,7318 \cdot \text{JPYUSD} + \text{RESIDU}$$

En régression multiple, une valeur élevée du coefficient de détermination n'est pas suffisante pour affirmer que le modèle est bon, il est nécessaire d'effectuer un test sur la significativité de  $R^2$  afin de savoir s'il existe une relation entre Y et les Xi. Ce test revient à effectuer un test de significativité globale du modèle à l'aide du test de Fisher. Notons que des faibles valeurs de F sont associées à des valeurs de  $R^2$  proches de 0, et de fortes valeurs de F à des valeurs de  $R^2$  proches de 1.

#### IV.2. Test sur la signification globale du modèle :

$$H_0 : c(2) = c(3) = c(4) = c(5) = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : \text{il existe un } i \text{ tel que } c(i) \neq 0 \quad (i=2,3,4,5)$$

ANOVA <sup>b</sup>						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,105	4	,026	2508,624	,000 <sup>a</sup>
	Residual	,010	995	,000		
	Total	,115	999			

a. Predictors: (Constant), JPYUSD, GBPUSD, AUDUSD, CHFUSD

b. Dependent Variable: EURUSD

Tableau 18 : Table Analyse de variance (ANOVA) du modèle donnée par SPSS

D'après la table analyse de la variance 'ANOVA', la valeur de la statistique de Fisher observé est égale à :  $F_{\text{obs}} = 2508,624$ . Il faut comparer cette valeur avec la valeur de Fisher théorique (celle de la table de Fisher)  $F(\alpha; p; n-p-1)$ , avec :

- Seuil de signification :  $\alpha = 0,05$  (5%)
- 1<sup>er</sup> degré de liberté :  $p = 4$  ( $p$  : nombre de variables à tester)
- 2<sup>ème</sup> degré de liberté :  $n-p-1 = 995$  ( $n = 1000$  : nombre d'observations)

D'après la table de Fisher :  $F_{\text{table}} = F(0,05; 4; 995) = 2,38$

Nous remarquons que la statistique de Fisher observée dépasse largement celle de la table :  $F_{\text{obs}} = 2508,624 > F_{\text{table}} = 2,38$  donc on rejette l'hypothèse  $H_0$  (la p-value étant nulle, notamment inférieure à 5%). Rejeter  $H_0$  revient à dire que le modèle est globalement significatif, c'est-à-dire que l'ensemble des variables explicatives explique bien la variable dépendante Eurodollar.

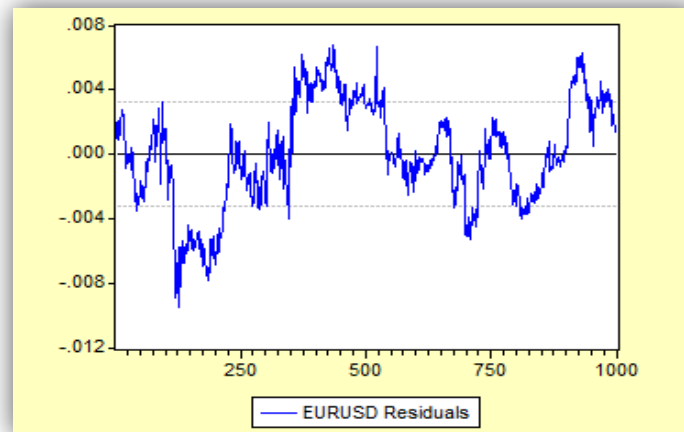
## V. Validation du modèle :

### V.1. Analyse des résidus :

Nous cherchons à savoir si l'hypothèse du modèle linéaire est validée, nous allons donc faire une analyse des résidus, et vérifier si les hypothèses de la régression ont été vérifiées. En d'autres termes, nous devons nous poser la question suivante : avons-nous le droit de supposer que les résidus sont indépendants et de loi normale ? D'où la nécessité de faire une analyse des résidus.

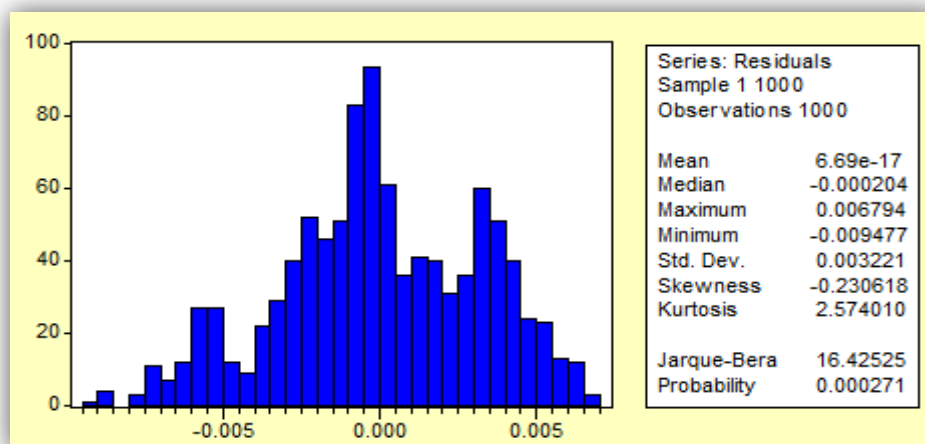
#### V.1.1. Graphique de l'évolution des résidus :

Le graphique ci-dessous présente l'évolution des résidus entre le 01/06/2011 à 00:00 et le 07/06/2011 à 13:30, soit 1000 observations.



*Figure 10 : Graphique de l'évolution des résidus donné par EViews*

#### V.1.2. Histogramme et statistiques descriptives des résidus :



*Figure 11 : Histogramme et statistiques descriptives des résidus donnés par EViews*

### 1) Test de Normalité : Jarque-Bera

$H_0$  : normalité de la série VS  $H_1$  : non normalité de la série

Puisque la p-value de la statistique de Jarque-Bera est inférieure au seuil de signification de 5% ( $0,000271 < 0,05$ ), donc on refuse l'hypothèse de la normalité des résidus. Les coefficients Skewness et Kurtosis peuvent le confirmer.

### 2) Coefficients d'asymétrie (Skewness) et d'aplatissement (Kurtosis) :

D'après les statistiques descriptives fournies par EViews, le Skewness est égale à -0,230618. Etant négatif, la queue de gauche de la courbe de la série est plus longue. Quant au Kurtosis, il vaut 2,574010. Ces deux valeurs sont légèrement loin des valeurs du Skewness et du Kurtosis de la loi normale (0 et 3), ce qui confirme que la distribution n'est pas normale.

### 3) Moyenne et Ecart-type :

Les statistiques descriptives données par EViews nous montrent que la moyenne des résidus est pratiquement nulle (Mean =  $6,69 \times 10^{-17} \approx 0$ ), et que leur écart-type vaut 0,003221 (Std.Dev = 0,003221).

## V.1.3 . Test d'autocorrélation des résidus :

### 1) Test de Durbin-Watson :

Nous pourrions tester l'autocorrélation des résidus grâce au test de Durbin-Watson, avec les hypothèses suivantes :

$H_0$  :  $\rho_k = 0$  (pour tout k) VS  $H_1$  : il existe k tel que  $\rho_k \neq 0$

La valeur de la statistique de Durbin-Watson donnée par EViews étant égale à :  $d = 0,051988$  doit être comparé à la valeur de la statistique donnée par la table de Durbin-Watson. En effet : si  $d_u(n,p) < d < 4 - d_u(n,p)$  alors nous acceptons l'hypothèse  $H_0$ , c'est-à-dire il n'y a pas autocorrélation des résidus ( $n=1000$  étant le nombre d'observations et  $p=4$  étant le nombre de variables explicatives).

Selon la table de Durbin-Watson,  $d_u(1000,4) = 1,81$ . Puisque la statistique de Durbin-Watson est inférieure à celle donnée par la table ( $d = 0,051988 < d_u(1000,4) = 1,81$ ), on rejette l'hypothèse  $H_0$ . Il y a autocorrélation des résidus.

## 2) Corrélogramme des résidus :

$H_0 : \rho_k = 0$  (pour tout  $k$ )      VS       $H_1 : \text{il existe } k \text{ tel que } \rho_k \neq 0$

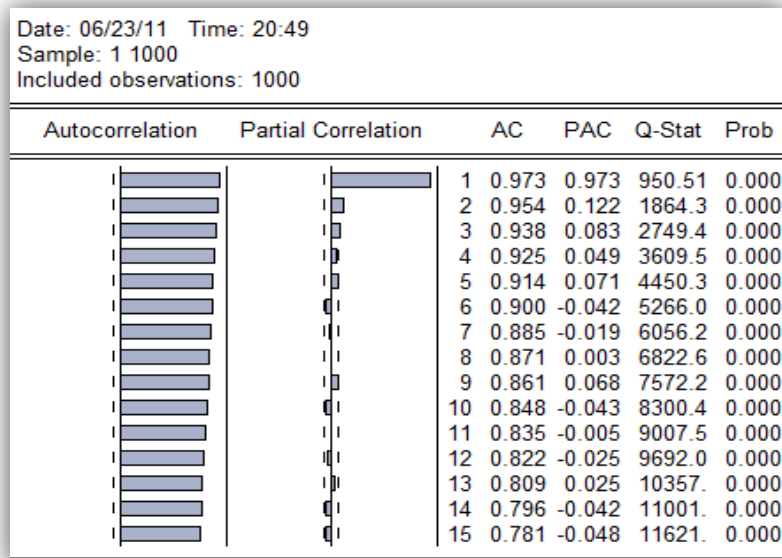


Figure 12 : Corrélogramme des résidus donné par EViews

Nous remarquons clairement que tous les termes du corrélogramme associés à la fonction d'autocorrélation simple sortent de l'intervalle de confiance représenté par les traits pointillés horizontaux. Ils sont donc tous significativement différents de 0 au seuil de 5%. Il y a donc autocorrélation, et les résidus ne suivent pas un processus de bruit blanc.

De plus, la statistique Q de Ljung-Box le confirme aussi : Q-stat = 11621 (au 15<sup>ème</sup> retard)  $> \chi^2(0,05; 15) = 25$  (la p-value associée au 15<sup>ème</sup> retard est nulle, notamment inférieure à 5%). Cela nous mène donc à rejeter l'hypothèse de la nullité des coefficients  $\rho_k$  (hypothèse d'indépendance sérielle de la série). En d'autres termes, les résidus ne suivent pas un processus de bruit blanc. Du coup, nous pourrions les modéliser par un processus GARCH (1,1) et estimer leur volatilité, afin d'avoir une idée sur son comportement (voir Annexe 1).

### V.1.4. Test de White d'hétéroscédasticité :

$H_0$  : Homoscédasticité des résidus      VS       $H_1$  : Hétéroscédasticité des résidus

White Heteroskedasticity Test:				
F-statistic	32.99500	Probability	0.000000	
Obs*R-squared	142.3456	Probability	0.000000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 06/23/11 Time: 23:46				
Sample: 1 1000				
Included observations: 1000				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.005276	0.008326	-0.633718	0.5264
AUDUSD	0.011281	0.015648	0.720959	0.4711
AUDUSD*CHFUSD	-0.008660	0.013065	-0.662862	0.5076
AUDUSD*GBPUSD	-0.000333	0.000129	-2.583576	0.0099
AUDUSD*JPYUSD	-0.082679	0.018047	-4.581416	0.0000
CHFUSD^2	0.004182	0.005910	0.707635	0.4793
R-squared	0.142346	Mean dependent var	1.04E-05	
Adjusted R-squared	0.138031	S.D. dependent var	1.30E-05	
S.E. of regression	1.21E-05	Akaike info criterion	-19.80427	
Sum squared resid	1.45E-07	Schwarz criterion	-19.77483	
Log likelihood	9908.137	F-statistic	32.99500	
Durbin-Watson stat	0.204451	Prob(F-statistic)	0.000000	

*Tableau 19 : Test de White d'hétéroscédasticité des résidus donné par EViews*

Etant donné que la p-value associée à la statistique (Obs\*R-squared) est nulle, notamment inférieure au seuil de signification de 5% on rejette l'hypothèse  $H_0$ . Il y a donc hétéroscédasticité.

#### V.1.5. Récapitulatif :

Nous avons essayé de vérifier les hypothèses de la régression suivantes :

- La moyenne des résidus est égale à zéro :  $E(\varepsilon_i) = 0$ .
- La variance  $\sigma^2$  des résidus est constante (homoscédasticité).
- Les résidus ne sont pas corrélés entre eux.
- Les fluctuations des résidus sont distribuées selon une distribution normale :  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

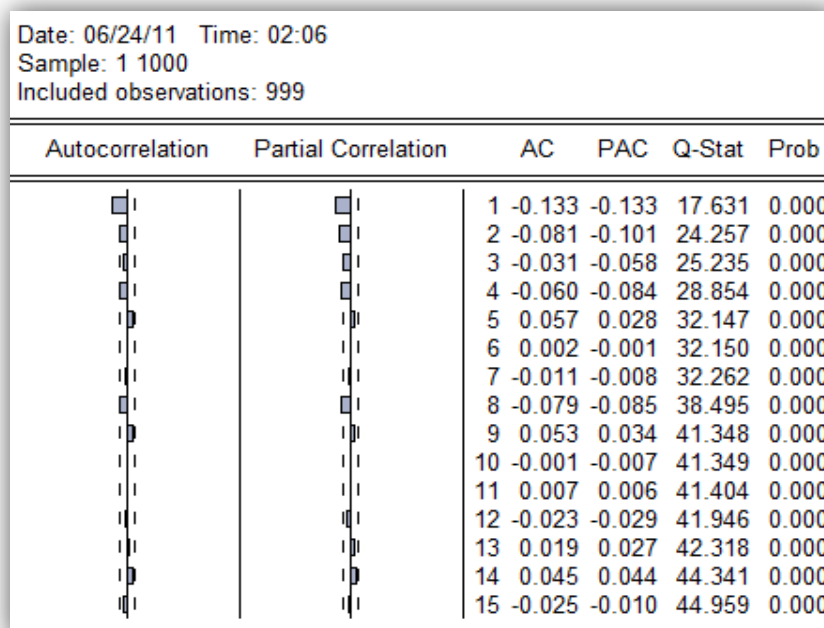
Cependant, nous ne sommes parvenus qu'à vérifier une seule condition parmi les quatre, à savoir la nullité de la moyenne des résidus. Les trois autres conditions n'ont pas été vérifiées à cause, d'une part la grande volatilité qui caractérise les cours des devises, et d'autre part, l'inefficience du marché des taux de change, autrement dit, les cours des actifs de change sont prévisibles et donc les résidus le seront aussi. En plus, notre base de données comporte 1000 observations concernant les cotations de 5 minutes des cours des devises, et cela complique encore l'aboutissement à la vérification des hypothèses de la régression.

Normalement, si notre but était de faire une modélisation de l'Eurodollar ou bien des prévisions là-dessus, ce modèle n'aurait pas été validé, et donc aurait été rejeté. Toutefois, notre but est de bien trouver une combinaison de plusieurs actifs des taux de change qui nous donne une valeur proche de notre devise principale (l'Eurodollar), et sur laquelle nous pourrions implémenter une stratégie de pairs trading. Donc, nous n'allons pas rejeter ce modèle, nous allons plutôt le garder, mais à condition que les résidus vérifient deux propriétés : la stationnarité et le retour à la moyenne. Ces deux propriétés garantissent le fait que les valeurs des deux portefeuilles restent proches l'une de l'autre, et donc nous seront toujours couverts contre le risque, au cas où une crise vient de régir le marché, parce que, au pire des cas, nos pertes seront limitées.

## V.2. Dynamique des résidus :

### V.2.1. Stationnarité des résidus :

Avant d'effectuer le test de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) sur les résidus sur EViews, il faut d'abord choisir le nombre de retards à retenir pour les régressions des tests ADF. Pour cela, il faut étudier le corrélogramme des résidus en différence première.



*Figure 13 : Corrélogramme des résidus en différence première donné par EViews*

D'après le corrélogramme des résidus en différence première, nous constatons que la première bande associée à la fonction d'auto-corrélation partielle sort significativement de l'intervalle de confiance représenté par les pointillés, donc nous retenons  $p = 1$  comme nombre de retards pour les régressions des tests ADF.



Nous commençons par l'estimation du modèle [3], et nous testons la significativité de la tendance.

$$H_0 : b = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : b \neq 0$$

Null Hypothesis: RESIDUALS has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.374737	0.0554
Test critical values:	1% level		-3.967270	
	5% level		-3.414323	
	10% level		-3.129283	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(RESIDUALS) Method: Least Squares Date: 06/24/11 Time: 02:39 Sample (adjusted): 3 1000 Included observations: 998 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUALS(-1)	-0.025220	0.007473	-3.374737	0.0008
D(RESIDUALS(-1))	-0.120392	0.031447	-3.828383	0.0001
C	-4.82E-05	4.75E-05	-1.015943	0.3099
@TREND(1)	9.72E-08	8.30E-08	1.170552	0.2421
R-squared	0.028804	Mean dependent var		5.44E-07
Adjusted R-squared	0.025873	S.D. dependent var		0.000735
S.E. of regression	0.000725	Akaike info criterion		-11.61675
Sum squared resid	0.000522	Schwarz criterion		-11.59709
Log likelihood	5800.758	F-statistic		9.826944
Durbin-Watson stat	2.021202	Prob(F-statistic)		0.000002

*Tableau 20 : Test ADF du modèle [3] sur les résidus donné par EViews*

La p-value associée à la statistique de la tendance est supérieure au seuil de signification de 5% ( $0,2421 > 0,05$ ), donc on accepte l'hypothèse  $H_0 : b = 0$ . En d'autres termes la tendance n'est pas significative.

Nous passons à l'estimation du modèle [2] et nous testons la significativité de la constante.

$$H_0 : c = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : c \neq 0$$

Null Hypothesis: RESIDUALS has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.172893	0.0219
Test critical values:	1% level		-3.436683	
	5% level		-2.864225	
	10% level		-2.568251	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(RESIDUALS) Method: Least Squares Date: 06/24/11 Time: 02:44 Sample (adjusted): 3 1000 Included observations: 998 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUALS(-1)	-0.022754	0.007171	-3.172893	0.0016
D(RESIDUALS(-1))	-0.121310	0.031443	-3.858050	0.0001
C	4.16E-07	2.30E-05	0.018137	0.9855
R-squared	0.027466	Mean dependent var		5.44E-07
Adjusted R-squared	0.025511	S.D. dependent var		0.000735
S.E. of regression	0.000725	Akaike info criterion		-11.61738
Sum squared resid	0.000523	Schwarz criterion		-11.60263
Log likelihood	5800.071	F-statistic		14.05009
Durbin-Watson stat	2.021678	Prob(F-statistic)		0.000001

*Tableau 21: Test ADF du modèle [2] sur les résidus donné par EViews*

La p-value associée à la statistique de la constante est supérieure au seuil de signification de 5% ( $0,9855 > 0,05$ ), donc on accepte l'hypothèse  $H_0 : c = 0$ . En d'autres termes la tendance n'est pas significative.

Nous passons à l'estimation du modèle [1] et nous testons si la série admet une racine unitaire.

$$H_0 : \phi_1 = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \phi_1 < 1$$

Null Hypothesis: RESIDUALS has a unit root Exogenous: None Lag Length: 1 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.174507	0.0015
Test critical values:	1% level		-2.567281	
	5% level		-1.941141	
	10% level		-1.616486	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(RESIDUALS) Method: Least Squares Date: 06/24/11 Time: 03:02 Sample (adjusted): 3 1000 Included observations: 998 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUALS(-1)	-0.022754	0.007168	-3.174507	0.0015
D(RESIDUALS(-1))	-0.121310	0.031428	-3.859995	0.0001
R-squared	0.027465	Mean dependent var		5.44E-07
Adjusted R-squared	0.026489	S.D. dependent var		0.000735
S.E. of regression	0.000725	Akaike info criterion		-11.61938
Sum squared resid	0.000523	Schwarz criterion		-11.60955
Log likelihood	5800.071	Durbin-Watson stat		2.021677

Tableau 22 : Test ADF du modèle [1] sur les résidus donné par EViews

Etant donné que la statistique de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) est inférieure à la valeur critique de 5% :  $-3,174507 < -1,941141$  (La p-value associée à la statistique de la constante est inférieure au seuil de signification de 5% :  $0,0015 < 0,05$ ) on rejette l'hypothèse  $H_0$ . Les résidus sont donc stationnaires.

La stationnarité des résidus confirme le fait qu'il y a effectivement cointégration entre les séries des devises, et que notre régression n'est pas du tout fallacieuse.

### V.2.2. Retour à la moyenne des résidus:

Nous voulons voir si la série des résidus a tendance à avoir un comportement de retour à la moyenne à court terme : s'il y'a changement de la série des résidus, le retour à la moyenne provoque-t-il un changement dans le sens inverse vers la moyenne à court terme ?

Comme nous l'avons vu auparavant, le test de retour à la moyenne est un cas particulier de l'analyse de la stationnarité, avec un test de Dickey-Fuller sur EViews et un retard nul (maxlag = 0). Le retour à la moyenne est équivalent à la stationnarité.

$H_0 : b = 1$  (non retour à la moyenne) VS  $H_1 : b < 1$  (retour à la moyenne)

Null Hypothesis: RESIDUALS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=0)				
				t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic				-3.144493
Test critical values:	1% level			-2.567279
	5% level			-1.941140
	10% level			-1.616486
*MacKinnon (1996)				
DF-GLS Test Equation on GLS Detrended Residuals				
Dependent Variable: D(GLSRESID)				
Method: Least Squares				
Date: 06/24/11 Time: 03:26				
Sample (adjusted): 2 1000				
Included observations: 999 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GLSRESID(-1)	-0.019624	0.006241	-3.144493	0.0017
R-squared	0.009810	Mean dependent var	-3.76E-07	
Adjusted R-squared	0.009810	S.D. dependent var	0.000735	
S.E. of regression	0.000731	Akaike info criterion	-11.60283	
Sum squared resid	0.000534	Schwarz criterion	-11.59792	
Log likelihood	5796.614	Durbin-Watson stat	2.241676	

*Tableau 23 : Test DF avec MAXLAG = 0 sur les résidus donné par EViews*

Etant donné que la statistique de Dickey-Fuller (DF) est inférieure à la valeur critique de 5% :  $-3,144493 < -1,941140$  nous rejetons l'hypothèse  $H_0$ . Il y'a donc retour à la moyenne des résidus.

### V.2.3. Récapitulatifs :

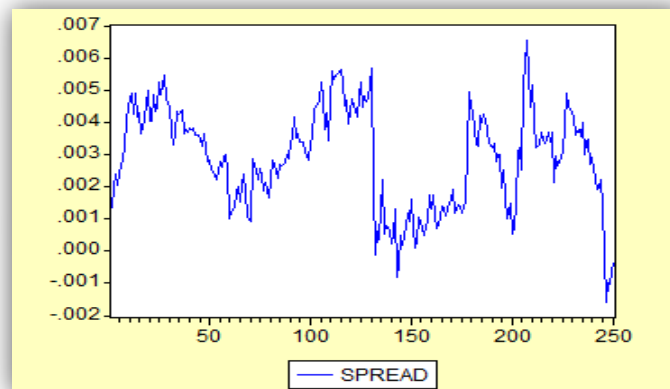
Nous avons pu nous assurer de la stationnarité des résidus ainsi que de leur retour à la moyenne à court terme. Nous pouvons donc affirmer que notre modèle est bon et qu'il nous servira pour implémenter une stratégie de pairs trading. Ces deux propriétés vont nous garantir que même si les valeurs de nos deux portefeuilles s'éloignent durant une période, ils vont nécessairement se rapprocher à nouveau. Le choix de l'utilisation de deux portefeuilles a un double objectif : d'abord, faire une stratégie de pairs trading, et puis, hedger (couvrir) notre position grâce au portefeuille synthétique.

## **VI. Back-test du modèle :**

Le but du back-test est de valider notre modèle statistique sur la période que nous avons consacré pour le back-test, qui comporte 250 observations entre le 07/06/2011 13 :35 et le 08/06/2011 11:00. Nous utilisons les paramètres estimés sur l'historique correspondant à l'échantillon mère pour le calcul du portefeuille synthétique sur l'échantillon du back-test. Après avoir estimé la valeur de notre portefeuille synthétique, nous la comparons avec les valeurs réelles de notre actif principal (l'Eurodollar). Ensuite, nous testons si la moyenne du spread est significativement nulle, et s'il vérifie toujours la stationnarité et le retour à la moyenne. Si c'est le cas, nous pourrions affirmer avec certitude que notre modèle est bon, et qu'il est valable pour l'implémentation de notre stratégie de pairs trading.

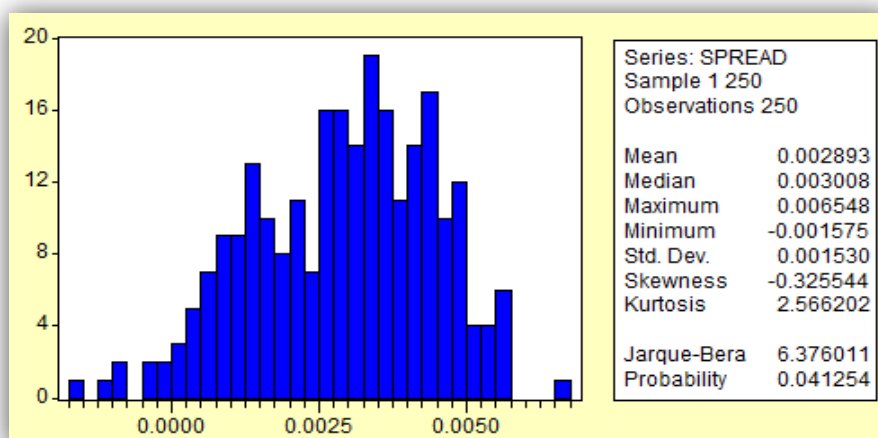
### **VI.1. Graphique de l'évolution du spread :**

Le graphique ci-dessous présente l'évolution du spread entre le 07/06/2011 13 :35 et le 08/06/2011 11:00, soit 250 observations.



*Figure 14 : Graphique de l'évolution du spread donné par EViews*

### **VI.2. Histogramme et statistiques descriptives du spread :**



*Figure 15 : Histogramme et statistiques descriptives du spread donnés par EViews*

### VI.2.1. Test de Normalité : Jarque-Bera

$H_0$  : normalité du spread VS  $H_1$  : non normalité du spread

Puisque la p-value de la statistique de Jarque-Bera est inférieure au seuil de signification de 5% ( $0,041254 < 0,05$ ), donc on refuse l'hypothèse de la normalité du spread. Les coefficients Skewness et Kurtosis peuvent le confirmer.

### VI.2.2. Coefficients d'asymétrie (Skewness) et d'aplatissement (Kurtosis) :

D'après les statistiques descriptives fournies par EViews, le Skewness est égale à - 0,325544. Etant négatif, la queue de gauche de la courbe de la série est plus longue. Quant au Kurtosis, il vaut 2,566202. Ces deux valeurs sont légèrement loin des valeurs du Skewness et du Kurtosis de la loi normale (0 et 3), ce qui confirme que la distribution n'est pas normale.

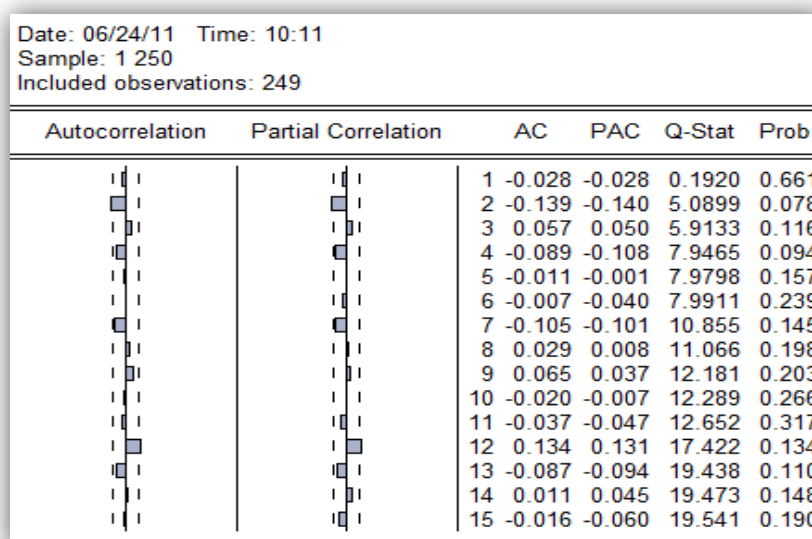
### VI.2.3 Moyenne et Ecart-type :

Les statistiques descriptives données par EViews nous montrent que la moyenne des résidus est pratiquement nulle (Mean = 0,002893  $\approx$  0), et que leur écart-type vaut 0,001530 (Std.Dev = 0,001530).

### VI.3. Dynamique du spread :

#### VI.3.1. Stationnarité du spread :

Avant d'effectuer le test de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) sur le spread sur EViews, il faut d'abord choisir le nombre de retards à retenir pour les régressions des tests ADF. Pour cela, il faut étudier le corrélogramme du spread en différence première.



*Figure 16 : Corrélogramme du spread en différence première donné par EViews*

D'après le corrélogramme du spread en différence première, nous constatons qu'aucune bande associée à la fonction d'auto-corrélation partielle ne sort significativement de l'intervalle de confiance représenté par les pointillés. D'où la nécessité d'utiliser les critères de Akaike ou de Schwarz pour déterminer le nombre de retards pour les régressions des tests ADF avec un retard maximal égale à 15.

Nous commençons par l'estimation du modèle [3], et nous testons la significativité de la tendance.

$$H_0 : b = 0$$

VS

$$H_1 : b \neq 0$$

Null Hypothesis: SPREAD has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.580225	0.0335
Test critical values:	1% level		-3.995340	
	5% level		-3.427975	
	10% level		-3.137353	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SPREAD) Method: Least Squares Date: 06/24/11 Time: 10:17 Sample (adjusted): 2 250 Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SPREAD(-1)	-0.101210	0.028269	-3.580225	0.0004
C	0.000402	0.000129	3.114581	0.0021
@TREND(1)	-9.17E-07	5.96E-07	-1.537024	0.1256
R-squared	0.051852	Mean dependent var		-6.72E-06
Adjusted R-squared	0.044144	S.D. dependent var		0.000676
S.E. of regression	0.000661	Akaike info criterion		-11.79299
Sum squared resid	0.000108	Schwarz criterion		-11.75062
Log likelihood	1471.228	F-statistic		6.726638
Durbin-Watson stat	1.952165	Prob(F-statistic)		0.001431

Tableau 24 Test ADF du modèle [3] sur le spread donné par EViews

La p-value associée à la statistique de la tendance est supérieure au seuil de signification de 5% ( $0,1256 > 0,05$ ), donc on accepte l'hypothèse  $H_0 : b = 0$ . En d'autres termes la tendance n'est pas significative.

Nous passons à l'estimation du modèle [2] et nous testons la significativité de la constante.

$$H_0 : c = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : c \neq 0$$

Null Hypothesis: SPREAD has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.321143	0.0150
Test critical values:	1% level		-3.456514	
	5% level		-2.872950	
	10% level		-2.572925	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SPREAD) Method: Least Squares Date: 06/24/11 Time: 10:19 Sample (adjusted): 2 250 Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SPREAD(-1)	-0.092010	0.027704	-3.321143	0.0010
C	0.000261	9.08E-05	2.870162	0.0045
R-squared	0.042747	Mean dependent var		-6.72E-06
Adjusted R-squared	0.038871	S.D. dependent var		0.000676
S.E. of regression	0.000663	Akaike info criterion		-11.79147
Sum squared resid	0.000109	Schwarz criterion		-11.76322
Log likelihood	1470.038	F-statistic		11.02999
Durbin-Watson stat	1.951420	Prob(F-statistic)		0.001032

*Tableau 25 : Test ADF du modèle [2] sur le spread donné par EViews*

La p-value associée à la statistique de la constante est inférieure au seuil de signification de 5% ( $0,0045 < 0,05$ ), donc on rejette l'hypothèse  $H_0 : c = 0$ . En d'autres termes la tendance est significative.

Nous testons maintenant si la série admet une racine unitaire

$$H_0 : \phi_1 = 1 \quad \text{VS} \quad H_1 : \phi_1 < 1$$

Etant donné que la statistique de Dickey-Fuller Augmenté (ADF) est inférieure à la valeur critique de 5% :  $-3,321143 < -2,872950$  (La p-value associée à la statistique de la



constante est inférieure au seuil de signification de 5% :  $0,0150 < 0,05$ ) on rejette l'hypothèse  $H_0$ . Le spread est donc stationnaire.

### VI.3.2. Retour à la moyenne du spread:

Nous voulons voir si le spread a tendance à avoir un comportement de retour à la moyenne à court terme : s'il y'a changement du spread, le retour à la moyenne provoque-t-il un changement dans le sens inverse vers la moyenne à court terme ?

Comme nous l'avons vu auparavant, le test de retour à la moyenne est un cas particulier de l'analyse de la stationnarité, avec un test de Dickey-Fuller sur EViews et un retard nul (maxlag = 0). Le retour à la moyenne est équivalent à la stationnarité.

$H_0 : b = 1$  (non retour à la moyenne)      VS       $H_1 : b < 1$  (retour à la moyenne)

Null Hypothesis: SPREAD has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=0)				
				t-Statistic
Elliott-Rootenber-Stock DF-GLS test statistic				-2.569240
Test critical values:	1% level			-2.574282
	5% level			-1.942104
	10% level			-1.615849
*MacKinnon (1996)				
DF-GLS Test Equation on GLS Detrended Residuals Dependent Variable: D(GLSRESID) Method: Least Squares Date: 06/24/11 Time: 10:37 Sample (adjusted): 2 250 Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GLSRESID(-1)	-0.053516	0.020830	-2.569240	0.0108
R-squared	0.025830	Mean dependent var	-6.72E-06	
Adjusted R-squared	0.025830	S.D. dependent var	0.000676	
S.E. of regression	0.000668	Akaike info criterion	-11.78198	
Sum squared resid	0.000111	Schwarz criterion	-11.76786	
Log likelihood	1467.857	Durbin-Watson stat	1.992693	

*Tableau 26 : Test DF avec MAXLAG = 0 sur le spread donné par EViews*

Etant donné que la statistique de Dickey-Fuller (DF) est inférieure à la valeur critique de 5% :  $-2,569240 < -1,942104$  nous rejetons l'hypothèse  $H_0$ . Il y'a donc retour à la moyenne du spread.

#### VI.4. Récapitulatifs :

Nous avons pu nous assurer de la stationnarité du spread ainsi que de son retour à la moyenne à court terme, en plus, sa moyenne est pratiquement nulle. Nous pouvons donc affirmer que notre modèle est bon, fiable et qu'il va nous servir pour implémenter notre stratégie de pairs trading. Ces deux propriétés vont nous garantir que même si les valeurs de nos deux portefeuilles s'éloignent durant une période, ils vont nécessairement se rapprocher à nouveau. Ce qui confirme que notre stratégie est pratiquement sans risque.

### VII. Détection des signaux d'achat et de vente:

Le score, comme nous l'avons déjà précisé, mesure l'écart entre le spread et sa valeur moyenne, le tout rapporté à l'unité d'écart-type.

$$S = \frac{X(t) - m}{\sigma}$$

Où      S : le score à l'instant t.  
          X(t): le spread en t.  
          m: : moyenne des résidus sur la période d'estimation ( $m \approx 0$ ).  
           $\sigma$ : écart-type des résidus sur la période d'estimation ( $\sigma = 0,003221$ ).

Nous prenons en considération les valeurs de la moyenne et de l'écart-type des résidus sur la période d'estimation et non sur la période du back-test, parce que nous considérons la période du back-test comme une période de simulation où nous implémentons réellement notre stratégie, et apriori, nous ne connaissons pratiquement rien sur la valeur du spread des observations qui suivent l'instant auquel nous appliquons notre stratégie.

Nous calculons notre score sur la période du back-test, et à partir de ce dernier nous définissons nos seuils empiriques qui nous permettront de détecter les signaux d'achat et de vente.

#### VII.1. Détection des signaux d'achat et de vente :

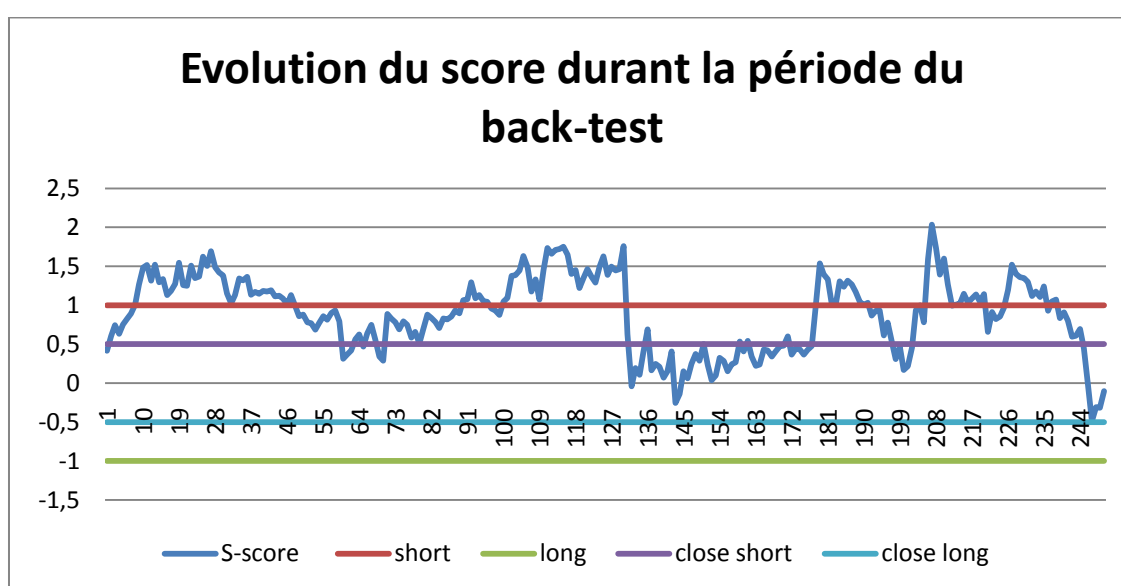
Les seuils que nous devons utiliser restent subjectifs et dépendent essentiellement du modèle sur lequel nous travaillons, des actifs qui constituent nos deux portefeuilles et surtout de leur volatilité, et finalement celle du spread.

Dans notre cas, nous avons jugé nécessaire d'utiliser les seuils empiriques suivants :

Score	Position	Signal	Action
$S > 1$	ouverture	short	vendre l'Eurodollar et acheter le portefeuille synthétique
$S < 1$	ouverture	long	acheter l'Eurodollar et vendre le portefeuille synthétique
$S < 0.5$	clôture	close short	acheter l'Eurodollar et vendre le portefeuille synthétique
$S > 0.5$	clôture	close long	vendre l'Eurodollar et acheter le portefeuille synthétique

*Tableau 27 : Seuils empiriques qui donnent les signaux d'ouverture et de clôture*

### VII.2. Evolution du score sur la période du back-test :



*Figure 17 : Evolution du score sur la période du back-test*

Le graphique ci-dessus nous montre l'évolution du score sur la période du back-test qui contient 250 observations, et nous montre aussi les seuils qui nous fournissent les signaux d'ouverture de position (short ou long), ainsi que les signaux de clôture de position (close short ou close long).

En pratique, nous suivons le spread de près, dès que celui-ci dépasse la valeur 1 (seuil en rouge), nous ouvrant une position 'short' en vendant l'Eurodollar et en achetant simultanément les actifs, selon leurs pondérations dans le portefeuille synthétique. Nous guetons le spread, jusqu'à ce qu'il devienne inférieur à 0,5 (seuil en violet), nous clôturons la position (close short) en effectuant l'opération inverse, c'est-à-dire, en achetant l'Eurodollar et en vendant simultanément les actifs qui constituent notre portefeuille synthétique. Nous

faisons la même chose lorsque le spread devient inférieur à 1 (seuil en vert), en ouvrant cette fois-ci une position 'long', nous achetons ainsi l'Eurodollar et nous vendons simultanément les actifs du portefeuille synthétique, selon leurs pondérations. Nous clôturons la position (close long) en effectuant l'opération inverse.

Finalement, nous gagnerons une marge qui constitue la somme des différences entre les valeurs de chaque portefeuille à l'instant de l'ouverture de la position, et celle de la clôture. Cette stratégie de pairs trading à haute fréquence, nous a permis de générer un gain unitaire estimé à : 110 points de base, soit 0,011092 dollars sur la période du back-test, entre le 07/06/2011 13:35 et le 08/06/2011 11:00 (moins d'une journée).

## Conclusion Générale :

L'objectif tracé pour ce travail était de trouver un panier d'actifs cointégrés parmi les différentes séries des taux de change, qui constituent un modèle statistiquement significatif et qui assure une rentabilité certaine. Une problématique loin d'être facile à aborder dans la mesure où d'une part l'existence d'un ensemble de séries cointégrées est difficile à vérifier, d'autre part une fois le modèle est élaboré il ne peut rester stable pour longtemps vu la volatilité des marchés et les effets anormaux de la conjoncture macroéconomique.

Cela a été jugé important donc, pour le prélude de cette étude, d'analyser de près l'évolution des cours d'actifs ainsi que leurs différentes caractéristiques statistiques afin d'avoir une vision approfondie sur le comportement historique de la dynamique des cours et aussi sur sa volatilité.

Ainsi dans un premier temps nous avons étudié principalement l'ordre d'intégration de toutes les variables temporelles pour pouvoir trouver des actifs en cointégration. Puis nous avons trouvé grâce à une analyse de données approfondie et une régression pas à pas descendante un panier de séries de change composé de : AUDUSD, CHFUSD, GBPUSD et JPYUSD dont la valeur est proche de celle de l'Eurodollar (EURUSD), avec un coefficient de détermination de 90%. Après nous avons fait un back-test et nous avons conclu que le modèle est bien valide sur la période de ce dernier. Puis, en étudiant les propriétés du spread, nous avons pu constater qu'il vérifie bel et bien le retour à la moyenne et qu'il reste stationnaire. Dès lors, nous avons construit le score avec lequel nous avons détecté les signaux d'achat et de vente. Finalement nous avons implémenté une stratégie de pairs trading à haute fréquence qui nous a fait gagner un total de 110 points de base par unité au cours d'une journée, sans le moindre coût.

Enfin, et pour clore ce travail, il faut rappeler que toutes les stratégies doivent être automatisées et optimisées le maximum possible afin de permettre un pairs trading très compétitif et de haut niveau. Pour ce faire, les grandes salles des marchés utilisent des automates valant des milliards de dirhams !

## *Bibliographie*

- ❖ « **A Computational methodology for Modelling the Dynamics of Statistical Arbitrage** », Andrew Neil Burgess, Decision Technology Centre Department of Decision Sciences, a thesis submitted to the university of london for the degree of Doctor of Philosophy, October 1999.
- ❖ « **An Ornstein-Uhlenbenbeck Framework for Pairs Trading** », Stefan Rampertshammer, Department of Mathematics and Statistics the University of Melbourne Parkville Victoria 3010, November 21, 2007.
- ❖ « **Modélisation des Marchés de Matières Premières et Valorisation de ses Dérivés** », Louis MARGUERITTE et Jean-baptiste NESSI, Mémoire d'Actuariat-Promotion 2008, ENSAE.
- ❖ « **Machine Learning in Statistical Arbitrage** », Xing Fu, Avinash Patra, December 11, 2009.
- ❖ « **Econométrie, Manuel et Exercices Corrigés** », Régis BOURBONNAIS, 5<sup>e</sup> édition, 2004.
- ❖ « **Options Futures et Autres Actifs dérivés** », John HULL, 6<sup>e</sup> édition, 2007.
- ❖ « **Econométrie des Marchés Financiers** », Projet Phase II, Pairs Trading.
- ❖ « **A statistical arbitrage strategy** », KUN ZHU, Master's degree project, Stockholm Sweden 2005.

## *Webographie*

- ❖ [www.cmegroup.com](http://www.cmegroup.com)
- ❖ [www.trader-forex.com](http://www.trader-forex.com)
- ❖ [www.zonebourse.com](http://www.zonebourse.com)

## Annexes

# Annexe 1

## Modèle de GARCH

### I. Modélisation des résidus par GARCH :

#### I.1. Estimation de la volatilité :

Notons  $\sigma_n$ , la volatilité d'une variable de marché pour la journée n, estimée à la fin de la journée n - 1. Le carré de la volatilité pour la journée n,  $\sigma_n^2$ , est le taux de variance. Notons,  $S_i$  la valeur de la variable de marché à la fin de la journée i. La variable  $u_i$ , est définie comme la rentabilité composée en continu du jour i (entre la fin de la journée i-1 et la fin de la journée i) :

$$u_i = \ln (S_i / S_{i-1})$$

Une estimation sans biais du taux de variance quotidien,  $\sigma_n^2$ , à partir des m observations les plus récentes, est donnée par :

$$\sigma_n^2 = (1/m-1) \sum_{i=1,m} (u_{n-i} - u^*)^2$$

Où  $u^*$  est la moyenne des  $u_i$  :  $u^* = \sum_{i=1,m} u_{n-i} / m$

Généralement, on travaille dans le cadre des hypothèses suivantes :

1.  $u_i$  est défini comme le pourcentage de variation de la variable du marché entre la fin de la journée i-1 et la fin de la journée i :  $u_i = S_i - S_{i-1} / S_{i-1}$ .
2.  $u^*$  est supposé nul.
3. m-1 est remplacé par m.

Ces trois modifications, tout en n'engendrant que de faibles que de faibles écarts dans les estimations de variance nous permettent de simplifier la formule du taux de variance ainsi :

$$\sigma_n^2 = 1/m \sum_{i=1,m} u_{n-i}^2$$

#### I.2. Schémas de pondération :

Dans la mesure où notre objectif est d'estimer le niveau actuel de volatilité,  $\sigma_n$ , il paraît pertinent de pondérer plus fortement les données les plus récentes. Le modèle suivant permet ce type de pondération :

$$\sigma_n^2 = 1/m \sum_{i=1,m} \alpha_i u_{n-i}^2$$

Où  $\alpha_i$  est le poids attribué à la variation observée i jours auparavant. Les  $\alpha$  sont positifs et ils sont choisis de tels que  $\alpha_i < \alpha_j$  pour  $i > j$ , alors un poids plus faible est affecté aux observations plus anciennes. Enfin la somme des pondérations doit être égale à l'unité :

$$\sum_{i=1,m} \alpha_i = 1$$

Une extension de ce principe consiste à supposer qu'il existe un taux de variance moyen de long terme auquel il convient d'attribuer un certain poids. Cela conduit à un modèle de la forme :

$$\sigma_n^2 = \lambda V_L + \sum_{i=1,m} \alpha_i u_{n-i}^2$$

Où  $V_L$  est le taux d variance de long terme et  $\lambda$  le poids attribué à  $V_L$  et tel que  $\sum_{i=1,m} \alpha_i + \lambda = 1$  cette formulation est connue sous le nom du modèle ARCH(m). L'estimation de la variance repose sur la variance moyenne de long terme et m observations dont le poids respectif diminue avec l'ancienneté.



### **I.3.Modèle GARCH (1,1) :**

Un GARCH (1,1) s'écrit :  $\sigma_n^2 = \lambda V_L + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$

Où  $\lambda$  le poids attribué à  $V_L$ ,  $\alpha$  celui attribué à  $u_{n-1}^2$  et  $\beta$  celui attribué à  $\sigma_{n-1}^2$ . La somme des poids devant être égale à l'unité on a :  $\lambda + \alpha + \beta = 1$ .

Le modèle de moyenne mobile à pondération exponentielle **EWMA** est un cas particulier du modèle GARCH (1,1) dans lequel  $\lambda = 0$ ,  $\alpha = 1 - \gamma$  et  $\beta = \gamma$ .

Les deux « 1 » du modèle de GARCH signifient que le calcul de  $\sigma_n^2$  est fait sur la base de la dernière observation et de l'estimation la plus récente du taux de variance.

En posant  $\omega = \lambda V_L$ , nous pouvons réécrire le modèle de GARCH sous la forme :

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

C'est cette forme du modèle qui est généralement utilisée pour l'estimation des paramètres. Une fois  $\omega$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  estimés, nous pouvons en déduire  $\lambda$  qui vaut  $1 - \alpha - \beta$ . La variance de long terme  $V_L$  est donnée par  $\omega / \lambda$ . Afin d'assurer la stabilité du processus GARCH, il faut imposer  $\alpha + \beta < 1$ . Le modèle GARCH (1,1) a donc la même propriété de diminution exponentielle des pondérations attribuées aux  $u^2$  que le modèle EWMA, mais à la différence de celui-ci il accorde un poids positif à la volatilité moyenne de long terme. Le modèle GARCH expliquerait mieux les données et semble théoriquement le plus adapté. Le modèle GARCH (1,1) tient compte de la tendance qu'a la variance à revenir vers son niveau moyen de long terme,  $V_L$ .

### **I.4.L'estimation des paramètres d'un GARCH (1,1) :**

Nous utilisons la méthode de maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres d'un modèle GARCH (1,1). Nous notons  $v_i = \sigma_i^2$  la variance estimée pour le jour  $i$ . La distribution de probabilité de  $u_i$  est supposée normale. Les meilleurs paramètres sont ceux qui maximisent :

$$\prod_{i=1}^m (1/\sqrt{2\pi v_i}) \exp (-u_i^2/v_i)$$

Après passage aux logarithmes, cela revient à la maximisation de :

$$\sum_{i=1}^m (-\ln(v_i)) - u_i^2/v_i$$

La recherche des paramètres du modèle qui maximisent l'expression peut être effectuée par itérations successives. Le solveur d'Excel est utilisé pour l'exécution de cette tâche.

## Annexe 2

### Test de DF sur la série AUD/USD

#### 1. Etude de la stationnarité de la série AUD/USD en niveau :

Date: 06/22/11 Time: 21:59  
Sample: 1 1000  
Included observations: 999

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.065	-0.065	4.1761	0.041
		2 -0.032	-0.036	5.2116	0.074
		3 -0.017	-0.022	5.5100	0.138
		4 -0.013	-0.017	5.6836	0.224
		5 0.040	0.037	7.3018	0.199
		6 0.027	0.031	8.0353	0.236
		7 0.005	0.011	8.0634	0.327
		8 -0.045	-0.041	10.132	0.256
		9 -0.027	-0.031	10.873	0.285
		10 0.060	0.053	14.505	0.151
		11 -0.022	-0.020	15.001	0.182
		12 0.003	0.000	15.009	0.241
		13 0.025	0.028	15.618	0.270
		14 0.018	0.028	15.957	0.316
		15 0.007	0.009	16.005	0.382

Null Hypothesis: AUDUSD has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.873140	0.3452
Test critical values:		
1% level	-3.436683	
5% level	-2.864225	
10% level	-2.568251	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(AUDUSD)  
Method: Least Squares  
Date: 06/22/11 Time: 22:08  
Sample (adjusted): 3 1000  
Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AUDUSD(-1)	-0.007496	0.004002	-1.873140	0.0613
D(AUDUSD(-1))	-0.060650	0.031640	-1.916894	0.0555
C	0.008020	0.004280	1.873920	0.0612
R-squared	0.007654	Mean dependent var	3.21E-06	
Adjusted R-squared	0.005659	S.D. dependent var	0.000554	
S.E. of regression	0.000552	Akaike info criterion	-12.16183	
Sum squared resid	0.000304	Schwarz criterion	-12.14709	
Log likelihood	6071.755	F-statistic	3.837158	
Durbin-Watson stat	2.004540	Prob(F-statistic)	0.021874	

Null Hypothesis: AUDUSD has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.044762	0.5754
Test critical values:		
1% level	-3.967270	
5% level	-3.414323	
10% level	-3.129283	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(AUDUSD)  
Method: Least Squares  
Date: 06/22/11 Time: 22:02  
Sample (adjusted): 3 1000  
Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AUDUSD(-1)	-0.008901	0.004353	-2.044762	0.0411
D(AUDUSD(-1))	-0.060046	0.031654	-1.896976	0.0581
C	0.009496	0.004643	2.045318	0.0411
@TREND(1)	5.42E-08	6.60E-08	0.820905	0.4119
R-squared	0.008326	Mean dependent var	3.21E-06	
Adjusted R-squared	0.005333	S.D. dependent var	0.000554	
S.E. of regression	0.000552	Akaike info criterion	-12.16051	
Sum squared resid	0.000303	Schwarz criterion	-12.14084	
Log likelihood	6072.093	F-statistic	2.781895	
Durbin-Watson stat	2.004256	Prob(F-statistic)	0.039931	

Null Hypothesis: AUDUSD has a unit root  
Exogenous: None  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.186950	0.7404
Test critical values:		
1% level	-2.567281	
5% level	-1.941141	
10% level	-1.616486	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(AUDUSD)  
Method: Least Squares  
Date: 06/22/11 Time: 22:11  
Sample (adjusted): 3 1000  
Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AUDUSD(-1)	3.06E-06	1.64E-05	0.186950	0.8517
D(AUDUSD(-1))	-0.064444	0.031615	-2.038430	0.0418
R-squared	0.004152	Mean dependent var	3.21E-06	
Adjusted R-squared	0.003152	S.D. dependent var	0.000554	
S.E. of regression	0.000553	Akaike info criterion	-12.16031	
Sum squared resid	0.000305	Schwarz criterion	-12.15048	
Log likelihood	6069.997	Durbin-Watson stat	2.005159	

## Annexes

### 2. Etude de la stationnarité de la série AUD/USD en différence première :

Date: 06/22/11 Time: 22:16

Sample: 1 1000

Included observations: 998

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.515	-0.515	265.64	0.000
		2 0.009	-0.349	265.72	0.000
		3 0.006	-0.261	265.75	0.000
		4 -0.024	-0.248	266.32	0.000
		5 0.031	-0.194	267.32	0.000
		6 0.003	-0.146	267.33	0.000
		7 0.013	-0.081	267.51	0.000
		8 -0.032	-0.087	268.56	0.000
		9 -0.032	-0.155	269.59	0.000
		10 0.080	-0.067	276.07	0.000
		11 -0.051	-0.082	278.75	0.000
		12 0.003	-0.098	278.76	0.000
		13 0.012	-0.088	278.90	0.000
		14 0.002	-0.063	278.91	0.000
		15 0.017	-0.012	279.22	0.000

Null Hypothesis: D(AUDUSD) has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-23.89766	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967280	
5% level	-3.414327	
10% level	-3.129286	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(AUDUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/22/11 Time: 22:17

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(AUDUSD(-1))	-1.105472	0.046259	-23.89766	0.0000
D(AUDUSD(-1),2)	0.037531	0.031692	1.184237	0.2366
C	5.01E-06	3.52E-05	0.142461	0.8867
@TREND(1)	-1.85E-09	6.09E-08	-0.030393	0.9758
R-squared	0.533417	Mean dependent var		0.000000
Adjusted R-squared	0.532007	S.D. dependent var		0.000809
S.E. of regression	0.000553	Akaike info criterion		-12.15768
Sum squared resid	0.000304	Schwarz criterion		-12.13800
Log likelihood	6064.603	F-statistic		378.4129
Durbin-Watson stat	2.001576	Prob(F-statistic)		0.000000

Null Hypothesis: D(AUDUSD) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-23.91005	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.436689	
5% level	-2.864227	
10% level	-2.568253	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(AUDUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/22/11 Time: 22:19

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(AUDUSD(-1))	-1.105478	0.046235	-23.91005	0.0000
D(AUDUSD(-1),2)	0.037535	0.031676	1.184973	0.2363
C	4.08E-06	1.75E-05	0.233195	0.8157
R-squared	0.533417	Mean dependent var		0.000000
Adjusted R-squared	0.532478	S.D. dependent var		0.000809
S.E. of regression	0.000553	Akaike info criterion		-12.15968
Sum squared resid	0.000304	Schwarz criterion		-12.14493
Log likelihood	6064.602	F-statistic		568.1900
Durbin-Watson stat	2.001570	Prob(F-statistic)		0.000000

Null Hypothesis: D(AUDUSD) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-23.92029	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.567284	
5% level	-1.941141	
10% level	-1.616486	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(AUDUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/22/11 Time: 22:23

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(AUDUSD(-1))	-1.105379	0.046211	-23.92029	0.0000
D(AUDUSD(-1),2)	0.037489	0.031660	1.184103	0.2367
R-squared	0.533391	Mean dependent var		0.000000
Adjusted R-squared	0.532922	S.D. dependent var		0.000809
S.E. of regression	0.000553	Akaike info criterion		-12.16163
Sum squared resid	0.000304	Schwarz criterion		-12.15180
Log likelihood	6064.575	Durbin-Watson stat		2.001563

## Annexe 3































### Test de DF sur la série NZD/USD

#### 1. Etude de la stationnarité de la série NZD/USD en niveau :

Date: 06/23/11 Time: 01:56

Sample: 1 1000

Included observations: 999

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.139	-0.139	19.401	0.000
		2 -0.027	-0.047	20.115	0.000
		3 -0.015	-0.026	20.356	0.000
		4 -0.015	-0.023	20.593	0.000
		5 -0.006	-0.014	20.632	0.001
		6 -0.015	-0.020	20.856	0.002
		7 0.023	0.017	21.395	0.003
		8 -0.005	-0.001	21.421	0.006
		9 -0.021	-0.022	21.873	0.009
		10 0.020	0.014	22.264	0.014
		11 0.018	0.022	22.608	0.020
		12 0.002	0.008	22.611	0.031
		13 -0.061	-0.059	26.408	0.015
		14 0.078	0.063	32.540	0.003
		15 -0.062	-0.047	36.461	0.002

Null Hypothesis: NZDUSD has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.412989	0.3725
Test critical values: 1% level	-3.967270	
5% level	-3.414323	
10% level	-3.129283	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(NZDUSD)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:59

Sample (adjusted): 3 1000

Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
NZDUSD(-1)	-0.012211	0.005060	-2.412989	0.0160
D(NZDUSD(-1))	-0.135300	0.031384	-4.311091	0.0000
C	0.009940	0.004139	2.401750	0.0165
@TREND(1)	5.37E-08	5.53E-08	0.971105	0.3317
R-squared	0.027454	Mean dependent var		-3.81E-06
Adjusted R-squared	0.024519	S.D. dependent var		0.000496
S.E. of regression	0.000489	Akaike info criterion		-12.40242
Sum squared resid	0.000238	Schwarz criterion		-12.38276
Log likelihood	6192.807	F-statistic		9.353293
Durbin-Watson stat	2.007653	Prob(F-statistic)		0.000004

## Annexes

### 2. Etude de la stationnarité de la série NZD/USD en différence première :

Date: 06/23/11 Time: 02:06

Sample: 1 1000

Included observations: 998

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.548	-0.548	300.21	0.000
		2 0.044	-0.366	302.13	0.000
		3 0.006	-0.266	302.17	0.000
		4 -0.002	-0.209	302.17	0.000
		5 0.008	-0.157	302.24	0.000
		6 -0.022	-0.157	302.71	0.000
		7 0.029	-0.109	303.57	0.000
		8 -0.005	-0.071	303.59	0.000
		9 -0.025	-0.090	304.22	0.000
		10 0.019	-0.079	304.57	0.000
		11 0.008	-0.047	304.64	0.000
		12 0.018	0.021	304.97	0.000
		13 -0.088	-0.094	312.81	0.000
		14 0.123	0.025	328.07	0.000
		15 -0.092	-0.021	336.66	0.000

Null Hypothesis: D(NZDUSD) has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-25.02111	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.967280	
5% level	-3.414327	
10% level	-3.129286	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(NZDUSD,2)  
Method: Least Squares  
Date: 06/23/11 Time: 02:07  
Sample (adjusted): 4 1000  
Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(NZDUSD(-1))	-1.197008	0.047840	-25.02111	0.0000
D(NZDUSD(-1),2)	0.050253	0.031663	1.587124	0.1128
C	-4.57E-05	3.12E-05	-1.464208	0.1435
@TREND(1)	8.38E-08	5.40E-08	1.551219	0.1212
R-squared	0.571505	Mean dependent var	8.02E-07	
Adjusted R-squared	0.570210	S.D. dependent var	0.000748	
S.E. of regression	0.000490	Akaike info criterion	-12.40006	
Sum squared resid	0.000238	Schwarz criterion	-12.38038	
Log likelihood	6185.431	F-statistic	441.4705	
Durbin-Watson stat	2.003045	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(NZDUSD) has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-24.95549	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.436689	
5% level	-2.864227	
10% level	-2.568253	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(NZDUSD,2)  
Method: Least Squares  
Date: 06/23/11 Time: 02:09  
Sample (adjusted): 4 1000  
Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(NZDUSD(-1))	-1.192146	0.047771	-24.95549	0.0000
D(NZDUSD(-1),2)	0.047823	0.031647	1.511143	0.1311
C	-3.69E-06	1.55E-05	-0.237789	0.8121
R-squared	0.570466	Mean dependent var	8.02E-07	
Adjusted R-squared	0.569602	S.D. dependent var	0.000748	
S.E. of regression	0.000490	Akaike info criterion	-12.39965	
Sum squared resid	0.000239	Schwarz criterion	-12.38489	
Log likelihood	6184.224	F-statistic	660.0688	
Durbin-Watson stat	2.002931	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(NZDUSD) has a unit root  
Exogenous: None  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-24.96620	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.567284	
5% level	-1.941141	
10% level	-1.616486	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(NZDUSD,2)  
Method: Least Squares  
Date: 06/23/11 Time: 02:11  
Sample (adjusted): 4 1000  
Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(NZDUSD(-1))	-1.192030	0.047746	-24.96620	0.0000
D(NZDUSD(-1),2)	0.047771	0.031631	1.510276	0.1313
R-squared	0.570442	Mean dependent var	8.02E-07	
Adjusted R-squared	0.570010	S.D. dependent var	0.000748	
S.E. of regression	0.000490	Akaike info criterion	-12.40160	
Sum squared resid	0.000239	Schwarz criterion	-12.39176	
Log likelihood	6184.196	Durbin-Watson stat	2.002943	

## Annexe 4































### Test de DF sur la série CHF/USD

#### 1. Etude de la stationnarité de la série CHF/USD en niveau :

Date: 06/23/11 Time: 00:51

Sample: 1 1000

Included observations: 999

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.151	-0.151	22.994	0.000
		2 -0.041	-0.066	24.721	0.000
		3 0.009	-0.008	24.808	0.000
		4 -0.035	-0.038	26.038	0.000
		5 0.042	0.031	27.788	0.000
		6 0.006	0.014	27.828	0.000
		7 -0.069	-0.063	32.581	0.000
		8 0.059	0.040	36.139	0.000
		9 0.001	0.012	36.139	0.000
		10 0.060	0.068	39.733	0.000
		11 -0.023	-0.007	40.256	0.000
		12 -0.035	-0.026	41.475	0.000
		13 0.004	-0.010	41.490	0.000
		14 0.027	0.022	42.236	0.000
		15 0.008	0.017	42.300	0.000

Null Hypothesis: CHFUSD has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.168919	0.5059
Test critical values:		
1% level	-3.967270	
5% level	-3.414323	
10% level	-3.129283	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(CHFUSD)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 00:53

Sample (adjusted): 3 1000

Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHFUSD(-1)	-0.011763	0.005424	-2.168919	0.0303
D(CHFUSD(-1))	-0.147740	0.031544	-4.683560	0.0000
C	0.013928	0.006393	2.178663	0.0296
@TREND(1)	1.98E-07	1.47E-07	1.348986	0.1776
R-squared	0.028793	Mean dependent var		2.07E-05
Adjusted R-squared	0.025862	S.D. dependent var		0.000684
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion		-11.75819
Sum squared resid	0.000454	Schwarz criterion		-11.73853
Log likelihood	5871.337	F-statistic		9.822913
Durbin-Watson stat	2.007269	Prob(F-statistic)		0.000002

Null Hypothesis: CHFUSD has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.987641	0.2925
Test critical values:		
1% level	-3.436683	
5% level	-2.864225	
10% level	-2.568251	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(CHFUSD)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 00:56

Sample (adjusted): 3 1000

Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHFUSD(-1)	-0.005450	0.002742	-1.987641	0.0471
D(CHFUSD(-1))	-0.151431	0.031439	-4.816746	0.0000
C	0.006512	0.003264	1.995001	0.0463
R-squared	0.027015	Mean dependent var		2.07E-05
Adjusted R-squared	0.025059	S.D. dependent var		0.000684
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion		-11.75837
Sum squared resid	0.000454	Schwarz criterion		-11.74362
Log likelihood	5870.424	F-statistic		13.81311
Durbin-Watson stat	2.009252	Prob(F-statistic)		0.000001



## Annexes

### 2. Etude de la stationnarité de la série CHF/USD en différence première :

Date: 06/23/11 Time: 01:02

Sample: 1 1000

Included observations: 998

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.546	-0.546	298.22	0.000
		2 0.026	-0.388	298.88	0.000
		3 0.042	-0.253	300.62	0.000
		4 -0.051	-0.248	303.27	0.000
		5 0.048	-0.176	305.63	0.000
		6 0.018	-0.074	305.96	0.000
		7 -0.088	-0.153	313.77	0.000
		8 0.082	-0.093	320.59	0.000
		9 -0.052	-0.121	323.27	0.000
		10 0.062	-0.025	327.11	0.000
		11 -0.031	-0.002	328.07	0.000
		12 -0.022	-0.017	328.56	0.000
		13 0.006	-0.042	328.60	0.000
		14 0.019	-0.027	328.95	0.000
		15 0.006	0.013	328.99	0.000

Null Hypothesis: D(CHFUSD) has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-25.47564	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967280	
5% level	-3.414327	
10% level	-3.129286	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(CHFUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:03

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CHFUSD(-1))	-1.231150	0.048327	-25.47564	0.0000
D(CHFUSD(-1),2)	0.067101	0.031815	2.109103	0.0352
C	6.84E-05	4.30E-05	1.590298	0.1121
@TREND(1)	-8.39E-08	7.44E-08	-1.127956	0.2596
R-squared	0.576433	Mean dependent var	-1.74E-06	
Adjusted R-squared	0.575153	S.D. dependent var	0.001037	
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion	-11.75743	
Sum squared resid	0.000453	Schwarz criterion	-11.73775	
Log likelihood	5865.078	F-statistic	450.4581	
Durbin-Watson stat	1.991831	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(CHFUSD) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-25.44807	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.436689	
5% level	-2.864227	
10% level	-2.568253	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(CHFUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:04

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CHFUSD(-1))	-1.229193	0.048302	-25.44807	0.0000
D(CHFUSD(-1),2)	0.066124	0.031807	2.078885	0.0379
C	2.63E-05	2.14E-05	1.229090	0.2193
R-squared	0.575890	Mean dependent var	-1.74E-06	
Adjusted R-squared	0.575037	S.D. dependent var	0.001037	
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion	-11.75815	
Sum squared resid	0.000454	Schwarz criterion	-11.74339	
Log likelihood	5864.439	F-statistic	674.8661	
Durbin-Watson stat	1.991205	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(CHFUSD) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-25.41198	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.567284	
5% level	-1.941141	
10% level	-1.616486	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(CHFUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:06

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CHFUSD(-1))	-1.226136	0.048250	-25.41198	0.0000
D(CHFUSD(-1),2)	0.064596	0.031791	2.031871	0.0424
R-squared	0.575246	Mean dependent var	-1.74E-06	
Adjusted R-squared	0.574819	S.D. dependent var	0.001037	
S.E. of regression	0.000676	Akaike info criterion	-11.75864	
Sum squared resid	0.000455	Schwarz criterion	-11.74880	
Log likelihood	5863.682	Durbin-Watson stat	1.991182	

## Annexe 5

### Test de DF sur la série GBP/USD

1. Etude de la stationnarité de la série CHF/USD en niveau :

Date: 06/23/11 Time: 01:09  
Sample: 1 1000  
Included observations: 999

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.002	-0.002	0.0054	0.942
		2	-0.017	-0.017	0.2879	0.866
		3	-0.044	-0.044	2.1975	0.532
		4	-0.016	-0.017	2.4630	0.651
		5	0.033	0.031	3.5458	0.616
		6	-0.008	-0.010	3.6079	0.730
		7	-0.011	-0.011	3.7257	0.811
		8	-0.052	-0.050	6.4487	0.597
		9	0.026	0.026	7.1192	0.625
		10	0.015	0.011	7.3342	0.694
		11	0.011	0.007	7.4465	0.762
		12	-0.025	-0.023	8.0660	0.780
		13	0.022	0.027	8.5439	0.806
		14	-0.001	-0.003	8.5454	0.859
		15	0.003	0.001	8.5577	0.899

Null Hypothesis: GBPUSD has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 3 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.123842	0.5313
Test critical values:		
1% level	-3.967289	
5% level	-3.414332	
10% level	-3.129289	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(GBPUSD)  
Method: Least Squares  
Date: 06/23/11 Time: 01:11  
Sample (adjusted): 5 1000  
Included observations: 996 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GBPUSD(-1)	-0.009496	0.004471	-2.123842	0.0339
D(GBPUSD(-1))	2.36E-05	0.031755	0.000745	0.9994
D(GBPUSD(-2))	-0.014202	0.031735	-0.447513	0.6546
D(GBPUSD(-3))	-0.041026	0.031755	-1.291955	0.1967
C	0.015515	0.007328	2.117265	0.0345
@TREND(1)	7.82E-08	7.13E-08	1.096838	0.2730
R-squared	0.008412	Mean dependent var	-1.81E-06	
Adjusted R-squared	0.003404	S.D. dependent var	0.000644	
S.E. of regression	0.000642	Akaike info criterion	-11.85647	
Sum squared resid	0.000409	Schwarz criterion	-11.82693	
Log likelihood	5910.524	F-statistic	1.679728	
Durbin-Watson stat	2.000544	Prob(F-statistic)	0.136701	

Null Hypothesis: GBPUSD has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 3 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.230987	0.1955
Test critical values:		
1% level	-3.436696	
5% level	-2.864230	
10% level	-2.568255	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(GBPUSD)  
Method: Least Squares  
Date: 06/23/11 Time: 01:14  
Sample (adjusted): 5 1000  
Included observations: 996 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GBPUSD(-1)	-0.009936	0.004454	-2.230987	0.0259
D(GBPUSD(-1))	0.001612	0.031725	0.050807	0.9595
D(GBPUSD(-2))	-0.012569	0.031703	-0.396461	0.6919
D(GBPUSD(-3))	-0.039333	0.031721	-1.239972	0.2153
C	0.016275	0.007296	2.230715	0.0259
R-squared	0.007207	Mean dependent var	-1.81E-06	
Adjusted R-squared	0.003200	S.D. dependent var	0.000644	
S.E. of regression	0.000643	Akaike info criterion	-11.85727	
Sum squared resid	0.000409	Schwarz criterion	-11.83265	
Log likelihood	5909.919	F-statistic	1.798528	
Durbin-Watson stat	2.000367	Prob(F-statistic)	0.126907	



## Annexes

### 2. Etude de la stationnarité de la série CHF/USD en différence première :

Date: 06/23/11 Time: 01:20

Sample: 1 1000

Included observations: 998

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.493	-0.493	242.86	0.000
		2 0.006	-0.313	242.90	0.000
		3 -0.028	-0.260	243.66	0.000
		4 -0.011	-0.245	243.77	0.000
		5 0.045	-0.164	245.76	0.000
		6 -0.019	-0.141	246.12	0.000
		7 0.019	-0.091	246.49	0.000
		8 -0.059	-0.152	250.05	0.000
		9 0.044	-0.121	252.02	0.000
		10 -0.002	-0.105	252.02	0.000
		11 0.016	-0.067	252.27	0.000
		12 -0.042	-0.112	254.08	0.000
		13 0.035	-0.076	255.29	0.000
		14 -0.014	-0.077	255.48	0.000
		15 -0.024	-0.126	256.06	0.000

Null Hypothesis: D(GBPUSD) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-22.70721	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.436689	
5% level	-2.864227	
10% level	-2.568253	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(GBPUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:23

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(GBPUSD(-1))	-1.019146	0.044882	-22.70721	0.0000
D(GBPUSD(-1),2)	0.017082	0.031700	0.538855	0.5901
C	-2.05E-06	2.04E-05	-0.100492	0.9200
R-squared	0.501375	Mean dependent var	6.02E-07	
Adjusted R-squared	0.500371	S.D. dependent var	0.000911	
S.E. of regression	0.000644	Akaike info criterion	-11.85526	
Sum squared resid	0.000412	Schwarz criterion	-11.84050	
Log likelihood	5912.847	F-statistic	499.7402	
Durbin-Watson stat	2.001974	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(GBPUSD) has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-22.74749	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967280	
5% level	-3.414327	
10% level	-3.129286	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(GBPUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:21

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(GBPUSD(-1))	-1.022330	0.044943	-22.74749	0.0000
D(GBPUSD(-1),2)	0.018673	0.031717	0.588753	0.5562
C	-4.63E-05	4.10E-05	-1.129607	0.2589
@TREND(1)	8.83E-08	7.09E-08	1.244516	0.2136
R-squared	0.502151	Mean dependent var	6.02E-07	
Adjusted R-squared	0.500647	S.D. dependent var	0.000911	
S.E. of regression	0.000644	Akaike info criterion	-11.85481	
Sum squared resid	0.000411	Schwarz criterion	-11.83513	
Log likelihood	5913.624	F-statistic	333.8604	
Durbin-Watson stat	2.002051	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(GBPUSD) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-22.71830	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.567284	
5% level	-1.941141	
10% level	-1.616486	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(GBPUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:27

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(GBPUSD(-1))	-1.019122	0.044859	-22.71830	0.0000
D(GBPUSD(-1),2)	0.017071	0.031684	0.538781	0.5902
R-squared	0.501370	Mean dependent var	6.02E-07	
Adjusted R-squared	0.500868	S.D. dependent var	0.000911	
S.E. of regression	0.000644	Akaike info criterion	-11.85726	
Sum squared resid	0.000412	Schwarz criterion	-11.84742	
Log likelihood	5912.842	Durbin-Watson stat	2.001979	

## Annexe 6



### Test de DF sur la série JPY/USD

1. Etude de la stationnarité de la série CHF/USD en niveau :

Date: 06/23/11 Time: 01:31

Sample: 1 1000

Included observations: 999

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.144	-0.144	20.874	0.000
		2 -0.018	-0.040	21.211	0.000
		3 -0.045	-0.054	23.200	0.000
		4 -0.007	-0.023	23.246	0.000
		5 0.009	0.002	23.332	0.000
		6 -0.002	-0.004	23.337	0.001
		7 -0.009	-0.012	23.427	0.001
		8 -0.031	-0.034	24.368	0.002
		9 0.053	0.044	27.205	0.001
		10 -0.036	-0.026	28.546	0.001
		11 -0.010	-0.020	28.654	0.003
		12 0.021	0.018	29.087	0.004
		13 -0.015	-0.012	29.324	0.006
		14 0.056	0.052	32.544	0.003
		15 -0.017	-0.001	32.840	0.005

Null Hypothesis: JPYUSD has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>	<b>-2.753566</b>	<b>0.2152</b>
Test critical values: 1% level	-3.967270	
5% level	-3.414323	
10% level	-3.129283	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(JPYUSD)  
Method: Least Squares  
Date: 06/23/11 Time: 01:34  
Sample (adjusted): 3 1000  
Included observations: 998 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
JPYUSD(-1)	-0.018099	0.006573	-2.753566	0.0060
D(JPYUSD(-1))	-0.135196	0.031419	-4.303067	0.0000
C	0.000223	8.09E-05	2.757432	0.0059
@TREND(1)	3.54E-09	1.48E-09	2.391025	0.0170
R-squared	0.028434	Mean dependent var		1.78E-07
Adjusted R-squared	0.025501	S.D. dependent var		5.29E-06
S.E. of regression	5.23E-06	Akaike info criterion		-21.48177
Sum squared resid	2.71E-08	Schwarz criterion		-21.46211
Log likelihood	10723.40	F-statistic		9.696767
Durbin-Watson stat	2.008112	Prob(F-statistic)		0.000003

## Annexes

### 2. Etude de la stationnarité de la série JPY/USD en différence première :

Date: 06/23/11 Time: 01:44

Sample: 1 1000

Included observations: 998

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.554	-0.554	307.37	0.000
		2 0.066	-0.348	311.76	0.000
		3 -0.028	-0.281	312.53	0.000
		4 0.009	-0.236	312.62	0.000
		5 0.013	-0.182	312.79	0.000
		6 -0.004	-0.146	312.80	0.000
		7 0.007	-0.106	312.85	0.000
		8 -0.045	-0.160	314.88	0.000
		9 0.075	-0.072	320.58	0.000
		10 -0.050	-0.069	323.08	0.000
		11 -0.003	-0.097	323.09	0.000
		12 0.028	-0.061	323.86	0.000
		13 -0.049	-0.123	326.33	0.000
		14 0.064	-0.068	330.51	0.000
		15 -0.035	-0.061	331.72	0.000

Null Hypothesis: D(JPYUSD) has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-24.80518	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.967280	
5% level	-3.414327	
10% level	-3.129286	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(JPYUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:48

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(JPYUSD(-1))	-1.189759	0.047964	-24.80518	0.0000
D(JPYUSD(-1),2)	0.039693	0.031691	1.252491	0.2107
C	3.31E-07	3.34E-07	0.992613	0.3211
@TREND(1)	-2.34E-10	5.77E-10	-0.405015	0.6856
R-squared	0.572864	Mean dependent var	1.52E-09	
Adjusted R-squared	0.571573	S.D. dependent var	8.01E-06	
S.E. of regression	5.24E-06	Akaike info criterion	-21.47476	
Sum squared resid	2.73E-08	Schwarz criterion	-21.45508	
Log likelihood	10709.17	F-statistic	443.9280	
Durbin-Watson stat	2.004388	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(JPYUSD) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-24.81236	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.436689	
5% level	-2.864227	
10% level	-2.568253	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(JPYUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:49

Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(JPYUSD(-1))	-1.189403	0.047936	-24.81236	0.0000
D(JPYUSD(-1),2)	0.039493	0.031674	1.246873	0.2127
C	2.14E-07	1.66E-07	1.287714	0.1981
R-squared	0.572793	Mean dependent var	1.52E-09	
Adjusted R-squared	0.571933	S.D. dependent var	8.01E-06	
S.E. of regression	5.24E-06	Akaike info criterion	-21.47660	
Sum squared resid	2.73E-08	Schwarz criterion	-21.46184	
Log likelihood	10709.09	F-statistic	666.3705	
Durbin-Watson stat	2.004347	Prob(F-statistic)	0.000000	

Null Hypothesis: D(JPYUSD) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 1 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-24.77073	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.567284	
5% level	-1.941141	
10% level	-1.616486	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(JPYUSD,2)

Method: Least Squares

Date: 06/23/11 Time: 01:50

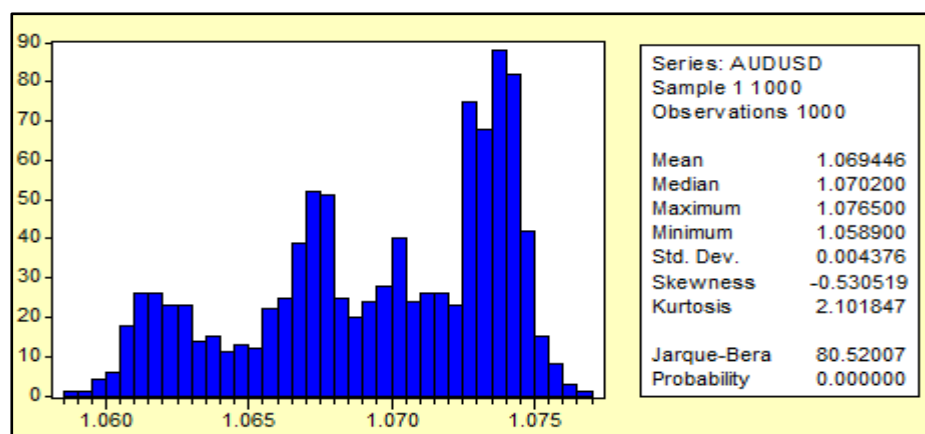
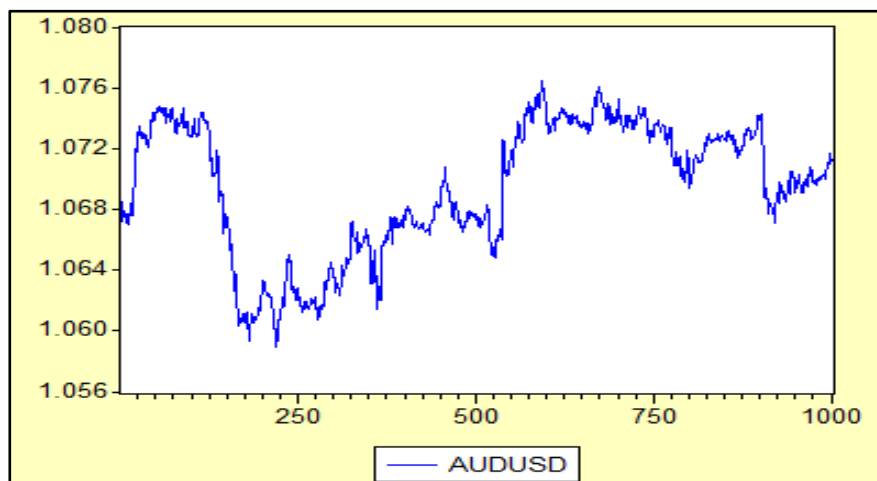
Sample (adjusted): 4 1000

Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(JPYUSD(-1))	-1.186199	0.047887	-24.77073	0.0000
D(JPYUSD(-1),2)	0.037882	0.031659	1.196542	0.2318
R-squared	0.572080	Mean dependent var	1.52E-09	
Adjusted R-squared	0.571650	S.D. dependent var	8.01E-06	
S.E. of regression	5.24E-06	Akaike info criterion	-21.47694	
Sum squared resid	2.74E-08	Schwarz criterion	-21.46710	
Log likelihood	10708.26	Durbin-Watson stat	2.004019	

## Annexe 7

### Etude des propriétés statistiques des cours de la série AUDUSD

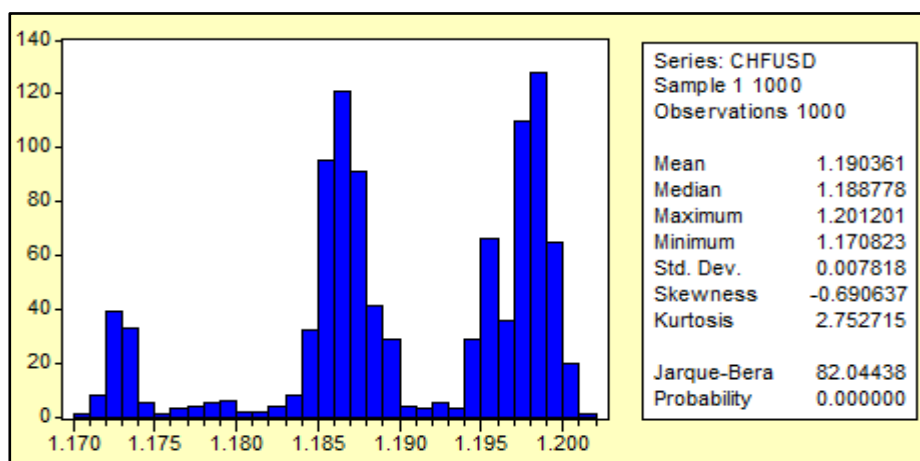
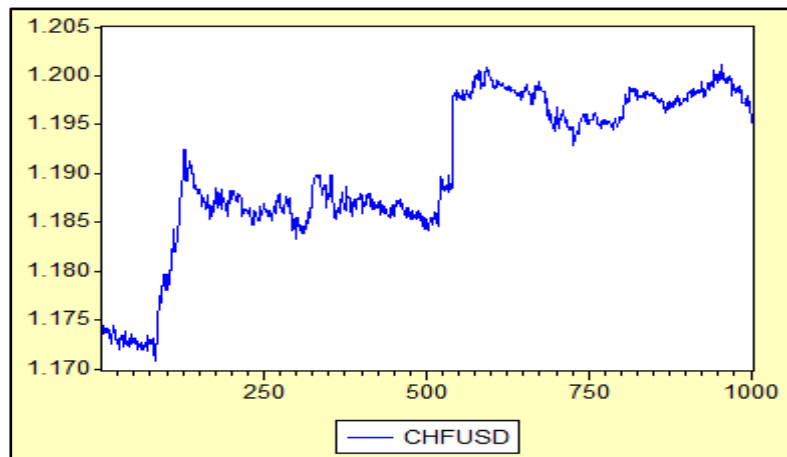


Date: 06/26/11 Time: 04:44  
Sample: 1 1000  
Included observations: 1000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.992	0.992	986.45	0.000
		2	0.984	0.053	1959.3	0.000
		3	0.978	0.036	2919.9	0.000
		4	0.971	0.022	3868.8	0.000
		5	0.965	0.021	4807.0	0.000
		6	0.958	-0.041	5733.0	0.000
		7	0.951	-0.030	6646.1	0.000
		8	0.944	-0.013	7546.4	0.000
		9	0.938	0.036	8435.3	0.000
		10	0.932	0.025	9313.6	0.000
		11	0.925	-0.055	10180.	0.000
		12	0.918	0.019	11034.	0.000
		13	0.911	-0.006	11877.	0.000
		14	0.904	-0.029	12708.	0.000
		15	0.897	-0.032	13526.	0.000

## Annexe 8

### Etude des propriétés statistiques des cours de la série CHFUSD

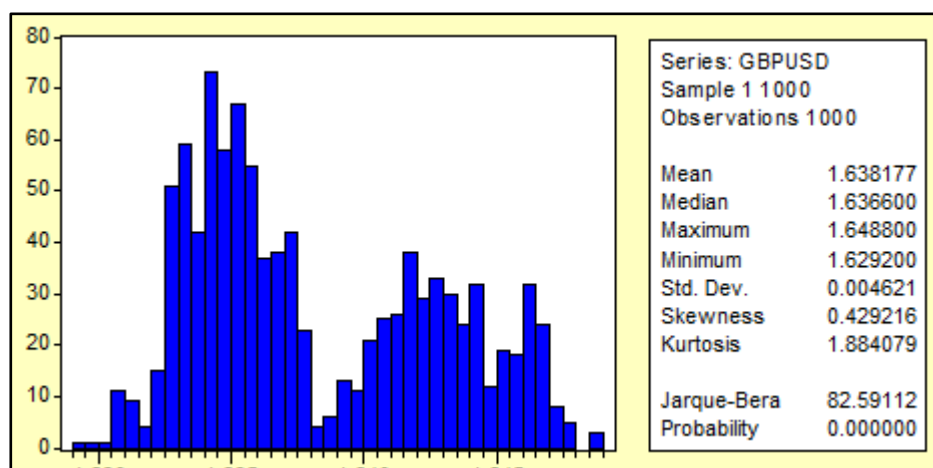
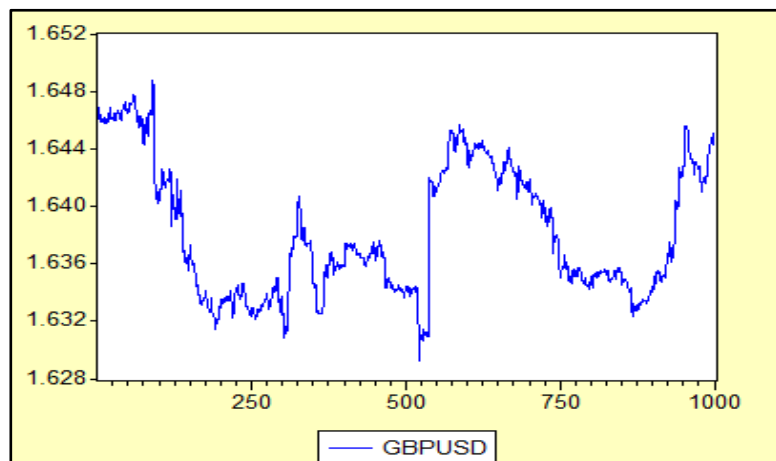


Date: 06/26/11 Time: 04:48  
Sample: 1 1000  
Included observations: 1000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		0.993	0.993	989.78	0.000
2		0.988	0.052	1968.9	0.000
3		0.982	0.013	2937.6	0.000
4		0.976	-0.016	3895.7	0.000
5		0.970	0.021	4843.8	0.000
6		0.964	-0.022	5781.5	0.000
7		0.959	-0.010	6708.6	0.000
8		0.953	0.019	7625.8	0.000
9		0.947	-0.035	8532.2	0.000
10		0.941	-0.018	9427.6	0.000
11		0.934	-0.036	10311.	0.000
12		0.928	0.010	11184.	0.000
13		0.921	0.005	12046.	0.000
14		0.915	-0.030	12896.	0.000
15		0.908	-0.020	13734.	0.000

## Annexe 9

### Etude des propriétés statistiques des cours de la série GBPUSD

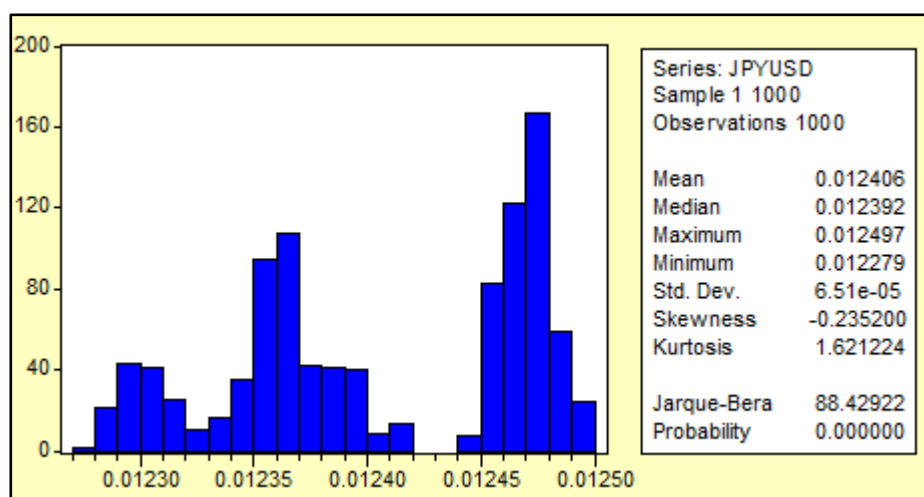
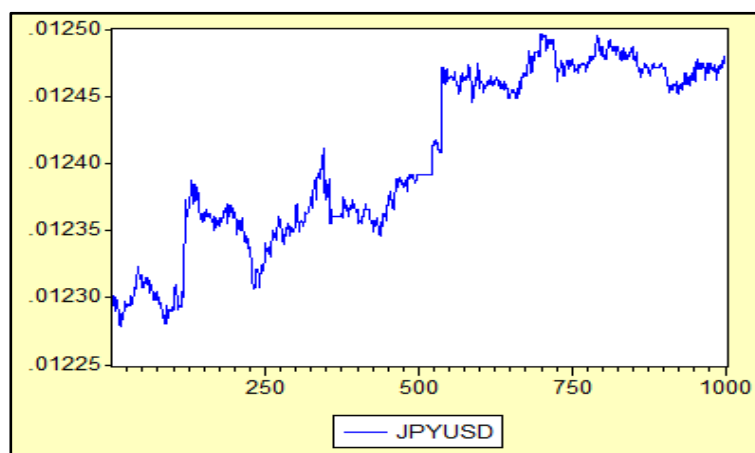


Date: 06/26/11 Time: 04:50  
Sample: 1 1000  
Included observations: 1000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		0.986	0.986	975.10	0.000
2		0.972	-0.019	1923.0	0.000
3		0.958	0.017	2845.4	0.000
4		0.945	0.023	3744.2	0.000
5		0.933	0.018	4620.9	0.000
6		0.921	-0.007	5475.9	0.000
7		0.910	0.025	6310.7	0.000
8		0.898	0.002	7126.1	0.000
9		0.888	0.037	7924.2	0.000
10		0.878	-0.017	8704.6	0.000
11		0.868	-0.001	9467.5	0.000
12		0.857	-0.020	10212.	0.000
13		0.846	0.006	10940.	0.000
14		0.836	-0.018	11649.	0.000
15		0.825	-0.004	12341.	0.000

## Annexe 10

### Etude des propriétés statistiques des cours de la série JPYUSD

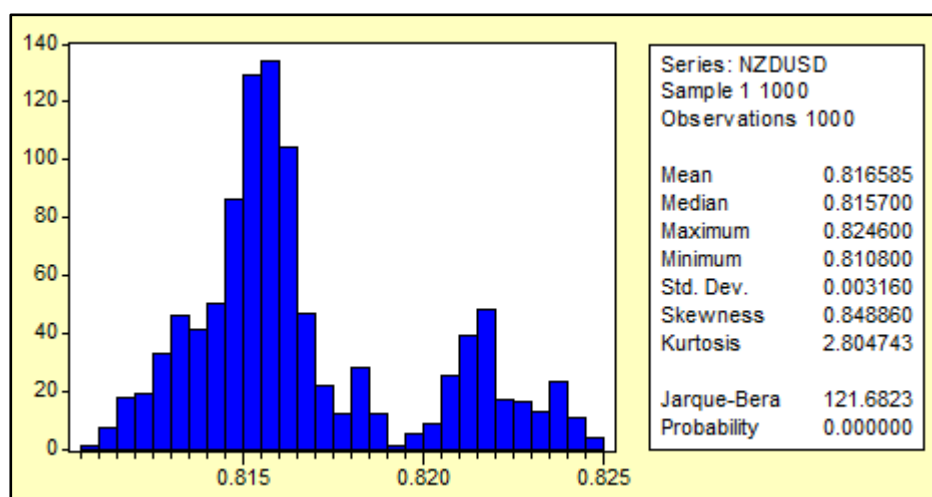
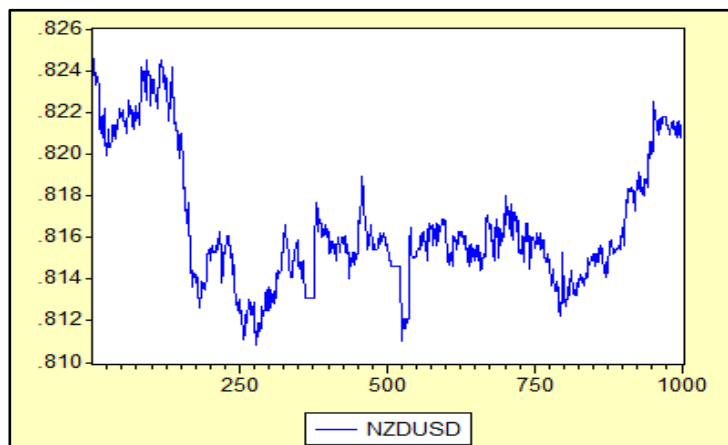


Date: 06/26/11 Time: 04:53  
Sample: 1 1000  
Included observations: 1000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.993	0.993	989.56	0.000
		2	0.988	0.090	1969.2	0.000
		3	0.983	0.019	2939.4	0.000
		4	0.978	0.026	3900.8	0.000
		5	0.973	0.011	4853.6	0.000
		6	0.968	-0.005	5797.8	0.000
		7	0.963	-0.007	6733.2	0.000
		8	0.958	0.014	7660.4	0.000
		9	0.953	0.010	8579.5	0.000
		10	0.948	-0.036	9489.7	0.000
		11	0.943	0.003	10391.	0.000
		12	0.938	-0.008	11284.	0.000
		13	0.933	-0.034	12168.	0.000
		14	0.928	0.014	13042.	0.000
		15	0.922	-0.030	13908.	0.000

## Annexe 11

### Etude des propriétés statistiques des cours de la série NZDUSD



Date: 06/26/11 Time: 04:56  
Sample: 1 1000  
Included observations: 1000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		0.982	0.982	967.65	0.000
2		0.967	0.064	1906.5	0.000
3		0.953	0.029	2819.1	0.000
4		0.940	0.018	3707.2	0.000
5		0.926	0.000	4571.2	0.000
6		0.913	0.003	5411.9	0.000
7		0.901	0.017	6231.1	0.000
8		0.888	-0.029	7027.3	0.000
9		0.874	-0.017	7800.3	0.000
10		0.862	0.020	8552.2	0.000
11		0.849	-0.002	9283.3	0.000
12		0.836	-0.028	9992.5	0.000
13		0.824	0.029	10682.	0.000
14		0.813	0.021	11355.	0.000
15		0.800	-0.054	12007.	0.000