**ЛЕКЦИЯ №14. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД. КОНЦЕПЦИЯ БРИЛЛЮЭНА.**

**План:**

14.1. Явление полного прохождения волны через границу двух сред.

14.2. Явление полного отражения от плоской границы раздела двух сред.

14.3. Структура электромагнитного поля при полном внутреннем отражении.

14.4. Поле вблизи поверхности хорошего проводника.

14.5. Концепция Бриллюэна

**14.1. Явление полного прохождения волны через границу двух сред**

Выясним условия, при которых падающая волна проходит во вторую среду, не отражаясь от границы раздела. Очевидно, что для этого необходимо, чтобы коэффициент отражения *R* был равен нулю, т.е.  и . Из формул (14.11), (14.13) и (14.15) видно, что это невозможно, если хотя бы одна из сред имеет потери.

Рассмотрим среды без потерь. В этом случае волновые числа и волновые сопротивления обеих сред являются действительными величинами.

1. Рассмотрим вначале случай параллельно поляризованной волны. Из условия  и формулы (14.13) следует, что должно выполняться следующее равенство:

.

Из последнего условия (с учетом формулы (14.15)) можно получить соотношение для угла падения , при котором волна не отражается от границы раздела. Это соотношение имеет следующий вид:

. (14.16)

Очевидно, что полученное равенство может выполняться только при  и дополнительном условии

. (14.17)

Угол падения, при котором волна полностью проходит во вторую среду, называется *углом Брюстера.* Нетрудно показать, что при μ1=μ2 угол Брюстера определяется по следующей формуле:

. (14.18)

2. Рассмотрим теперь случай нормально поляризованной волны. Из условия  и формулы (14.11) следует, что в этом случае угол Брюстера определяется следующей формулой:

.

Очевидно, что последнее равенство может выполняться только при  и дополнительном условии:

.

Нетрудно показать, что при ε1= ε2 угол Брюстера при нормальной поляризации определяется по следующей формуле:

.

Все вышеприведенные соотношения получены для волн линейной поляризации. Плоские волны круговой и эллиптической поляризаций можно представить в виде суперпозиции двух линейно поляризованных плоских волн, одна из которых поляризована нормально, а другая – параллельно плоскости падения. Так как условия существования угла Брюстера для параллельной и нормальной поляризаций различны, то волны с круговой и эллиптической поляризациями будут отражаться от границы раздела двух сред при любых углах падения.

**14.2. Явление полного отражения от плоской границы раздела двух сред**

Выясним, при каких условиях волна полностью отражается от плоской границы раздела двух сред. Очевидно, что если  и , то амплитуда отраженной волны равна амплитуде падающей, т.е. волна полностью отражается.

Из формул (14.11) и (14.13) следует, что волна полностью отражается в том случае, когда , т.е. когда вторая среда является идеальным проводником. В этом случае

, . (14.19)

Пусть среды не имеют потерь. Тогда величины *k*1, *k*2, , ,  и являются действительными.

Рассмотрим формулы (14.11), (14.13) и (14.15) для случая, когда *k*1 < *k*2, т.е. когда вторая среда является оптически более плотной (например, волна падает из воздуха на поверхность стекла). В этом случае модуль числителя в формулах (14.11) и (14.13) всегда (при любых углах падения волны) меньше модуля знаме­нателя. Отсюда следует, что при этом волна всегда проходит во вторую среду.

Рассмотрим теперь формулы (14.11), (14.13) и (14.15) для случая, когда   
*k*2 < *k*1, т.е. когда вторая среда является оптически менее плотной (например, волна падает на границу стекло-воздух со стороны стекла). Введем определение*. Критическим углом* будем называть угол падения, определяемый из следующего соотношения:

. (14.20)

Подставим (14.20) в (14.15), тогда окажется, что преломленная волна идет вдоль границы раздела сред (). Подставляя значение  в формулы (14.11) и (14.13) видим, что при  коэффициенты отражения  и  равны единице. Пусть теперь . В этом случае величина, стоящая под радикалом в формуле (14.15) становится отрицательной. Отсюда следует, что  в формулах (14.11) … (14.15) является чисто мнимой величиной. Для дальнейшего нам удобно его записать в следующем виде:

, (14.21)

где

. (14.22)

Подставляя формулу (14.21) в соотношения (14.11) и (14.13) видим, что модули коэффициентов отражения для обеих поляризаций равны единице.

Из проведенного анализа следует, что амплитуда волны любой поляризации, отраженной от границы раздела двух идеальных диэлектриков, равна амплитуде падающей волны при выполнении следующих условий:

*k*1 > *k*2, , (14.23)

где величина  определяется по формуле (14.20).

Говорят, что при выполнении условий (14.23) наблюдается*явление полного внутреннего отражения****.***

**14.3. Структура электромагнитного поля при полном внутреннем отражении**

Рассмотрим свойства электромагнитного поля вблизи границы раздела при полном внутреннем отражении. При этом ограничимся только случаем нормальной поляризации. Случай параллельной поляризации рассматривается аналогично.

Как было показано в разд. 14.3, модуль коэффициента отражения при полном внутреннем отражении равен единице. Отсюда следует, что в этом случае можно записать, что

, (14.24)

где  – некоторое действительное число.

Подставим (14.24) в (14.2), сложим (14.1) и (14.2), умножим полученную сумму на  и вычислим реальную часть полученного произведения. Тогда получим следующее выражение:

, *х* ≥ 0. (14.25)

Выражение (14.25) определяет действительный вектор полного электрического поля (падающего и отраженного) в первой среде при полном внутреннем отражении.

Подставим (14.21) в (14.3), затем умножим (14.3) на  и вычислим реальную часть полученного произведения, тогда получим следующее выражение:

, *х* ≤ 0. (14.26)

Выражение (14.26) определяет действительный вектор электрического поля во второй среде при полном внутреннем отражении.

При сравнении формул (14.25) и (14.26) видно, что их фазы совпадают. При этом поверхностью равных фаз (фронтом волны) является любая плоскость, перпендикулярная оси *z*.

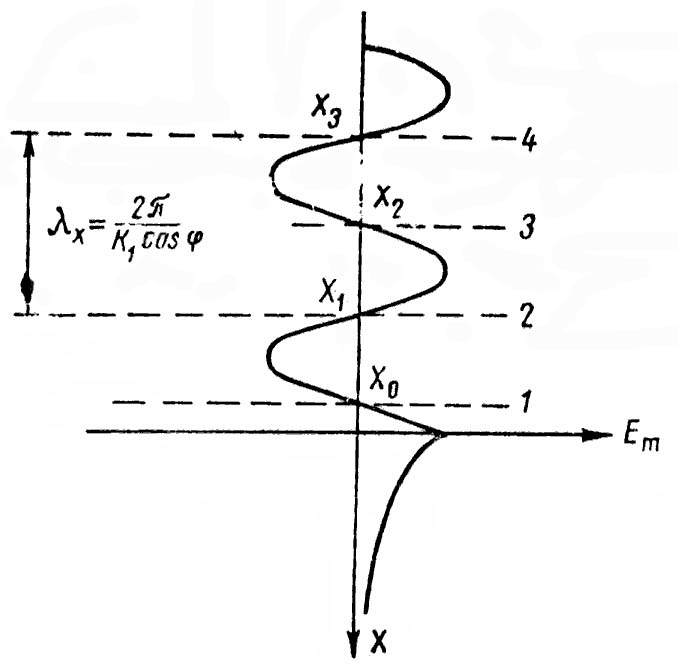


Рисунок 14.3 – Распределение напряженности поля

при полном внутреннем отражении

Другими словами, соотношения (14.25) и (14.26) описывают «единую» плоскую волну, которая распростра­няется вдоль границы раздела сред. Аналитическое представление этой волны различно в разных средах. Эта волна неоднородная, так как ее амплитуда не постоянна по фронту. Амплитуда волны в первой среде меняется по закону косинуса, а во второй среде убывает по экспоненте при удалении от границы раздела (рис. 14.3). При этом показатель экспоненты возрастает с ростом отношения  (см. формулу (14.23)).

Волна, которая распространяется вдоль некоторой поверхности и ее амплитуда убывает по экспоненте по мере удаления от этой поверхности, называется *поверхностной волной.*

Рассчитаем фазовую скорость волны, определяемой соотношениями (14.25) и (14.26). По определению

,

где  – скорость света в первой среде.

Из последней формулы следует, что . Учитывая второй закон Снеллиуса и формулу (14.21), получаем, что

,

где  – скорость света во второй среде.

Из последней формулы видно, что . Отсюда следует, что волна, описываемая соотношениями (14.25) и (14.26) является *медленной волной* (для второй среды).

Известно, что если волна является медленной, то она поверхностная и наоборот. Известно также, что медленная волна не переносит энергию вглубь второй среды.

При параллельной поляризации наблюдается такая же ситуация, как и в рассматриваемом случае. Таким образом, волна любой поляризации при *k*1 < *k*2 и ϕ > ϕкр испытывает полное отражение от границы раздела двух диэлектри­ческих сред.

Явление полного внутреннего отражения позволяет достаточно просто объяснить физику распространения волн в *световодах.*

Рассмотрим простейший световод, представляющий собой диэлектрический стержень с постоянной диэлектрической проницаемостью. Если в стержне возбудить волну, для которой на границе диэлектрик-воздух выполняются условия полного внутреннего отражения, то эта волна будет распространяться по зигзагообразному пути, последовательно отражаясь от стенок световода. При этом волна не будет переносить энергию из световода. Амплитуда векторов поля волны внутри световода будет меняться по закону косинуса (как в первой среде рис. 14.3), а во второй среде амплитуда волны будет убывать по экспоненте. Степень убывания амплитуды тем больше, чем больше диэлектрическая проницаемость световода.

**14.4. Поле вблизи поверхности хорошего проводника. Приближенные граничные условия. Явление поверхностного эффекта**

Пусть плоская волна падает под углом ϕ на плоскую границу раздела двух сред, из которых первая – идеальный диэлектрик, а вторая имеет тепловые потери. В этом случае *k*1 – вещественная величина, а  = β2 - *i*α2 – комплексная величина. Рассмотрим практически важный случай, когда вторая среда является хорошим проводником (металлом), для которого

, . (14.27)

Рассмотрим свойства электромагнитного поля вблизи поверхности проводника. При этом, как и в предыдущем разделе, ограничимся только случаем нормальной поляризации.

Из формулы (14.10) следует, что в этом случае величина  не является действительной. Найдем действительный угол преломления волны, обозначив его . Для этого надо преобразовать выражение (14.3). Подставляя в (14.3) соотношения (14.10) и (14.27), получаем, что

. (14.28)

Из последней формулы видно, что . Это означает, что при любом угле падения ϕ на поверхность проводника (металла) преломленная волна распространяется вдоль нормали к поверхности раздела.

Этот факт позволяет получить приближенные граничные условия, которые в литературе часто называют *граничными условиями Леонтовича*-*Щукина*. Эти условия имеют следующий вид:

. (14.29)

где  – комплексное волновое сопротивление второй среды;  – орт нормали, направленный из второй среды в первую;  – касательные составляющие векторов электромагнитного поля на поверхности проводника со стороны первой среды.

Граничное условие Леонтовича-Щукина значительно упрощает решение многих задач электродинамики, таких, например, как задачи теории поверхностных антенн, задачи распространения волн вдоль поверхности Земли. Это связано с тем, что при использовании условий Леонтовича-Щукина нет необходимости рассматривать поле во второй среде, информация о нем учитывается через величину , входящую в граничное условие.

Из формулы (14.28) следует еще один важный для практики факт. Амплитуда преломленной волны быстро убывает по экспоненте с удалением от границы раздела и волна фактически существует лишь в тонком слое вблизи поверхности раздела. Это поверхностный слой или спин-слой. Рассмотрим глубину проникновения поля в проводник. Для хорошего проводника она определяется следующей формулой (см. подразд. 2.3)

.

Из приведенной формулы видно, что глубина проникновения поля в проводник зависит от частоты. В табл. 14.1, в качестве примера, приведена зависимость глубины проникновения от частоты для меди (σ2 = 107 См/м).

Из таблицы видно, что на высоких частотах весь ток фактически сосредоточен возле поверхности проводника. Это явление называется поверхностным эффектом или скин-эффектом.

Таблица 14.1 – Зависимость глубины проникновения от частоты

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *f* | 3⋅104 МГц | 300 МГц | 3 МГц | 30 кГц | 50 Гц |
| λ = c/*f* | 1 см | 1 м | 100 м | 10 км | 6000 км |
| Δ° | 0,0004 мм | 0,004 мм | 0,04 мм | 0,4 мм | 1 см |

В результате поверхностного эффекта как бы уменьшается сечение провода: эффективное сечение оказывается меньше геометрического. Кроме этого поверхностный эффект уменьшает магнитную энергию внутри проводника, что вызывает уменьшение индуктивности провода.

Будем считать, что весь ток в проводнике течет по его поверхности. Тогда, используя закон Ома в дифференциальной форме, можно записать, что

, (14.30)

где  – вектор поверхностной плотности эквивалентного тока, текущего по поверхности проводника;  – касательная составляющая вектора напряжен­ности электрического поля на поверхности проводника.

Коэффициент пропорциональности в (14.30) принято называть *поверхностным сопротивлением проводника.*

Из граничных условий для идеального проводника (см. подразд. 1.6) следует, что

,

где  – касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля на поверхности проводника.

Подставим последнюю формулу в (14.30) и сравним полученное выражение с формулой (14.29), тогда получаем, что.

.

Активная часть поверхностного сопротивления проводника

.

Из этой формулы видно, что проводник, заполняющий все полупространство, имеет в результате поверхностного эффекта такое же сопротивление, как и слой проводника толщиной  без учета поверхностного эффекта. Это объясняет термин "глубина проникновения".

**14.5. Концепция Бриллюэна**

Для понимания структуры поля в волноводе может быть использовано несколько подходов. Например, концепция Бриллюэна, рассматриывающая поле в волноводе (кроме волн ТЕМ) как результат сложения плоских однородных волн, называемых парциальными, многократно отраженных от его граничных поверхностей. При таком подходе используется лучевая трактовка явлений в волноводах.

Рассмотрим концепцию парциальных волн на примерах.

Пусть направляемая волна распространяется вдоль некоторой оси z. Возможны два типа распространения электромагнитной волны:

- распространение параллельно оси z;

- распространение по ломаным (в общем случае по кривым) линиям при общем поступательном движении вдоль оси z.

