**ЛЕКЦИЯ №6. УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ ПОЛНОГО ТОКА. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА С УЧЕТОМ СТОРОННИХ ИСТОЧНИКОВ.**

**План:**

6.1. Уравнение непрерывности полного тока.

6.2. Уравнения Максвелла с учетом сторонних источников.

6.3. Электрический баланс электромагнитного поля

**6.1. Уравнение непрерывности полного тока.**

Закон полного тока в интегральной форме устанавливает связь между электрическим током и напряженностью магнитного поля и формулируется следующим образом.

*Циркуляция напряженности магнитного поля по любому замкнутому контуру равна полному току сквозь поверхность, ограниченную этим контуром*:

.

Полный ток равен алгебраической сумме токов проводимости, смещения и переноса:

.

В соответствии с вышесказанным плотность полного тока в произвольной среде описывается следующим соотношением:

,

а полный ток характеризуется выражением

.

С учетом этого обобщенный закон полного тока примет вид:

.

Левую часть уравнения преобразуем по теореме Стокса:

.

Отсюда имеем дифференциальную форму закона полного тока:

,

где .

Физическое содержание закона полного тока - магнитное поле порождается не только движущими зарядами (ток проводимости и ток переноса), но и изменяющимся электрическим полем (плотность тока в вакууме):

.

Возьмем операцию *div* от левой и правой части выражения закона полного тока:

.

Из математики известно, что *divrot* 0. Отсюда получаем уравнение непрерывности линий вектора плотности тока:

.

Подставив в это уравнение выражение плотности тока, получим закон сохранения заряда в дифференциальной форме:

.

Полученное уравнение показывает, что в переменном электромагнитном поле токи и заряды связаны и не могут задаваться независимо друг от друга.

**6.1.1. Уравнение непрерывности**

Уравнение непрерывности является математической формулировкой ***закона сохранения заряда***, который утверждает, что ***ни при каких условиях электрические заряды не могут самопроизвольно зарождаться или бесследно исчезать***.

Рассмотрим произвольный замкнутый объем *V*, ограниченный поверхностью *S*. Пусть внутри этого объема содержится некоторый заряд Q. Величина этого заряда может быть найдена интегрированием ***объемной плотности заряда*** по всему объему:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.18) |

Предположим, что величина заряда в объеме изменяется. В соответствии с законом сохранения заряда следует считать, что часть зарядов пересекает поверхность *S*, ограничивающую объем *V*. При этом возникает ток проводимости с плотностью **Jnp**.

Проинтегрируем плотность тока проводимости по поверхности, ограничивающей наш объем. Получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.19) |

По определению ток проводимости - это скорость изменения заряда:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.20) |

Знак минус говорит о том, что ток считается положительным, если величина заряда внутри объема уменьшается. С помощью формул (2.19) и (2.20) легко связать скорость изменения плотности заряда с плотностью тока проводимости:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.21) |

Для получения дифференциальной формы закона сохранения заряда преобразуем уравнение аналогично тому, что было сделано в предыдущем параграфе:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.22) |

Соотношение (2.22) называется ***уравнением непрерывности***.

**6.2. Уравнения Максвелла с учетом сторонних источников**

Энергия ЭМП является важной характеристикой. Максвелл показал, что полная энергия ЭМП, заключенная внутри объема V складывается из энергии электрического WЭ и магнитного WМ полей.



Используя материальные уравнения и переходя к действующим значениям векторов, получим:

 

Энергия поля может меняться вследствие следующих фактов:

1. Превращения в другие виды.
2. Обмен энергии между рассматриваемым объектом и окружающим пространством.
3. Работой так называемых сторонних источников, которые могут либо увеличивать, либо уменьшать запас энергии в объеме.

Под сторонними источниками понимают токи, создаваемые внешними источниками, независимыми от возбуждаемого электромагнитного поля. Примером сторонних токов могут быть токи в антеннах, которые создают ЭМП во внешнем пространстве. Плотность сторонних токов принято обозначать .

С учетом сторонних токов первое уравнение Максвелла запишется в виде:



Интенсивность излучения характеризуется векторной величенной, набиваемой вектором Пойнитинга 



Величена  равна отношению энергии проходящей за время Δt через площадку ΔS, расположенную перпендикулярно направлению распространения.

Изменение энергии ЭМП внутри объема V ограниченного поверхностью S:



если знак интеграла отрицателен, то поток энергии направлен внутрь, а если положителен, то из него.

Используя теорему Остроградского – Гауса:



Воспользовавшись тождеством векторного анализа:

, получаем:

, если учесть выражения для  из уравнений Максвелла, то



Первый интеграл в правой части – мгновенная мощность потерь внутри объема V, обусловленная наличием тока проводимости.

Второе слагаемое определяет мгновенную мощность сторонних источников, которая может либо втекать в данный объем, либо вытекать из него.

Третье слагаемое можно представить в виде:

, тогда ,

где  энергия ЭМП внутри объема V.

Эта теорема является выражением баланса энергии электромагнитного поля внутри некоторого объема V или закона сохранения энергии. Т.е. изменение энергии поля в некотором объеме происходит из-за потерь, наличия сторонних источников и излучения.