

**O`ZBEKISTON ALOQA VA AXBOROTLASHTIRISH AGENTLIGI  
TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI**

"TV va RE" kafedrasi

**ELEKTROMAGNIT MAYDONLAR VA TO`LQINLAR  
I QISM**

*O`quv qo`llanma*

5522000 - "Radiotexnika"

5522100 - "Televidenie, radioaloqa va radioeshittirish"

5524400 - "Mobil aloqa tizimlari"

5522200 - "Telekommunikatsiya"

ta'lim yo`nalishlari uchun

Toshkent 2011 yil

U.X. Aripova, V.S.Kan. Elektromagnit maydonlar va to`lqinlar. I qism. O`quv qo`llanma. Toshkent: TATU, 2011, 52b, 2010-2011 o`quv yili rejasি

Taqrizchi: Abdullaev A.M., texnika fanlari nomzodi, dotsent

O`quv qo`llanmada elektromagnit maydonlar va to`lqinlarning nazariy asoslari, elektromagnit maydon vektorlari, Maksvell tenglamalari, muhit parametrlari, chegaraviy shartlar, elektromagnit maydon energiyasi va quvvati to`liq tahlil qilingan. Ko`rib chiqilayotgan har bir bo`lim uchun maydon kuchlanganligi, nurlatish quvvati, qarshiliklarini hisoblash usullari va ifodalari, gipotezalari keltirilgan. Shuningdek, Poynting teoremasini elektromagnit maydon vektorlarining kompleks va oniy qiymatlari uchun isbotlari tenglamalar ketma-ketligida bayon etilgan

## Kirish

Zamonaviy telekommunikasiya sohasida radiotexnik tizimlarning tutgan o`rni tobora yuksalmoqda. Bunda eltuvchi tebranishlarning ishchi diapazonni chastota spektrining ancha yuqori sohasiga siljishi kuzatiladi. Masalan, sun'iy yo`ldoshli televidenie 4...6 GGs diapazoni bartaraf etib 11...14 GGs intervalni egalladi, kosmik retranslyatorlar orqali televizion uzatishning 20...30 GGs diapazonidagi yangi uchinchi avlodi tayyorlanmoqda. Signallarni eltuvchi chastotalarni oshirish ko`p sonli kanallarni joylashtirish imkonini beradi, ya'ni foydalanilaniluvchi diapazon sig`imi ortadi. Shu nuqtai nazardan chastotasi  $3 \cdot 10^{12}$  Gs dan yuqori bo`lgan optik diapazonning imkoniyatlari cheksiz. Aynan shu sababli zamonaviy telekommunikasiya sohasida optik tolali aloqa tizimi (OTAT) muhim o`rinni egallaydi. OTAT asosini uzatuvchi va qabul qiluvchi qurilmani tutashtiruvchi kvars tola tashkil etadi. Biroq harakatdagi ob'ektlar uchun OTAT asosiy aloqa vositasi sifatida namoyon bo`la olmaydi, chunki ko`chma abonentlar uchun erkin radioto`lqinlardan foydalanish qulayroq. Masalan, harakatdagi ob'ektlar mobil aloqada 900...1800 MGs chasteoti diapazoni keng qo`llaniladi.

Keltirilgan misollar shuni ko`rsatadiki, zamonaviy telekommunikatsiya tizimlarida yuqori chasteotali spektrlardan foydalanish juda samarali yo`nalish hisoblanadi.

O`ta yuqori chasteotali aloqa(shuningdek optik tolali) texnikasining nazariy asosi Maksvell tenglamalariga asoslangan bo`lib, unda vektorli algebra va vektorli tahlil elementlaridan foydalaniladi. O`ta yuqori chasteota qurilmalaridagi to`lqin hodisalarini yoki erkin fazodagi maydon tuzilishini va uzatish tizimlarini o`rganishda kvant fizikasi doirasidagi muammolar uchramaydi. Ularni fazoda uzluksiz maydon ko`rinishida tasvirlanish yetarli. Masalani shunday tartibda ko`rib chiqilishi makroskopik, bunday "me'yorlangan" nazariya esa klassik elektrodinamika deb ataladi. O`quv qo`llanmaning 1- qismi o`zida elektrodinamikaning nazariy asosini mujassamlashtirgan bo`lib, "Elektromagnit maydonlar va to`lqinlar" fanining keyingi bo`limlarini o`rganishda asos vazifasini o`taydi.

## Asosiy belgilanishlar ro`yxati

<b>B</b> - magnit induksiya vektori, <i>Tl(tesla)</i>	TTK - turg`un to`lqin koeffisienti
<b>E</b> - elektr maydon kuchlanganligi vektori, <i>V/m</i>	$R_{\Sigma}$ - nurlanish quvvati (oniy qiymat), <i>W</i>
<b>S</b> - sig`im, <i>F</i>	$p_p$ - yo`qotishlar quvvati (oniy qiymat), <i>W</i>
$c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ - vakuumdagi elektromagnit to`lqin tezligi	$p_{chet}$ - chetki manbalar quvvati (oniy qiymat), <i>W</i>
<b>D</b> - elektr siljish vektori, <i>Kl/m<sup>2</sup></i>	P - kompleks quvvat, <i>W</i>
e - elektr yurituvchi kuch, (oniy qiymat), <i>V</i>	<b>Q</b> - asillik
<i>f</i> - chastota, <i>Hz</i>	<b>Q, q</b> - elektr zaryadi, <i>C (culon)</i>
<b>G</b> - o`tkazuvchanlik, <i>S (simens)</i>	<b>R</b> - elektr zanjirining aktiv qarshiligi, $\Omega$ ( <i>Om</i> )
<b>H</b> - mangit maydon kuchlanganligi vektori, <i>A/m</i>	$R_{\Sigma}$ - nurlanish qarshiligi
I - elektr toki (oniy qiymat), <i>A</i>	$R_{\parallel}$ va $R_{\perp}$ - parallel va normal qutblanishga mos keladigan qaytarish koeffisienti
$I_m$ - magnit toki (oniy qiymat), <i>V</i>	<b>S</b> - yuza maydoni, <i>m<sup>2</sup></i>
$I_{sil}$ - siljish toki (oniy qiymat), <i>A</i>	$\ S\ $ - to`lqinli sochilish matrisasi
$I_{chet}$ - chetki toki (oniy qiymat), <i>A</i>	T - tebranish davri, <i>s</i>
$I_{o`tk}$ - o`tkazuvchanlik toki (oniy qiymat), <i>A</i>	$\ T\ $ - to`lqinli uzatish matrisasi
<b>J<sub>o`tk</sub></b> - o`tkazuvchanlik tokining zichlik vektori, <i>A/m<sup>2</sup></i>	<b>V</b> - hajm, <i>m<sup>3</sup></i>
<b>J<sub>s</sub></b> - sirt tokining zichlik vektori, <i>A/m</i>	$\bar{g}$ - tezlik vektori, <i>m/s</i>
<b>J<sub>sil</sub></b> - siljish tokining zichlik vektori, <i>A/m<sup>2</sup></i>	$g_0$ - muhitdagi yorug`lik tezligi, <i>m/s</i>
<b>J<sub>chet</sub></b> - chetki tokining zichlik vektori, <i>A/m<sup>2</sup></i>	$g_{gr}$ - guruh tezligi, <i>m/s</i>
<b>YuTK</b> - yugurma to`lqin koeffisienti	$g_f$ - faza tezligi, <i>m/s</i>
	$g_e$ - energiya uzatish tezligi, <i>m/s</i>

$W$ - elektromagnit maydon energiyasi, $J$ ( <i>joul</i> )	$\mu = \mu_a / \mu_0$ -nisbiy singdiruvchanlik magnit
$W_m$ - magnit maydon energiyasi, $J$	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ - magnit doimiysi, $H/m$
$We$ - elektr maydon energiyasi, $J$	$A$ - magnit singdiruvchanlik tenzori, $H/m$
$\omega$ -elektromagnit maydon energiyasi zichligi, $J/m^3$	$X_{\parallel}$ va $X_{\perp}$ - parallel va normal qutblanishga mos kelgan o'tish koeffisienti
$\omega_m$ -magnit maydon energiyasi zichligi, $J/m^3$	$\Lambda$ -yo`naltiruvchi tizimlardagi to`lqin uzunligi, $m$
$\omega_e$ -elektr maydon energiyasi zichligi, $J/m^3$	$\lambda$ - to`lqin uzunligi, $m$
$x, u, z$ - dekart koordinatalari	$\Pi$ - Poynting vektori, $W/m^2$
$\alpha$ - susayish koeffisienti, $1/m$	$\tilde{\Pi}$ - kompleks Poynting vektori
$\beta$ - faza koeffisienti, $1/m$	$\rho$ - zaryadning hajmiy zichligi
$G$ - integrallash konturi	$\rho_s$ - sirt zaryadlarining zichligi
$G$ - Gers vektori, $V \cdot m$	$\rho_{chet}$ - chetki zaryadlarning hajmiy zichligi
$\Delta^0$ - singish chuqurligi, $1/m$	$\sigma$ - solishtirma o`tkazuvchanlik, $S/m$
$\delta$ - dielektrik yo`qotishlar burchagi	$\tau$ - elektr zaryadning chiziqli zichligi, $Kl/m^2$
$\epsilon_a$ - absolyut dielektrik singdiruvchanlik, $F/m$	$\Phi$ - magnit oqimi, $Wb$
$\epsilon = \epsilon_a / \epsilon_0$ -nisbiy dielektrik singdiruvchanlik	$r, f, z$ - silindrik koordinatalar
$\epsilon_0$ - elektr doimiysi, $F/m$	$r, \theta, f$ - sferik koordinatalar
$\ \epsilon_a\ $ -dielektrik singdiruvchanlik tenzori, $F/m$	
$\mu_a$ - absolyut magnit singdiruvchanlik, $H/m$	

## I bob. ELEKTROMAGNIT MAYDON

---

### 1.1. Elektromagnit maydon haqida tushuncha

Elektromagnit maydon (EMM) tushunchasi ostida o`zaro bog`liq hamda bir-biriga shartli ta'sir ko`rsatuvchi elektr va magnit maydonlarning yig`indisidan iborat bo`lgan materiya ko`rinishi tushuniladi. Tashqi EMM alohida ajralib turuvchi xususiyati uning zarralarning elektr zaryadi kattaligiga va harakat tezligiga bog`liq bo`lgan zaryadlangan zarrachalarga kuch bilan ta'sir ko`rsatishida. Telekommunikasiya sohasida vaqt bo`yicha o`zgaruvchan maydondan foydalaniladi. Bunday maydonning elektr qismi magnit qismidan ajralmas va aksincha. Biroq EMM nazariyasida vaqt bo`yicha o`zgarmas bo`lgan (stasionar) jarayonlardan boshlab, to hozirgi kungacha yig`ilib kelgan tarixiy yig`ilmalardan foydalanilgan holda tabiatdagi elektr va magnit hodisalarni o`rganish tajribalaridan foydalaniladi. Doimiy elektr va magnit maydonlari bir-biriga bog`liq bo`lman holda mavjud bo`lishi mumkin, ammo ular yakka holdaaxborot uzatish uchun yaroqsiz hisoblanadi. Zamonaviy o`zgaruvchan EMM nazariyasi - elektrodinamikada elektr va magnit maydonlaridan foydalagan holdayagona EMM hosil qilishda davom etmoqda. EMM tabiatda ob'ektiv mavjud bo`lib, materiyaning ko`rinishi hisoblanadi va uning boshqa shakllaridan farqli tarzda - modda. Turli maydonlar o`zaro ustma-ust tarzda bitta hajmda jamlanishi mumkin, modda zarachalari esa o`zaro singib ketmaydi. Modda zarachalari boshlang`ich  $m_0$  massaga va  $v$  tezlikka ega. EMM zarachalari bo`lmish fotonlar faqat vakuumda  $s \approx 3 \cdot 10^8$  m/s tezlikka ega bo`lganliklari sababli boshlang`ich massaga ega emas. Moddalar bunday tezlikka hech qachon erisholmaydi, sababi uning massasi  $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$  bo`lganda cheksiz bo`lib qolar edi. EMMning elektromagnit to`lqin hamda modda ko`rinishida harakatlanganda inert massaga ega. Buni P.N.Lebedev yorug`lik bosimini o`lchashdagi o`ta nozik tajribasi davomida aniqladi, D.K.Maksvell esa yorug`lik ham elektromagnit jarayon ekanligini isbotladi. Keyinchalik A.Enshteyn m - massa, s - harakat t ezligi va

materiya energiyasi orasidagi o`zaro bog`liqlikni o`rnatdi  $W=mc^2$  Bundan ko`rinadiki, 1000 kW quvvatlari radiostansiya antennasi bir soat mobaynida 0.04 massaga teng bo`lgan EMM nurlatadi. Bu kichik massaning yuqori tezlikda tarqalishi arzigulik qiymatga ega bo`lgan energiyani vujudga keltiradi. Modda va EMM materiya ko`rinishi sifatida energiyaga, massaga va harakatga ega. Shu sababli, telekommunikasiya signali energiyasini tashuvchisi sifatida qo`llanishi mumkin. To`lqinli elektromagnit jaryonlardan nafaqat erkin fazoda, balki uzatish liniyalarida, radioaloqa va radioeshittirish texnikasining turli elektrodinamik qurilmalarda ham foydalaniladi. Muxandislik amaliyotida odatda mikroskopik va atom masshtablarida sodir bo`ladigan murakkab elektromagnit jarayonlarni o`rganish talab etilmaydi. Aksariyat texnik masalalarda makroskopik masshtab, vaqt va fazo bo`yicha me'yorlashgan jarayonlar qiziqish uyg`otadi. Me'yorlashlar modda atomi va molekulasi o`lchamlaridan ancha katta bo`lgan (ammo foydalanilayotgan elektromagnit to`lqinidan bir qancha kichik) masofalarda hayolan o`tkaziladi. Vaqt bo`yicha me'yorlash intervali elementar zarrachalarning spinli va orbital aylanish davridan katta, ammo tashqi EMM vektorining tebranish davridan kichik. Biz tomonidan ko`rib chiqilgan EMM moddaning kvant effektlarini e'tiborga olmaydi va makroskopik (yoki klassik) lektrodinamika deb ataladi.

## 1.2. EMM vektorlari

EMM dagi zaryad va toklarga kuch ta'sir etadi, ularni siljishi natijsida maydon energiyasi kamayadi. Sinov jismi sifatida maydonni nafaqat aniqlab beruvchi, balki uni o`zgartirib yuboruvchi zaryadlangan kichik jism - nuqtaviy zaryadni ko`rib chiqamiz. Unga EMM da Lorens kuchi deb ataluvchi kuch ta'sir etadi ,

$$F = q(E + [v, B]),$$

bunda  $q, v$  - elektr zaryadi va uning harakat tezligi;

$\mathbf{E}(r,t)$  - elektr maydon kuchlanganligi vektori;

**B** (r,t) - magnit induksiya vektori;

r - fazodagi zaryad joylashgan nuqtaning vektor-radiusi;

t - vaqt.

Zaryad qo`zg`almas bo`lganda ( $v = 0$ ), kuch

$$F_e = q \cdot E,$$

ya'ni, E- birlik musbat qo`zg`almas zaryadga EMM ko`rsatgan ta'sir kuchi.

E - vektorning o`lchov birligi N/Kl=B/m.

Magnit maydon faqat harakatdagi zaryadlarga (toklarga) ta'sir ko`rsatadi

$$F_m = q[B]$$

Agar  $v$  va **B** o`zaro perpendikulyar bo`lsa, ta'sir kuchi maksimal bo`ladi, agar  $v$  va **B** yo`nalish bo`yicha mos tushsa, kuch ta'sir ko`rsatmaydi. Shu tariqa vektor **B** EMM ning harakatlanayotgan zaryadlarga ta'sir etuvchi kuchi orqali aniqlanadi. **B** - vektorning o`lchov birligi Ns/(Kl·m) =Bc/m<sup>2</sup>=Vb/m<sup>2</sup>=Tl.

Ko`rib chiqilgan **E** va **B** vektorlarning tarkibi tashqi maydonning juda kichik zaryadlar va elementar toklarga ko`rsatadigan ta'siri bilan bog`liq. O`lchanayotgan maydonda buzilishlar yuzaga kelmasligi uchun zaryadlarning kam bo`lishi juda muhim. Ammo elektr zaryadi va tok elementi o`zining xususiy elektr hamda magnit maydoniga ega. Zaryad atrofida chiziqlari uning o`zidan boshlanuvchi elektr maydon doim mavjud. Tokli o`tkazgichlar (o`tkazgich elementlari) chiziqlari o`zini o`rab turuvchi xususiy magnit maydoni hosil qiladi. Dielektrik molekulalaridagi bog`liq elementar zaryadlar va magnit materiallardagi elementar magnit maydon materialga singigan EMM ni butkul o`zgartirib yuborishi mumkin. U holda jarayonni yoritib berish uchun qo`sishcha juft vektorlarni kiritish talab etiladi:

**D** (r,t) - elektr induksiya vektori, birligi Kl/m<sup>2</sup>;

**H** (r,t) - magnit maydon kuchlanganlik vektori, birligi A/m.

Ushbu vektorlar zaryadning xususiy elektr (magnit) maydoni bilan bog`liqligini ifodalagani uchun ***manba funksiyalari*** deb ataladi.

Agar fazoning istalgan nuqtasida, istalgan vaqtda **E**, **D**, **B** va **H** vektorlarning kattaliklari ma'lum bo`lsa, bu yerda EMM aniqlangan deb hisoblanadi. Vektor o`z komponentalari orqali aniqlanganligi sababli, vektorlarning har biri o`zida (masalan, E (x,y,z) vektori) x,y,z va t dan matematik fazoviy-vaqt funksiyalarini ifodalaydi. "Maydon" tushunchasiga rasmiy (matematik) yondashilganda uni fazoning turli nuqtalarida turlicha qiymatlarni qabul qiluvchi fizik kattalik (kuch) deb ko`rib chiqish mumkin.

EMM nazariyasi eksperimental faktlarning yig`ilishi va umumlashuvi, shuningdek, vektor tahlilga asoslangan matematik apparatlarning taraqqiy etishi natijasida hosil bo`ldi. EMM asosiy tenglamalaridagi **E**, **D**, **V** va **H** vektorlar "**divergensiya**" va "**rotor**" operatorlari yordamida  $\mathbf{r}$  va  $\mathbf{J}$  kattaliklar bilan bog`langan.

Fazoning har bir nuqtasidagi elektr zaryadi hajmiy zichlik orqali xarakterlanadi

$$\rho = \lim \frac{\Delta q}{\Delta \vartheta}, \text{Kl/m}^3 \quad (1.1)$$

bunda,  $q$ - hajmdagi yig`indi zaryad.

Maydonning har bir nuqtasidagi zaryadlarning tartibli harakati o`zgaruvchan elektr tokining zichlik vektori orqali ifodalanadi

$$\mathbf{J}_{otk} = \rho \cdot \bar{\vartheta}, \text{A/m}^2 \quad (1.2)$$

Ma'lum bir  $S$  yuza orqali oqib o`tuvchi umumiyligi elektr toki skalyar kattalik bo`lib, u  $\mathbf{J}_{otk}$  bilan integral munosabatda bog`liq

$$I = \int J dS, A \quad (1.3)$$

bu yerda,  $dS$ - elementar yuza vektori. Yuqoridagi (1.3) integral  $S$  yuza orqali o`tuvchi  $J$  vektorning oqimi deb ataladi. Demak, elektr tokini

berilgan yuzadan oqib o`tuvchi tok zichligining oqimi sifatida ko`rib chiqish mumkin.

### 1.3. Muhitning elektrodinamik parametrlari

#### Muhitlarning sinflanishi

Istalgan modda tarkibida tashqi elektr maydon ta'sirida bir molekuladan boshqasiga siljishi mumkin bo`lgan elektr zaryadlari mavjud bo`lishi mumkin. Ya'ni, ular erkin zaryadlar yoki bir molekula oralig`ida siljiydi. Birinchi holatda biz elektronlar va ionlarni metallarda, elektrolitlarda va ionlashgan gazlardagi harakati haqida ma'lumotga egamiz. Dielektrik muhitlarda biz bog`liq zaryadlarni ko`rib chiqamiz. Atom va molekulalardagi bog`liq zaryadlarning aralashishi "muhitning qutblanishi" deb nomlanuvchi hodisani yuzaga keltiradi. qutblanish tashqi maydon  $E_0$  ga qarama-qarshi yo`nalgan ichki elektr maydonni hosil qiladi. Shu sababli dielektrik ichiga singigan tashqi maydon kuchsizlanadi. Kuchsizlanish darajasi  $\varepsilon_a$  - **absolyut dielektrik singdiruvchanlik** deb ataluvchi parametr bilan ifodalanadi. Bu parametr EMM ning ikki elektr vektorlarini o`zaro bog`laydi

$$D = \varepsilon_a \cdot E. \quad (1.4)$$

Keltirilgan tenglama **elektrodinamikaning birinchi moddiy tenglamasi** deb ataldi.

Moddaning erkin elektronlar bilan to`yinishi uning o`tkazuvchanlik tokini hosil qilish xususiyatini ifodalaydi. Bu xususiyat solishtirma elektr o`tkazuvchanlik parametri -  $\sigma$  bilan xarakterlanadi. Ushbu parametr Jo`tk va Ye vektorlarni quyidagi tenglik orqali bog`laydi:

$$J_{o`tk} = \sigma \cdot E. \quad (1.5)$$

Bu tenglama ham elektrodinamikaning moddiy tenglamalari qatoriga kiradi. Zanjirlar nazariyasidan ma'lumki, zanjirning bir qismi uchun Om

qonuni (1.5) tenglamaning natijasi hisoblanadi. Shu sababli bu tenglama *differensial shakldagi Om qonuni* deb ham yuritiladi.

Har qanday moddaning tarkibida magnit maydonning manbai hisoblangan berk elementar elektr toki mavjud bo`lib, ularni elektronlarning orbital harakati va spinli aylanishi yuzaga keltiradi. Bu elementar toklar tashqi EMM ta'sirida orientasiyalanadigan magnit momentlariga ega. Berilgan hajmdagi magnit momentining yig`indisi muhitning magnitlanish jarayonini belgilaydi. Magnitlanish miqdoriy jihatdan EMM ning ikki magnit vektorlarini bog`lovchi parametr  $\mu_a$  - absolyut magnit singdiruvchanlik bilan baholanadi

$$B = \mu_a \cdot H. \quad (1.6)$$

Bu tenglama *elektrodinamikaning uchinchi moddiy tenglamasi* hisoblanadi.  $\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$  parametrlar berilgan moddaning fizik-kimyoviy xususiyatlariga, chastotaga, haroratga va ta'sir etuvchi maydonning bosimiga bog`liq. Ularning moqiyati bilan kvant elektrodinamikasi shug`ullanadi. Biz tomonidan o`rganilayotgan klassik elektrodinamikada esa muhit yaxlit, EMM xarakterlovchi miqdorlar esa fazoda uzlusiz taqsimlangan. Ya'ni, makroskopik ko`rinishda tasvirlanadi. Makroskopik elektrodinamikada ko`rsatilgan parametrlardan berilgan parametrlar singari foydalaniladi. Moddiy (1.4) va (1.6) tenglamalarda yozilganiga ko`ra,  $\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$  parametrlar skalyar kattalik hisoblanadi. Bunday muhitlar izotrop bo`lib, ularda **E** va **D**, **H** va **B**, **J** va **E** vektorlarning yo`nalishlari mos keladi, muhit xususiyatlari esa vektor yo`nalishlariga bog`liq bo`lmaydi (ya'ni, maydonning tarqalish yo`nalishiga).

O`YuCh qurilmalari texnikasida ikkita alohida turdag'i materiallar qo`llaniladi: tashqi sharoitlar ta'sirida o`z xususiyatlarini o`zgartiruvchi segnetoelektriklar va ferritlar. Bu hodisalarni skalyar parametrlar bo`lmish  $\varepsilon_a, \mu_a$  orqali ifodalashni iloji si yo`q. Shu sababli parametrlar matrisasidan (tenzor) foydalaniladi

$$\boldsymbol{\mu}_a = \begin{vmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{vmatrix} \quad (1.7)$$

unga ko`ra, masalan,  $\mathbf{V}$  vektorni tashkil etuvchilaridan biri quyidagi ko`rinishda yoziladi

$$B_x = \mu_{xx} H_x + \mu_{yx} H_y + \mu_{zx} H_z,$$

ya'ni, vektorning har bir proeksiyasi  $\mathbf{H}$  vektorning barcha tashkil etuvchilariga bog`liq. Bu esa ushbu muhitda  $\mathbf{V}$  va  $\mathbf{H}$  vektorlar yo`nalish bo`yicha mos kelmasligidan darak beradi. Aniq qilib aytganda, muhitning xususiyatlari EMM ning to`lqin ko`rinishidagi yo`nalishiga bog`liq. Bunday muhit magnit xususiyatlariga ko`ra ***anizotrop*** deb ataladi. Anizotrop muhitda elektrodinamik parametrlar skalar koeffisient bilan emas, tensor koeffisient bilan almashtiriladi. Segnoelektriklar elektr maydon, ya'ni  $\varepsilon_a$  parametr bo`yicha anizotropdir. Berilgan  $\mathbf{V}$  hajmda  $\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$  parametrlar (skalarlar va tensorlar) o`zgarmas bo`lsa, bu muhit ***bir jinsli*** deb ataladi. Agar ularga koordinata funksiyalari deb qaralsa, ***bir jinsli bo`lmagan*** muhit deb ataladi. Va nihoyat, ko`p holatlarda muhit parametrlarini maydon vektorlariga bog`liqemas deb hisoblash mumkin. Bunda moddiy (1.4)-(1.6) tenglamalar chiziqli. Mos keluvchi muhitlar ***chiziqli*** deb ataladi. Muhitlardagi nochiziqlilik asosan o`ta kuchli maydonlarda kuzatiladi. Bu o`quv qo`llanmada faqat chiziqli, bir jinsli va izotrop muhitlar o`rganiladi.

**Muhit namunalarini.** Zamonaviy O`YuCh texnikasida dielektrik yo`qotishli, yuqori elektr mustahkamlikka ega va oson qayta ishlanadigan polietilen, polistirol, ftoroplast kabi dielektriklar qo`llaniladi. Shuningdek, yuqori chastotali keramika, shisha, konstruksion plastmassalar va boshqalar. Dielektrik materiallar  $\varepsilon_a$

parametr bilan xarakterlanadi. Qabul qilingan SI birlik tizimiga muvofiq quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_0 \cdot \mathcal{E}$$

bunda  $\mathcal{E}_0 = (1/36\pi) \cdot 10^{-9}$  ,F/m - elektr doimiysi. Solishtirma dielektrik singdiruvchanlik  $\mathcal{E}$  - o`lchov birligiga ega bo`lmagan ko`paytma bo`lib, materialarning ushbu parametr bo`yicha tabulyasiya qilinishini soddalashtiradi. Ya`ni,  $\mathcal{E} > 1$  bo`lgan barcha dielektriklar uchun irrasional  $\pi$  soniga ega emas. Dielektriklardan polietilen, polistirol va ftoroplast qiymat jihatidan juda yaqin bo`lib, 2.0...2.6 diapazon oralig`ida. Keramika uchun  $\mathcal{E} = 6.6$ , shisha uchun  $\mathcal{E} = 4.0$  ga teng. Havo vakuumga juda yaqin bo`lib:  $\mathcal{E} = 1$ ;  $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_0$ . Quruq yer uchun  $\mathcal{E} = 3...6$ ; suv uchun  $\mathcal{E} \approx 80$ .

O`YuCh qurilmalari konstruksiyalaridagi o`tkazuvchi materiallar yuqori  $\sigma$  elektr o`tkazuvchanlikka ega bo`lishlari kerak. Chastotaning o`ta yuqori qiymatlarida to`lqin o`tkazgichdagi toklar EMM aylangan holda faqat metallning sirtidan oqib o`tadi. Yupqa sirt qatlami energiya uzatilishida yo`qotishlarga uchraydi. Bu yo`qotishlar chastota va  $\mu_a$  parametr ortishi bilan ortib boradi. Shu sababli metallarda qo`llaniluvchi absolyut magnit singdiruvchanlik  $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$  magnit doimiysi  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Gn/m ga yaqin bo`lishi shart. Ya`ni, nisbiy magnit singdiruvchanlik birga yaqin bo`lishi kerak.  $\mu = 1$  tenglik berilgan material vakuum singari havo ham magnitlanmasligini bildiradi. Diamagnit mis uchun  $\mu = 0.99999044$  ( $\mu < 1$ ) ga, paramagnit alyuminiy uchun  $\mu = 1.0000222$  ( $\mu > 1$ ) ga teng, har ikkala metall ham magnit xususiyatlariga ko`ra vakuumga juda yaqin.

Elektr o`tkazuvchanligi bo`yicha metallar parametrning kamayib borish tartibida joylashtiriladi: kumush -  $6.17 \cdot 10^7$  Sm/m; mis -  $5.8 \cdot 10^7$  Sm/m; oltin -  $4.1 \cdot 10^7$  Sm/m; alyuminiy -  $3.72 \cdot 10^7$  Sm/m. Odatda kumushdan yuqori elektrik o`tkazuvchanlikka ega qoplamni hosil qilish uchun foydalaniladi. Biroq, nam havoda kumush (mis) katta solishtirma

qarshilikka ega bo`lgan va EMM quvvat uzatishida issiqlik yo`qotishlarini keltirib chiqaruvchi qatlam bilan qoplanib oson oksidlanadi. Oson oksidlanuvchi metallar yuzasiga bir necha mikron qalinlikda oltin qoplansa, bu qatlamiga kislorod deyarli singmaydi.

### *Nazorat savollari*

1. *EMM tushunchasi nimani anglatadi?*
2. *Elektr maydon vektorlari haqida ma'lumot bering?*
3. *Magnit maydon vektorlari haqida ma'lumot bering?*
4. *EMM vektorlari divergensiya va rotor operatorlari bilan qanday bog`langan?*
5. *Muhitning elektrodinamik parametrlari?*
6. *Muhitlarning sinflanishi.*

### 2.1 Maydon vektorlarining operatorlari

Elektromagnit hodisalar tahlilida ishlatiladigan asosiy operatorlar: tekislik bo`yicha vektoring oqimi, vektoring yopiq konturdagи aylanishi, vektoring divergensiysi va rotori.

Integral operatorlarga misollar:

$\int_S D ds$  -  $\mathbf{D}$  vektorining ds sirt bo`yicha oqimi;

$\int_L H dl$  -  $\mathbf{H}$  vektorining yopiq kontur bo`yicha aylanishi.

Fazoda vektorlar oqimini sirt yoki konur bo`yicha aylanishini me'yorlashtiruvchi integral operatorlarini differensial shaklda ifodalash mumkin. Ya'ni, fazo nuqtasidagi maydon xarakteristikalariga aylantirilgan. Oqim va divergensiya operasiyalari bir-biri bilan quyidagi tenglik orqali bog`langan

$$\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int_S D ds}{V} = \operatorname{div} \mathbf{D} \quad (2.1)$$

Ya'ni, fazodagi nuqtani o`rab turuvchi sirt orqali o`tuvchi vektor oqimi uning divergensiyasini tasvirlaydi.

$D ds = D ds \cdot \cos \alpha$  ning skolyar ko`paytmasi ham musbat, ham manfiy natija berishi mumkin bo`lganligi tufayli oqim va divergensiya ham musbat yoki manfiy qiymatlarni ifodalaydi.  $\mathbf{D}$  va  $d\mathbf{S}$  vektorlari orasidagi burchak (sirtga tashqi normal orqali yo`naltirilgan)  $90^\circ$  dan kichik (kuch chiziqida sirtdan chiqadi) bo`lsa, u holda  $\operatorname{div} \mathbf{D} > 0$  bo`ladi. Agar kuch chizig`i sirt ichiga yo`naltirilgan bo`lsa, u holda  $< 90^\circ$ , sos  $> 0$  va  $\operatorname{div} \mathbf{D} < 0$  bo`ladi. Shunga muvofiq kuch chiziqlari yig`iladigan maydon (stok)

nuqtalarida divergensiya manfiy, chiziqlar chiqishi (istok) kuzatiladigan nuqtada esa divergensiya musbat.

(2.1) ifodaga vektor proeksiyalarini xususiy fazoviy hosilalar orqali barcha koordinatalar sistemalarida qo'llash mumkin. To`g`ri burchakli koordinatalar tizimida divergensiya vektor proeksiyalarining o`z yo`nalishlari bo`yicha olingan xususiy hosilalarining yig`indisi bilan ifodalanadi:

$$\operatorname{div} D = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}, \quad (2.2)$$

Divergensiyan farqli ravishda rotor operatsiyasi vektor kattalikni beradi.

Rotorni tashkil etuvchi aylanish konturining tekislikka normali chegara aylanish operasiyasi bilan bog`liq

$$rotH = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{\oint H dl}{S}, \quad (2.3)$$

bunda, S - fazo nuqtasini o`rab turuvchi L kontur ichida joylashgan yuza.

To`g`ri burchakli koordinatalar tizimida rotor olish operasiyasi vektor proeksiyalari xususiy xosilalarining quyidagi kombinasiyasini ifodalaydi

$$rotH = \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) l_x + \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) l_y + \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) l_z, \quad (2.4)$$

bu yerda  $l_x, l_y, l_z$  - o`q yo`nalishlarining birlik vektorlarini ko`rsatadi .

Agar (2.4) operasiyasining natijasi nolga teng bo`lsa, maydon "uyurmasiz " deb ataladi. Fazoning barcha nuqtalarida vaqt davomida o`zgarmaydigan elektr maydon uyurmasiz hisoblanadi, ya'ni  $\operatorname{rot} E = 0$ .

## 2.2 Maksvellning uchinchi va to`rtinchi tenglamalari

Maksvell o`z davrining (1864 yil) elektromagnitizm va eksperimental elektrodinamika nazariyalarini bir qator tenglamalarda umumlashtirdi. Keyinchalik aniqlanishicha faqatgina to`rtta tenglamasi asos va mustaqil hisoblanadi. Maksvell tenglamalari zamonaviy klassik elektrodinamikaning asosi hisoblanadi. Bu tenglamalar universal hisoblanib, ular yordamida moddiy tenglamalar bilan birqalikda elektrodinamikaning har qanday masalasini nazariy yechish mumkin. Quyida Maksvell tenglamalarining tarkibi ko`rib chiqilgan bo`lib, ular zamonaviy CI birliklar tizimida va vektor analizining matematik operasiyalarida ifodalangan. Ko`rib chiqish "eng oddiyidan o`ta murakkabga" prinsipiga asoslangan.

Maksllvelning 3-tenglamasi elektrostatikadagi Gauss tenglamasidan ma'lum bo`lgan elektr zaryadlarning vaqt davomida o`zgarishi uchun umulashtirish hisoblanadi.

$$\int_S D dS = \pm \sum Q_{erkin} \quad (2.5)$$

Bu yerda  $Q_{erkin}$  S yuza bilan chegaralangan hajmda joylashgan erkin elektr zaryadlarning algebrik yig`indisi hisoblanadi. Agar zaryad hajmda uzlusiz taqsimlangan bo`lsa, u holda

$$Q_{erkin} = \int_V \rho_{erkin} dV \quad (2.6)$$

bunda  $\rho_{erkin}$  - zaryadlarning hajm zichligining taqsimlanish funksiyasi.

Agar (2.5) ga (2.6) ni hisobga olgan holda (2.1) operasiyasini qo`llasak, quyidagini hosil qilamiz:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_{erkin}. \quad (2.7)$$

Shuningdek, maydonning har bir nuqtasidagi  $\mathbf{D}$  vektorining divergensiysi son jihatidan shu nuqtadagi erkin zaryadlarning hajm zichligiga teng. Agar,  $\text{div } \mathbf{D} > 0$  bo`lsa zaryad musbat bo`lib,  $\mathbf{D}$  ning kuch chiziqlari shu nuqtadan chiqadi. bo`lgan nuqtada esa kuch chiziqlari mos keladi va stok hosil bo`ladi.

Agar ularga birinchi moddiy tenglama (1.4) ni tadbiq etsak, u holda Maksvellning tenglamasi bir jinsli dielektrik muhit uchun quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi:

$$\int_S E ds = \frac{Q_{erkin}}{\epsilon_a} \quad (2.8)$$

yoki

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho_{erkin}}{\epsilon_a} \quad (2.9)$$

(2.8 va 2.9) tengliklarida erkin elektr zaryadlari kabi bog`liq elektr zaryadlari ham mavjud bo`lib, ularning harakatlari  $\epsilon_a$  parametri orqali ifodalanadi.  $\mathbf{D}$  vektoriga o`tish orqali tenglamani yozishda dielektrikning qutblanish hodisasi hisobga olinmaydi, ya`ni  $\epsilon_a$  parametr. Bu esa  $\mathbf{D}$  vektorni hisoblashda aynan bir xildagi erkin zaryadlar bilan ifodalanuvchi dielektrik va maydonning xarakteri e'tiborga olinmasligi, vakuumda va ixtiyoriy jismlarda  $\mathbf{D}$  vektorining qiymatlari bilangina xarakterlanishini bildiradi. Shu sababli  $\mathbf{D}$  vektor faqat erkin zaryadlarga,  $\mathbf{E}$  vektori esa ham erkin hamda bog`langan zaryadlarga asoslangan deb ta'kidlash mumkin. Moddadagi elektr maydonni ta'riflash uchun  $\mathbf{D}$  vektorining kiritilishi masalani soddalashtiradi. Absalyut birliklar tizimida  $\mathbf{D}$  vektor son jihatidan vakuumda berilgan zaryadning elektr maydon kuchlanganligi  $\mathbf{E}$  ga teng.

Maksvellning 4 - tenglamasi magnit maydonning kuch chiziqlari uzluksiz bo`lib, boshiga ham oxiriga ham ega emasligining tasdiqidir. Natijada istalgan yopiq yuza bo`yicha oquvchi magnit oqimi har doim

nolga teng, hajmga kiruvchi (manfiy) oqim chiquvchi oqimga (musbat) teng.

Tabiatda magnit zaryadlari mavjud emas, shuning uchun fazoda ular uzluksiz. Buning tasdig`i operatorlar yordamida quyidagicha ifodalanadi

$$\oint_S B ds = 0, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (2.11)$$

Maydon vektori divergensiyasini nolga tengligi shuni ko`rsatadiki, vektor chiziqlari cheksizlikdan boshlanib cheksizlikda tugaydi yoki halqaning yopiq turiga ega. Bu kabi maydonlar solenoidal deb ham ataladi.

### **2.3 Maksvellning ikkinchi tenglamasi**

M.Faradey tajriba yo`li bilan elektromagnit induksiya qonunini ochdi. Unga ko`ra o`tkazuvchi L konturida miqdori vaqt bo`yicha magnit oqimi  $F_m$  ning o`zgarish tezligiga teng bo`lgan EYuK paydo bo`ladi, ya'ni

$$\mathcal{E} = -\frac{dF_m}{dt} \quad (2.12)$$

Tenglamadagi "manfiy" ishora, hosil bo`lgan EYuK birlamchi tashqi magnit oqimiga qarama-qarshi bo`lgan ikkilamchi oqimni hosil qilishni anglatadi. EYuK berk konturda  $E$  vektoring shu vektor bo`ylab aylanishi orqali aniqlanadi:

$$\mathcal{I} = \int_L Edl$$

"Oqim" operatorining matematik ta'rifini hisobga olgan holda(2.12) formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$\int_L Edl = -\frac{d}{dt} \int_S Bds \quad (2.13)$$

bunda, S - L kontur bilan hamrab olingan yuza.

Aynan shu tenglama Faradeyning elektromagnit induksiya qonuni bo`lib, u Maksvell tomonidan ixtiyoriy tasavvurdagi kontur uchun umumlashtirilgan (faqatgina Faradey o`tkazuvchisi uchun emas). Vaqt bo`yicha hosila integral belgisi ostiga kiritilishi mumkin, ya'ni

$$\int_L Edl = -\int_S \frac{dB}{dt} ds \quad (2.14)$$

(2.13) va (2.14) tenglamalari teng qiymatli bo`lib, ular faqat matematik operasiyalar tartibi o`zgartirilganligi bilan farqlanadi. (2.14) formulada dastlab  $\mathbf{V}$  vektor funksiyasi defferensiyalanadi, so`ng integral olinadi. (2.13) formulada esa aksincha. Bu tenglamalar zamonaviy raqamlash va yozish shakldagi integral ko`rinishidagi Maksvellning 2-tenglamasini ifodalaydi.

Rotor olish operasiyasini (2.3 tenglama) kabi ikkala qismiga ham qo`llab tenglananing diferensial ko`rinishini olamiz:

$$rot E = \frac{dB}{dt}. \quad (2.15)$$

Bu tenglama shuni tasdiqlaydiki, hisoblangan  $\mathbf{E}$  vektor rotorini maydonning harbir nuqtasida qiymati va yo`nalishi bo`yicha (esda tuting, rotor vektor kattalik hisoblanadi) teskari ishora bilan olingan  $\mathbf{V}$  vektorining o`zgarish tezligi vektori bilan mos keladi. Shunga muvofiq

agar bu nuqtada o`zgaruvchan magnit maydon ( $\frac{dB}{dt} \neq 0$ ) mavjud bo`lsa, u holda shu nuqta atrofida uyurmaviy elektmaydon mavjud bo`ladi ( $\text{rot } E \neq 0$ ). Vaqt bo`yicha o`zgaruvchan elektr va magnit maydon bir-biri bilan uzlusiz bog`liq. Elektr maydon faqat elektr zaryadlari bilan emas, balki vaqt bo`yicha o`zgaruvchan magnit maydon bilan ham hosil qilinadi.

Skalyar ko`rinishidagi (2.13) tenglama to`g`ri burchakli koordinatalar tizimida quyidagi ko`rinishga ega:

$$\begin{cases} \frac{dE_z}{dy} - \frac{dE_y}{dz} = -\frac{dB_x}{dt} \\ \frac{dE_x}{dz} - \frac{dE_z}{dx} = -\frac{dB_y}{dt} \\ \frac{dE_y}{dx} - \frac{dE_z}{dy} = -\frac{dB_z}{dt} \end{cases} \quad (2.16)$$

## 2.4 Maksvellning birinchi tenglamasi

O`zgarmas tokning magnit maydonini havo muhitidagi tajribaviy tadqiqoti shuni ko`rsatdiki, o`tkazgichni o`rab turuvchi  $L$  konturi bo`yicha  $V$  vektorining aylanishi bilan ularning doimiy  $I$  tokining algebraik yig`indisi o`rtasida quyidagi ko`rinishdagi aloqa mavjud

$$\int_D B dl = \mu_0 \cdot I_{o'tk.} \quad (2.17)$$

bu yerda  $\mu_0$  - vakuumning magnit doimiysi bo`lib, SI birliklar tizimida  $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$  G/m, SGS birliklar tizimida esa 1 ga teng. Har qanday moddiy muhitda  $I$  o`tkazuvchanlik tokidan tashqari, integral konturni o`z ichiga olgan ichki molekulyar tartiblangan elementar toklar ham mavjud. 1.3 bo`limda ko`rsatilganidek, tashqi magnit maydon ta'sirida elementar toklar joylashishi xarakteri parametri bilan aniqlanadi.

Shuning uchun (2.17) formulada bir jinsli izotrop muhit uchun  $\mu_0$  ning o`rniga  $\mu_a$  ni qo`yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\int_L \frac{B}{\mu_a} dl = I_{o'tk} \quad (2.18)$$

yoki (1.6) moddiy tenglamani qo`llab

$$\int_L H dl = I_{o'tk} \quad (2.19)$$

ko`rinishga ega bo`lamiz.

Shu tarzda o`zgarmas toklar va ular hosil qilayotgan magnit maydonlar orasidagi ko`rilayotgan matematik bog`lanishni ham **B** vektor, ham **H** vektor orqali ifodalash mumkin. (2.18) va (2.19) formulalarining taqqoslanishi shuni ko`rsatadiki, **H** orqali maydon hisoblashlari o`tkazishda muhitning magnit xususiyatlari hisobga olinmaydi. **H** ning kiritilishi moddadagi magnit maydonni ifodalanishini yengillashtiradi. Magnit maydonning kuchlanganligi har qanday muhitda (aynan o`sha nuqtada, aynan bir manbadan) bir xil qiymatga ega. (2.18) tenglama **B** vektor ham makroskopik toklar  $I_{o'tk}$  ga, ham elementar ( $\mu_a$  parametrlar bilan ifodalangan) toklarga asoslanganligini ko`rsatadi. **H** vektor orqali maydon hisoblashlarini o`tkazishda, ichki molekulyar toklar to`g`ridan-to`g`ri hisoblashlarda qatnashmaydi.

Vektor **H** ni elektr siljish (induksiya) vektori **D** bilan o`xshashlik analogiyasiga asoslangan holda magnit siljish (induksiya) vektori, **B** ni esa magnit maydon kuchlanganligi vektori deb nomlash kerak edi. Ammo qo`yilgan terminalogiyani o`zgartirish mumkin emas.

Maksvell o`zgaruvchan elektr va magnit maydonlarining bir - birini qo`zg`atish qobiliyatini aniqladi. Uyurmali elektr maydoni o`zgaruvchan magnit maydon orqali qo`zg`atilishi quyidagi ifodani ko`rsatadi (2.3 bo`limga qarang)

$$\int_L Edl = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} ds.$$

O`zgaruvchan elektr maydon (ya'ni  $\partial D / \partial t \neq 0$  yoki  $\partial E / \partial t \neq 0$ ) esa uyurmali magnit maydoni hosil qilish kerak, ya'ni maydonlar tasvirlanishi simmetrik bo`lishi lozim

$$\int_L Hdl = \frac{\partial D}{\partial t} ds.$$

Keyingi nazariy tadqiqotlar shuni ko`rsatadiki, o`zgaruvchan maydon (2.19) tenglama quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi

$$\int_L Hdl = I_{o`tk} + \int_S \frac{\partial D}{\partial t} ds \quad (2.20)$$

Maksvell yangi tushunchalar kiritdi.

$$\int_S \frac{\partial D}{\partial t} ds = I_{silj} \text{ - siljish toki}$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = J_{silj} \text{ - siljish toki zichligi.}$$

**D** vektorining ikkinchi nomlanishi - elektr siljish vektori deb ataladi. (2.20) formula to`liq tokning umumlashgan qonunini ifodalaydi va integral formadagi Maksvellning birinchi tenglamasi hisoblanadi. U shuni tasdiqladiki, elektromagnit maydondagi har qanday berk kontur bo`ylab **H** vektorinng aylanishi son jihatidan kontur ichidagi tekislikdan o`tuvchi o`tkazuvchanlik va siljish toklarining algebraik yig`indisiga teng. (1.3) va (1.5) tenglamalarni hisobga olgan holda (2.20) tenglamasini quyidagi ko`rinishda yozish mumkin.

$$\int_L H dl = \int_S J_{o`tk} ds + \int_S J_{silj} ds, \quad \int_L H dl = \sigma \int_S Eds + \varepsilon_a \int_S \frac{\partial E}{\partial t} ds, \quad (2.21)$$

(2.21) tenglamaning ikkala qismidan (2.3) turdagи operasiyalar olinishi ularni quyidagi differensial ko`rinishga keltiradi:

$$\begin{aligned} rot H &= J_{o`tk} + J_{silj}, \\ yoki \quad rot H &= J_{silj} + \frac{\partial D}{\partial t}, \\ yoki \quad rot H &= \sigma E + \frac{\partial D}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Maksvell 1 - tenglamasining differensial ko`rinishi shuni tasdiqlaydiki,  $H$  vektor EMM ning istalgan nuqtasida shu nuqta orqali oqib o`tuvchi o`tkazuvchanlik va siljish toklarining algebraik yig`indisiga teng. Rotor vektor kattalik bo`lganligi uchun, tenglamaning o`ng va chap qismlaridagi bir nomli proeksiyalari bo`yicha tenglik saqlanadi.

Agar ideal dielektrik muhitni vakuum yoki unga yaqin bo`lgan toza havoni ko`rib chiqsak (2.22) ga  $\sigma = 0$  qo`llash lozim . U holda(2.22) tenglama quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi:

$$rot H = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.23)$$

Bundan kelib chiqadiki, fazodagi berilgan nuqtada o`zgaruvchan elektr maydon mavjud bo`lsa (ya'ni  $\partial D / \partial t \neq 0$  ), u nuqta atrofida uyurmali magnit maydon hosil bo`ladi. Boshqacha qilib aytganda, magnit maydon faqatgina o`tkazuvchan toklar bilangina emas, balki o`zgaruvchan elektr maydoni bilan ham hosil qilinadi. O`zgaruvchan elektr va magnit maydonlar ajralmas bo`lib, yagona EMM ni hosil qiladi.

Elektr maydonning o`zgarish tezligi siljish tokining zichligini namoyon qiladi:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \epsilon_a \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Real dielektriklardagi siljish toki asosan o`zgaruvchan elektr maydon ta'sirida bog`langan zaryadlarning tebranma harakati hisobiga hosil bo`ladi, ya'ni qutblangan tok hisoblanadi. Ammo u bog`langan zaryadlar bo`lmagan vakuumda ham mavjud. Buni tajriba yo`li bilan oson isbotlash mumkin, ya'ni o`zgaruvchan kuchlanish manbai zanjiriga ketma - ket vakuum (yoki havo) kondensatori ulanadi. Ampermetr o`zgarmas kuchlanish uchun zanjirda uzilishni hosil qiluvchi vakuum sohasidagi tok qiymatini ko`rsatadi.

## 2.5. To`liq tokning uzluksizlik tenlamasi

Ushbu tenglama Maksvellning 1-tenglamasidan hosil qilinadi, ya'ni uning natijasi hisoblanadi. Tenglamaning ikkala qismidan divergensiya operasiyasini olamiz, ya'ni

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} H) = \operatorname{div}(J_{o`tk} + J_{sil}).$$

Vektor tahlilidan ma'lumki, rotordan olingan divergensiya 0 ga teng. U holda,

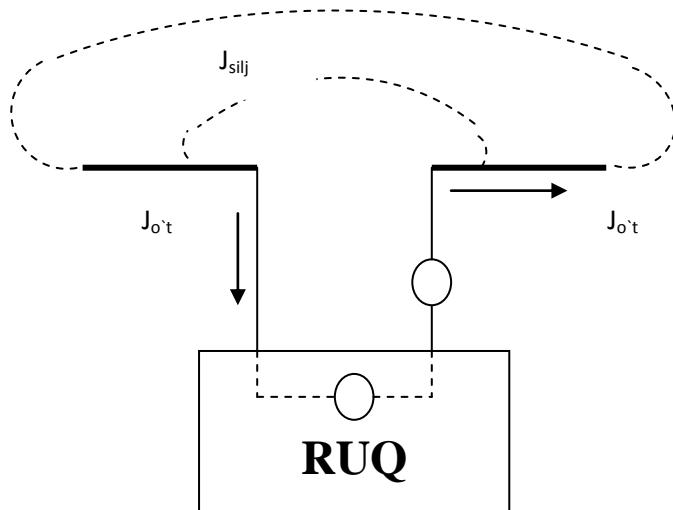
$$\operatorname{div}(J_{o`tk} + J_{sil}) = 0,$$

yoki

$$\operatorname{div}\left(J_{o`tk} + \epsilon_a \frac{\partial E}{\partial t}\right) = 0.$$

Vektor divergensiyasining 0 ga tengligi vektor chiziqlarinng berk ekanligini anglatadi (2.2 bo`limga qarang). Shunga muvofiq to`liq tok chiziqlari ajralmas. Bu esa o`z navbatida berk bo`lmagan sim

parchalaridan iborat antennalardan tok oqib o`tishini tushuntirib beradi. 2.1 rasmda "simmetrik vibrator" turidagi antennali RUQ radiouzatgich sxemasi keltirilgan. Antenna simlarining oxiri ochiq bo`lsada, A chiqish kaskadi indekatori antennada tok borligini ko`rsatadi. O`tkazuvchanlik tokining liniyalari fazadagi siljish toklari orqali berk zanjir hosil qiladi. Xuddi shunday hodisa antennali ko`chma radiostansiyalarda (qo`l telefonlarida) ham kuzatiladi.



2.1 rasm. To`liq tok chiziqlarining uzluksizligi.

### *Nazorat savollari*

1. *EMM asosiy operatorlari.*
2. *Maksvellning birinchi va ikkinchi tenglamalarining differensial va integral ko`rinishini tushuntiring?*
3. *Maksvellning uchinchi va to`rtinchchi tenglamalarining differensial va integral ko`rinishini tushuntiring?*
4. *To`liq tokning uzluksizlik tenglamasini hosil qiling.*
5. *Ideal dielektrik muhit deb qanday muhitga aytildi?*
6. *Ideal o`tkazgich deb qanday muhitga aytildi?*

### **III BOB. MONOXROMATIK MAYDON UCHUN ELEKTROMAGNIT MAYDON TENGLAMASI**

---

---

#### **3.1. Kompleks vektorlar, kompleks shakldagi EMM tenglamasi**

Yuqorida ko`rib chiqilgan tenglamalar oniy qiymatdagi maydon vektorlari uchun yozilgan, ya'ni ularni vaqt bo`yicha erkin xarakterdagi o`zgarishi uchun o`rinli. Agar vektor vaqt bo`yicha doimiy davr bilan sinusoidal holda o`zgarsa, u holda bu maydonlar monoxromatik deb ataladi. Bunday maydon uchun kompleks vektorlar kiritish ya'ni, kompleks amplitudalar usuli (KAU) dan foydalanish mumkin. Unga ko`ra oniy qiymat, masalan  $H_m \sin(\omega t + \varphi_n)$  o`ringa formal kompleks miqdor  $H_m e^{j\omega t}$  ni qo`yish mumkin. Bundan ko`rinadiki,

$$H = I_m [H_m e^{j\omega t}].$$

Ifodadagi  $I_m$  kompleks miqdorning mavhum qismiga ishora qiladi. EMM nazariyasiga bag`ishlangan aksariyat adabiyotlarda vaqt davomida kosinusoidal o`zgaruvchi maydonlar monoxromatik deb hisoblanadi. U holda  $H = \operatorname{Re}[H_m e^{j\omega t}]$ , ya'ni kompleks miqdorning moddiy qismi qo`llaniladi. Oniy qiymatlardan kompleks ko`rinishga o`tish garmonik fizikaviy hodisalarni matematik jihatdan ko`rib chiqilishini ancha soddalashtiradi, chunki vaqt bo`yicha differensiyalash va integrallash amallari yo`qoladi. Ular ( $j\omega$ ) ko`paytuvchiga ko`paytirish va bo`lish amallari bilan almashtiriladi, bunda  $\omega$  - ko`rilayotgan garmonikaning chastotasi.

Siljish tokining zichligi mos bo`lgan ko`rinishdagi kattalik bilan almashtiriladi

$$\frac{\partial D}{\partial t} \rightarrow j\omega \cdot H_m e^{j\omega t}$$

tenglama o`rniga

$$\operatorname{rot} H = J_{o`tk} + \varepsilon_a \frac{dE}{dt}, \quad (3.1)$$

$$\operatorname{rot} H e^{j\omega t} = J_{o`tk} e^{j\omega t} + j\omega \varepsilon_a E e^{j\omega t},$$

ifodani qo`llab, ularni umumiy ko`paytuvchisiga qisqartirib yuborsak quyidagi ko`rinishga ega bo`lamiz

$$\operatorname{rot} H = J_{o`tk} + j\omega \varepsilon_a E, \quad (3.2)$$

Maksvellning (3.1) birinchi tenglamasi kompleks turdag'i (3.2) dan farqli ravishda real mavjud maydonlar uchun yozilgan. (3.2) tenglama (3.1) tenglamaning matematik ko`rinishi bo`lib, u faqat garmonik maydon, ya'ni signallarning bitta spektral tashkil etuvchisi uchun o`rinli. Ammo bizga ma'lumki, aloqa signaling spektral tashkil etuvchilarini spektral tashkil etuvchilarning majmuidan iborat. Shuni esda tutish lozimki, kompleks shakldagi EMM tenglamasidan foydalanishda hisoblashlar maydon vektorlarining garmonik xarakterda o`zgarishi uchun, ya'ni xususiy holat uchun o`rinli.

Maksvellning kompleks differensial shakldagi boshqa barcha tenglamalari quyidagi ko`rinishga ega

$$\operatorname{rot} E = -j\omega \mu_a H,$$

$$\operatorname{div} D = \rho_{erkin},$$

$$\operatorname{div} B = 0.$$

Integral shakldagi tenglamalarda vektorlar ustida faqatgina nuqtalar qo`shimcha ko`rinishda paydo bo`ladi. Kompleks tenglamalarni yechimlaridan olingan javoblardan haqiqiysini aniqlash uchun kompleks vektoring moddiy qismi ajratib olinadi.

### 3.2. Kompleks dielektrik singdiruvchanlik. Yo`qotishlar burchagi

(3.2) tenglamaga 3-moddiy tenglama (1.5) ni qo`yib ega bo`lamiz

$$\operatorname{rot} H = (\sigma + j\omega \epsilon_a) E .$$

Tenglamaning o`ng tomonidagi ko`paytmani almashtiramiz

$$\operatorname{rot} H = j\omega \epsilon_a \left( 1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \right) E$$

Ushbu tenglamaga yangi koeffisient - kompleks dielektrik o`tkazuvchanlikning kiritilishi jarayonlar tahlilining matematik ifodasini sezilarli darajada qisqartiradi:

$$\epsilon_a = \epsilon_a \left( 1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \right) \quad (3.3)$$

natijada tenglama quyidagi ko`rinishni oladi

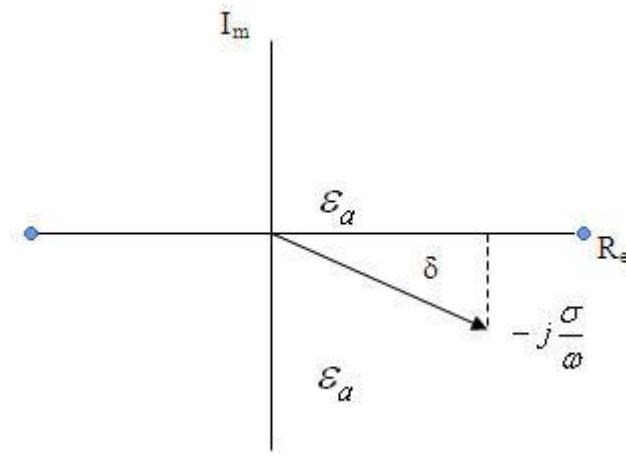
$$\operatorname{rot} H = j\omega \epsilon_a E$$

(3.3) ifodani kompleks sonning algebraik va ko`rsatkichli shakllarida ifodalash mumkin

$$\epsilon_a = \epsilon_a - j, \quad (3.3a)$$

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_a}{\cos \delta} e^{-j\delta} \cdot \frac{\sigma}{\omega} \quad (3.3b)$$

(3.3a) va (3.3b) ayniyatlarni (3.3a) sonlarining kompleks tekislikdagi tasvirlanishni ko`rsatadi (3.1 rasmga qarang)



3.1-rasm. Kompleks dielektrik singdiruvchanlik

(3.1) dan Eyler formulasi yordamida olingan kompleks singdiruvchanlikning trigonometrik ko`rinishi

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_a}{\cos \delta} \cdot \cos \delta - j \frac{\epsilon_a}{\cos \delta} \cdot \sin \delta,$$

yana bir muhim ko`rinishga olib kelamiz:

$$\epsilon_a = \epsilon_a (1 - j \operatorname{tg} \delta) \quad (3.4)$$

bu yerda  $\operatorname{tg} \delta$  – dielektrik yo`qotishlarning burchak tangensi bo`lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \quad (3.5)$$

Elektr maydondagi yo`qotishlarni muhitdagi o`tkazuvchanlik va siljish toklari yuzaga keltiradi.  $\operatorname{tg} \delta$  parametri siljish toklari hosil qilgan yo`qotishlarni ko`rsatadi, ya`ni tashqi elektr maydoni ta'sirida molekulalardagi zaryadlangan zarrachalarning ishqalanishidagi yo`qotishlarini ko`rsatadi.

O`tkazuvchanlik tokining kompleks zichlik moduli quyidagiga teng:

$$|J_{o`tk}| = \sigma |E|,$$

siljish toki esa

$$|J_{silj}| = |j\omega\epsilon_a E| = \omega\epsilon_a |E|.$$

Ularning nisbati

$$\left| \frac{J_{o`tk}}{J_{silj}} \right| = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_a} = tg\delta. \quad (3.6)$$

Shuningdek,  $tg\delta$  parametri berilgan muhitda o`tkazuvchanlik toklari siljish toklaridan qanchaga ortiqligini ko`rsatadi, muhitlarni o`tkazgich va dielektriklarga ajratish me'zoni hisoblanadi.

Agar  $tg\delta > 10$  ( $tg\delta \gg 10$ ) bo`lsa, u holda muhitni katta yo`qotishli yoki yarim o`tkazgich deb hisoblanadi.

Agar  $tg\delta < 0.1$  bo`lsa, kam yo`qotishli muhit, ya'ni dielektrik hisoblanadi.

Agar  $0.1 < tg\delta < 10$  bo`lsa, muhit yo`qotishli bo`lib, muhit shartli ravishda yarimo`tkazuvchi deb ataladi. Bu muhitda o`tkazuvchanlik va siljish toklari deyarli farq qilmaydi.

Quruq toza havoni vakuumga juda yaqin, ya'ni yo`qotishlarsiz muhit deb hisoblash mumkin, ya'ni  $tg\delta \geq 0$ . Radiodiapazonda real sifatli dielektriklar

( $f = 30$  GGs gacha) uchun  $tg\delta = 10^{-2} \dots 10^{-4}$  ga teng.

### **3.3. Tashqi manbalarni hisobga olgan holdagi monoxromatik maydonning tenglamalar tizimi**

Yuqoridagi (3.1) (3.2) tenglamalarda mavjud bo`lgan maydon orqali shu muhitda yuzaga kelgan  $J_{o`t}$  va  $J_{silj}$  toklari yo`q. Bu toklar maydonning manbai bo`lib hisoblanmaydi, balki uning ta'siri ostida

paydo bo`lgan. Bir vaqtning o`zida qandaydir tashqi manba energiyasi hisobiga o`zi-o`zidan EMM vujudga keladi.

Aksariyat holatlarda bunday manba sifatida tok hosil qiluvchi katta quvvatli chiqish kaskadlariga ega bo`lgan antennalardan foydalaniladi. Antennaning toki tashqi resurs (trasformator yordamchi stansiyasi) ning quvvati orqali aniqlanadi va muhitda ko`rib chiqilayotgan maydon vektorlarining funksiyasi hisoblanmaydi. Elektromagnit maydon manbasini tashqi kuch deb nomlash qabul qilingan. Tashqi kuch - EMM ni hisoblashda boshlang`ich miqdor bo`lib hisoblanuvchi funksiya. Bu kuch ko`pincha  $J_{silj}$  tokining zichligi orqali ifodalanadi, u Maksvellning birinchi tenglamasining o`ng qismida qatnashadi

$$\operatorname{rot} H = J_{o`tk} + J_{silj} + J_{tashq}$$

$\text{J}_{o`t} + \text{J}_{silj} = j\omega\epsilon_a$  bo`lganligi sababli, birinchi tenglama kompleks shaklda quyidagi ko`rinishga ega:

$$\operatorname{rot} H = j\omega\epsilon_a E + J_{tashq} \quad (3.7)$$

qolgan tenglamalar esa:

$$\operatorname{rot} E = j\omega\epsilon_a H, \quad (3.8)$$

$$\operatorname{div} D = \rho_{erkin}, \quad (3.9)$$

(3.8) tenglamada magnit materiallarning qayta magnitlashuvi jarayonidagi domenlarning ishqalanishi natijasida yuzaga keladigan yo`qotishlarni hisobga olish uchun kompleks magnit singdiruvchanlik ishtirok etadi. Biroq O`YuCh texnikasida faqatgina noyob xususiyatlarga ega bo`lgan - magnitlangan ferrit qo`llaniladi. Radiotexnikada qo`llaniladigan boshqa moddalar magnit xossasiga va

magnit yo`qotishlarga ega emas deb hisoblanadi. Shuning uchun (3.8) tenglamada bundan keyingi ifodalarda  $\mu$  o`rniga  $\mu_a$  ni keltiramiz.

(3.7) tenglamada tashqi manbalarning mavjudligi uni nobirjinsli qilib qo`yadi, ya`ni tashqi manbalarsiz tenglama bir jinsli hisoblanadi

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot } H - j\omega \varepsilon_a E = 0 \\ \text{rot } E - j\omega \mu_a H = 0 \end{array} \right\} . \quad (3.10)$$

Agar tenglamadagi  $N$  ni  $E$  ga,  $\varepsilon_a$  ni esa  $\mu_a$  ga almashtirsak 1-tenglama 2-tenglamadan, 2-tenglama esa 1-tenglamadan olinishini anglash qiyin emas. Maksvell tenglamalarining bu xususiyati ikki taraflamalik prinsipi deb ataladi. Undan yechilgan ikki taraflamalik xususiyatga ega bo`lgan masalalar javoblarining mos keluvchi simvollarini almashtirish yo`li bilan ba'zi bir tenglamalarning yechimini olish uchun qo`llaniladi. Shuningdek, elektordinamikaning ba'zi bir masalalari tenglamalar tizimiga tashqi magnit toki  $J_{tashq}$  kiritish orqali ham soddalashadi. Tabiatda real magnit zaryadlar yo`qligi sababli, fizik nuqtai nazardan  $J_{tashq}$  sohta miqdor hisoblanadi. U holda Maksvellning bir jinsli bo`lmagan tenglamalari ham shakl jihatdan simmetrik bo`ladi:

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot } H - j\omega \varepsilon_a E = J_{tashq} \\ \text{rot } E + j\omega \mu_a H = -J_{tashq} \end{array} \right\} \quad (3.11)$$

Maksvellning simmetrik bir jinsli (3.10), nobirjinsli (3.11) tenglamalari yordamida vektorlar va parametrlar o`rnini almashtirish yo`li bilan ikki taraflamali masalalarni hisoblashning ma'lum bo`lgan munosabatlardan foydalangan holda bir qator masalalarning yechimi olinadi.

*Nazorat savollari*

1. *Elektromagnit maydonning manbai nima?*
2. *Monoxromatik maydon deb qanday maydonga aytildi?*
3. *EMM vektorlarini kompleks ko`rinishda ifodalang.*
4. *Dielektrik yo`qotishlarning burchak tangensi deb nimaga aytildi?*
5. *Qanday muhitlar o`tkazgich, yarimo`tkazgich va dielektrik deb ataladi?*
6. *O`tkazgichlarda yuzaga keladigan yo`qotishlar nimaga bog`liq?*
7. *Dielektriklarda yuzaga keladigan yo`qotishlar nimaga bog`liq?*
8. *Siljish va o`tkazuvchanlik toklari o`zaro qanday bog`liq?*

## IV bob. CHEGARAVIY SHARTLAR

---

---

### 4.1. Chegaraviy shartlarning zarurligi

*Chegaraviy shartlar* deb bir yoki bir nechta juft elektordinamik parametrlar bilan farqlanuvchi maydonning muhitlarning bo`linish chegarasidagi bo`ysunuvchanligiga aytiladi. Masalan, Maksvellning 1-tenglamasi roeksiyalaridan birini yo`qotishlarsiz muhitda ( $\sigma = 0$ ;  $J_{o\backslash tk} = 0$ ) ko`rib chihamiz:

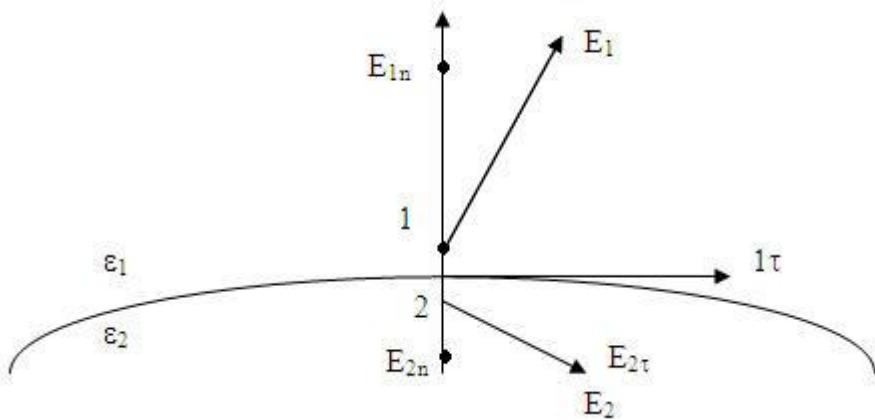
$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega \epsilon_a E_x.$$

Ushbu differensial tenglama  $H_z$  va  $H_y$  vektorlarning nisbiy tashkil etuvchilaridan olingan xususiy hosilalarni berilgan ikki muhitdan birining  $E_x$  qiymati bilan bog`laydi.

Bu kabi tenglamalar cheksiz ko`p yechimga ega. Yagona yechimni aniqlash uchun doimiy integrallash doimiysiini aniqlash kerak. Ular chegaraviy shartlardan foydalangan holda ifodalanadi. Elektr zanjirlar nazariyasida kommutasiya qonunlaridan ma'lum bo`lgan boshlang`ich shartlar shunday bo`ladi. EMM nazariyasida EZN dan farqli bo`lgan bir qancha shartlar mavjud bo`lib, unda harbir maydon vektori chegaraviy shartlari turlicha bo`lgan ikkita proeksiyaga ega bo`lishi mumkin.

### 4.2. Muhitning bo`linish chegarasida vektorlarning tashkil etuvchilari

Birinchi va ikkinchi moddiy muhitlar oralig`ida elektrodinamik parametrlar  $\epsilon_1$  va  $\epsilon_2$  yoki  $\mu_1$  va  $\mu_2$  turlicha bo`lgan sirt - chegara mavjud. Muhitlar deelektrik parametr -  $\epsilon$ , magnit parametr -  $\mu$ , elektr o`tkazuvchanlik -  $\sigma$  bilan yoki bir vaqtning o`zida barcha parametrlar bilan farqlanishi mumkin.



4.1. rasm. Dielektriklar bo`linish chegarasidagi E vektorning tashkil etuvchilari

EMM ikki muhit chegarasidan o`tganda ba'zi maydon vektorlarining proeksiyalari sakrashlar bilan o`zgaradi, ba'zilari esa o`zgarishsiz qoladi. Vektorlarning tashkil etuvchilari bo`lib, chegaraning ustki va ostki sirt nuqtalaridagi  $1\tau$  urinmaga, hamda  $1_n$  normalga proeksiyasi hisoblanadi. Bu nuqtalar sirtga juda yaqin. 4.1- rasmida birinchi va ikkinchi muhitning 1 va 2 nuqtalarida E vektorning tashkil etuvchilari ko`rsatilgan bo`lib,  $E1_n$  va  $E2_n$  - normal,  $E1\tau$  va  $E2\tau$  urinmaviy (tangensial) tashkil etuvchilari deyiladi.

### 4.3. Asosiy chegaraviy shartlar

Chegara harakteri chegaraviy shartlarning mazmunini aniqlaydi. Umumiyl holda chegaraviy sirtda tashqi elektr zaryadlar (masalan doimiy elektr maydondagi metall tekislikda) yiqilishi yoki tashqi elektr toki oqib o`tishi mumkin. Yuzadagi tok va zaryadlar cheksiz yupqa qatlamga jamlangan hisoblanadi. Ya`ni  $\text{Kl/m}^3$  o`lchamdagagi q zaryadning hajmiy zichligi  $\text{Kl/m}^2$  o`lchamdagagi  $q_s$  ga, tok zichligi esa  $I (\text{A/m}^2)$  -  $I_s (\text{A/K})$  ga aylanadi. Faqat o`ta yuqori o`tkazuvchanlikka ega bo`lgan sirdagi o`zgaruvchan elektromagnit maydonda  $I_s$  noldan farq qiladi.

1. Sirt zaryadlariga ega bo`lgan bo`linish chegarasidagi **D** vektorning tashkil etuvchi normallari uchun shart quyidagi ko`rinishga ega:

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_s , \quad (4.1)$$

ya'ni, maydon bir muhitdan boshqasiga sakrashlar bilan o`tganda s miqdorga o`zgaradi. Agar yuza zaryadlari bo`lmasa (masalan, dielektrik muhitlar chegarasida). U holda  $\rho_s=0$ , tenglama esa

$$D_{1n} = D_{2n} \quad (4.2)$$

bo`ladi. Shunga ko`ra bu vaziyatda mayonning  $D_n$  ni o`zgarmaydi, ya'ni u uzlucksiz miqdor bo`lib qoladi.

2. **H** vektorni urinmaviy tashkil etuvichlari uchun shartlar.

Sirt toklari mavjud bo`lgan chegarada quyidagi shart kuzatiladi :

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = J_s , \quad (4.3)$$

agar sirt toklari mavjud bo`lmasa,

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \quad (4.4)$$

3. **B** vektorning normal tashkil etuvchilarini uchun shartlar.

Har qanday turdagи chegaralarida maydonning bir muhitdan boshqasiga o`tishida  $V_n$  sakrashlar bilan o`zgarmaydi, ya'ni

$$B_{1n} = B_{2n} . \quad (4.5)$$

4. **E** vektorining urinmaviy tashkil etuvchilarini uchun shartlar.

5. 4.1-rasmda ko`rsatilganidek, EMM ning chegaradan o`tish vaqtida bevosita yaqinlikdagi chegaraning usti va ostidagi  $E_1$  va  $E_2$  vektorlar uzunligi va yo`nalishi bo`yicha ham bir-biridan farq qiladi. Ammo ularda tekislikka yurgizilgan urunmaning proeksiyalari o`zgarmas, ya'ni

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} . \quad (4.6)$$

Bu chegara shartlar istalgan chegara uchun to`g`ri bo`lib, u muhitning bo`linish chegaralarida  $E_\tau$  uzliksizligini ko`rsatadi.

Qolgan barcha chegaraviy shartlar elektrodinamikaning moddiy tenglamalaridan foydalangan holda keltirib chiqariladi. Masalan, (4.6) va (1.4) dan quyidagiga ega bo`lamiz:

$$\frac{D_{1\tau}}{\epsilon_{a1}} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_{a2}} \quad (4.7)$$

yoki

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

shu tariqa (4.2) dan quyidagini olamiz

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (4.8)$$

#### **4.4. Ideal o`tkazgich chegarasidagi shartlar**

O`YuCh texnikasida chegara vazifasini o`tovchi juda yaxshi o`tkazuvchanlik xususiyatiga ega bo`lgan - mis, kumush kabi metallardan keng ko`lamda foydalaniladi.

Shunday sirtlar yaqinida elektromagnit hodisalarini ko`rib chiqayotganda ularni ideal o`tkazuvchi, ya'ni parametrini cheksiz katta deb hisoblash mumkin. Bunday yaqinlashish yaxshi o`tkazgich (2-muhit) ning ustki qatlami ustida joylashgan birinchi dielektrik muhitning maydonni aniqlashda kichik xatoliklarni keltirib chiqaradi. Ayni damda ideal o`tkazgichning ichida EMM mavjud emas. Bunga 3-moddiy tenglamani ko`rib chiqib ishonch hosil qilish mumkin.  $J_{o`tk2} = \sigma E_2$ , bu yerda  $\sigma = \infty$  o`tkazuvchanlik tokini cheksizlikka aylantiradi, bu esa fizik hodisalariga zid. Solishtirma o`tkazuvchanlikning juda katta qiymatlarida ham  $J_{o`t}$  chekli son bo`lib qoladi, ya'ni  $\infty \cdot E_2 \neq \infty$ . Bu faqat  $E_2=0$  bo`lgandagina mavjud, chunki  $\infty \cdot 0$  ko`paytma aniqlanmagan.

Shunday qilib, ideal o`tkazgichning ichida elektr maydon bo`lmaydi. Agar buni inobatga olsak ( $E_2=0$ ),  $\text{rot} E_2 = -\partial B_2 / \partial t$  tenglamadagi yoki

$V_2=0$ , yoki  $V_2$  doimiy kattalik ekanligi kelib chiqadi. Telekommunikasiyada faqat vaqt davomida o`zgaruvchan maydon qo`llaniladi, shuning uchun  $V_{2\tau} = V_{2n}=0$  ideal o`tkazgich ichida magnit maydon yo`q. Bu tasdiqlashlarni (4.3), (4.5) va (4.6) tengliklariga qo`yib ideal o`tkazgich sirtidagi asosiy chegaraviy shartlarni hosil qilamiz:

$$B_{1n}=0 \quad (4.9)$$

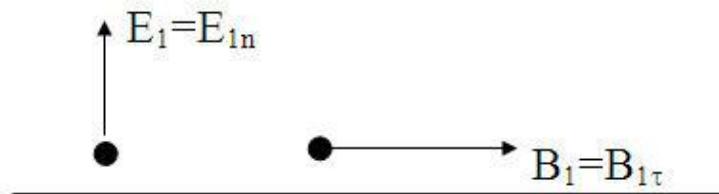
$$H_{1\tau} = J_S, \quad (4.10)$$

$$E_{1\tau}=0. \quad (4.11)$$

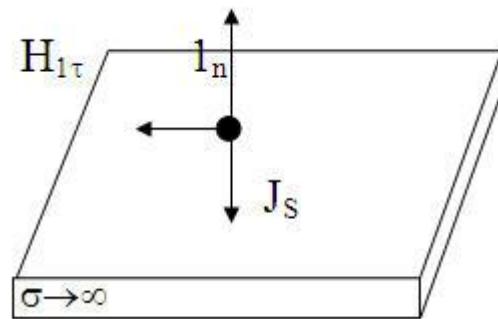
Tenglik (4.10) ni vektor shaklida ham ifodalash mumkin

$$J_S = [1_n \times H_{1\tau}]. \quad (4.10a)$$

Bu shartlar 4.1 va 4.2 - rasmlarda grafik tarzida tasvirlangan.



4.1- rasm. Ideal o`tkazuvchi sirt yaqinida maydon kuch chiziqlarining joylashishi



4.2 rasm. Ideal o`tkazgich sirtidagi magnit maydon liniyasining sirt toklariga ega bo`lgan ideal o`tkazgichli liniya bilan bog`liqligi

Rasmdan kelib chiqadiki, ideal o`tkazgich sirtidagi elektr kuch chiziqlari har doim unga perpendikulyar, magnit kuch chiziqlari esa paralell. O`tkazgichning ustki qatlamidagi elektr tokining zichligi ustki qatlamidagi magnit maydon kuchlanganligening tashkil etuvchilariga miqdor jihatidan teng va yo`nalishi bo`yicha perpedikulyar. Bu xulosa to`ldirilgan metall to`lqin o`tkazgichlardagi turli to`lqinlarni tadqiq etishda keng qo`llaniladi.

Shuni ham ko`satsish mumkinki [Semenov], 1- muhitdagi maydon shunday tuzilganki, magnit maydonni tashkil etuvchi urinma ideal o`tkazgichning yassi chegarasida ekstrimal qiymatga erishadi. (Chegara normalning yo`nalishi bo`yicha) ya'ni

$$\frac{\partial H_{1\tau}}{\partial n} = 0 \quad (4.11)$$

(4.11) sharti shuningdek, metall to`lqin o`tkazgichdagi maydonlarni tekshirishda qo`llaniladi.

### *Nazorat savollari*

1. *Chegaraviy shartlarning zarurati nimada?*
2. *Ikki muhit chegarasidagi vektorlarning normal va urinmaviy tashkil etuvchilari haqida ma'lumot bering.*
3. ***D** va **B** vektorlarning normal tashkil etuvchilari uchun chegaraviy shartlarning ifodalarini keltiring?*
4. ***E** va **H** vektorlarning urinmaviy tashkil etuvchilari uchun chegaraviy shartlarning ifodalarini keltiring?*
5. *Ideal o`tkazgich sirtidagi chegaraviy shartlar.*
6. *Ideal dielektrik sirtidagi chegaraviy shartlar.*

## V bob. ELEKTROMAGNIT MAYDON ENERGIYASI VA QUVVATI

---

### 5.1 Asosiy gipotezalar

EMM nzariyasi materianing bir turi sifatida ish bajarishga, masalan, zaryadlangan zarrachalarni aralashtirishga qodir. O`z navbatida u energiyaga ega. Maydonning makroskopik nazariyasidagi energetik hodisalarni ko`rib chiqishda maydon vektorlari va uning energetik ta'riflari o`rtasidagi aloqani o`rnatuvchi quyidagi ikki taxmindan foydalaniladi.

1. Elektromagnit energiya fazoda hajm zichligi bilan taqsimlangan:

$$\omega = \omega_e + \omega_m = 1/2 (E \cdot D + H \cdot B), \text{ J/m}^3$$

bu yerda,  $\omega_e = E \cdot D / 2$  va  $\omega_m = H \cdot B / 2$  - elektr va magnit maydon energiyalarining hajm zichliklari.

2. Elektromagnit energiya oqimining zichligi elektr va magnit maydon kuchlanganliklarining vektor ko`paytmasiga teng:

$$\Pi = [E, H], \text{ Vt/m}^2$$

bunda, Poynting vektori  $\Pi$  - energiya harakatining yo`nalishini ko`rsatuvchi bo`lib, miqdori bo`yicha uning oqimini zichligiga teng. Shuningdek, vektorning o`lchov birligi uning quvvat zichligiga, ya`ni harakat yo`nalishiga perpendikulyar va  $1 \text{ m}^2$  kattalidagi maydondan o`tuvchi to`lqin quvvatiga tengligini ham ko`rsatadi.

### 5.2 Eneriya balansi

EMM materianing ko`rinishi sifatida *energiyanı saqlanish qonuniga* bo`ysunadi. Shuning uchun  $S$  yuza bilan chegaralangan har qanday  $V$  hajmda unga kirib keluvchi va sarflanuvchi energiya tengligiga rioya qilinadi. Berilgan vaqt momentida hajmdagi energiya integrallash orqali aniqlanishi mumkin

$$W = \int_V (\omega_e + \omega_m) dV = \frac{1}{2} \int (ED + HB) dV \quad (5.1)$$

Vaqt o`tishi bilan energiya bir qator sabablarga ko`ra o`zgaradi:

- energiyaning boshqa ko`rinishlariga o`tadi. Radioto`lqinlarni qabul qiluvchi qurilmaning kirish zanjirida elektronlarning EMM ta'siri ostida issiqlik harakati hajmdagi energiya yo`qotishlariga (iste'molchi uchun foydali) olib keladi. Energiyani maydonlarga berish tezligi uning ***yo`qotishlar quvvati*** deb ataladi;
- tashqi manbalarning energiyasi hisobiga to`lib boradi, masalan, berilgan hajmda turgan antenna energiyasi nurlanish hisobiga energiyani ko`payish tezligi chetki kuchlar quvvati  $R_{chet}$  ga teng;
- hajmdan nurlanadi yoki hajm tashqarisidagi manbalar energiyasi hisobiga to`ladi. hajmdan chiquvchi elektromagnit oqimini ***nurlanish*** deb ataymiz. Nurlanish quvvati "oqim" operatori orqali aniqlanadi:

$$P = \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s}, Bm \quad (5.2)$$

Elektromagnit maydon vektori  $dS$  tashqi normal bo`yicha yuzani o`rab turuvchi hajmga yo`nalganligini eslaymiz. Agar  $P$  va  $dS$  vektorlarining yo`nalishlari qarama-qarshi (ya'ni quvvat oqimi hajm ichiga yo`nalgan) bo`lsa, u holdamanfiy qiymatga ega bo`lamiz. (2.1 bo`limga qarang) Unda  $R_{\Sigma}$  miqdorni nurlanish quvvati deb emas, balki kirish quvvati deb atash mumkin bo`ladi. Lekin bunday termin ishlatilmaydi, balki faqat nazarda tutiladi.

Biz berilgan hajmdagi energiyaning vaqt bo`yicha o`zgarishi  $dW/dt$  ning barcha mumkin bo`lagan sabablarini qarab chiqdik. Demak:

$$\frac{dW}{dt} = P_{chet} - P_n - P_{\Sigma}, \quad (5.3)$$

(5.3) ifoda berilgan hajmdagi EMM quvvati balansining umumiyligi fizik tenglamasi hisoblanadi.

### **5.3. EMM vektorlarining oniy qiymatlari uchun Poynting teoremasi**

(5.3) tenglamaga (5.2) va (5.1) ifodalarni qo`ysak

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \int (ED + HB)dV \right\} = P - P_m - \oint_S \Pi ds \quad (5.4)$$

$P_{chetki}$  bilan  $R_p$  ning tarkibini olamiz. EMM dagi energiya yo`qotishlari maydon ta'sirida zaryadlarning harakati bilan bog`liq. Bunda yo`zg`almas zaryadlar yo`qotishlarni vujudga keltirmaydi. Zaryadlarning harakatini elektromagnit maydon yuzaga keltiradi. Magnit komponentasi ish bajarmaydi, chunki uning ta'sir etish kuchi

$$F_m = Q[\mathcal{G}, \mathbf{B}]$$

harakatning tezlik vektri  $\mathbf{V}$  ga perpendikulyar, yo`qotishlar quvvati esa skalyar ko`paytmani ifodalaydi.

$$P_n = F_e \cdot \mathcal{G} = Q \cdot \mathcal{G} \quad (5.5)$$

Uning to`g`riliqi olingan miqdorning o`lchov birligi

$[(\text{Kl} \cdot \text{V/m}) \cdot \text{m/s}] = [(\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V/m}) \cdot \text{m/s}] = \text{A} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{Vt}$  bilan tasdiqlanadi. hajmning harbir nuqtasidagi energiya balansini ko`rib chiqish uchun ham yo`qotishlar quvvatining hajmiy zichligi va chetki kuchlar tushunchalari kiritiladi.

$$P_{n(chet)} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{P_{n(chet)}}{V}$$

(5.5) formulada yo`qotishlarning hajmiy zichligini olamiz

$$P_n = \rho \cdot E \cdot V.$$

Bu yerda  $\rho \cdot V$  elektr tok zichligi vektorini ifodalaydi ((1.2) formulani qarang). Shuning uchun yo`qotishlar quyidagi miqdor bilan ta'riflanadi

$$\rho_n = J \cdot E \quad (5.6)$$

(5.6) ga (1.5) tenglamani tadbiq etib boshqa hisob formulasini hosil qilamiz

$$\rho_n = \sigma \cdot E^2 = \frac{1}{\sigma} J^2 \quad (5.7)$$

(5.7) nisbati Joul - Lens qonunini differensial shaklini ifodalaydi.

(5.6) skolyar ko`paytma ham musbat, ham manfiy miqdor bo`lishi mumkinligi sababli  $R_n > 0$  holatiga maydon energiyasining zaryadlar harakatini hosil qilishiga berilishi mos keladi.  $J$  va  $E$  qarama-qarshi yo`nalgan holda EMM chetki manbalardan energiya oladi. Shuning uchun

$$P_{chet} = -J_{chet} \cdot E \quad (5.8)$$

Unda (5.4) formula integral shakldagi EMM energiyasining saqlanish qonuni olamiz:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \int_V (ED + HB) dV \right\} = - \int_V J_{chet} \cdot EdV + \int_V J_{otk} \cdot EdV + \oint \Pi ds \quad (5.9)$$

Hajmning fazodagi nuqtaga oxirgi o`tishi yo`li bilan qonunning deffirensial shaklini olamiz

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) = -J_{\text{chet}} E + \sigma E^2 + \operatorname{div} \Pi, \quad (5.10)$$

bunda  $\text{ED}=\varepsilon_a E^2$ ,  $\text{HB}=\mu_a H^2$  ko`paytmalari ochilgan Ostragrad - Gauss teoremasi qo`llanilgan

$$\oint_S \Pi ds = \int_V \operatorname{div} \Pi_{o`tk}.$$

Poyting teoremasi hajmda to`plangan EMM quvvati foydali ish bajarish uchun chetki manbalardan foydali ish bajarish uchun kelgan oqim va yo`qotish ko`rinishidagi quvvatning algebraik yig`indisidan iborat ekanligini isbotladi. Quvvat balansi tenglamasi EMM nazariyasida katta ahamiyatga ega. Xususiy holatda bu tenglama elektrodinamik masalalar javoblarining to`g`rilingini tekshiruchi uneversal apparat hisoblanadi. (5.9) va (5.10) tenglamalar vektorlarining oniy qiymatlari uchun yozilgan, shu sababli ular ixtiyoriy o`zgaruvchi maydon uchun o`rinli. Garmonik maydon uchun ular soddarоq ko`rinishga ega.

#### **5.4 EMM kompleks vektorlari uchun Poynting teoremasi**

Garmonik jarayonlarning fizik mohiyati o`rtacha energetik xarakteristikalarini aniqlash imkonini beradi. O`zgaruvchi tok zanjiridagi kabi to`liq kopmpleks quvvat  $\vec{S} = \dot{U}I = P + jQ$  ni hisoblash uchun EMM nazariyasida nurlanish va yo`qotishlar kompleks quvvati kiritiladi. Bunda, quvvat xarakteri fazalar yig`indisiga emas, tebranishlarning faza o`lchamlariga bog`liq, skalyar ko`paytmadagi ikkinchi ko`paytma kompleks holda bog`langan miqdor bilan olinadi. Masalan,

$$E \cdot H = E \cdot H e^{j(\psi_E + \psi_H)},$$

$$E \cdot H = E \cdot H e^{j(\psi_E - \psi_H)},$$

shuning uchun EMM elektr va magnit energiyalarining o`rtacha zichligi mos ravishda quyidagilarga teng:

$$\omega_{o`rt} = \frac{1}{2} ED = \frac{\epsilon_a}{2} EE = \frac{\epsilon_a}{2} E^2,$$

$$\omega_{o`rt} = \frac{1}{2} HB = \frac{\mu_a}{2} HH = \frac{\mu_a}{2} H^2$$

Yo`qotishlar quvvatining o`rtacha hajmiy zichligi

$$p_{o`rt} = J \cdot E = \sigma E \cdot E = \sigma E^2.$$

chetki kuchlar quvvatining o`rtacha zichligi

$$p_{chet\ h`rt} = \operatorname{Re} \tilde{p}_{chet} = \operatorname{Re}(-E \cdot J_{chet}),$$

bunda  $\tilde{p}_{chet}$  - chetki kuchlar quvvatining kompleks hajm zichligi.

Poynting kompleks vektori quyidagi turdagি ko`paytma sifatida aniqlanadi

$$\Pi = [E \times H]. \quad (5.11)$$

Kompleks vektor  $P$  ning oqimi aktiv va oniy qismlardan tashkil topgan

$$\oint_S \Pi ds = P + jQ$$

Energiya oqimi zichligining aniqlanish davrlari davomidagi o`rtacha kompleks vektorining moddiy qismiga teng, ya'ni:

$$\Pi_{o`rt} = \operatorname{Re} \Pi \quad (5.12)$$

Cheklangan S yuza fazosidagi hajmdan chiquvchi nurlanish quvvati quyidagi turdagি integral sifatida aniqlanadi

$$P_{\Sigma} = \oint \Pi_{o`rt} ds . \quad (5.13)$$

EMM nazariyasi bo`yicha o`quv qo`llanmalarida (5.11) formulaga asosan **E** va **H** vektorlarining amplituda qiymatlari tushuniladi, u holda(5.12) tenglamani quyidagi ko`rinishda ifodalash mumkin

$$\begin{aligned} \Pi_{o`rt} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \Pi \\ E_T &= E_m / \sqrt{2}, \quad H_T = H_m / \sqrt{2}, \end{aligned}$$

$$EH = E_m \cdot H_m / 2$$

Shunday qilib, garmonik (monoxromatik) maydon uchun energiya balansi tenglamasi (5.9) ning moddiy qismi quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi

$$\int_S \Pi_{o`rt} dS + \int_V P_{o`rt} dV = \int_V P_{o`rt. chet} dV, \quad (5.14)$$

(5.10) tenglamasi esa

$$\operatorname{div} \Pi_{o`rt} + p_{o`rt} = p_{chet h`rt} \quad (5.15)$$

(5.15) tenglama kompleks tenglamaning moddiy qismi uchun yozilgan:

$$\operatorname{div} \Pi + j2\omega \left( \omega_{m_{o`rt}} - \omega_{e_{o`rt}} \right) + p_{o`rt n} = p_{chet o`rt} + j\rho_{chet} .$$

(5.10) da parametrlarning kompleks qiymatlarini qo`yish yo`li bilan olingan. Mavhum qism uchun balans tenglamasi (5.15) tenglamasi kabi yoziladi.

*Nazorat savollari*

1. *EMM energiyasi fazoda qanday tarqaladi?*
2. *EMM energiyasi oqimining zichligi tenglamasini keltiring?*
3. *EMM uchun energiyaning saqlanish qonunini yozing.*
4. *Nurlanish quvvati deb nimaga aytildi?*
5. *Poynting teoremasining EMM vektorlarining oniy qiymatlari uchun ifodasini yozing.*
6. *Poynting teoremasining EMM kompleks vektorlari uchun ifodasini yozing.*

## MUNDARIJA

KIRISH.....	3
Asosiy belgilanishlar ro`yxati.....	4

I bob.

## ELEKTROMAGNIT MAYDON

1.1.Elektromagnit maydon haqida tushuncha.....	6
1.2.EMM vektorlari.....	7
1.3.Muhitning elektrodinamik parametrlari. Muhitlarning sinflanishi.....	10

II bob.

## ELEKTROMAGNIT MAYDON TENGLAMALARI

2.1.Maydon vektorlarining operatorlari.....	15
2.2.Maksvellning uchinchi va to`rtinchи tenglamalari.....	17
2.3.Maksvellning ikkinchi tenglamasi.....	19
2.4. Maksvellning birinchi tenglamasi.....	21
2.5.To`liq tokning uzluksizlik tenlamasi.....	25

III bob.

## MANOXROMATIK MAYDON UCHUN ELEKTROMAGNIT

### MAYDON TENGLAMASI

3.1.Kompleks vektorlar, kompleks shakldagi EMM tenglamasi.....	27
3.2.Kompleks dielektrik singdiruvchanlik. Yo`qotishlar burchagi.....	29
3.3.Tashqi manbalarni hisobga olgan holdagi monoxromatik maydonning tenglamalar tizimi.....	31

IV bob.

## CHEGARAVIY ShARTLAR

4.1.Chegaraviy shartlarning zarurligi.....	35
4.2. Muhit bo`linish chegarasidagi vektorlarning tashkil etuvchilari.....	35
4.3.Asosiy chegaraviy shartlar.....	36
4.4. Ideal o`tkazgich chegarasidagi shartlar.....	38
V bob.	

## ELEKTROMAGNIT MAYDON ENERGIYASI VA QUVVATI

5.1. Asosiy gipotezalar.....	41
5.2. Energiya balansi.....	41
5.3.EMM vektorlarining oniy qiymatlari uchun Poynting teoremasi.....	43
5.4.EMM kompleks vektorlari uchun Poynting teoremasi.....	45

## Foydalanilgan adabiyotlar ro`yxati

1. Витевский В.Б., Павловская Э.А. Электромагнитные волны в технике связи. - М: Радио и связь, 1995.-121с.
2. Витевский В.Б., Маслов О.Н., Павловская Э.А. Сборник упражнений и задач по электродинамическим дисциплинам. - М.: Радио и связь, 1996.
3. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. - М.: Связь, 1971.-487с.
4. Никольский В.В-, Никольская Т.Н. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Наука, 1989. - 554с.
5. Габзалилов Г.Ф., Кан В.С. Электромагнитные поля и волны. Конспект лекции. Ташкент: ТАТУ, 2008.

O`quv nashri

2010-2011 o`quv yili

ELEKTROMAGNIT MAYDONLAR VA TO`LQINLAR

I qism

*o`quv qo`llanma*

5522100 - "Televidenie, radioaloqa va radioeshittirish"

5522000 - "Radiotexnika"

5522 - "Mobil aloqa tizimlari"

5522200 - "Telekommunikasiya"

ta'lim yo`nalishlari uchun

.

Nashrga ruxsat berildi 2011 y.

Offset qog`ozি. Buyurtma №  
Bosma.

Tiraj nusxa

Toshkent axborot texnologiyalari universiteti (TATU Ilmiy - uslubiy  
kengashining 2011 yil may oyidagi № 14 - sonli bayonnomasi)  
tomonidan nashrga tavsiya etilgan

Tuzuvchilar: katta o`qituvchi Aripova U.X.  
katta o`qituvchi Kan V.S.

Masul muharrir: Rahimov T.G.

Musaxxix: Radjabova Z.B.