

# Kapitel DB:VII

## VII. Entwurfstheorie relationaler Datenbanken

- ❑ Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata
- ❑ Funktionale Abhängigkeiten
- ❑ Normalformen
- ❑ Dekompositionseigenschaften von Relationen
- ❑ Relationale Dekomposition
- ❑ Relationale Synthese
- ❑ Mehrwertige Abhängigkeiten

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

Ziel I: Semantik von Relationenschemata klar halten

Datenbankschema mit einleuchtender Semantik:

## Mitarbeiter

Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr
------	---------------	---------	-------

## Abteilung

AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr
---------	--------------	------------

## Standort

<u>AbtNr</u>	<u>AbtOrt</u>
--------------	---------------

## Projekt

ProjektName	<u>ProjektNr</u>	ProjektOrt	AbtNr
-------------	------------------	------------	-------

## ArbeitetInProjekt

<u>PersNr</u>	<u>ProjektNr</u>	Stunden
---------------	------------------	---------

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

Ziel I: Semantik von Relationenschemata klar halten

Datenbankschema mit einleuchtender Semantik:

Mitarbeiter			
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr

Abteilung		
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr

Standort	
<u>AbtNr</u>	<u>AbtOrt</u>

Projekt			
ProjektName	<u>ProjektNr</u>	ProjektOrt	AbtNr

ArbeitetInProjekt		
<u>PersNr</u>	<u>ProjektNr</u>	Stunden

Problematisches Datenbankschema:

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr

MitarbeiterProjekt					
<u>PersNr</u>	<u>ProjektNr</u>	Stunden	Name	ProjektName	ProjektOrt

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

Ziel II: Vermeidung von (Update-)Anomalien

Mitarbeiter			
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr
Smith	1234	Weimar	5
Wong	3334	Köln	5
Zelaya	9998	Erfurt	4
Wallace	9876	Berlin	4

⋈

Abteilung		
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr
Forschung	5	3334
Verwaltung	4	9876
Stab	1	8886

=

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr
Smith	1234	Weimar	5	Forschung	3334
Wong	3334	Köln	5	Forschung	3334
Zelaya	9998	Erfurt	4	Verwaltung	9876
Wallace	9876	Berlin	4	Verwaltung	9876

Redundanz

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

## Ziel II: Vermeidung von (Update-)Anomalien

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr
Smith	1234	Weimar	5	Forschung	3334
Wong	3334	Köln	5	Forschung	3334
Zelaya	9998	Erfurt	4	Verwaltung	9876
Wallace	9876	Berlin	4	Verwaltung	9876

Einfüge- bzw. Insert-Anomalie:

1. Beim Einfügen eines neuen Tupels ist sicherzustellen, dass für redundante Attribute (im Beispiel: AbtName, ChefPersNr) die richtigen Werte eingetragen werden.
2. Das Einfügen von Tupeln, für die nicht alle Attribute bekannt sind, ist problematisch.

Im Beispiel: Wie soll eine neue Abteilung ohne Mitarbeiter eingetragen werden? Beachte, dass das Attribut „PersNr“ Schlüssel dieser Relation ist und hier keine Nullwerte eingetragen werden dürfen.

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

## Ziel II: Vermeidung von (Update-)Anomalien

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr
Smith	1234	Weimar	5	Forschung	3334
Wong	3334	Köln	5	Forschung	3334
Zelaya	9998	Erfurt	4	Verwaltung	9876
Wallace	9876	Berlin	4	Verwaltung	9876

Lösch- bzw. Delete-Anomalie:

Das Löschen von Tupeln ist problematisch, weil hierbei Wissen über andere Konzepte verloren gehen kann.

Im Beispiel: Wird der „letzte“ Mitarbeiter einer Abteilung gelöscht, so verschwindet auch das Wissen über die Abteilung.

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

## Ziel II: Vermeidung von (Update-)Anomalien

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr
Smith	1234	Weimar	5	Forschung	3334
Wong	3334	Köln	5	Forschung	3334
Zelaya	9998	Erfurt	4	Verwaltung	9876
Wallace	9876	Berlin	4	Verwaltung	9876

Modifizierungs- bzw. Modify-Anomalie:

Die Änderung eines Attributes muss in allen Tupeln, die den gleichen Attributwert haben, nachvollzogen werden. Ansonsten wird die Datenbank inkonsistent.

Im Beispiel: Änderung des Abteilungsnamens oder der Chefpersonalnummer.

## Bemerkungen:

- ❑ Bzgl. der Konsistenzerhaltung müssen Modifizierungsanomalien nicht kritisch sein, weil durch die Verwendung von Triggern, Stored-Procedures oder durch ein einziges SQL-Statement alle Korrekturen erfassbar sind. Performanzeinbußen und das Problem des erhöhten Speicherbedarfs bleiben jedoch.
- ❑ Umgekehrt kann es aus Performanzgründen in manchen Situationen sinnvoll sein, Anomalien in Kauf zu nehmen und *mehrere* Entity-Typen innerhalb *einer* Relation zu modellieren.  
Beispiel: Eine Anwendung hat extrem viele Anfragen, in denen immer wieder die gleichen Entity-Typen vorkommen. Stichwort: Denormalisierung  
Einige professionelle Datenbanksysteme erkennen solche Situationen und richten automatisch – ausgehend von Views – verbundene Relationen ein, um die Anzahl der Join-Operationen klein zu halten.
- ❑ In [Kemper/Eickler 2011] werden Modifizierungsanomalien als Update-Anomalien bezeichnet.



# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

## Ziel III: Möglichst wenig Nullwerte [Nullwerte in SQL]

Nullwerte sind aus folgenden Gründen kritisch:

### 1. Speicherplatz

Attribute, die nur für sehr wenige Tupel einen Wert besitzen, sollten in einem eigenen Schema untergebracht werden.

### 2. Interpretation

Die Semantik von Nullwerten ist nicht eindeutig – u.a.:

- ❑ Wert unbekannt (aber könnte irgendwann bekannt sein)
- ❑ Wert bekannt, soll aber nicht gespeichert werden
- ❑ Wert existiert nicht für das Attribut (und wird auch nie existieren)

### 3. Verrechnung

Nullwerte verhindern die sinnvolle Verrechnung von Attributen bei der Verwendung von Aggregatfunktionen wie `count`, `max` etc.

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

## Ziel IV: Verhinderung der Erzeugung falscher Tupel

MitarbeiterProjekt					
<u>PersNr</u>	<u>ProjektNr</u>	Stunden	Name	ProjektName	ProjektOrt
1234	1	32.5	Smith	Produkt-X	Bellaire
1234	2	7.5	Smith	Produkt-Y	Sugarland
3334	2	10.0	Wong	Produkt-Y	Sugarland
3334	3	10.0	Wong	Produkt-Z	Houston
3334	10	10.0	Wong	Vernetzung	Stafford
3334	20	10.0	Wong	Neuorganisation	Houston

Nach entsprechender Projektion:

MitarbeiterEinsatzOrte	
Name	ProjektOrt
Smith	Bellaire
Smith	Sugarland
Wong	Sugarland
Wong	Houston
Wong	Stafford

MitarbeiterProjekt2				
<u>PersNr</u>	<u>ProjektNr</u>	Stunden	ProjektName	ProjektOrt
1234	1	32.5	Produkt-X	Bellaire
1234	2	7.5	Produkt-Y	Sugarland
3334	2	10.0	Produkt-Y	Sugarland
3334	3	10.0	Produkt-Z	Houston
3334	10	10.0	Vernetzung	Stafford
3334	20	10.0	Neuorganisation	Houston

# Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata

## Ziel IV: Verhinderung der Erzeugung falscher Tupel (Fortsetzung)

... und anschließendem Join:

MitarbeiterEinsatzOrte			MitarbeiterProjekt2				
Name	ProjektOrt		PersNr	ProjektNr	Stunden	ProjektName	ProjektOrt
Smith	Bellaire		1234	1	32.5	Produkt-X	Bellaire
Smith	Sugarland		1234	2	7.5	Produkt-Y	Sugarland
Wong	Sugarland		3334	2	10.0	Produkt-Y	Sugarland
Wong	Houston		3334	3	10.0	Produkt-Z	Houston
Wong	Stafford		3334	10	10.0	Vernetzung	Stafford
			3334	20	10.0	Neuorganisation	Houston

			PersNr	ProjektNr	Stunden	Name	ProjektName	ProjektOrt	
			1234	1	32.5	Smith	Produkt-X	Bellaire	
			1234	2	7.5	Smith	Produkt-Y	Sugarland	
			1234	2	7.5	Wong	Produkt-Y	Sugarland	★
			3334	2	10.0	Smith	Produkt-Y	Sugarland	★
			3334	2	10.0	Wong	Produkt-Y	Sugarland	
			3334	3	10.0	Wong	Produkt-Z	Houston	
			3334	10	10.0	Wong	Vernetzung	Stafford	
			3334	20	10.0	Wong	Neuorganisation	Houston	

## Bemerkungen:

- ❑ Die Zerlegung der Relation „MitarbeiterProjekt“ in „MitarbeiterEinsatzOrte“ und „MitarbeiterProjekt2“ ist nicht sinnvoll, da mittels des natürlichen Verbundes die Originalrelation nicht mehr hergestellt werden kann: es entstehen falsche (*spurious*) Tupel, hier mit  $\star$  gekennzeichnet.
- ❑ Im Beispiel ist das Join-Attribut „ProjektOrt“. Wäre das Join-Attribut in mindestens einer der beiden Relationen ein Schlüssel, entstünden keine falschen Tupel. Warum nicht?

# Funktionale Abhängigkeiten

## Definition 1 (funktionale Abhängigkeit, FD)

Gegeben sei ein Relationenschema  $\mathcal{R}$ . Weiterhin seien  $\alpha, \beta$  Mengen von Attributen mit  $\alpha \subseteq \mathcal{R}$  und  $\beta \subseteq \mathcal{R}$ . Eine funktionale Abhängigkeit (*Functional Dependency*, FD)

$$\alpha \rightarrow \beta$$

liegt vor, wenn die möglichen gültigen Ausprägungen  $r(\mathcal{R})$  von  $\mathcal{R}$  folgende Bedingung erfüllen:

$$\forall t_1, t_2 \in r : t_1(\alpha) = t_2(\alpha) \text{ impliziert } t_1(\beta) = t_2(\beta)$$

# Funktionale Abhängigkeiten

## Definition 1 (funktionale Abhängigkeit, FD)

Gegeben sei ein Relationenschema  $\mathcal{R}$ . Weiterhin seien  $\alpha, \beta$  Mengen von Attributen mit  $\alpha \subseteq \mathcal{R}$  und  $\beta \subseteq \mathcal{R}$ . Eine funktionale Abhängigkeit (*Functional Dependency*, FD)

$$\alpha \rightarrow \beta$$

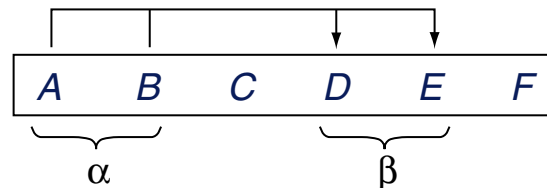
liegt vor, wenn die möglichen gültigen Ausprägungen  $r(\mathcal{R})$  von  $\mathcal{R}$  folgende Bedingung erfüllen:

$$\forall t_1, t_2 \in r : t_1(\alpha) = t_2(\alpha) \text{ impliziert } t_1(\beta) = t_2(\beta)$$

Sprechweisen:

- ❑ die  $\alpha$ -Werte bestimmen die  $\beta$ -Werte funktional
- ❑ die  $\beta$ -Werte sind funktional abhängig von den  $\alpha$ -Werten
- ❑ Relation  $r$  erfüllt die funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$
- ❑ Relation  $r$  genügt der funktionalen Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$

Grafische Darstellung:



## Bemerkungen:

- ❑ Funktionale Abhängigkeiten stellen eine semantische Konsistenzbedingung dar, die sich aus einem *sachlogischen Verständnis* der Anwendung – und nicht aus einer aktuellen Relationenausprägung ergeben.

Somit sind funktionale Abhängigkeiten Eigenschaften von Relationenschemata und können nicht automatisch von der Ausprägung eines Schemas (= Relation) abgeleitet werden:

Die Konsistenz von Ausprägung und Schema ist notwendig, aber nicht hinreichend für eine funktionale Abhängigkeit.

- ❑ Konventionen zur Syntax in der Datenbankliteratur:
  - große lateinische Buchstaben,  $A, B, C, \dots$ , bezeichnen Attribute
  - kleine griechische Buchstaben,  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ , bezeichnen Attributmengen
  - $AB \rightarrow C$  steht für  $\{A, B\} \rightarrow \{C\}$
  - $\alpha\beta$  steht für  $\alpha \cup \beta$

# Funktionale Abhängigkeiten

Beispiel:

	$\mathcal{R}$			
	$A$	$B$	$C$	$D$
$t_1$	$a_4$	$b_2$	$c_4$	$d_3$
$t_2$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$
$t_3$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_2$
$t_4$	$a_2$	$b_2$	$c_3$	$d_2$
$t_5$	$a_3$	$b_2$	$c_4$	$d_3$

Beobachtung:

Die funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$  ist in einer Relation  $r$  erfüllt, falls für jede mögliche Ausprägung  $w$  von  $t(\alpha)$  gilt, dass die Projektion auf  $\beta$  nur *ein* Element enthält. Formal:  $|\pi_\beta(\sigma_{\alpha=w}(r))| = 1$



# Funktionale Abhängigkeiten

Beispiel:

	$\mathcal{R}$			
	$A$	$B$	$C$	$D$
$t_1$	$a_4$	$b_2$	$c_4$	$d_3$
$t_2$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$
$t_3$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_2$
$t_4$	$a_2$	$b_2$	$c_3$	$d_2$
$t_5$	$a_3$	$b_2$	$c_4$	$d_3$

Beobachtung:

Die funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$  ist in einer Relation  $r$  erfüllt, falls für jede mögliche Ausprägung  $w$  von  $t(\alpha)$  gilt, dass die Projektion auf  $\beta$  nur *ein* Element enthält. Formal:  $|\pi_\beta(\sigma_{\alpha=w}(r))| = 1$

Im Beispiel:

$A \rightarrow C$

# Funktionale Abhängigkeiten

Beispiel:

	$\mathcal{R}$			
	$A$	$B$	$C$	$D$
$t_1$	$a_4$	$b_2$	$c_4$	$d_3$
$t_2$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$
$t_3$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_2$
$t_4$	$a_2$	$b_2$	$c_3$	$d_2$
$t_5$	$a_3$	$b_2$	$c_4$	$d_3$

Beobachtung:

Die funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$  ist in einer Relation  $r$  erfüllt, falls für jede mögliche Ausprägung  $w$  von  $t(\alpha)$  gilt, dass die Projektion auf  $\beta$  nur *ein* Element enthält. Formal:  $|\pi_\beta(\sigma_{\alpha=w}(r))| = 1$

Im Beispiel:

$$A \rightarrow C$$

$$t(A) = a_1$$

# Funktionale Abhängigkeiten

Beispiel:

	$\mathcal{R}$			
	$A$	$B$	$C$	$D$
$t_1$	$a_4$	$b_2$	$c_4$	$d_3$
$t_2$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$
$t_3$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_2$
$t_4$	$a_2$	$b_2$	$c_3$	$d_2$
$t_5$	$a_3$	$b_2$	$c_4$	$d_3$

Beobachtung:

Die funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$  ist in einer Relation  $r$  erfüllt, falls für jede mögliche Ausprägung  $w$  von  $t(\alpha)$  gilt, dass die Projektion auf  $\beta$  nur *ein* Element enthält. Formal:  $|\pi_\beta(\sigma_{\alpha=w}(r))| = 1$

Im Beispiel:

$$A \rightarrow C$$

$$t(A) = a_1$$

$$|\pi_C(\sigma_{A=a_1}(r))| = |\{c_1\}| = 1$$

# Funktionale Abhängigkeiten

## Definition 2 (triviale funktionale Abhängigkeiten)

Funktionale Abhängigkeiten, die von jeder Relationenausprägung erfüllt sind, heißen triviale funktionale Abhängigkeiten.

# Funktionale Abhängigkeiten

## Definition 2 (triviale funktionale Abhängigkeiten)

Funktionale Abhängigkeiten, die von jeder Relationenausprägung erfüllt sind, heißen triviale funktionale Abhängigkeiten.

## Definition 3 (voll funktional abhängig)

Gegeben sei ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  mit  $\alpha \subseteq \mathcal{R}$  und  $\beta \subseteq \mathcal{R}$ .  $\beta$  ist voll funktional abhängig von  $\alpha$ , falls gilt:

1.  $\alpha \rightarrow \beta$
2.  $\forall A \in \alpha : (\alpha - \{A\}) \not\rightarrow \beta$ ,  $\alpha$  ist also nicht verkleinerbar.

# Funktionale Abhängigkeiten

## Definition 2 (triviale funktionale Abhängigkeiten)

Funktionale Abhängigkeiten, die von jeder Relationenausprägung erfüllt sind, heißen triviale funktionale Abhängigkeiten.

## Definition 3 (voll funktional abhängig)

Gegeben sei ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  mit  $\alpha \subseteq \mathcal{R}$  und  $\beta \subseteq \mathcal{R}$ .  $\beta$  ist voll funktional abhängig von  $\alpha$ , falls gilt:

1.  $\alpha \rightarrow \beta$
2.  $\forall A \in \alpha : (\alpha - \{A\}) \not\rightarrow \beta$ ,  $\alpha$  ist also nicht verkleinerbar.

## Definition 4 (Superschlüssel, Schlüsselkandidat, Primattribute, Primärschlüssel)

Gegeben sei ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  mit  $\alpha \subseteq \mathcal{R}$ .

- $\alpha$  ist ein Superschlüssel, falls  $\alpha \rightarrow \mathcal{R}$  gilt.
- $\alpha$  ist ein Schlüssel bzw. Schlüsselkandidat von  $\mathcal{R}$ , falls  $\mathcal{R}$  voll funktional abhängig von  $\alpha$  ist. Die Attribute eines Schlüssels heißen Primattribute.
- Ein Primärschlüssel ist ein ausgezeichneteter Schlüsselkandidat.

## Bemerkungen:

- ❑ Man kann zeigen, dass nur funktionale Abhängigkeiten der Art  $\alpha \rightarrow \beta$  mit  $\beta \subseteq \alpha$  trivial sind.
- ❑ Gilt  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\exists A \in \alpha : (\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta$ , so nennt man  $\beta$  auch *partiell abhängig* von  $\alpha$ .
- ❑ Das Konzept der vollen funktionalen Abhängigkeit dient dazu, Schlüssel von Superschlüsseln abzugrenzen.
- ❑ Die Menge aller Attribute einer Relation  $\mathcal{R}$  bildet einen Superschlüssel:  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ .
- ❑ Die Auszeichnung eines Primärschlüssels ist hilfreich, um bei mehreren Fremdschlüsselverweisen immer denselben Schlüssel in der referenzierten Relation zu verwenden.

# Funktionale Abhängigkeiten

## Ableitung funktionaler Abhängigkeiten

Beispiel:

$\mathcal{R}$		
$A$	$B$	$C$
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_1$	$c_1$
$a_3$	$b_2$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$

Beobachtung:

Genügt  $\mathcal{R}$  den funktionalen Abhängigkeiten  $A \rightarrow B$  und  $B \rightarrow C$ , so genügt  $\mathcal{R}$  auch der funktionalen Abhängigkeit  $A \rightarrow C$ . Von  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$  ist  $A \rightarrow C$  ableitbar.



# Funktionale Abhängigkeiten

## Ableitung funktionaler Abhängigkeiten

Beispiel:

$\mathcal{R}$		
$A$	$B$	$C$
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_1$	$c_1$
$a_3$	$b_2$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$

Beobachtung:

Genügt  $\mathcal{R}$  den funktionalen Abhängigkeiten  $A \rightarrow B$  und  $B \rightarrow C$ , so genügt  $\mathcal{R}$  auch der funktionalen Abhängigkeit  $A \rightarrow C$ . Von  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$  ist  $A \rightarrow C$  ableitbar.

### Definition 5 (Hülle einer Menge von FDs)

Sei  $F$  eine Menge funktionaler Abhängigkeiten. Dann bezeichnet  $F^+$  die Hülle von  $F$ . Die Hülle enthält die Menge  $F$  sowie alle funktionalen Abhängigkeiten, die auf der Basis von  $F$  ableitbar sind.

# Funktionale Abhängigkeiten

## Ableitung funktionaler Abhängigkeiten

Sei  $\mathcal{R}$  ein Relationenschema und seien  $\alpha, \beta, \gamma$  und  $\delta$  Teilmengen von  $\mathcal{R}$ .

Armstrong-Inferenzregeln [Armstrong 1974] :

1. Reflexivität. Falls  $\beta \subseteq \alpha$ , dann gilt  $\alpha \rightarrow \beta$ . Insbesondere gilt  $\alpha \rightarrow \alpha$ .
2. *Verstärkung*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta$ , dann gilt  $\alpha\gamma \rightarrow \beta\gamma$ .
3. *Transitivität*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\beta \rightarrow \gamma$ , dann gilt  $\alpha \rightarrow \gamma$ .

# Funktionale Abhängigkeiten

## Ableitung funktionaler Abhängigkeiten

Sei  $\mathcal{R}$  ein Relationenschema und seien  $\alpha, \beta, \gamma$  und  $\delta$  Teilmengen von  $\mathcal{R}$ .

Armstrong-Inferenzregeln [Armstrong 1974] :

1. Reflexivität. Falls  $\beta \subseteq \alpha$ , dann gilt  $\alpha \rightarrow \beta$ . Insbesondere gilt  $\alpha \rightarrow \alpha$ .
2. *Verstärkung*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta$ , dann gilt  $\alpha\gamma \rightarrow \beta\gamma$ .
3. *Transitivität*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\beta \rightarrow \gamma$ , dann gilt  $\alpha \rightarrow \gamma$ .

Zusätzliche Ableitungsregeln:

4. *Vereinigung*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\alpha \rightarrow \gamma$ , dann gilt  $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ .
5. *Dekomposition*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ , dann gilt  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\alpha \rightarrow \gamma$ .
6. *Pseudotransitivität*. Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\beta\gamma \rightarrow \delta$ , dann gilt  $\alpha\gamma \rightarrow \delta$ .

## Bemerkungen:

- ❑ Konvention zur Syntax (Wiederholung):  $\alpha\beta$  steht für  $\alpha \cup \beta$ . Weil es sich um Mengen handelt, ist keine Reihenfolge zwischen den Attributen festgelegt:  $\alpha\beta = \beta\alpha$ .
- ❑ In der Literatur werden die drei Armstrong-Inferenzregeln auch als Armstrong-Axiome bezeichnet. Der Begriff „Axiom“ ist unglücklich verwendet: Axiome sind voraussetzungslose Forderungen, die als wahr angenommen werden (und die zusammen eine Theorie bilden). Tatsächlich entspricht jede Menge von FDs einer Theorie: unter der Annahme ihrer Wahrheit lassen sich hieraus weitere wahre FDs ableiten.
- ❑ Die drei Armstrong-Inferenzregeln sind korrekt (*sound*) und vollständig (*complete*).
  1. Korrektheit. Mit Hilfe der drei Armstrong-Inferenzregeln lassen sich aus einer Menge  $F$  von FDs nur solche FDs ableiten, die von jeder Relationenausprägung erfüllt sind, für die  $F$  erfüllt ist.
  2. Vollständigkeit. Mit Hilfe der drei Armstrong-Inferenzregeln lassen sich alle FDs ableiten, die durch  $F$  impliziert sind (= die auf der Basis von  $F$  ableitbar sind).

Auf den Beweis dieser Eigenschaften wird hier verzichtet.

- ❑ Aufgrund der Vollständigkeit der Armstrong-Inferenzregeln sind die zusätzlichen Ableitungsregeln nicht nötig; mit ihnen lassen sich Ableitungsprozesse jedoch einfacher gestalten.

# Funktionale Abhängigkeiten

## Ableitung funktionaler Abhängigkeiten

Algorithm: AttributeClosure

Input:  $F$ . Menge funktionaler Abhängigkeiten.

$\alpha$ . Menge von Attributen.

Output:  $\alpha_F^+$ . Hülle der Attributmenge  $\alpha$  unter der Menge  $F$ .

1.  $\alpha_F^+ = \alpha$
2. **REPEAT**
3.    $\alpha_{\text{tmp}}^+ = \alpha_F^+$
4.   **FOREACH**  $(\beta \rightarrow \gamma) \in F$  **DO**
5.     **IF**  $\beta \subseteq \alpha_F^+$  **THEN**  $\alpha_F^+ = \alpha_F^+ \cup \gamma$
6.   **ENDDO**
7. **UNTIL**  $(\alpha_F^+ = \alpha_{\text{tmp}}^+)$
8. **RETURN**  $(\alpha_F^+)$

## Bemerkungen:

- ❑ Die Bestimmung von  $F^+$ , also der Menge aller FDs, die aus  $F$  ableitbar sind, erfordert im Allgemeinen exponentiellen Aufwand in der Anzahl  $k$  der verschiedenen Attribute in  $F$ .
- ❑ Oft ist man jedoch nicht an  $F^+$  interessiert, sondern nur an der Menge derjenigen Attribute, die von einer gegebenen Attributmenge  $\alpha$  durch eine Menge  $F$  von FDs funktional bestimmt werden, hier als  $\alpha_F^+$  bezeichnet. Der Algorithmus *AttributeClosure* führt genau diese Berechnung durch.
- ❑ Mit Hilfe des Algorithmus *AttributeClosure*( $F, \kappa$ ) lässt sich überprüfen, ob  $\kappa$  einen Superschlüssel eines Schemas  $\mathcal{R}$  hinsichtlich der FDs  $F$  darstellt. Wie?

# Funktionale Abhängigkeiten

## Äquivalenz von Mengen funktionaler Abhängigkeiten

### Definition 6 (Überdeckung einer Menge von FDs)

Eine Menge funktionaler Abhängigkeiten  $F_1$  überdeckt eine Menge funktionaler Abhängigkeiten  $F_2$ , falls jede FD aus  $F_2$  Element in  $F_1^+$  ist.

### Definition 7 (Äquivalenz zweier Mengen von FDs)

Zwei Mengen  $F_1$  und  $F_2$  funktionaler Abhängigkeiten heißen äquivalent, in Zeichen  $F_1 \equiv F_2$ , falls sie die gleichen Hüllen besitzen, also falls  $F_1^+ = F_2^+$  gilt.

## Bemerkungen:

- ❑ Falls  $F_1$  die Menge  $F_2$  überdeckt, so kann jede FD in  $F_2$  auch mittels  $F_1$  abgeleitet werden.
- ❑  $F_1$  ist äquivalent zu  $F_2$  genau dann, falls  $F_1$  die Menge  $F_2$  überdeckt und falls  $F_2$  die Menge  $F_1$  überdeckt.



# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Konsistenzprüfungen bei Datenbankmodifikationen oder beim Datenbankentwurf erfordern die Überprüfung der spezifizierten funktionalen Abhängigkeiten  $F$ .

→ Hierfür interessiert die kleinstmögliche, zu  $F$  äquivalente Menge an FDs.

# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Konsistenzprüfungen bei Datenbankmodifikationen oder beim Datenbankentwurf erfordern die Überprüfung der spezifizierten funktionalen Abhängigkeiten  $F$ .

→ Hierfür interessiert die kleinstmögliche, zu  $F$  äquivalente Menge an FDs.

### Definition 8 (kanonische Überdeckung [Kemper/Eickler 2011])

Zu einer gegebenen Menge  $F$  von FDs nennt man  $F_c$  eine kanonische Überdeckung, falls folgende Eigenschaften erfüllt sind:

1.  $F_c \equiv F$  bzw.  $F_c^+ = F^+$

2. Alle FDs  $\alpha \rightarrow \beta$  in  $F_c$  sind linksreduziert

(a)  $\forall A \in \alpha : (F_c - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta\} \neq F_c$

# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Konsistenzprüfungen bei Datenbankmodifikationen oder beim Datenbankentwurf erfordern die Überprüfung der spezifizierten funktionalen Abhängigkeiten  $F$ .

→ Hierfür interessiert die kleinstmögliche, zu  $F$  äquivalente Menge an FDs.

### Definition 8 (kanonische Überdeckung [Kemper/Eickler 2011])

Zu einer gegebenen Menge  $F$  von FDs nennt man  $F_c$  eine kanonische Überdeckung, falls folgende Eigenschaften erfüllt sind:

1.  $F_c \equiv F$  bzw.  $F_c^+ = F^+$
2. Alle FDs  $\alpha \rightarrow \beta$  in  $F_c$  sind linksreduziert und rechtsreduziert.
  - (a)  $\forall A \in \alpha : (F_c - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta\} \neq F_c$
  - (b)  $\forall B \in \beta : (F_c - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})\} \neq F_c$

# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Konsistenzprüfungen bei Datenbankmodifikationen oder beim Datenbankentwurf erfordern die Überprüfung der spezifizierten funktionalen Abhängigkeiten  $F$ .

→ Hierfür interessiert die kleinstmögliche, zu  $F$  äquivalente Menge an FDs.

### Definition 8 (kanonische Überdeckung [Kemper/Eickler 2011])

Zu einer gegebenen Menge  $F$  von FDs nennt man  $F_c$  eine kanonische Überdeckung, falls folgende Eigenschaften erfüllt sind:

1.  $F_c \equiv F$  bzw.  $F_c^+ = F^+$
2. Alle FDs  $\alpha \rightarrow \beta$  in  $F_c$  sind linksreduziert und rechtsreduziert.
  - (a)  $\forall A \in \alpha : (F_c - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta\} \neq F_c$
  - (b)  $\forall B \in \beta : (F_c - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{ \alpha \rightarrow (\beta - \{B\}) \} \neq F_c$
3. In  $F_c$  gibt es keine zwei FDs, die die gleiche linke Seite besitzen.

## Bemerkungen:

- Das Konzept der kanonischen Überdeckung macht zwei Mengen von FDs,  $F_1, F_2$ , mit  $F_1 \neq F_2$ , leicht vergleichbar: Haben  $F_1$  und  $F_2$  die gleiche kanonische Überdeckung  $F_c$ , so sind sie äquivalent, in Zeichen  $F_1 \equiv F_2$ .

# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Aus einer gegebenen Menge  $F$  von FDs lässt sich eine kanonische Überdeckung wie folgt bestimmen.

1. **Links**reduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $\beta \subseteq \text{AttributeClosure}(F, \alpha - \{A\})$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta$ .

# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Aus einer gegebenen Menge  $F$  von FDs lässt sich eine kanonische Überdeckung wie folgt bestimmen.

1. Linksreduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $\beta \subseteq \text{AttributeClosure}(F, \alpha - \{A\})$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta$ .
2. Rechtsreduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $B \in \text{AttributeClosure}((F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})\}, \alpha)$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})$ .

# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Aus einer gegebenen Menge  $F$  von FDs lässt sich eine kanonische Überdeckung wie folgt bestimmen.

1. Linksreduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $\beta \subseteq \text{AttributeClosure}(F, \alpha - \{A\})$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta$ .
2. Rechtsreduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $B \in \text{AttributeClosure}((F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})\}, \alpha)$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})$ .
3. Löschen aller FDs der Form  $(\alpha \rightarrow \emptyset) \in F$ .



# Funktionale Abhängigkeiten

## Minimale und kanonische Überdeckungen von FDs

Aus einer gegebenen Menge  $F$  von FDs lässt sich eine kanonische Überdeckung wie folgt bestimmen.

1. Linksreduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $\beta \subseteq \text{AttributeClosure}(F, \alpha - \{A\})$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $(\alpha - \{A\}) \rightarrow \beta$ .
2. Rechtsreduktion für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$ .  
Falls  $B \in \text{AttributeClosure}((F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})\}, \alpha)$ ,  
dann ersetze  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $\alpha \rightarrow (\beta - \{B\})$ .
3. Löschen aller FDs der Form  $(\alpha \rightarrow \emptyset) \in F$ .
4. Anwenden der Vereinigungsregel.  
Ersetze alle Regeln der Form  $\alpha \rightarrow \beta_1, \dots, \alpha \rightarrow \beta_n$  durch  $\alpha \rightarrow \beta_1, \dots, \beta_n$ .

## Bemerkungen:

- ❑ Eine Linksreduktion entspricht einer Verstärkung einer funktionalen Abhängigkeit; eine Rechtsreduktion entspricht einer Abschwächung einer funktionalen Abhängigkeit.
- ❑ In einer kanonischen Überdeckung  $F_c$  einer Menge  $F$  von funktionalen Abhängigkeiten existieren keine funktionalen Abhängigkeiten mehr, die reduziert werden können, ohne dass die Äquivalenz  $F_c \equiv F$  zerstört wird.
- ❑ In bestimmten Fällen (z.B. bei zirkulären oder redundanten Abhängigkeiten) kann es für eine Menge  $F$  von funktionalen Abhängigkeiten verschiedene kanonische Überdeckungen  $F_c$  geben. Die Eindeutigkeit kann jedoch durch eine Festlegung der Bearbeitungsreihenfolge der FDs im Algorithmus einfach hergestellt werden.
- ❑ In [Elmasri/Navathe 2010] wird das Konzept der *minimalen Überdeckung* definiert und zu dessen Bestimmung ein vergleichbarer Algorithmus vorgestellt. Wesentlicher Unterschied zu der Definition von [Kemper/Eickler 2011] ist, dass statt eindeutiger linker Seiten aller FDs gefordert wird, dass die rechten Seiten aller FDs aus nur einem Attribut bestehen.

# Normalformen

Die Normalisierung ist ein formales Werkzeug zur Analyse von Relationenschemata hinsichtlich ihrer funktionalen Abhängigkeiten und Primärschlüssel. Ziele sind:

1. die Minimierung von Redundanzen
2. die Minimierung von Einfüge-, Lösch- und Modifizierungsanomalien

Folgende Normalformen werden zunächst betrachtet:

- ❑ erste Normalform, 1NF
- ❑ zweite Normalform, 2NF
- ❑ dritte Normalform, 3NF
- ❑ Boyce-Codd-Normalform, BCNF

## Bemerkungen:

- ❑ Die Normalform eines Schemas  $\mathcal{R}$  bezieht sich immer auf die höchste Normalform, die  $\mathcal{R}$  einhält.
- ❑ Die Herstellung von einer (hohen) Normalform ist kein hinreichendes Kriterium für ein gutes Datenbankdesign.

# Normalformen

## Erste Normalform

Ein Relationenschema ist in der ersten Normalform (1NF), wenn der Wertebereich (Domäne) eines Attributes nur atomare Werte enthält. Mengenwertige oder relationenwertige Attributdomänen sind nicht zulässig.

Beispielrelation, die nicht in erster Normalform ist:

Abteilung			
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr	AbtOrte
Forschung	5	3334	{Bellaire, Sugarland, Houston}
Verwaltung	4	9876	{Stafford}
Stab	1	8886	{Houston}

# Normalformen

## Erste Normalform

Ein Relationenschema ist in der ersten Normalform (1NF), wenn der Wertebereich (Domäne) eines Attributes nur atomare Werte enthält. Mengenwertige oder relationenwertige Attributdomänen sind nicht zulässig.

Beispielrelation, die nicht in erster Normalform ist:

Abteilung			
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr	AbtOrte
Forschung	5	3334	{Bellaire, Sugarland, Houston}
Verwaltung	4	9876	{Stafford}
Stab	1	8886	{Houston}

~>

Abteilung			
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr	<u>AbtOrt</u>
Forschung	5	3334	Bellaire
Forschung	5	3334	Sugarland
Forschung	5	3334	Houston
Verwaltung	4	9876	Stafford
Stab	1	8886	Houston

[vgl. Möglichkeit 1]

## Bemerkungen:

- ❑ Das NF<sup>2</sup>-Datenmodell erlaubt Mengen und geschachtelte Relationen. NF<sup>2</sup> steht für *Non First (NF) Normal Form* (NF).

# Normalformen

## Erste Normalform

Möglichkeiten zur Herstellung der ersten Normalform:

1. Einführung zusätzlicher Tupel für jeden Wert eines mehrwertigen Attributes.  
Nachteil: es wird Redundanz in die ursprüngliche Relation eingebracht
2. Entfernung des mehrwertigen Attributes aus der ursprünglichen Relation und Erzeugung eines weiteren Schemas zusammen mit dem Primärschlüssel der ursprünglichen Relation.

Im Beispiel:

Abteilung		
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr

Standort	
<u>AbtNr</u>	<u>AbtOrt</u>



# Normalformen

## Erste Normalform

Möglichkeiten zur Herstellung der ersten Normalform:

1. Einführung zusätzlicher Tupel für jeden Wert eines mehrwertigen Attributes.  
Nachteil: es wird Redundanz in die ursprüngliche Relation eingebracht
2. Entfernung des mehrwertigen Attributes aus der ursprünglichen Relation und Erzeugung eines weiteren Schemas zusammen mit dem Primärschlüssel der ursprünglichen Relation.

Im Beispiel:

Abteilung		
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr

Standort	
<u>AbtNr</u>	<u>AbtOrt</u>

3. Falls die Maximalzahl der Werte des mehrwertigen Attributes bekannt sind, Einführung entsprechend vieler atomarer Attribute. Nachteile:
  - ❑ es können viele Nullwerte eingeführt werden
  - ❑ fragwürdige Semantik einer Rangordnung unter diesen Attributen
  - ❑ die Formulierung von Anfragen gestaltet sich schwieriger

# Normalformen

## Zweite Normalform

Formulierung 1:

Sei  $\mathcal{R}$  ein Relationenschema mit FDs  $F$  und den Schlüsselkandidaten  $\kappa_1, \dots, \kappa_k$ .  
 $\mathcal{R}$  ist in zweiter Normalform (2NF), falls jedes Nicht-Schlüsselattribut voll funktional abhängig von jedem Schlüssel  $\kappa_1, \dots, \kappa_k$  ist.

$A$  ist ein Nicht-Schlüsselattribut, falls  $A \in (\mathcal{R} - (\kappa_1 \cup \dots \cup \kappa_k))$ .

# Normalformen

## Zweite Normalform

Formulierung 1:

Sei  $\mathcal{R}$  ein Relationenschema mit FDs  $F$  und den Schlüsselkandidaten  $\kappa_1, \dots, \kappa_k$ .  
 $\mathcal{R}$  ist in zweiter Normalform (2NF), falls jedes Nicht-Schlüsselattribut voll funktional abhängig von jedem Schlüssel  $\kappa_1, \dots, \kappa_k$  ist.

$A$  ist ein Nicht-Schlüsselattribut, falls  $A \in (\mathcal{R} - (\kappa_1 \cup \dots \cup \kappa_k))$ .

Formulierung 2:

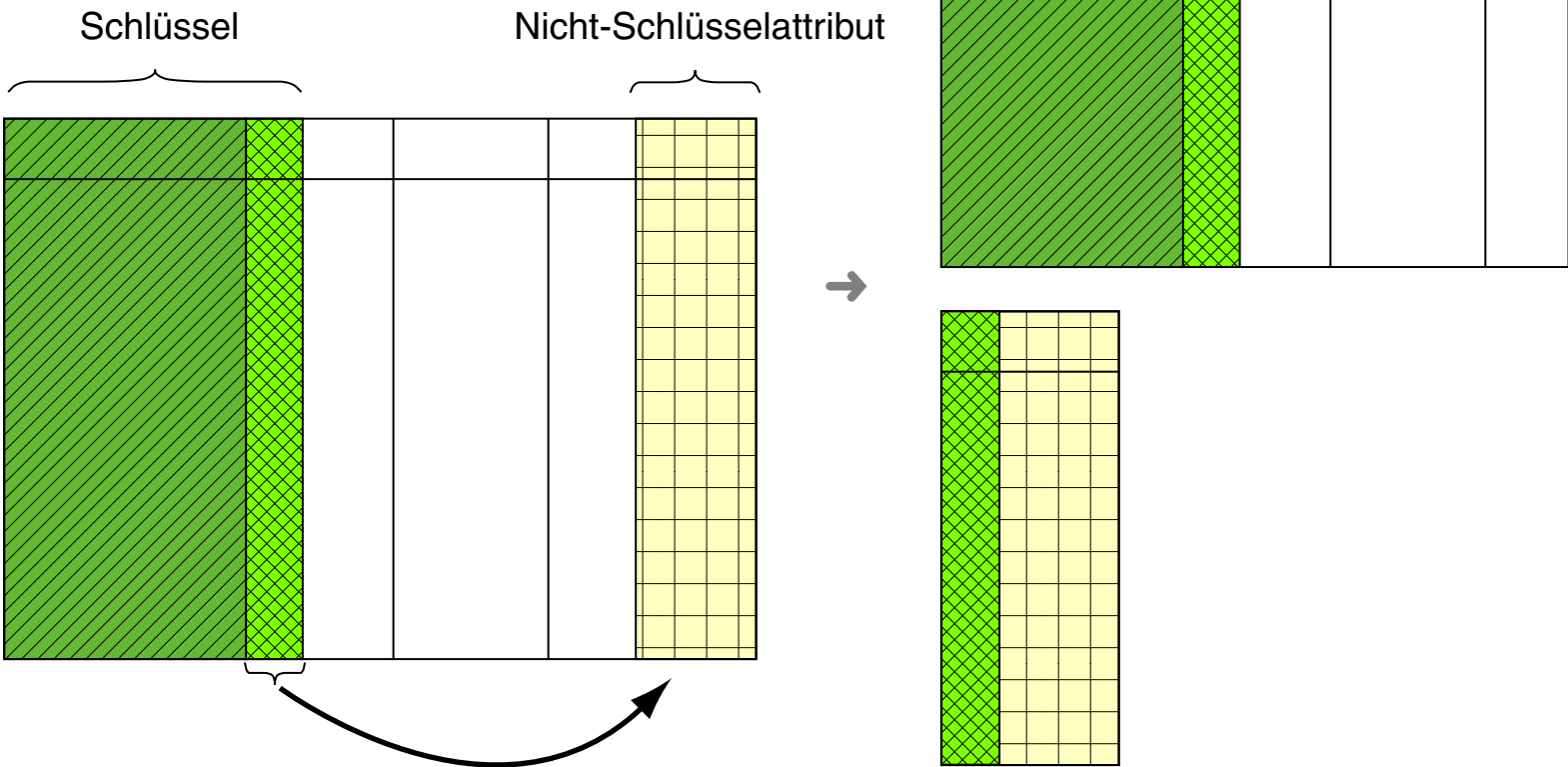
$\mathcal{R}$  ist in zweiter Normalform, falls keine partiellen Abhängigkeiten zwischen einem Schlüssel und Nicht-Schlüsselattributen existieren.

Formal:

$$\neg (\underbrace{\exists \kappa \exists \alpha \exists A : \kappa \in \{\kappa_1, \dots, \kappa_k\} \wedge \alpha \subset \kappa \wedge A \in (\mathcal{R} - (\kappa_1 \cup \dots \cup \kappa_k)) : \alpha \rightarrow A}_{\text{partielle Abhängigkeit}})$$

# Normalformen

## Zweite Normalform



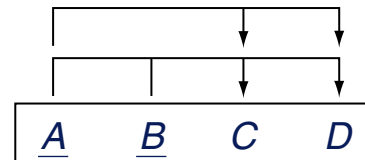
# Normalformen

## Zweite Normalform

Für ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  kann die zweite Normalform durch Zerlegung hergestellt werden: Elimination der rechten Seite der partiellen Abhängigkeit in  $\mathcal{R}$ . Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus den Attributen der partiellen Abhängigkeit.

Beispielrelation, die nicht in zweiter Normalform ist:

Studentenbelegung			
<u>MatrNr</u>	<u>VorlNr</u>	Name	Semester
26120	5001	Fichte	10
27550	5001	Schopenhauer	6
27550	4052	Schopenhauer	6
28106	5041	Carnap	3
28106	5052	Carnap	3
28106	5216	Carnap	3
28106	5259	Carnap	3



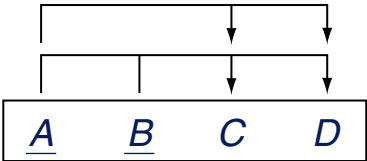
# Normalformen

## Zweite Normalform

Für ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  kann die zweite Normalform durch Zerlegung hergestellt werden: Elimination der rechten Seite der partiellen Abhängigkeit in  $\mathcal{R}$ . Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus den Attributen der partiellen Abhängigkeit.

Beispielrelation, die nicht in zweiter Normalform ist:

Studentenbelegung			
<u>MatrNr</u>	<u>VorlNr</u>	Name	Semester
26120	5001	Fichte	10
27550	5001	Schopenhauer	6
27550	4052	Schopenhauer	6
28106	5041	Carnap	3
28106	5052	Carnap	3
28106	5216	Carnap	3
28106	5259	Carnap	3



↪

hoeren	
<u>MatrNr</u>	<u>VorlNr</u>

Studenten		
<u>MatrNr</u>	Name	Semester

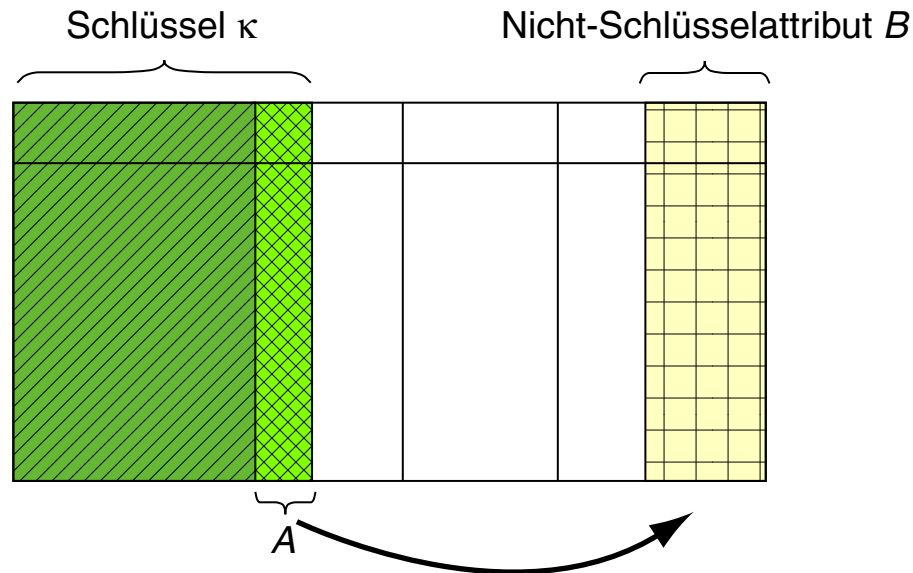
## Bemerkungen:

- ❑ Im Beispiel gibt es neben den Schlüsselabhängigkeiten die FD  $\text{MatrNr} \rightarrow \{\text{Name}, \text{Semester}\}$ . Folgende Anomalien resultieren:
  1. Einfügeanomalie: Was macht man mit Studenten, die noch keine Vorlesung hören?
  2. Modifizierungsanomalie: Wenn Carnap ins vierte Semester kommt, müssen vier Tupel geändert werden.
  3. Löschanomalie: Was passiert, wenn Fichte ihre einzige Vorlesung absagt?  
Beachte, dass bei „VorlNr“ kein Nullwert eingetragen werden kann, weil es sich hierbei um ein Schlüsselattribut handelt. Also muss das Tupel – und mit ihm die Information über Fichte – aus der Relation gelöscht werden.
- ❑ 2NF ist nicht mit NF<sup>2</sup> zu verwechseln.

# Normalformen

## Zweite Normalform

Hängt ein Attribut  $B$  von einem Attribut  $A$  ab, wobei  $A$  Element des Schlüssels  $\kappa$  ist, so ist Redundanz unvermeidbar. Argumentation:



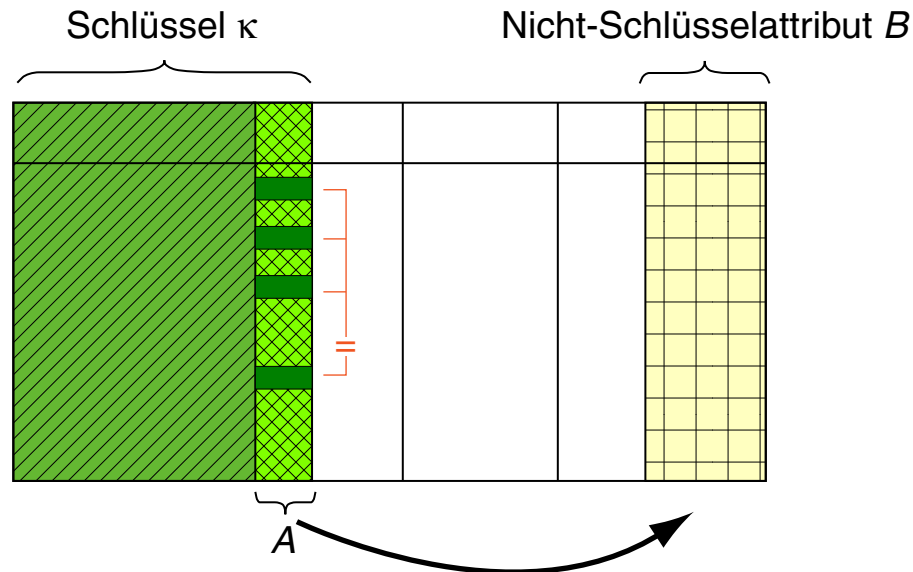


# Normalformen

## Zweite Normalform

Hängt ein Attribut  $B$  von einem Attribut  $A$  ab, wobei  $A$  Element des Schlüssels  $\kappa$  ist, so ist Redundanz unvermeidbar. Argumentation:

- $A$  kann in mehreren Tupeln dieselbe Ausprägung besitzen, da  $A$  sonst Schlüssel wäre; laut Voraussetzung ist aber  $\kappa, \kappa \supset \{A\}$ , Schlüssel.

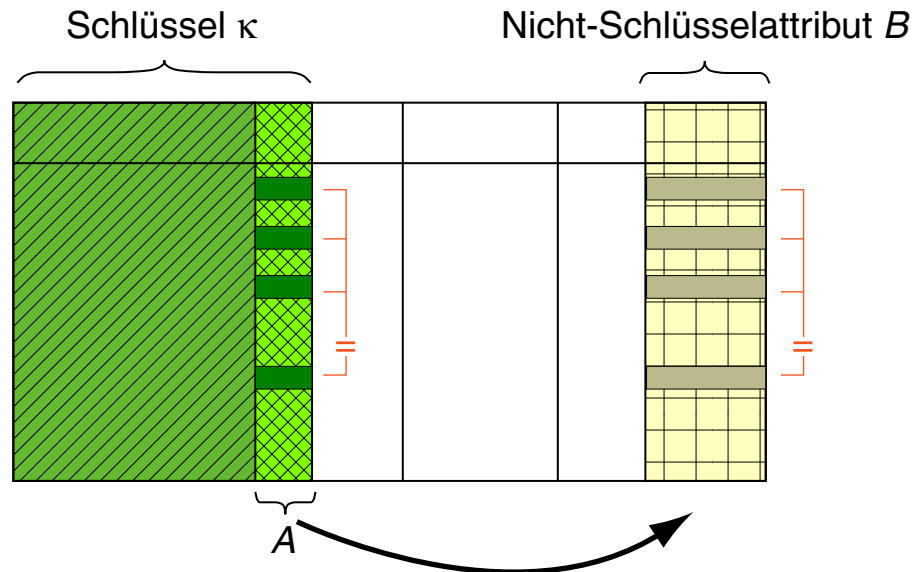


# Normalformen

## Zweite Normalform

Hängt ein Attribut  $B$  von einem Attribut  $A$  ab, wobei  $A$  Element des Schlüssels  $\kappa$  ist, so ist Redundanz unvermeidbar. Argumentation:

- $A$  kann in mehreren Tupeln dieselbe Ausprägung besitzen, da  $A$  sonst Schlüssel wäre; laut Voraussetzung ist aber  $\kappa, \kappa \supset \{A\}$ , Schlüssel.
- Weiterhin gilt  $A \rightarrow B$ , und somit können in der Relation  $r$  Tupel  $t_1, t_2$  mit  $t_1(A, B) = t_2(A, B)$  existieren.



# Normalformen

## Dritte Normalform [Boyce-Codd-Normalform]

Formulierung 1:

Ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  ist in dritter Normalform (3NF), wenn für jede nicht-triviale funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow A$ , die für  $\mathcal{R}$  gilt, mindestens eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

1.  $\alpha$  ist Superschlüssel von  $\mathcal{R}$
2.  $A$  ist ein Primattribut von  $\mathcal{R}$

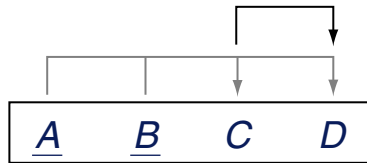
# Normalformen

## Dritte Normalform

Formulierung 2:

$\mathcal{R}$  ist in dritter Normalform, falls  $\mathcal{R}$  in zweiter Normalform ist und keine transitiven Abhängigkeiten zwischen einem Schlüssel und Nicht-Schlüsselattributen existieren.

Eine funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$  ist eine transitive Abhängigkeit, falls es eine Menge  $\gamma$  von Attributen gibt, die **weder Schlüssel noch Teilmenge eines Schlüssels** in  $\mathcal{R}$  ist, und für die  $\alpha \rightarrow \gamma$  und  $\gamma \rightarrow \beta$  gilt.



$$\alpha = \{A, B\}, \gamma = \{C\}, \beta = \{D\}$$

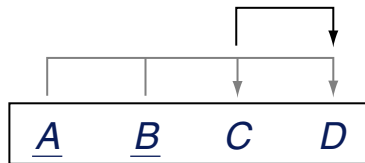
# Normalformen

## Dritte Normalform

### Formulierung 2:

$\mathcal{R}$  ist in dritter Normalform, falls  $\mathcal{R}$  in zweiter Normalform ist und keine transitiven Abhängigkeiten zwischen einem Schlüssel und Nicht-Schlüsselattributen existieren.

Eine funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow \beta$  ist eine transitive Abhängigkeit, falls es eine Menge  $\gamma$  von Attributen gibt, die **weder Schlüssel noch Teilmenge eines Schlüssels** in  $\mathcal{R}$  ist, und für die  $\alpha \rightarrow \gamma$  und  $\gamma \rightarrow \beta$  gilt.



$$\alpha = \{A, B\}, \gamma = \{C\}, \beta = \{D\}$$

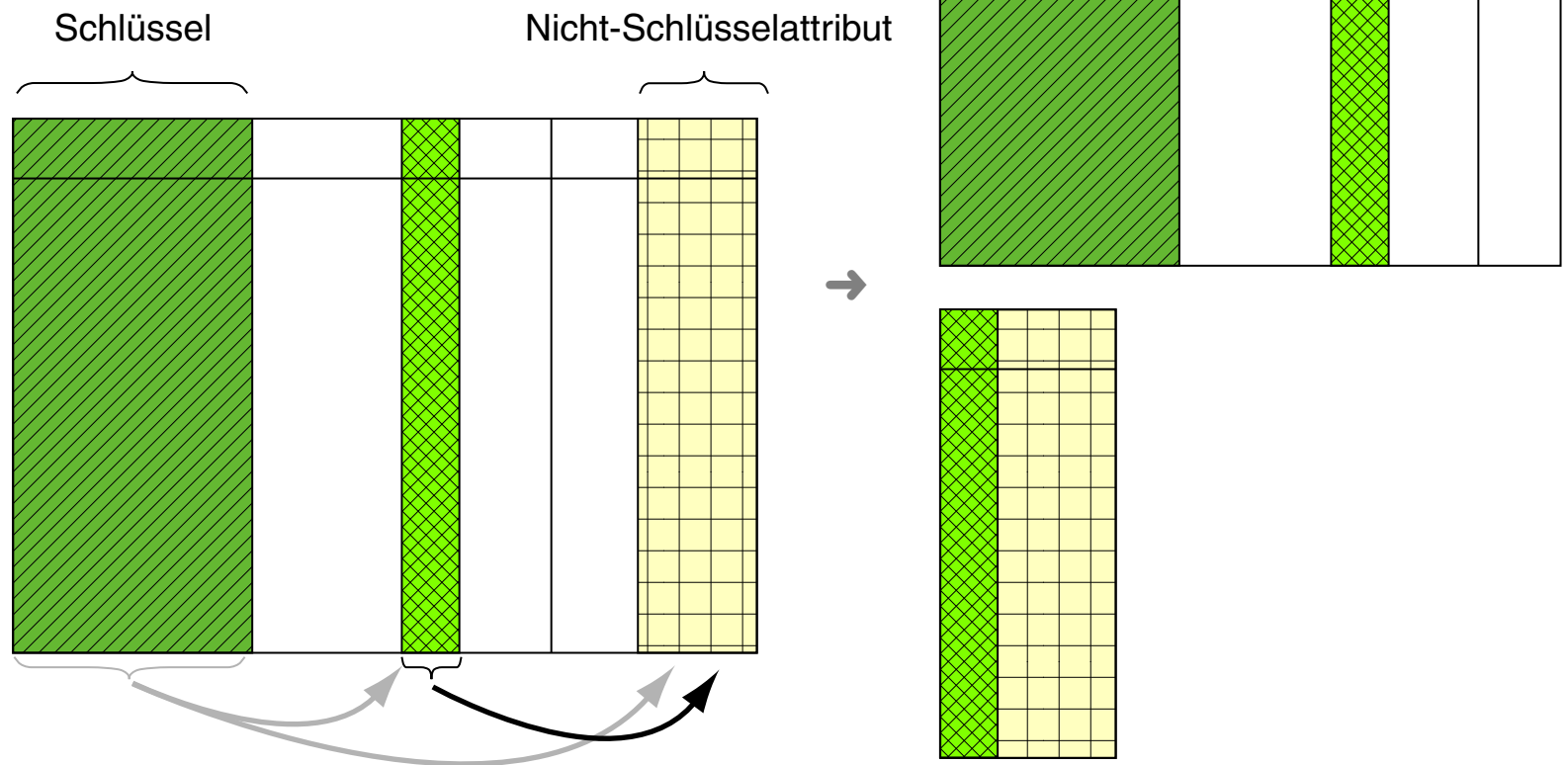
### Formulierung 3:

$\mathcal{R}$  ist in dritter Normalform, falls  $\mathcal{R}$  in zweiter Normalform ist und kein Nicht-Schlüsselattribut funktional von einer Menge anderer Nicht-Schlüsselattribute abhängt.

Vergleiche Formulierung 2:  $\beta$  hängt funktional von  $\gamma$  ab.

# Normalformen

## Dritte Normalform [Boyce-Codd-Normalform]



# Normalformen

## Dritte Normalform

Für ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  kann die dritte Normalform durch Zerlegung hergestellt werden: Elimination der transitiv abhängigen Attributmenge in  $\mathcal{R}$ . Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus der zwischengeschalteten Attributmenge und der transitiv abhängigen Attributmenge.

Beispielrelation, die nicht in dritter Normalform ist:

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr
Smith	1234	Weimar	5	Forschung	3334
Wong	3334	Köln	5	Forschung	3334
Zelaya	9998	Erfurt	4	Verwaltung	9876
Wallace	9876	Berlin	4	Verwaltung	9876

```
graph LR; A --> B; A --> C; A --> D; A --> E; A --> F; D --> E; E --> F;
```

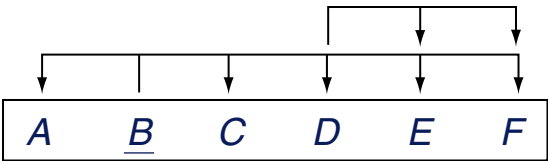
# Normalformen

## Dritte Normalform

Für ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  kann die dritte Normalform durch Zerlegung hergestellt werden: Elimination der transitiv abhängigen Attributmenge in  $\mathcal{R}$ . Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus der zwischengeschalteten Attributmenge und der transitiv abhängigen Attributmenge.

Beispielrelation, die nicht in dritter Normalform ist:

MitarbeiterAbteilung					
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr	AbtName	ChefPersNr
Smith	1234	Weimar	5	Forschung	3334
Wong	3334	Köln	5	Forschung	3334
Zelaya	9998	Erfurt	4	Verwaltung	9876
Wallace	9876	Berlin	4	Verwaltung	9876



↪

Mitarbeiter			
Name	<u>PersNr</u>	Wohnort	AbtNr

Abteilung		
AbtName	<u>AbtNr</u>	ChefPersNr



## Bemerkungen:

- ❑ Im Beispiel gibt es neben den Schlüsselabhängigkeiten  $\text{PersNr} \rightarrow \mathcal{R}$  die FD  $\text{AbtNr} \rightarrow \{\text{AbtName}, \text{ChefPersNr}\}$ . „AbtName“ und „ChefPersNr“ hängen deshalb transitiv von „PersNr“ ab – mit der Folge, dass der Abteilungsname und die Chefpersonalnummer redundant gespeichert sind.
- ❑ Beachte, dass die Formulierungen 2 und 3 der dritten Normalform die Überprüfung erfordern, ob das Relationenschema  $\mathcal{R}$  die Bedingungen der zweiten Normalform erfüllt.
- ❑ Die dritte Normalform wird verletzt, wenn ein Nicht-Schlüsselattribut einen Fakt zu einer Attributmenge darstellt, die keinen Schlüssel bildet. [Kent 1983]
  - In der Formulierung 2 der dritten Normalform stellt  $\beta$  einen Fakt zu  $\gamma$  dar.
  - Im Beispiel stellen „Abteilungsname“ und „Chefpersonalnummer“ Fakten zur „Abteilungsnummer“ dar.

# Normalformen

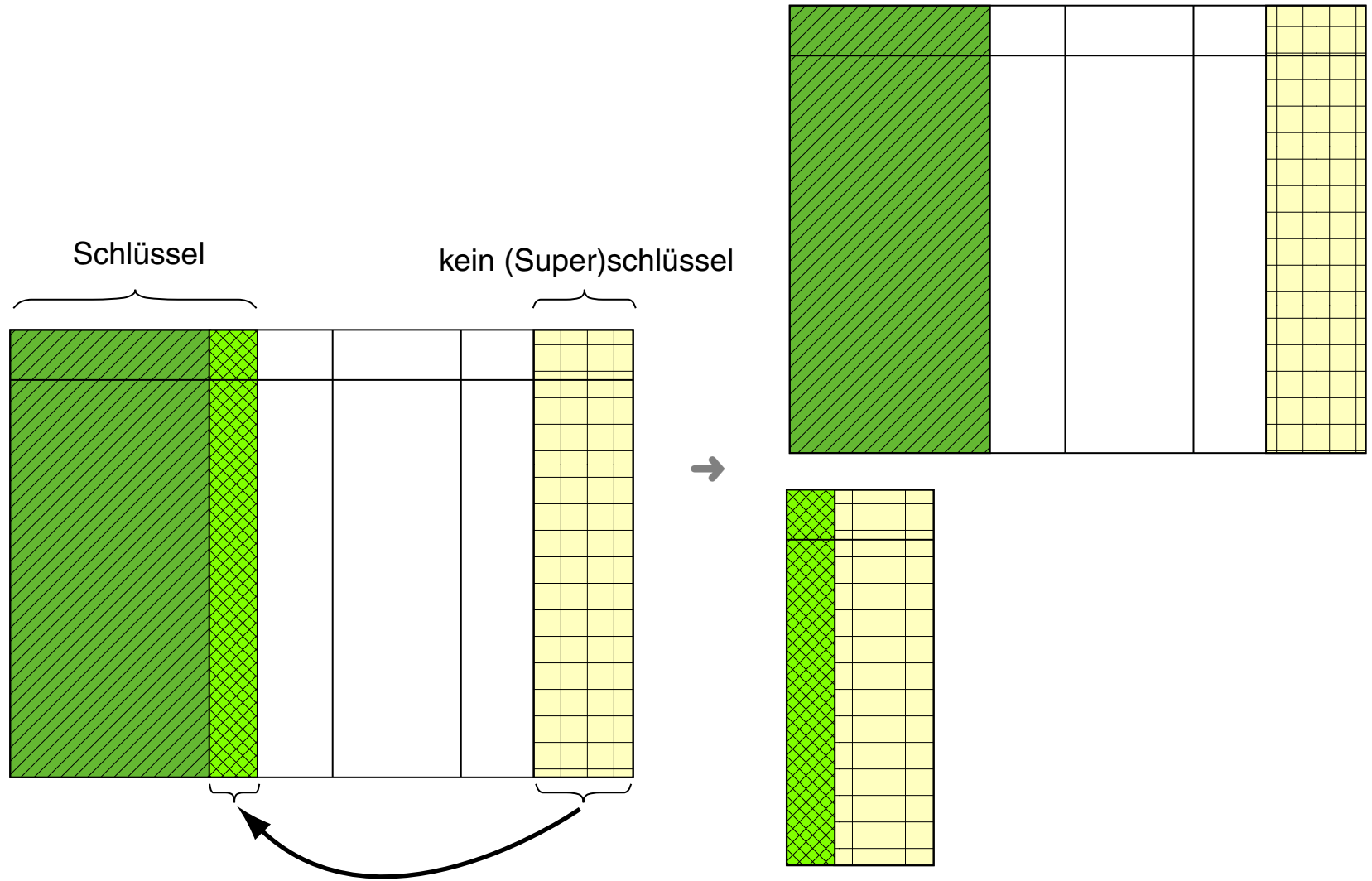
## Boyce-Codd-Normalform [dritte Normalform [1](#) [2](#)]

Ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  ist in Boyce-Codd-Normalform (BCNF), wenn für jede nicht-triviale funktionale Abhängigkeit  $\alpha \rightarrow A$ , die für  $\mathcal{R}$  gilt, folgende Bedingung erfüllt ist:

- $\alpha$  ist Superschlüssel von  $\mathcal{R}$ .

# Normalformen

## Boyce-Codd-Normalform [dritte Normalform]



# Normalformen

## Boyce-Codd-Normalform

Für ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  kann die Boyce-Codd-Normalform durch Zerlegung hergestellt werden: Elimination der abhängigen Attributmenge in  $\mathcal{R}$ . Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus den Attributen der funktionalen Abhängigkeit.

Beispielrelation, die nicht in BCNF ist:

Grundstuecke				
<u>SteuerNr</u> $A$	Landkreis $B$	GrundstNr $C$	GrundstGroesse $D$	

FDs:  $A \rightarrow BCD$  ( $A$  ist Superschlüssel)  
 $BC \rightarrow AD$  ( $BC$  ist Superschlüssel)  
 $D \rightarrow B$  ( $D$  ist kein Superschlüssel  $\leadsto D \rightarrow B$  unerwünschte FD)

# Normalformen

## Boyce-Codd-Normalform

Für ein Relationenschema  $\mathcal{R}$  kann die Boyce-Codd-Normalform durch Zerlegung hergestellt werden: Elimination der abhängigen Attributmenge in  $\mathcal{R}$ . Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus den Attributen der funktionalen Abhängigkeit.

Beispielrelation, die nicht in BCNF ist:

Grundstuecke			
<u>SteuerNr</u> $A$	Landkreis $B$	GrundstNr $C$	GrundstGroesse $D$

FDs:  $A \rightarrow BCD$  ( $A$  ist Superschlüssel)  
 $BC \rightarrow AD$  ( $BC$  ist Superschlüssel)  
 $D \rightarrow B$  ( $D$  ist kein Superschlüssel  $\leadsto D \rightarrow B$  unerwünschte FD)

$\leadsto$

Grundstuecke1		
<u>SteuerNr</u> $A$	GrundstNr $C$	GrundstGroesse $D$

Grundstuecke2	
Landkreis $B$	<u>GrundstGroesse</u> $D$

FDs:  $A \rightarrow \cancel{BCD}$  ( $A$  ist Superschlüssel)  
 $\cancel{B} \cancel{C} \not\rightarrow \cancel{A} \cancel{D}$  (verlorene FD)  
 $D \rightarrow B$  ( $D$  ist Superschlüssel)

## Bemerkungen:

- ❑ Im Beispiel gibt es die beiden Schlüssel  $\{\text{SteuerNr}\}$  und  $\{\text{Landkreis}, \text{GrundstNr}\}$  und die FD  $\text{GrundstGroesse} \rightarrow \text{Landkreis}$ .

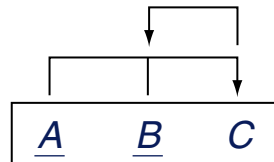
Die Relation „Grundstuecke“ ist nicht in BCNF: „GrundstGroesse“ ist kein Superschlüssel bzw. „Landkreis“ ist transitiv abhängig von „SteuerNr“ ( $A \rightarrow BCD \wedge D \rightarrow B$ ).

Bei der Zerlegung in die Schemata „Grundstuecke1“ und „Grundstuecke2“ geht die FD  $\{\text{Landkreis}, \text{GrundstNr}\} \rightarrow \{\text{SteuerNr}, \text{GrundstGroesse}\}$  ( $BC \rightarrow AD$ ) verloren.

- ❑ Die Definition der Boyce-Codd-Normalform ist eine Vereinfachung der Definition der dritten Normalform, stellt aber eine strengere Forderung dar. D.h., ein Relationenschema in BCNF ist gleichzeitig in 3NF, aber nicht jedes Relationenschema in 3NF ist auch in BCNF:

$$\text{BCNF} \Rightarrow \text{3NF}$$

- ❑ Stellt man die BCNF für ein Relationenschema her, das in der dritten Normalform aber nicht in BCNF ist, so gehen zwangsläufig Abhängigkeiten verloren, weil die linke Seite von mindestens einer FD zerschnitten wird. Kleinstes Relationenschema, das in der dritten Normalform aber nicht in BCNF ist:



- ❑ BCNF in a nutshell: “Each field must represent a fact about the key, the whole key and nothing but the key.” [Kent 1983]

# Normalformen

## Minimalität

Normalformen vermeiden Redundanz *innerhalb* einer Relation  $\mathcal{R}$ .

Redundanz kann aber auch global in einem Datenbankschema  $\mathcal{R} = \{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_p\}$  entstehen, obwohl alle Relationenschemata  $\mathcal{R}_i$  eine hohe Normalform erfüllen.

Beispiel:

(a)  $\mathcal{R}_1 = \{\{\underline{A}, B\}, \{\underline{B}, C\}\}$

(b)  $\mathcal{R}_2 = \{\{\underline{A}, B\}, \{\underline{B}, C\}, \{\underline{A}, C\}\}$

Die Relationen in  $\mathcal{R}_1$  und  $\mathcal{R}_2$  sind jeweils in BCNF. Die Redundanz in  $\mathcal{R}_2$  kann jedoch zu Inkonsistenzen durch Update-Anomalien führen.

# Normalformen

## Minimalität (Fortsetzung)

Die Forderung nach Minimalität bedeutet, dass von einer Menge von alternativen Datenbankschemata  $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_p$ , deren Relationen in der gewünschten Normalform sind, dasjenige Schema  $\mathcal{R}^*$  gewählt wird, für das gilt:

$$|\mathcal{R}^*| \leq |\mathcal{R}_i|, \quad i = 1, \dots, p$$