Kapitel DB:VI (Fortsetzung)

VI. Entwurfstheorie relationaler Datenbanken

- Informelle Entwurfskriterien für Relationenschemata
- Funktionale Abhängigkeiten
- Normalformen
- Dekompositionseigenschaften von Relationen
- Relationale Dekomposition
- Relationale Synthese
- Mehrwertige Abhängigkeiten

Dekompositionseigenschaften von Relationen

Herangehensweisen zum Datenbankentwurf

Top-Down:

1. Anforderungsanalyse
2. Erstellung eines konzeptuellen Schemas/Modells in einem „High-Level-Modell“, zum Beispiel im EER-Modell.
3. Abbildung des konzeptuellen Modells auf eine Menge von Relationen.
4. Verfeinerung des relationalen Modells.

Bottom-Up:

1. Festlegung einer Menge funktionaler Abhängigkeiten
2. Synthetisierung von Relationenschemata, für die bestimmte formale Eigenschaften garantiert werden können.

Bemerkungen:

- Die Top-Down-Herangehensweise wird auch als “Design by Analysis” bezeichnet.
- Die Bottom-Up-Herangehensweise wird auch als “Design by Synthesis” bezeichnet.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

Unterscheidung des formalen Instrumentariums

1. Eigenschaften einzelner Relationen – insbesondere:
   (a) Einhaltung einer bestimmten Normalform

2. Dekompositionseigenschaften – insbesondere:
   (a) Abhängigkeitserhaltung *(Dependency Preservation)*
   (b) verlustlose Zerlegung bzw. Verlustlosigkeit *(Lossless Join Property)*

Bemerkungen:

- Die Theorie der Normalformen ist im Zusammenhang mit beiden Herangehensweisen zum Datenbankentwurf (Top-Down, Bottom-Up) nützlich.
- Wiederholung: Die Herstellung einer (hohen) Normalform ist kein hinreichendes Kriterium für ein gutes Datenbankdesign.
- In [Heuer/Saake 2018] werden
  - die Dekompositionseigenschaften als Transformationseigenschaften,
  - die Abhängigkeitserhaltung als Abhängigkeitstreue und
  - die verlustlose Zerlegung als Verbundtreue bezeichnet.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

Universalrelation und Dekomposition

Definition 9 (Universalrelation)

Die Universalrelation – genauer: das Universalrelationen*schema* – zu einer Datenbank entsteht durch Zusammenfassung aller in der Datenbank vorhandenen Attribute in einem einzigen relationalen Schema $\mathcal{R}$.

Definition 10 (Dekomposition eines Relationenschemas)

Sei $\mathcal{R}$ ein Relationenschema. Die Aufteilung von $\mathcal{R}$ in eine Menge $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ von Relationenschemata heißt Dekomposition oder Zerlegung von $\mathcal{R}$.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

Universalrelation und Dekomposition

Definition 9 (Universalrelation)

Die Universalrelation – genauer: das Universalrelationen*schema* – zu einer Datenbank entsteht durch Zusammenfassung aller in der Datenbank vorhandenen Attribute in einem einzigen relationalen Schema $\mathcal{R}$.

Definition 10 (Dekomposition eines Relationenschemas)

Sei $\mathcal{R}$ ein Relationenschema. Die Aufteilung von $\mathcal{R}$ in eine Menge $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ von Relationenschemata heißt Dekomposition oder Zerlegung von $\mathcal{R}$.

Attributerhaltung:

Die Eigenschaft der Attributerhaltung einer Dekomposition $\boldsymbol{\mathcal{R}}$ von $\mathcal{R}$ fordert, dass jedes Attribut von $\mathcal{R}$ in mindestens einem Relationenschema $\mathcal{R}_i$, $\mathcal{R}_i \in \boldsymbol{\mathcal{R}}$, auftaucht:

$$\bigcup_{i=1}^{m} \mathcal{R}_i = \mathcal{R}$$

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung

Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m$ sollte so sein, dass die Überprüfung jeder FD $(\alpha \to \beta) \in F$ *lokal* auf den $\mathcal{R}_i$ erfolgen kann. Man muss also keinen Join durchführen, um – auf der dann verbundenen Relation – die Abhängigkeiten prüfen zu können.

Das heißt, jede FD $(\alpha \to \beta) \in F$

- kommt entweder direkt in einem $\mathcal{R}_i$ vor oder
- kann mit Hilfe der Inferenzregeln abgeleitet werden.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung

Definition 11 (Einschränkung von FDs, Abhängigkeitserhaltung)

Sei $\mathcal{R}$ ein Relationenschema mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F und sei $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}$.

Die Einschränkung von F auf $\mathcal{R}_i$, in Zeichen: $F_{\mathcal{R}_i}$, ist die Menge von Abhängigkeiten $(\alpha \to \beta) \in F^+$ für die $(\alpha \cup \beta) \subseteq \mathcal{R}_i$ gilt.

Eine Dekomposition $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ von $\mathcal{R}$ ist abhängigkeitserhaltend hinsichtlich F, wenn gilt:

$$F \equiv F_{\mathcal{R}_1} \cup \ldots \cup F_{\mathcal{R}_m} \quad \text{bzw.} \quad F^+ = (F_{\mathcal{R}_1} \cup \ldots \cup F_{\mathcal{R}_m})^+$$

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung

Definition 11 (Einschränkung von FDs, Abhängigkeitserhaltung)

Sei $\mathcal{R}$ ein Relationenschema mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F und sei $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}$.

Die Einschränkung von F auf $\mathcal{R}_i$, in Zeichen: $F_{\mathcal{R}_i}$, ist die Menge von Abhängigkeiten $(\alpha \to \beta) \in F^+$ für die $(\alpha \cup \beta) \subseteq \mathcal{R}_i$ gilt.

Eine Dekomposition $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ von $\mathcal{R}$ ist abhängigkeitserhaltend hinsichtlich F, wenn gilt:

$$F \equiv F_{\mathcal{R}_1} \cup \ldots \cup F_{\mathcal{R}_m} \quad \text{bzw.} \quad F^+ = (F_{\mathcal{R}_1} \cup \ldots \cup F_{\mathcal{R}_m})^+$$

Bemerkungen:

- Abhängigkeitserhaltung garantiert die effiziente Überprüfung von funktionalen Abhängigkeiten (nach dem Hinzufügen, Löschen oder Ändern von Tupeln), weil die Relationenschemata *unabhängig voneinander* analysiert werden können.
- Eine abhängigkeitserhaltende Dekomposition wird auch *hüllentreue* Dekomposition genannt.
- Abhängigkeitserhaltung erfordert, dass bei der Dekomposition eines Relationenschemas keine linke Seite einer funktionalen Abhängigkeit zerschnitten wird.
- Für ein Relationenschema $\mathcal{R}$ kann immer eine abhängigkeitserhaltende Dekomposition $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ gefunden werden, so dass jedes $\mathcal{R}_i$, $\mathcal{R}_i \in \boldsymbol{\mathcal{R}}$, in 3NF ist.

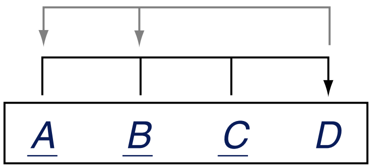
  Es kann nicht immer eine Dekomposition gefunden werden, die alle Abhängigkeiten erhält und bei der jedes $\mathcal{R}_i$ in BCNF ist.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung: Beispiel

PLZverzeichnis			
Ort	BLand	Strasse	PLZ
Frankfurt	Hessen	Goethestrasse	60313
Frankfurt	Hessen	Schillerstrasse	60437
Frankfurt	Brandenburg	Goethestrasse	15234

$\{\text{PLZ}\} \rightarrow \{\text{Ort}, \text{BLand}\}$
$\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\} \rightarrow \{\text{PLZ}\}$



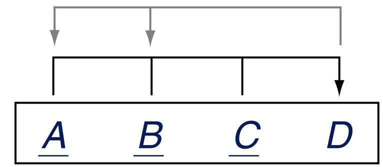
Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung: Beispiel

PLZverzeichnis			
Ort	BLand	Strasse	PLZ
Frankfurt	Hessen	Goethestrasse	60313
Frankfurt	Hessen	Schillerstrasse	60437
Frankfurt	Brandenburg	Goethestrasse	15234

$\{\text{PLZ}\} \to \{\text{Ort}, \text{BLand}\}$

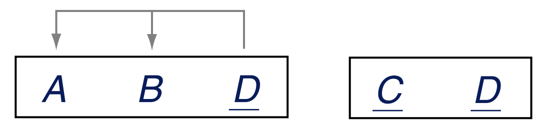
$\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\} \to \{\text{PLZ}\}$



Durch folgende Zerlegung geht die FD $\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\} \to \{\text{PLZ}\}$ verloren:

Orte		
Ort	BLand	PLZ
Frankfurt	Hessen	60313
Frankfurt	Hessen	60437
Frankfurt	Brandenburg	15234

Strassen	
Strasse	PLZ
Goethestrasse	60313
Schillerstrasse	60473
Goethestrasse	15234



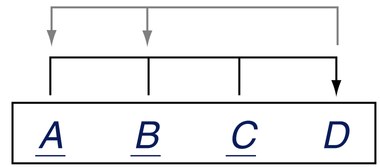
Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung: Beispiel

PLZverzeichnis			
Ort	BLand	Strasse	PLZ
Frankfurt	Hessen	Goethestrasse	60313
Frankfurt	Hessen	Schillerstrasse	60437
Frankfurt	Brandenburg	Goethestrasse	15234

$\{\text{PLZ}\} \rightarrow \{\text{Ort}, \text{BLand}\}$

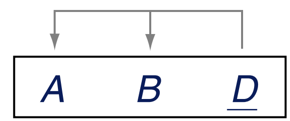
$\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\} \rightarrow \{\text{PLZ}\}$



Durch folgende Zerlegung geht die FD $\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\} \rightarrow \{\text{PLZ}\}$ verloren:

Orte		
Ort	BLand	PLZ
Frankfurt	Hessen	60313
Frankfurt	Hessen	60437
Frankfurt	Brandenburg	15234

Strassen	
Strasse	PLZ
Goethestrasse	60313
Schillerstrasse	60473
Goethestrasse	15234



Lokal konsistentes Update der Relationen:

Orte		
Ort	BLand	PLZ
Frankfurt	Hessen	60313
Frankfurt	Hessen	60437
Frankfurt	Brandenburg	15234
Frankfurt	Brandenburg	15235

Strassen	
Strasse	PLZ
Goethestrasse	60313
Schillerstrasse	60473
Goethestrasse	15234
Goethestrasse	15235

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(a) Abhängigkeitserhaltung: Beispiel (Fortsetzung)

. . . und anschließender Join:

Orte		
Ort	BLand	PLZ
Frankfurt	Hessen	60313
Frankfurt	Hessen	60437
Frankfurt	Brandenburg	15234
Frankfurt	Brandenburg	15235

$\bowtie$

Strassen	
Strasse	PLZ
Goethestrasse	60313
Schillerstrasse	60473
Goethestrasse	15234
Goethestrasse	15235

=

PLZverzeichnis				
Ort	BLand	Strasse	PLZ	
Frankfurt	Hessen	Goethestrasse	60313	
Frankfurt	Hessen	Schillerstrasse	60437	
Frankfurt	Brandenburg	Goethestrasse	15234	*
Frankfurt	Brandenburg	Goethestrasse	15235	*

Bemerkungen:

- Das Schema PLZverzeichnis ist in 3NF, aber nicht in BCNF, denn es existiert die Abhängigkeit $\{\text{PLZ}\} \rightarrow \{\text{Ort}, \text{BLand}\}$ und $\{\text{PLZ}\}$ ist nicht Superschlüssel.
- Durch Elimination der abhängigen Attributmenge $\{\text{Ort}, \text{BLand}\}$ und Erstellung eines weiteren Schemas bestehend aus $\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{PLZ}\}$ wird die BCNF hergestellt.
- Die Zerlegung ist nicht abhängigkeitserhaltend. Die Verletzung der FD $\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\} \rightarrow \{\text{PLZ}\}$ ist erst nach einem Join (Join-Attribut ist „PLZ“) erkennbar. Obwohl $\{\text{Ort}, \text{BLand}, \text{Strasse}\}$ Schlüssel sein sollte, existieren nach einem Join Tupel, die die Schlüsselintegrität verletzen, hier mit »$*$« gekennzeichnet.
- Das Relationenschema „Strassen“ enthält nur noch triviale Abhängigkeiten; der Schlüssel von „Strassen“ besteht deshalb aus der Menge aller Attribute des Schemas.
- Vorgriff: Weil $\{\text{PLZ}\}$ einen Schlüssel in einer der beiden neuen Relationen darstellt, ist die Zerlegung verlustlos.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(b) Verlustlose Zerlegung bzw. Verbundtreue

Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m$ sollte so sein, dass die in einer Ausprägung r des Relationenschemas $\mathcal{R}$ enthaltene Information aus den Ausprägungen $r_1, \ldots, r_m$ der Relationenschemata $\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m$ konstruierbar ist.

Definition 12 (verlustlose Zerlegung)

Sei $\mathcal{R}$ ein Relationenschema mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F. Eine Zerlegung $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ von $\mathcal{R}$ ist verlustlos bzw. verbundtreu hinsichtlich F, wenn für jede Ausprägung r des Relationenschemas $\mathcal{R}$, die F erfüllt, gilt:

$$r = \pi_{\mathcal{R}_1}(r) \bowtie \ldots \bowtie \pi_{\mathcal{R}_m}(r)$$

Bemerkungen:

- Eine Zerlegung ist dann nicht verlustlos, wenn nach dem Join zusätzliche *(spurious)* Tupel entstanden sind. Zusätzliche Tupel bedeuten einen Informationsverlust, weil durch sie eindeutige Zuordnungen verloren gegangen sind.

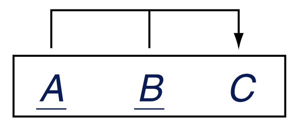
- Oft ist es ausreichend, sich bei der Dekomposition von $\mathcal{R}$ auf den binären Fall zu beschränken. Es gilt nämlich:

  Ist $\{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ eine verlustlose Zerlegung von $\mathcal{R}$ hinsichtlich F und
  ist $\{\mathcal{R}_{i_1}, \ldots, \mathcal{R}_{i_k}\}$ eine verlustlose Zerlegung von $\mathcal{R}_i$ hinsichtlich $F_{\mathcal{R}_i}$,
  so ist auch $\{\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_{i-1},\ \mathcal{R}_{i_1}, \ldots, \mathcal{R}_{i_k},\ \mathcal{R}_{i+1}, \ldots, \mathcal{R}_m\}$ eine verlustlose Zerlegung von $\mathcal{R}$ hinsichtlich F.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(b) Verlustlose Zerlegung: Beispiel [Kemper/Eickler 2015]

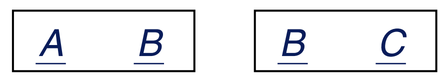
Biertrinker		
Kneipe	Gast	Bier
Kowalski	Kemper	Pils
Kowalski	Eickler	Hefeweizen
Innsteg	Kemper	Hefeweizen



Zerlegung in die Relationenschemata „Besucht“ und „Trinkt“ :

Besucht	
Kneipe	Gast
Kowalski	Kemper
Kowalski	Eickler
Innsteg	Kemper

Trinkt	
Gast	Bier
Kemper	Pils
Eickler	Hefeweizen
Kemper	Hefeweizen

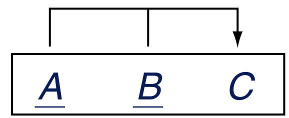


Dekompositionseigenschaften von Relationen

(b) Verlustlose Zerlegung: Beispiel [Kemper/Eickler 2015]

Biertrinker

<u>Kneipe</u>	<u>Gast</u>	Bier
Kowalski	Kemper	Pils
Kowalski	Eickler	Hefeweizen
Innsteg	Kemper	Hefeweizen



Zerlegung in die Relationenschemata „Besucht“ und „Trinkt“ :

Besucht

<u>Kneipe</u>	<u>Gast</u>
Kowalski	Kemper
Kowalski	Eickler
Innsteg	Kemper

Trinkt

<u>Gast</u>	<u>Bier</u>
Kemper	Pils
Eickler	Hefeweizen
Kemper	Hefeweizen

$\underline{A}$ $\underline{B}$ $\underline{B}$ $\underline{C}$

Die Bildung des natürlichen Verbundes zeigt, dass die Assoziation von Biersorten und Gästen relativ zur Kneipe verloren gegangen ist:

Besucht

<u>Kneipe</u>	<u>Gast</u>
Kowalski	Kemper
Kowalski	Eickler
Innsteg	Kemper

$\bowtie$

Trinkt

<u>Gast</u>	<u>Bier</u>
Kemper	Pils
Eickler	Hefeweizen
Kemper	Hefeweizen

$\rightsquigarrow$

Besucht $\bowtie$ Trinkt

<u>Kneipe</u>	<u>Gast</u>	<u>Bier</u>	
Kowalski	Kemper	Pils	
Kowalski	Kemper	Hefeweizen	$\star$
Kowalski	Eickler	Hefeweizen	
Innsteg	Kemper	Pils	$\star$
Innsteg	Kemper	Hefeweizen	

Bemerkungen:

- Mittels des natürlichen Verbundes kann die Originalrelation nicht mehr hergestellt werden: es entstehen falsche (*spurious*) Tupel, hier mit »$\star$« gekennzeichnet.

- Die Existenz von einer der folgenden FDs würde Verlustlosigkeit garantieren: $\{\text{Gast}\} \rightarrow \{\text{Bier}\}$, $\{\text{Gast}\} \rightarrow \{\text{Kneipe}\}$.

  Im Beispiel gilt nur die FD $\{\text{Kneipe}, \text{Gast}\} \rightarrow \{\text{Bier}\}$.

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(b) Verlustlose Zerlegung (Fortsetzung)

Formulierung 1:

Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1$ und $\mathcal{R}_2$ ist verlustlos, wenn mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:

- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \rightarrow \mathcal{R}_1) \in F^+$
- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \rightarrow \mathcal{R}_2) \in F^+$

Dekompositionseigenschaften von Relationen

(b) Verlustlose Zerlegung (Fortsetzung)

Formulierung 1:

Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1$ und $\mathcal{R}_2$ ist verlustlos, wenn mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:

- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \rightarrow \mathcal{R}_1) \in F^+$
- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \rightarrow \mathcal{R}_2) \in F^+$

Formulierung 2:

Sei $\mathcal{R} = \alpha \cup \beta \cup \gamma$, $\mathcal{R}_1 = \alpha \cup \beta$, und $\mathcal{R}_2 = \alpha \cup \gamma$ mit paarweisen disjunkten Attributmengen α, β und γ. Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1$ und $\mathcal{R}_2$ ist verlustlos, wenn mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:

- $\beta \subseteq$ *AttributeClosure*(F, α)
- $\gamma \subseteq$ *AttributeClosure*(F, α)

Bemerkungen:

- Die Attributmenge im Schnitt der beiden Relationenschemata, $\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2$, bestimmt mindestens *eines* der beiden Relationenschemata funktional, ist also (Super-)Schlüssel für eines der beiden Relationenschemata.

  Das macht auch den Zusammenhang zur Verlustlosigkeit klar: Zu jeder Schlüsselausprägung gibt es höchstens *ein* Tupel, und somit besteht keine Möglichkeit, bei einem Join zusätzliche (= falsche) Tupel dazu zu kombinieren.

Relationale Dekomposition

Algorithm: RelDecomposition

Input: $\mathcal{R}$. Universalrelationenschema.
F. Menge funktionaler Abhängigkeiten für $\mathcal{R}$.

Output: $\boldsymbol{\mathcal{R}}$. Verlustlose Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit Schemata in BCNF.

RelDecomposition($\mathcal{R}$)

1. $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}\}$
2. **WHILE** $\exists \mathcal{R}' : (\mathcal{R}' \in \boldsymbol{\mathcal{R}} \ \wedge \ \mathcal{R}'$ `not in BCNF`$)$ **DO**
3. `Find FD` $(\alpha \to \beta) \in F_{\mathcal{R}'}$ `that violates BCNF`
4. `Decompose` $\mathcal{R}'$ `into` $\mathcal{R}'_1 = \mathcal{R}' - \beta$ `and` $\mathcal{R}'_2 = \alpha \cup \beta$
5. $\boldsymbol{\mathcal{R}} = (\boldsymbol{\mathcal{R}} - \{\mathcal{R}'\}) \ \cup \ \{\mathcal{R}'_1, \mathcal{R}'_2\}$
6. **ENDDO**
7. **RETURN**$(\boldsymbol{\mathcal{R}})$

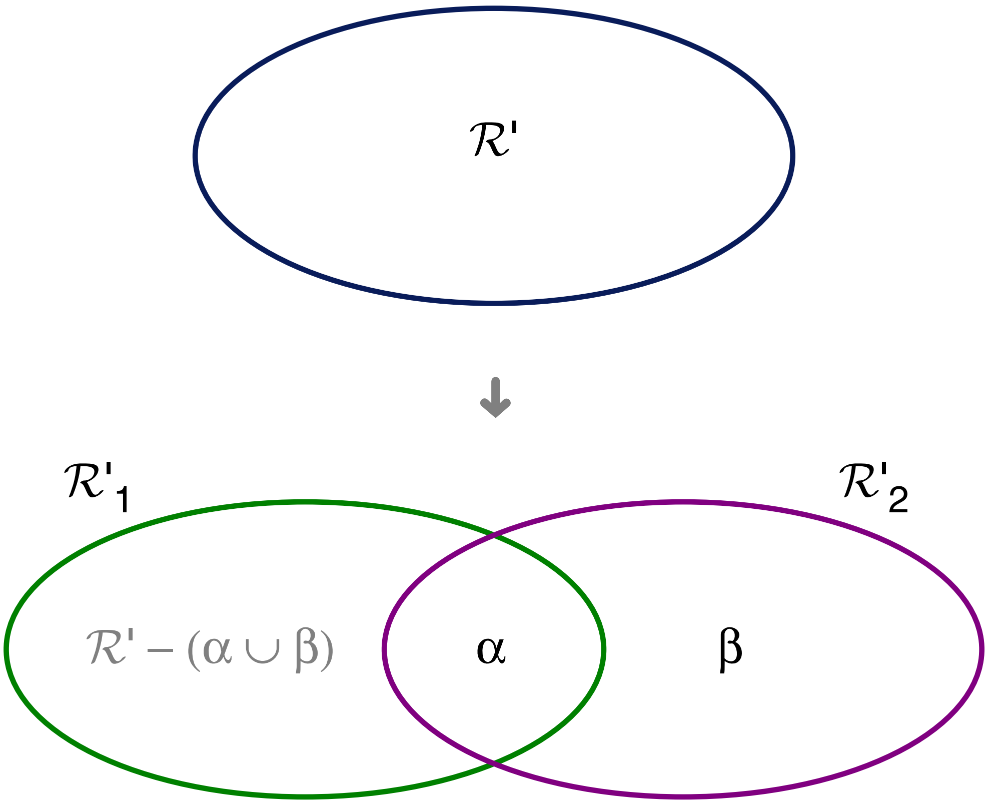
Vergleiche Schritt 5 mit der Illustration der Boyce-Codd-Normalform.

Bemerkungen:

- Schritt 3. Wie man eine BCNF-verletzende FD in der While-Schleife findet: Ist ein Relationenschema $\mathcal{R}'$ nicht in BCNF, so existiert in $\mathcal{R}'$ eine FD $\alpha \to \beta$ mit
  1. $\alpha \cap \beta = \emptyset$ (FD ist nichttrivial) und
  2. $\alpha \not\to \mathcal{R}'$ (α ist nicht Superschlüssel).
- Schritt 4. Die Dekomposition garantiert Verlustlosigkeit: $\mathcal{R}'_1 \cap \mathcal{R}'_2 = \alpha$ mit $\alpha \to \mathcal{R}'_2$
- Eine durch den Algorithmus RelDecomposition erzeugte Dekomposition ist nicht notwendigerweise abhängigkeitserhaltend.

Relationale Dekomposition

Illustration der Zerlegung eines Relationenschemas $\mathcal{R}'$ in die Schemata $\mathcal{R}'_1$ und $\mathcal{R}'_2$ entlang der funktionalen Abhängigkeit $\alpha \rightarrow \beta$:



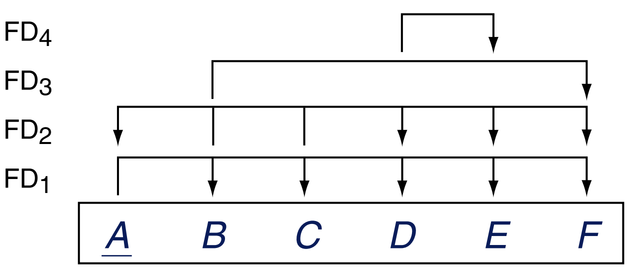
[Kemper/Eickler 2015]

Relationale Dekomposition

Beispiel:

- $\mathcal{R}_{\text{Grundstuecke}} = \{\underline{\text{SteuerNr}}, \text{Landkreis}, \text{GrundstNr}, \text{GrundstGroesse}, \text{Preis}, \text{Steuersatz}\}$
- FD_1: $\{\text{SteuerNr}\} \to \{\text{Landkreis}, \text{GrundstNr}, \text{GrundstGroesse}, \text{Preis}, \text{Steuersatz}\}$
- FD_2: $\{\text{Landkreis}, \text{GrundstNr}\} \to \{\text{SteuerNr}, \text{GrundstGroesse}, \text{Preis}, \text{Steuersatz}\}$
- FD_3: $\{\text{Landkreis}\} \to \{\text{Steuersatz}\}$
- FD_4: $\{\text{GrundstGroesse}\} \to \{\text{Preis}\}$

Grundstuecke					
<u>SteuerNr</u>	Landkreis	GrundstNr	GrundstGroesse	Preis	Steuersatz



$\rightsquigarrow$ *TAFEL*

Relationale Synthese

Algorithm: RelSynthesis

Input: $\mathcal{R}$. Universalrelationenschema.

F. Menge funktionaler Abhängigkeiten für $\mathcal{R}$.

Output: $\boldsymbol{\mathcal{R}}$. Verlustlose und *abhängigkeitserhaltende* Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit Schemata in 3NF.

RelSynthesis($\mathcal{R}$)

```
R = ∅
Determine a canonical cover F_c of F
RETURN(R)
```

Relationale Synthese

Algorithm: RelSynthesis

Input: $\mathcal{R}$. Universalrelationenschema.

F. Menge funktionaler Abhängigkeiten für $\mathcal{R}$.

Output: $\boldsymbol{\mathcal{R}}$. Verlustlose und *abhängigkeitserhaltende* Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit Schemata in 3NF.

RelSynthesis($\mathcal{R}$)

```
𝓡 = ∅
Determine a canonical cover F_c of F
FOREACH (α → β) ∈ F_c DO
  Synthesize R_α = α ∪ β, 𝓡 = 𝓡 ∪ {R_α}
  F_{R_α} = {(γ → δ) ∈ F_c | (γ ∪ δ) ⊆ R_α}
ENDDO
RETURN(𝓡)
```

Relationale Synthese

Algorithm: RelSynthesis

Input: $\mathcal{R}$. Universalrelationenschema.
F. Menge funktionaler Abhängigkeiten für $\mathcal{R}$.

Output: $\boldsymbol{\mathcal{R}}$. Verlustlose und *abhängigkeitserhaltende* Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit Schemata in 3NF.

RelSynthesis($\mathcal{R}$)

$\boldsymbol{\mathcal{R}} = \emptyset$
Determine a canonical cover F_c of F
FOREACH $(\alpha \to \beta) \in F_c$ **DO**
  Synthesize $\mathcal{R}_\alpha = \alpha \cup \beta$, $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \boldsymbol{\mathcal{R}} \cup \{\mathcal{R}_\alpha\}$
  $F_{\mathcal{R}_\alpha} = \{(\gamma \to \delta) \in F_c \mid (\gamma \cup \delta) \subseteq \mathcal{R}_\alpha\}$
ENDDO
IF $\nexists \alpha : ((\alpha \to \beta) \in F_c$ with $\alpha \to \mathcal{R})$ **THEN**
  Determine a candidate key $\kappa \subseteq \mathcal{R}$
  $\mathcal{R}_\kappa = \kappa$, $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \boldsymbol{\mathcal{R}} \cup \{\mathcal{R}_\kappa\}$, $F_{\mathcal{R}_\kappa} = \emptyset$
ENDIF

RETURN($\boldsymbol{\mathcal{R}}$)

Relationale Synthese

Algorithm: RelSynthesis

Input: $\mathcal{R}$. Universalrelationenschema.

F. Menge funktionaler Abhängigkeiten für $\mathcal{R}$.

Output: $\boldsymbol{\mathcal{R}}$. Verlustlose und *abhängigkeitserhaltende* Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit Schemata in 3NF.

RelSynthesis$(\mathcal{R})$

$\boldsymbol{\mathcal{R}} = \emptyset$

Determine a canonical cover F_c of F

FOREACH $(\alpha \to \beta) \in F_c$ **DO**

  Synthesize $\mathcal{R}_\alpha = \alpha \cup \beta$, $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \boldsymbol{\mathcal{R}} \cup \{\mathcal{R}_\alpha\}$

  $F_{\mathcal{R}_\alpha} = \{(\gamma \to \delta) \in F_c \mid (\gamma \cup \delta) \subseteq \mathcal{R}_\alpha\}$

ENDDO

IF $\nexists \alpha : ((\alpha \to \beta) \in F_c$ with $\alpha \to \mathcal{R})$ **THEN**

  Determine a candidate key $\kappa \subseteq \mathcal{R}$

  $\mathcal{R}_\kappa = \kappa$, $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \boldsymbol{\mathcal{R}} \cup \{\mathcal{R}_\kappa\}$, $F_{\mathcal{R}_\kappa} = \emptyset$

ENDIF

FOREACH $\mathcal{R}_\alpha, \mathcal{R}_{\alpha'} \in \boldsymbol{\mathcal{R}}$ **DO** **IF** $\mathcal{R}_\alpha \subseteq \mathcal{R}_{\alpha'}$ **THEN** $\boldsymbol{\mathcal{R}} = \boldsymbol{\mathcal{R}} - \{\mathcal{R}_\alpha\}$

RETURN$(\boldsymbol{\mathcal{R}})$

Bemerkungen:

- Schritt 2. Bestimmung einer kanonischen Überdeckung für die Menge der funktionalen Abhängigkeiten.
- Schritt 3-6. Synthetisierung der Relationenschemata; diese befinden sich – per Konstruktion auf Basis der kanonischen Überdeckung – in 3NF.
- Schritt 7-10. Überprüfung, ob eines der generierten Relationenschemata einen Schlüssel für das Universalrelationenschema enthält. Falls nicht, ist ein solcher Schlüssel zu bestimmen und ein aus den Schlüsselattributen bestehendes Relationenschema hinzu zu nehmen.
- Schritt 11. Eliminierung von subsummierten Relationenschemata.

Bemerkungen: (Fortsetzung)

- Es stellt sich u.a. die Frage, wie wertvoll die Eigenschaft der Verlustlosigkeit ist [Heuer/Saake 2018] :
  - Muss sich die Universalrelation rekonstruieren lassen bzw. hat sie eine aus der Anwendung stammende zwingende Semantik?
  - Ist der natürliche Verbund als Rekonstruktionsoperator das Maß aller Dinge?

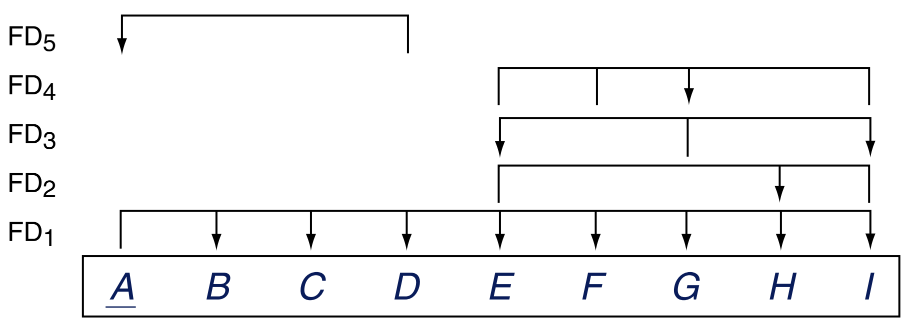
Relationale Synthese

Beispiel:

- $\mathcal{R}_{\text{MitarbeiterAdr}} = \{\underline{\text{PersNr}}, \text{Name}, \text{Gehaltsstufe}, \text{Raum}, \text{Ort}, \text{Strasse}, \text{PLZ}, \text{Vorwahl}, \text{BLand}\}$

- FD_1: $\{\text{PersNr}\} \rightarrow \{\text{Name}, \text{Gehaltsstufe}, \text{Raum}, \text{Ort}, \text{Strasse}, \text{PLZ}, \text{Vorwahl}, \text{BLand}\}$
- FD_2: $\{\text{Ort}, \text{BLand}\} \rightarrow \{\text{Vorwahl}\}$
- FD_3: $\{\text{PLZ}\} \rightarrow \{\text{Ort}, \text{BLand}\}$
- FD_4: $\{\text{Ort}, \text{Strasse}, \text{BLand}\} \rightarrow \{\text{PLZ}\}$
- FD_5: $\{\text{Raum}\} \rightarrow \{\text{PersNr}\}$

MitarbeiterAdr								
<u>PersNr</u>	Name	Gehaltsstufe	Raum	Ort	Strasse	PLZ	Vorwahl	BLand



$\rightsquigarrow$ *TAFEL*

Mehrwertige Abhängigkeiten

Definition 13 (mehrwertig abhängig)

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema und gelte $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \mathcal{R}$ mit $\alpha \cup \beta \cup \gamma = \mathcal{R}$. Dann ist β mehrwertig abhängig von α, in Zeichen: $\alpha \rightarrow\!\!\!\rightarrow \beta$, wenn in jeder gültigen Ausprägung von $\mathcal{R}$ gilt: Für jedes Paar von Tupeln, t_1, t_2, mit $t_1(\alpha) = t_2(\alpha)$ existieren zwei weitere Tupel t_3 und t_4 mit folgenden Eigenschaften:

$$t_1(\alpha) = t_2(\alpha) = t_3(\alpha) = t_4(\alpha)$$

$$\left.\begin{aligned} t_1(\beta) &= t_3(\beta) \\ t_2(\beta) &= t_4(\beta) \\ t_1(\gamma) &= t_4(\gamma) \\ t_2(\gamma) &= t_3(\gamma) \end{aligned}\right\} \quad \begin{array}{l}\text{Für jeden } \alpha\text{-Wert tauchen} \\ \text{alle Kombinationen der} \\ \beta\text{- und } \gamma\text{-Werte auf.}\end{array}$$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Definition 13 (mehrwertig abhängig)

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema und gelte $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \mathcal{R}$ mit $\alpha \cup \beta \cup \gamma = \mathcal{R}$. Dann ist β mehrwertig abhängig von α, in Zeichen: $\alpha \twoheadrightarrow \beta$, wenn in jeder gültigen Ausprägung von $\mathcal{R}$ gilt: Für jedes Paar von Tupeln, t_1, t_2, mit $t_1(\alpha) = t_2(\alpha)$ existieren zwei weitere Tupel t_3 und t_4 mit folgenden Eigenschaften:

$$t_1(\alpha) = t_2(\alpha) = t_3(\alpha) = t_4(\alpha)$$

$$\left.\begin{aligned} t_1(\beta) &= t_3(\beta) \\ t_2(\beta) &= t_4(\beta) \\ t_1(\gamma) &= t_4(\gamma) \\ t_2(\gamma) &= t_3(\gamma) \end{aligned}\right\} \text{Für jeden } \alpha\text{-Wert tauchen alle Kombinationen der } \beta\text{- und } \gamma\text{-Werte auf.}$$

Alternative Darstellung (gleiche Farbe entspricht gleichem Wert) [Beispiel] :

$$\begin{array}{ccc} t_1(\alpha) & t_1(\beta) & t_1(\gamma) \\ t_3(\alpha) & t_3(\beta) & t_3(\gamma) \\ & & \\ t_4(\alpha) & t_4(\beta) & t_4(\gamma) \\ t_2(\alpha) & t_2(\beta) & t_2(\gamma) \end{array}$$

Bemerkungen:

- Ist β mehrwertig abhängig von α, so kann man in der zugehörigen Relation r bei je zwei Tupeln, die den gleichen α-Wert haben, die β-Werte vertauschen und es gilt, dass die resultierenden Tupel auch in r enthalten sind.

- Mehrwertige Abhängigkeiten *(Multivalued Dependency, MVD)* stellen eine Verallgemeinerung funktionaler Abhängigkeiten (FDs) dar. Die linke Seite einer MVD bestimmt für ihre rechte Seite eine *Menge* von Werten (Stichwort: mehrwertig). Es gilt:

  $$\alpha \rightarrow \beta \quad \Rightarrow \quad \alpha \twoheadrightarrow \beta$$

  Eine FD ist eine MVD, bei der höchstens eine Ausprägung von β mit je einer Ausprägung von α verknüpft ist.

- Eine MVD kann immer dann entstehen, wenn zwei unabhängige 1:N-Beziehungen in *einer* Relation kombiniert werden. Die Beziehungen können als orthogonal zueinander (= unabhängig voneinander) verstanden werden.

- Aus der Symmetrie der Definition folgt auch die *Komplementregel*:

  $$\alpha \twoheadrightarrow \beta \quad \Rightarrow \quad \alpha \twoheadrightarrow \gamma$$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Beispiel:

Faehigkeiten		
PersNr	Sprache	ProgSprache
3002	griechisch	C
3002	lateinisch	Pascal
3002	griechisch	Pascal
3002	lateinisch	C
3005	deutsch	Java

- In dieser Relation gelten die MVDs $\{\text{PersNr}\} \rightarrow\!\!\!\rightarrow \{\text{Sprache}\}$ und $\{\text{PersNr}\} \rightarrow\!\!\!\rightarrow \{\text{ProgSprache}\}$.
- Die Attributmenge $\{\text{PersNr}, \text{Sprache}, \text{ProgSprache}\}$ bildet den Schlüssel; die Relation ist also in BCNF.

Mehrwertige Abhängigkeiten

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema und gelte $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \mathcal{R}$ mit $\alpha \cup \beta \cup \gamma = \mathcal{R}$ und sei r eine Auprägung von $\mathcal{R}$.

Semantisch drückt eine mehrwertige Abhängigkeit die Unabhängigkeit der Attributmengen β und γ voneinander in der Relation r aus: pro α-Wert bildet das kartesische Produkt der β- und γ-Werte die Menge der $\beta\gamma$-Werte für α:

$$\alpha \twoheadrightarrow \beta$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall a \in \{t(\alpha) \mid t \in r\} : \quad \pi_{\beta} \qquad\qquad \times \; \pi_{\gamma} \qquad\qquad = \; \pi_{\beta\gamma}$$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema und gelte $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \mathcal{R}$ mit $\alpha \cup \beta \cup \gamma = \mathcal{R}$ und sei r eine Auprägung von $\mathcal{R}$.

Semantisch drückt eine mehrwertige Abhängigkeit die Unabhängigkeit der Attributmengen β und γ voneinander in der Relation r aus: pro α-Wert bildet das kartesische Produkt der β- und γ-Werte die Menge der $\beta\gamma$-Werte für α:

$$\alpha \twoheadrightarrow \beta$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall a \in \{t(\alpha) \mid t \in r\} : \quad \pi_\beta(\sigma_{\alpha=a}(r)) \times \pi_\gamma(\sigma_{\alpha=a}(r)) \; = \; \pi_{\beta\gamma}(\sigma_{\alpha=a}(r))$$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema und gelte $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \mathcal{R}$ mit $\alpha \cup \beta \cup \gamma = \mathcal{R}$ und sei r eine Auprägung von $\mathcal{R}$.

Semantisch drückt eine mehrwertige Abhängigkeit die Unabhängigkeit der Attributmengen β und γ voneinander in der Relation r aus: pro α-Wert bildet das kartesische Produkt der β- und γ-Werte die Menge der $\beta\gamma$-Werte für α:

$$\alpha \twoheadrightarrow \beta$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall a \in \{t(\alpha) \mid t \in r\} : \quad \pi_\beta(\sigma_{\alpha=a}(r)) \times \pi_\gamma(\sigma_{\alpha=a}(r)) \; = \; \pi_{\beta\gamma}(\sigma_{\alpha=a}(r))$$

Alternative Formulierung für den Spezialfall $|\alpha| = |\beta| = |\gamma| = 1$:

Wenn $\{b_1, \ldots, b_k\}$ und $\{c_1, \ldots, c_l\}$ die β- bzw. γ-Werte für einen bestimmten α-Wert a in einer Relation r sind, so muss r auch die folgenden $k \cdot l$ Tripel enthalten:

$$\{a\} \times \{b_1, \ldots, b_k\} \times \{c_1, \ldots, c_l\}$$

Bemerkungen:

- Immer wenn zwei Tupel mit gleichem α-Wert und verschiedenem β-Wert existieren, so müssen auch Tupel existieren, die für diesen α-Wert und jeden β-Wert alle Kombinationen von γ-Werten beinhalten.

- Man nennt mehrwertige Abhängigkeiten auch „tupelgenerierende“ Abhängigkeiten: eine Relationenausprägung kann bei Verletzung einer MVD durch das Einfügen zusätzlicher Tupel in einen Zustand überführt werden, der die MVD erfüllt.

Definition 14 (triviale MVD)

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema, $\alpha \cup \beta \subseteq \mathcal{R}$. Eine MVD $\alpha \twoheadrightarrow \beta$ ist trivial hinsichtlich $\mathcal{R}$, falls jede mögliche Ausprägung r von $\mathcal{R}$ diese MVD erfüllt.

Mehrwertige Abhängigkeiten

Vierte Normalform

Definition 14 (triviale MVD)

Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema, $\alpha \cup \beta \subseteq \mathcal{R}$. Eine MVD $\alpha \twoheadrightarrow \beta$ ist trivial hinsichtlich $\mathcal{R}$, falls jede mögliche Ausprägung r von $\mathcal{R}$ diese MVD erfüllt.

Ein Relationenschema $\mathcal{R}$ mit zugehöriger Menge F von funktionalen und mehrwertigen Abhängigkeiten ist in vierter Normalform (4NF), wenn für jede MVD $(\alpha \twoheadrightarrow \beta) \in F^+$ mindestens eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

- die MVD ist trivial
- α ist Superschlüssel von $\mathcal{R}$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Vierte Normalform

Definition 14 (triviale MVD)

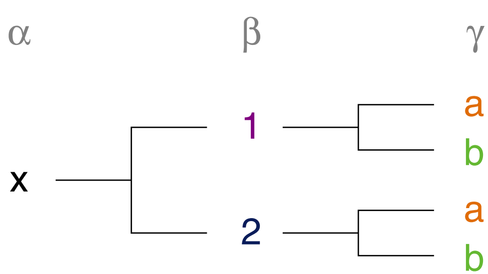
Sei $\mathcal{R}$ ein relationales Schema, $\alpha \cup \beta \subseteq \mathcal{R}$. Eine MVD $\alpha \rightarrow\!\!\!\rightarrow \beta$ ist trivial hinsichtlich $\mathcal{R}$, falls jede mögliche Ausprägung r von $\mathcal{R}$ diese MVD erfüllt.

Ein Relationenschema $\mathcal{R}$ mit zugehöriger Menge F von funktionalen und mehrwertigen Abhängigkeiten ist in vierter Normalform (4NF), wenn für jede MVD $(\alpha \rightarrow\!\!\!\rightarrow \beta) \in F^+$ mindestens eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

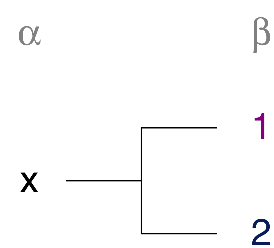
- die MVD ist trivial
- α ist Superschlüssel von $\mathcal{R}$

Beispiel [Definition] :

nichttriviale MVD $\alpha \rightarrow\!\!\!\rightarrow \beta$



triviale MVD $\alpha \rightarrow\!\!\!\rightarrow \beta$



Bemerkungen:

- Man kann zeigen, dass $\alpha \twoheadrightarrow \beta$ genau dann trivial ist, wenn $\beta \subseteq \alpha$ oder wenn $\beta = \mathcal{R} - \alpha$ gilt.
- Bei Relationen in der vierten Normalform wird die durch mehrwertige Abhängigkeiten verursachte Redundanz ausgeschlossen: Relationen in 4NF enthalten keine zwei voneinander unabhängigen, mehrwertigen Fakten.
- Die vierte Normalform erreicht man durch Elimination der rechten Seite einer der beiden mehrwertigen Abhängigkeiten. Der eliminierte Teil bildet zusammen mit der linken Seite der MVD eine neue Relation.
- Die vierte Normalform ist eine Verschärfung der Boyce-Codd-Normalform.

Mehrwertige Abhängigkeiten

Verlustlose Zerlegung

Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen und mehrwertigen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1$ und $\mathcal{R}_2$ ist genau dann verlustlos, wenn mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:

- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \twoheadrightarrow \mathcal{R}_1) \in F^+$
- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \twoheadrightarrow \mathcal{R}_2) \in F^+$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Verlustlose Zerlegung

Eine Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit zugehörigen funktionalen und mehrwertigen Abhängigkeiten F in die Relationenschemata $\mathcal{R}_1$ und $\mathcal{R}_2$ ist genau dann verlustlos, wenn mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:

- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \twoheadrightarrow \mathcal{R}_1) \in F^+$
- $((\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2) \twoheadrightarrow \mathcal{R}_2) \in F^+$

Beispiel (Fortsetzung):

Faehigkeiten		
PersNr	Sprache	ProgSprache
3002	griechisch	C
3002	lateinisch	Pascal
3002	griechisch	Pascal
3002	lateinisch	C
3005	deutsch	Java

$\rightsquigarrow$

Sprachen	
PersNr	Sprache
3002	griechisch
3002	lateinisch
3005	deutsch

ProgSprachen	
PersNr	ProgSprache
3002	C
3002	Pascal
3005	Java

Die Zerlegung in die Relationenschemata „Sprachen“ und „ProgSprachen“ ist verlustlos:

Faehigkeiten $= \pi_{\text{PersNr,Sprache}}(\text{Faehigkeiten}) \bowtie \pi_{\text{PersNr,ProgSprache}}(\text{Faehigkeiten})$

Mehrwertige Abhängigkeiten

Relationale Dekomposition

Algorithm: RelDecompositionMVD

Input: $\mathcal{R}$. Universalrelationenschema.
F. Menge funktionaler Abhängigkeiten für $\mathcal{R}$.

Output: $\boldsymbol{\mathcal{R}}$. Verlustlose Zerlegung von $\mathcal{R}$ mit Schemata in 4NF.

RelDecompositionMVD($\mathcal{R}$)

$\boldsymbol{\mathcal{R}} = \{\mathcal{R}\}$

WHILE $\exists \mathcal{R}' : (\mathcal{R}' \in \boldsymbol{\mathcal{R}} \;\wedge\; \mathcal{R}'$ `not in 4NF`$)$ **DO**

  `Find nontrivial MVD` $(\alpha \twoheadrightarrow \beta) \in F_{\boldsymbol{\mathcal{R}}'}$ `that violates 4NF`

  `Decompose` $\mathcal{R}'$ `into` $\mathcal{R}'_1 = \mathcal{R}' - \beta$ `and` $\mathcal{R}'_2 = \alpha \cup \beta$

  $\boldsymbol{\mathcal{R}} = (\boldsymbol{\mathcal{R}} - \{\mathcal{R}'\}) \;\cup\; \{\mathcal{R}'_1, \mathcal{R}'_2\}$

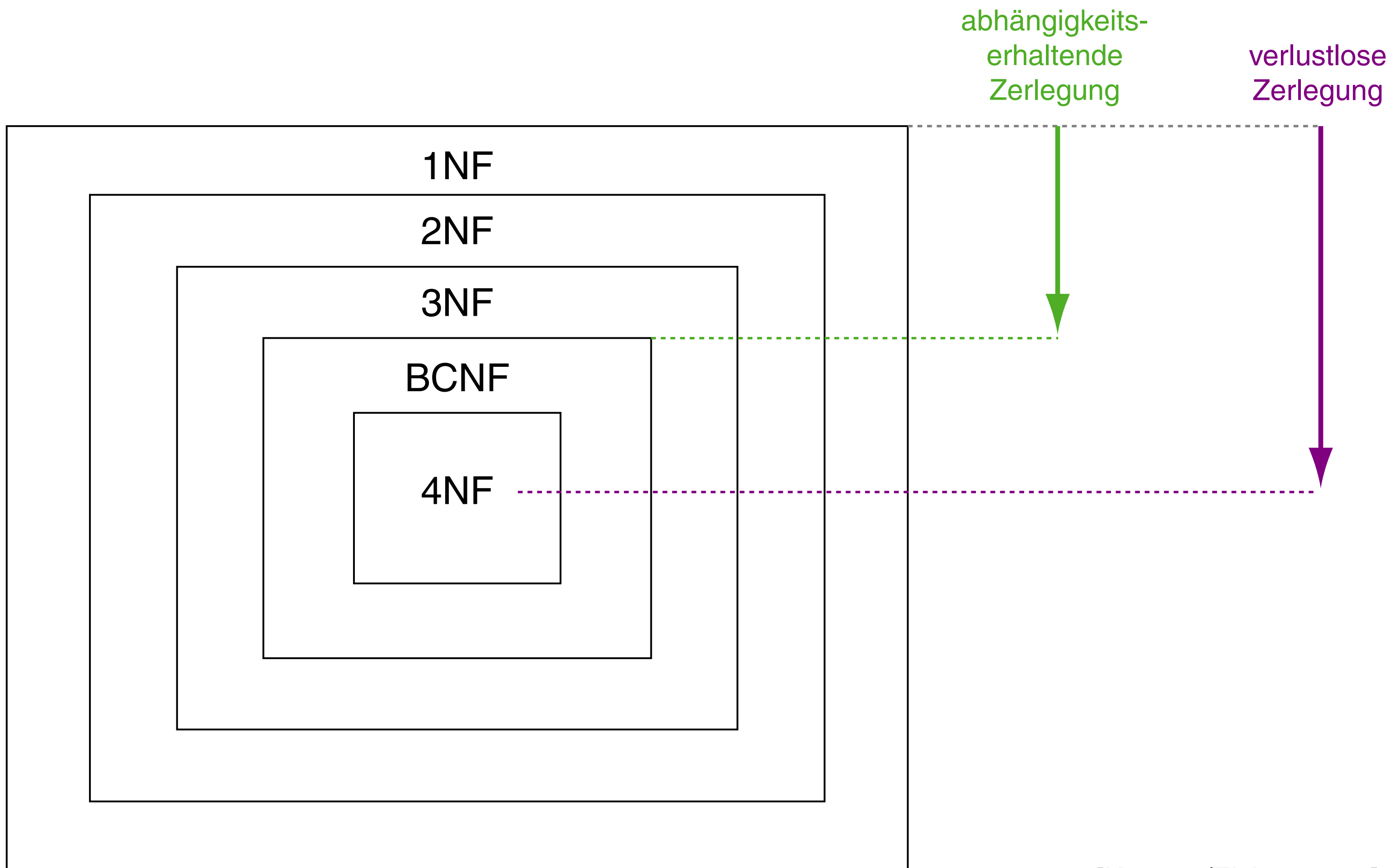
ENDDO

RETURN$(\boldsymbol{\mathcal{R}})$

Bemerkungen:

- Der Algorithmus RelDecompostionMVD erzeugt nicht notwendigerweise eine Zerlegung, die abhängigkeitserhaltend ist. Dies folgt aus der Tatsache, das eine Relation in 4NF gleichzeitig auch immer in BCNF ist.

Beziehungen der Normalformen



[Kemper/Eickler 2015]