

## Глава 5. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

### § 21. Давление в жидкости. Элементы гидростатики



**Ключевые понятия:** гидроаэромеханика, гидроаэростатика, гидроаэродинамика, закон Паскаля, гидростатическое давление, закон Архимеда, барометрическая формула.

**На этом уроке вы:** познакомитесь с основными понятиями гидростатики, применением законов Паскаля и Архимеда; научитесь определять гидростатическое давление.

В предыдущих главах вы изучали механику материальной точки и твердого тела. При этом вы освоили такие разделы механики, как кинематика, статика и динамика. Кинематика занимается описанием движения, в статике рассматривается условие равновесия тел, а в динамике — законы их движения. В основе механики лежат законы Ньютона.

В этой главе вы ознакомитесь с механикой жидкостей и газов, т. е. их равновесием и движением. Для их описания также используются законы Ньютона. Однако способ их описания отличается от описания материальной точки и твердого тела. Здесь конкретное строение жидкости и газа не учитывается, они рассматриваются как *сплошные среды*, непрерывно распределенные в пространстве. Отличительной особенностью жидкостей и газов является их текучесть, которая связана с малыми силами трения при относительном движении соприкасающихся слоев. В отличие от твердых тел, жидкости и газы не сохраняют своей формы, а принимают форму того сосуда, в который они заключены.

Раздел физики, изучающий механику жидкостей и газов, называется *гидроаэромеханикой*. Гидроаэромеханика разделяется на *гидроаэростатику* и *гидроаэродинамику*.

В *гидроаэростатике* рассматриваются условия и закономерности равновесия жидкостей и газов под воздействием приложенных к ним сил и, кроме того, равновесия твердых тел, находящихся в жидкостях и газах. В создании гидроаэростатики, как науки, большую роль сыграли многие знаменитые ученые, такие как: древнегреческий ученый Архимед (III в. до н. э.), итальянский физик Э. Торричелли (1608—1647), французский физик Б. Паскаль (1623—1662).

*Гидроаэродинамика* изучает законы движения жидкостей и газов, а также взаимодействия их с твердыми телами при их относительном движении. Например, движение летательных аппаратов, подводных лодок, морских и речных судов, небесных тел (например, метеоритов, комет) в атмосфере, полеты птиц, насекомых, плавание рыб и морских

млекопитающих. В создании гидроаэродинамики неоценима роль швейцарского физика Даниила Бернулли (1700—1782).

Законы гидроаэродинамики широко применяются в технике и промышленности, где с их помощью улучшают форму летательных аппаратов, кораблей, автомобилей, оптимизируют производственные процессы, связанные с использованием жидкости и газа (аэрозольное нанесение покрытий, создание оптических волокон). Они помогают предсказывать и объяснять природные явления, связанные с динамическими свойствами воздуха и воды.

При конструировании космических кораблей и ракет крайне важно знать законы движения этих космических летательных аппаратов в атмосфере Земли. При больших скоростях большое значение имеют форма и профиль летательных аппаратов. Большой вклад в изучение этих явлений внес инженер-конструктор С.П. Королев (1907—1966).

Многие соотношения и законы механики жидкостей и механики газов одинаковы. Поэтому в дальнейшем, если не оговорено особо, будет рассмотрена только механика жидкости, т. е. *гидромеханика*.

В механике жидкостей важным является понятие давления.

Давление — физическая величина, численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади поверхности  $S$ , перпендикулярно этой поверхности, т. е.

$$p = \frac{F}{S}. \quad (21.1)$$

Единица давления — паскаль (Па). 1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup> (**1 Па = 1 Н/м<sup>2</sup>**).

В гидростатике жидкость находится в равновесии, т. е. отдельные ее части не перемещаются друг относительно друга или относительно граничащих с ними тел. Такое условие должно выполняться при равновесии любого по форме малого элемента объема, выделенного внутри жидкости. Это приводит к *закону Паскаля*, который формулируется следующим образом: в данной точке жидкости давление передается одинаково по всем направлениям.

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна. Если жидкость не сжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Если жидкость находится в поле силы тяжести, тогда давления внутри жидкости по вертикали на разных уровнях не будут одинаковыми.

Если на уровне поверхности жидкости ( $h = 0$ ) давление  $p_0$  (например, оно равно атмосферному давлению), то давление  $p$  на произвольной глубине  $h$  будет равно:

$$p = p_0 + \rho gh. \quad (21.2)$$

Такое изменение давления с глубиной связано с действием силы тяжести жидкости. *Давление, вызванное действием силы тяжести, называется гидростатическим давлением.* Его находят по формуле:

$$p = \rho gh,$$

где  $h$  — высота столба жидкости,  $\rho$  — ее плотность.

Предлагаем вам самостоятельно вывести формулу  $p = \rho gh$ , учитывая тот факт, что вызвано это давление действием силы тяжести.

Гидростатическое давление учитывается при определении сил воздействия жидкости на дно и стенки сосуда, на твердые тела, находящиеся внутри жидкости, при выводе условия равновесия столбов жидкости в сообщающихся сосудах и т. д.

Гидростатическое давление оказывает также и газ в поле силы тяжести. Примером этого является атмосферное давление. Атмосферное давление, т. е. давление воздуха вблизи поверхности Земли, обусловлено его собственным весом и на поверхности Земли равно приблизительно  $10^5$  Па. Оно уменьшается по мере удаления от поверхности Земли.

Опытным фактом установлено, что на каждые 12 м подъема давление уменьшается на 1 мм рт. ст. Предлагаем вам вспомнить, как давление, выраженное в мм рт. ст., связано с давлением, выраженным в Па.

Существование атмосферного давления впервые было доказано и измерено итальянским ученым Торричелли.



#### Вопросы для самоконтроля

1. Какие явления изучаются в гидроаэродинамике?
2. Каков физический смысл давления?
3. Когда давление равно 1 Па?
4. Какое давление называется *гидростатическим*? Почему оно возникает?
5. Что утверждает закон Паскаля?
6. Назовите причину возникновения выталкивающей силы?
7. Как меняются плотность воздуха и атмосферное давление с изменением высоты?



### Наблюдайте

Наблюдайте за формой выдуваемого мыльного пузыря. Если вначале она имеет вытянутую форму, то постепенно принимает правильную шарообразную форму. Почему?

### Экспериментируйте

1. Возьмите стакан и наполняйте его водой. Сверху закройте чистым листом бумаги. Придержав ладонь лист бумаги, аккуратно переверните стакан дном вверх и медленно уберите ладонь. Убедитесь, что вода не выливается. Объясните, почему?

2. В вашем распоряжении имеется школьная линейка, сосуд с водой и гирька массой 500 г. Определите, как изменится давление воды на дно сосуда, если в него погрузить гирьку. Обоснуйте результат эксперимента теоретически.

3. В бутылку налиты вода и растительное масло. Как можно вылить из бутылки воду? Прodelайте это экспериментально. Обоснуйте свой способ.

### Объясните

1. Почему металлический гвоздь в воде тонет, а тяжелая металлическая яхта — нет?

2. Объясните явление: при откачивании воздуха из-под колокола воздушного насоса, пробка, плотно закрывающая пузырек, находящийся под колоколом, вылетает из пузырька.

3. Действует ли закон Паскаля на искусственном спутнике Земли? А сила Архимеда?

### Придумайте

Придумайте опыты, с помощью которых можно доказать, что выталкивающая сила равна весу жидкости, вытесненной этим телом.

### Подумайте

Шарик для игры в настольный теннис получил вмятину. Предложите способ удаления вмятины.

### Решайте

1. На какой глубине в озере с пресной водой давление будет больше нормального атмосферного в 2,5 раза?

(Ответ: 15 м)

2. Полый медный шар плавает в воде во взвешенном состоянии. Чему равна масса шара, если объем его воздушной полости равен 17,75 см<sup>3</sup>?

(Ответ: 20 г)

### Рефлексия

1. Сегодня я узнал...
2. Было интересно...
3. Было трудно...
4. Я понял, что...
5. Теперь я могу...

6. Я почувствовал, что...
7. Я приобрел...
8. Я научился...
9. У меня получилось...
10. Я смог...

## § 22. Уравнение неразрывности



**Ключевые понятия:** поле скоростей, линии тока, трубка тока, стационарное течение, уравнение неразрывности.

**На этом уроке вы:** познакомитесь со способами описания движения жидкостей и получите уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости.

Жидкость или газ представляют собой сплошную среду, которая заполняет определенную часть пространства. При исследовании механики такой среды неудобно следить за движением ее отдельных элементов или частей. Вместо этого удобно следить за отдельными точками такого пространства и фиксировать величину и направление скоростей различных частей жидкости, которые в разные моменты времени проходят через эту точку. Если проделать это для точек пространства в определенный момент времени, то получится мгновенная картина распределения скоростей в движущейся жидкости — так называемое *поле скоростей*.

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости — *потоком*. Графически движение жидкостей изображается с помощью *линий тока*, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости в соответствующих точках пространства (рис. 22.1). Линии тока проводятся так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к перпендикулярной им площади, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Таким образом, по картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных точках пространства, т. е. можно определить состояние движения жидкости.

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют *трубкой тока*. Течение жидкости называется *установившимся* (или *стационарным*), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Жидкость в такой мысленно выделенной трубке движется, нигде не пересекая боковую поверхность трубки, так же, как жидкость в настоящей трубке. Выберем два ее сечения  $S_1$  и  $S_2$ , перпендикулярные направлению скорости (рис. 22.2). За

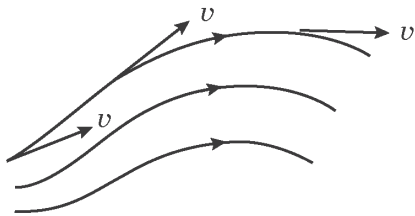


Рис. 22.1

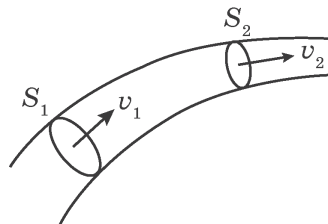


Рис. 22.2

время  $\Delta t$  через сечение  $S$  проходит объем жидкости  $Sv\Delta t$ , следовательно, за 1 с через  $S_1$  пройдет объем жидкости  $S_1v_1$ , где  $v_1$  — скорость течения жидкости в месте сечения  $S_1$ . Через сечение  $S_2$  за 1 с пройдет объем жидкости  $S_2v_2$ , где  $v_2$  — скорость течения жидкости в месте сечения  $S_2$ . Здесь предполагается, что скорость жидкости в любой точке сечения  $S$  неизменна. Если жидкость несжимаема ( $\rho = \text{const}$ ), то через сечение  $S_1$  пройдет такой же объем жидкости, как и через сечение  $S_2$ , т. е.

$$S_1v_1 = S_2v_2 = \text{const}. \quad (22.1)$$

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока. Соотношение (22.1) называется *уравнением неразрывности* для несжимаемой жидкости.

Из формулы (22.1) следует, что в широкой части трубки тока скорость потока уменьшается, а в узкой ее части она увеличивается. Следовательно, давление в широкой части потока всегда больше давления в узкой части. Именно перепад давления вызывает появление силы, ускоряющей жидкость.

Рассмотрим поток жидкости в трубе разного сечения. В широкой части трубы скорость жидкости маленькая и поэтому поток успевает оказывать давление на стенки трубы. В узкой части трубы из-за большой скорости потока сила давления о стенки меньше, так как удар приходится под меньшим углом к поверхности трубы.

В трубах переменного сечения всегда делают плавный переход от широкой части к узкой части, так как резкий перепад давления может спровоцировать разрыв трубы в месте стыка.



### Вопросы для самоконтроля

1. Чем отличаются способы описания движения жидкостей и газов от материальных тел?
2. Что изображают линии тока?
3. Что называется *трубкой тока*?
4. Какое течение жидкости или газа называется *стационарным*?
5. Какой смысл имеет уравнение неразрывности?





## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Откройте кран и наблюдайте за течением воды. Вы замечаете, что струя, падая, сужается. Объясните, почему?

### Экспериментируйте

Возьмите два медицинских шприца (для безопасности без иголки) с объемом 2 мл и 10 мл, наберите в них воду. Расположите шприцы горизонтально и, вводя поршень в шприц, получите струю воды. Измерьте дальность ее полета. Повторяя опыт для обоих шприцов при одинаковых условиях и при одинаковой скорости движения поршня, сравните дальности. Дайте объяснения вашему эксперименту.

### Объясните

Чтобы увеличить скорость струи, вытекающей из шланга, зажимают кончик шланга. Почему?

### Решайте

1. Вода течет по горизонтальной трубе переменного сечения. Скорость течения в широкой ее части 20 см/с. Определите скорость течения в узкой части трубы, если ее диаметр в 1,5 раза меньше диаметра широкой части трубы.

(Ответ: 45 см/с)

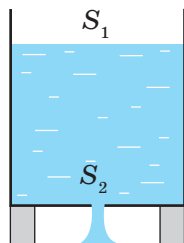


Рис. 22.3

2. Из отверстия дна высокого сосуда вытекает вода. Сечение сосуда  $S_1$ , сечение струи  $S_2$  (рис. 22.3). Найдите ускорение, с которым перемещается уровень воды в сосуде.

(Ответ:  $a = \frac{S_2}{S_1} g$ )

3. В горизонтальной трубе газопровода диаметром 40 см течет газ со скоростью 50 см/с. Труба сужается и газ стал двигаться со скоростью 1,75 м/с. Каким стал диаметр трубы?

(Ответ: 21 см)



### Рефлексия

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Сегодня я узнал... | 6. Я почувствовал, что... |
| 2. Было интересно...  | 7. Я приобрел...          |
| 3. Было трудно...     | 8. Я научился...          |
| 4. Я понял, что...    | 9. У меня получилось...   |
| 5. Теперь я могу...   | 10. Я смог...             |

## § 23. Уравнение Бернулли



**Ключевые понятия:** идеальная жидкость, уравнение Бернулли.

На этом уроке вы: из закона сохранения механической энергии для идеальной несжимаемой жидкости получите уравнение Бернулли.

Динамика движения реальной жидкости очень сложна. Для упрощения ее описания в некоторых случаях можно пренебречь силами внутреннего трения. Такую жидкость называют *идеальной*. При движении идеальной жидкости не происходит превращения механической энергии во внутреннюю, т. е. механическая энергия жидкости сохраняется. Закон сохранения механической энергии для идеальной несжимаемой жидкости выражается *уравнением Бернулли*.

Рассмотрим часть жидкости, заключенной между сечениями  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$  некоторой трубки тока, расположенными на высотах  $h_1$  и  $h_2$ , соответственно (рис. 23.1). За промежуток времени  $\Delta t$  эта жидкость смещается вдоль трубки тока и занимает новое положение между сечениями  $\Delta S'_1$  и  $\Delta S'_2$ . Для малого промежутка времени  $\Delta t$  можно пренебречь различием между площадями  $\Delta S_1$  и  $S_1$  (старых и новых сечений, различием в их высотах). Подсчитаем работу, совершаемую внешними силами над выделенной жидкостью за время  $\Delta t$ . Силы давления, действующие на боковую поверхность трубки, работы не совершают, так как действуют перпендикулярно перемещению. Работа силы давления в сечении  $\Delta S_1$  равна  $\Delta A_1 = F_1 \Delta l_1 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t$ , работа в сечении  $\Delta S_2$ :  $\Delta A_2 = F_2 \Delta l_2 = p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t$ , так что полная работа внешних сил будет:  $\Delta A = F_1 l_1 - F_2 l_2$ , или

$$\Delta A = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t. \quad (23.1)$$

В силу стационарности движения энергия жидкости между сечениями  $\Delta S'_1$  и  $\Delta S'_2$  не меняется. Эта часть жидкости показана на рисунке 23.1 двойной штриховкой. Поэтому изменение энергии рассматриваемой жидкости равно энергии части жидкости между сечениями  $\Delta S_2$  и  $\Delta S'_2$  минус энергия части жидкости между сечениями  $\Delta S_1$  и  $\Delta S'_1$ . Потенциальная энергия части жидкости между сечениями  $\Delta S_2$  и  $\Delta S'_2$  равна  $W_{п_2} = \Delta m_2 g h_2 = \rho \Delta V_2 g h_2 = \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t g h_2$ , ее кинетическая энергия —  $W_{к_2} = \frac{1}{2} \Delta m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t v_2^2$ . Аналогично записываются выражения для энергии жидкости между сечениями  $\Delta S_1$  и  $\Delta S'_1$ . Поэтому изменение энергии всей выделенной части жидкости в рассматриваемой трубке тока за время  $\Delta t$  равно:

$$\Delta W = \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t g h_2 + \frac{1}{2} \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t v_2^2 - (\rho \Delta S_1 v_1 \Delta t g h_1 + \frac{1}{2} \rho \Delta S_1 v_1 \Delta t v_1^2). \quad (23.2)$$

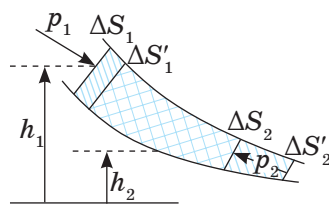


Рис. 23.1



На основании закона сохранения механической энергии работа внешних сил (23.1) равна изменению энергии системы (23.2). Учитывая уравнение неразрывности (22.1), получим:

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (23.3)$$

Это и есть *уравнение Бернулли*. Оно было выведено для достаточно узкой трубки тока и, строго говоря, справедливо, когда эта трубка сжимается в линию тока. Поэтому сумма  $p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2$  остается неизменной вдоль одной и той же линии тока. Уравнение Бернулли еще называют *уравнением трех давлений*, так как  $p$  — статическое давление,  $\rho gh$  — гидростатическое давление,  $\frac{\rho v^2}{2}$  — гидродинамическое давление.

В то же время, слагаемое  $\frac{\rho v^2}{2}$  представляет собой плотность кинетической энергии; слагаемое  $\rho gh$  — плотность потенциальной энергии;  $p$  (статическое давление) — это плотность потенциальной энергии жидкости, измеряемая работой, которую она произвела бы под действием давления  $p$ . Поэтому уравнение Бернулли называют *уравнением трех энергий*.

Разделив уравнение (23.3) на  $\rho g$ , получим:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const.} \quad (23.4)$$

Здесь  $h$  — *геодезическая* (геометрическая) *высота*, т. е. высота данного сечения над горизонтом;  $\frac{p}{\rho g}$  — *пъезометрическая высота*, т. е. высота такого столба жидкости, который своим весом оказывает давление  $p$  в данном сечении;  $\frac{v^2}{2g}$  — *скоростная* (напорная) *высота*, т. е. высота, на которую поднимется в вакууме частица жидкости с начальной скоростью  $v$ , двигаясь вертикально вверх. Поэтому уравнение Бернулли называют еще *уравнением трех высот*.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какая жидкость считается идеальной?
2. О чем говорит уравнение Бернулли?
3. Почему уравнение Бернулли называют *уравнением трех давлений*? Какие это давления?
4. Какая высота называется *геодезической*, какая *пъезометрической* и какая *гидродинамической*?
5. Используя какой закон мы вывели уравнение Бернулли?

## Примеры решения задач

1. Два вертикальных сообщающихся цилиндра заполнены водой и закрыты поршнями с массами  $M_1$  и  $M_2$  (рис. 23.2). В положении равновесия левый поршень расположен выше правого на величину  $h$ . Когда на левый поршень поместили гирию массой  $m$ , поршни в положении равновесия оказались на одной высоте. Какова будет разность высот поршней  $H$  в положении равновесия, если гирию перенести на правый поршень?

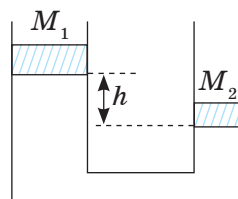


Рис. 23.2

*Решение.* Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — площади поршней,  $\rho$  — плотность воды. Из условия равновесия поршней вначале следует:

$$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g h = \frac{M_2 g}{S_2}. \quad (1)$$

Когда гирия лежит на левом поршне:

$$\frac{(M_1 + m)g}{S_1} = \frac{M_2 g}{S_2}. \quad (2)$$

Когда гирия лежит на правом поршне:

$$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g H = \frac{(M_2 + m)g}{S_2}. \quad (3)$$

Выражая из первого и второго равенств  $S_1$  и  $S_2$ , получаем

$$S_1 = \frac{m}{\rho h}, \quad S_2 = \frac{m}{\rho h} \frac{M_2}{M_1 + m}.$$

Подставляя найденные  $S_1$  и  $S_2$  в третье равенство, получим ответ

$$H = h \left( 1 + \frac{M_1 + m}{M_2} \right).$$

2. Найдите скорость истечения идеальной несжимаемой жидкости из малого отверстия в открытом сосуде, показанного на рисунке 23.3.

*Решение.* Напишем уравнение Бернулли для сечений 1 (на поверхности жидкости в сосуде) и 2 (поперечное сечение выходного отверстия):

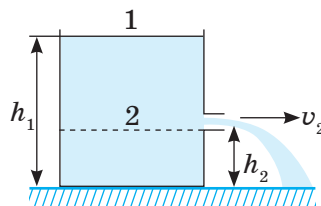


Рис. 23.3

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Если пренебречь изменением атмосферного давления в пределах высоты столба жидкости в сосуде, то  $p_1 = p_2$  и, следовательно,

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Так как площадь поперечного сечения отверстия много меньше площади свободной поверхности жидкости, то на основании уравнения неразрывности  $v_1 \ll v_2$ , и вторым слагаемым в левой части уравнения можно пренебречь. Поэтому:

$$gh_1 = gh_2 + \frac{v_2^2}{2},$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}.$$

Эта формула называется *формулой Торричелли*.

3. В полете давление воздуха под крылом самолета  $97,8 \text{ кН/м}^2$ , а над крылом —  $96,8 \text{ кН/м}^2$ . Площадь крыла  $20 \text{ м}^2$ . Определить подъемную силу.

*Решение.*  $F = pS$ , где  $p = p_2 - p_1$ , тогда  $F = (p_2 - p_1)S$ ,  $F = 20 \cdot 10^3 \text{ Н}$ .

*Ответ:*  $20 \text{ кН}$ .

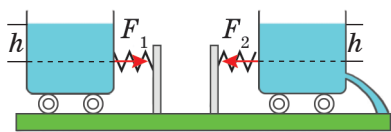


Рис. 23.4

4. В сосуде с жидкостью сделано отверстие площадью  $S$ . Размеры отверстия малы по сравнению с высотой столба жидкости. В одном случае отверстие закрыто пластинкой и измеряется сила давления жидкости на пластинку  $F_1$  при высоте столба жидкости

$h$  (рис. 23.4). В другом случае тот же сосуд стоит на тележке, отверстие открыто, и измеряется сила отдачи  $F_2$  при установившемся токе жидкости в момент, когда высота столба жидкости будет та же, что и в первом случае. Будут ли силы  $F_1$  и  $F_2$  равны?

*Решение.* Согласно закону Паскаля, давление на жидкость передается во всех направлениях одинаково, поэтому в первом случае давление, производимое на пластинку жидкостью, равно гидростатическому давлению столба жидкости высотой  $h$ , а значит,  $F_1 = \rho ghS$ , где  $\rho$  — плотность жидкости.

Во втором случае сила  $F_2$ , согласно второму закону Ньютона, равна изменению импульса жидкости в единицу времени  $F_2 = \Delta p / \Delta t$ . Изменение импульса  $\Delta p = \Delta m v$ , где  $\Delta m$  — масса жидкости, вытекающей за время  $\Delta t$ ,  $v$  — скорость истечения жидкости из отверстия.  $\Delta m = \rho S v \Delta t$ , скорость истечения, согласно формуле Торричелли, равна  $v = \sqrt{2gh}$ . Следовательно,  $F_2 = \rho v^2 S = 2\rho ghS$ .

Таким образом,  $F_2 = 2F_1$ . Объяснить это можно так. Когда жидкость вытекает из малого отверстия, линии тока вблизи него сгущаются, а значит, как следует из уравнения Бернулли, давление на стенку вблизи отверстия уменьшается. Поэтому сила реакции вытекающей струи оказывается больше силы статического давления на площадь отверстия.

*Ответ:* силы  $F_1$  и  $F_2$  не равны.



### Экспериментируйте

Налейте в двухлитровую бутылку Fanta, в которой проделаны отверстия на разных высотах, воду. Оцените скорость вытекания воды из разных отверстий. Какая струя толще?

### Объясните

1. Если вблизи от нас проходит скорый поезд, то мы чувствуем, как нас притягивает к нему. Объясните, почему?
2. В сужающейся трубке течет вода. В ней находится пузырек воздуха. Как изменится его диаметр при прохождении в узкой части трубы?

### Решайте

1. В подвале дома вода отопительной системы поступает в трубу диаметром 4 см со скоростью 50 см/с под давлением 3 атм. Каковы скорость течения и давление в трубке диаметром 2,6 см на втором этаже, расположенного на 5 м выше?

(Ответ: 1,18 м/с; 2,5 Па)

2. Определите скорость полета струи воды из шприца диаметром 4 см, на поршень которого действует сила 30 Н. Площадь отверстия шприца много меньше площади поршня, сопротивлением воздуха пренебречь.

(Ответ: 6,9 м/с)

3. На гладком столе стоит сосуд с водой. В боковой стенке сосуда у самого дна имеется малое отверстие площадью  $5 \text{ см}^2$ . Какую минимальную силу нужно приложить к сосуду, чтобы удержать его в равновесии, если высота уровня воды в сосуде 40 см?

(Ответ: 4 Н)

■4. На поршень спринцовки, имеющий площадь  $10 \text{ см}^2$ , действует постоянная сила 12 Н. С какой скоростью должна вылетать в горизонтальном направлении струя жидкости из отверстия площадью  $2 \text{ см}^2$ , если плотность жидкости  $0,8 \text{ г/см}^3$ ?

(Ответ: 5 м/с)

\*5. Какова должна быть минимальная мощность насоса, поднимающего воду по трубе сечением  $25 \text{ см}^2$  на высоту 20 м, если КПД насоса равен 60% и ежесекундная подача воды равна  $0,3 \text{ м}^3/\text{с}$ ?

(Ответ: 3,7 МВт)

### Рефлексия

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Сегодня я узнал... | 6. Я почувствовал, что... |
| 2. Было интересно...  | 7. Я приобрел...          |
| 3. Было трудно...     | 8. Я научился...          |
| 4. Я понял, что...    | 9. У меня получилось...   |
| 5. Теперь я могу...   | 10. Я смог...             |

## § 24. Вязкость. Ламинарное и турбулентное течения жидкостей



**Ключевые понятия:** вязкость, ламинарное течение, турбулентное течение, число Рейнольдса.

На этом уроке вы: познакомитесь с внутренним трением в жидкостях, ламинарным и турбулентным течениями и условиями их возникновения.

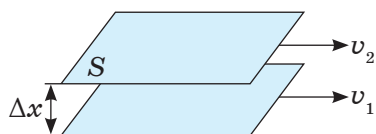
Идеальная жидкость, т. е. жидкость без трения, является абстракцией. Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуще внутреннее трение. Внутреннее трение в жидкостях и газах называется *вязкостью*. Внутреннее трение возникает при перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других. Оно направлено вдоль касательной поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Сила внутреннего трения  $F$  тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя  $S$ , и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою. На рисунке 24.1 представлены два слоя, отстоящие друг от друга на расстоянии  $\Delta x$  и движущиеся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . При этом изменение скорости от слоя к слою  $\Delta v = v_2 - v_1$ . Быстрота изменения скорости от слоя к слою  $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ . Тогда модуль силы внутреннего трения определяется следующим образом:

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S. \quad (24.1)$$

Здесь  $\eta$  называется *коэффициентом вязкости* и зависит от природы жидкости. Единица измерения вязкости — паскаль-секунда (Па·с).

Чем больше вязкость, тем сильнее жидкость отличается от идеальной, тем бóльшие силы внутреннего трения в ней возникают. Коэффициент вязкости зависит от температуры, причем характер этой зависимости существенно различен для жидкостей и газов. У жидкостей коэффициент вязкости сильно уменьшается с повышением температуры. А у газов, напротив, коэффициент вязкости с температурой растет.



Отличие в характере поведения  $\eta$  при изменениях температуры указывает на различие механизма внутреннего трения в жидкостях и газах.

Рис. 24.1

Далее рассмотрим течения реальной жидкости (также и газа). Наблюдаются два вида течения жидкости. В одних случаях жидкость как бы разделяется на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется *ламинарным* (слоистым). Если в ламинарный поток ввести подкрашенную струйку, то она сохраняется, не размываясь, на всей длине потока, так как частицы жидкости в ламинарном потоке не переходят из одного слоя в другой. Ламинарное течение стационарно. Такое течение возможно только при не очень большой скорости потока вязкой жидкости и размера поперечного сечения.

При увеличении скорости или поперечных размеров потока характер течения существенным образом изменяется. Возникает энергичное перемешивание жидкости и завихрение потока. Такое течение называется *турбулентным*. При турбулентном течении скорость частиц в каждом данном месте все время изменяется беспорядочным образом — течение нестационарно.

Английский ученый Рейнольдс установил, что характер течения зависит от значения безразмерной величины:

$$R_e = \frac{\rho v l}{\eta}, \quad (24.2)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $v$  — средняя скорость потока,  $\eta$  — коэффициент вязкости,  $l$  — характерный для поперечного сечения размер. Величина (24.2) называется *числом Рейнольдса*. При малых числах Рейнольдса ( $R_e = \leq 1000$ ) наблюдается ламинарное течение. Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области  $1000 \leq R_e \leq 2000$ .



### Вопросы для самоконтроля

1. С чем связано возникновение внутреннего трения в жидкостях и газах?
2. В каких единицах измеряется вязкость?
3. Какое течение называется *ламинарным*?
4. Какое течение называется *турбулентным*?
5. Как определяется число Рейнольдса?



### Рефлексия

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Сегодня я узнал... | 6. Я почувствовал, что... |
| 2. Было интересно...  | 7. Я приобрел...          |
| 3. Было трудно...     | 8. Я научился...          |
| 4. Я понял, что...    | 9. У меня получилось...   |
| 5. Теперь я могу...   | 10. Я смог...             |



## § 25. Движение тел в жидкостях и газах. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Формула Стокса



**Ключевые понятия:** лобовое сопротивление, подъемная сила, пограничный слой, эффект Магнуса, формула Стокса.

На этом уроке вы: познакомитесь с особенностями движения твердых тел в идеальной и вязкой жидкостях.

Одной из важнейших задач гидроаэродинамики является исследование движения твердых тел в газе и жидкости, в частности, изучение тех сил, с которыми среда действует на движущееся тело.

На тело, движущееся в жидкости или газе, в общем случае действуют две силы, одна из которых направлена в сторону, противоположную движению тела — *лобовое сопротивление*, а вторая перпендикулярно к этому направлению — *подъемная сила*. Однако, если форма тела симметрична и его ось симметрии совпадает с направлением скорости, тогда на него не действует подъемная сила, а действует только лобовое сопротивление. Если считать, что тело движется в идеальной жидкости без внутреннего сопротивления, тогда не действует и лобовое сопротивление.

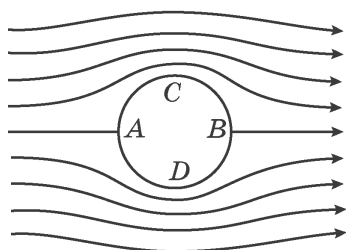


Рис. 25.1

В этом случае, не обладая вязкостью, идеальная жидкость должна свободно скользить по поверхности тела, полностью обтекая его. На рисунке 25.1 показаны линии тока при обтекании очень длинного цилиндра идеальной жидкостью. При этом, конечно, поток деформируется, однако вследствие полного обтекания картина линий тока оказывается совершенно симметричной как относительно прямой, проходящей через точки *A* и *B*, так и относительно прямой, проходящей через точки *C* и *D*. Поэтому давление вблизи точек *A* и *B* будет одинаково (и больше, чем в недеформированном потоке, так как скорость вблизи этих точек меньше); точно так же давление вблизи точек *C* и *D* тоже будет одинаково (и меньше, чем в недеформированном потоке, так как скорость вблизи этих точек больше). Следовательно, результирующая сила давления на поверхность цилиндра очевидно будет равно нулю. Такой же результат получается и для тел другой симметричной формы.

Иначе протекают явления при движении тела в жидкости, обладающей вязкостью. В этом случае очень тонкий слой жидкости прилипает к поверхности тела и движется с ним как одно целое, увлекая за собой из-за трения последующие слои. По мере удаления от поверхности тела скорость слоев становится все меньше и, наконец, на некотором расстоянии от поверхности жидкость оказывается практически невозмущенной движением тела. Таким образом, тело оказывается окруженным слоем

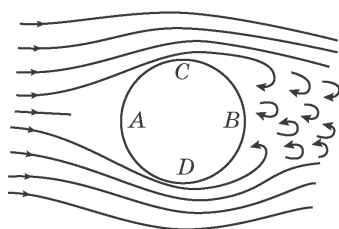


Рис. 25.2

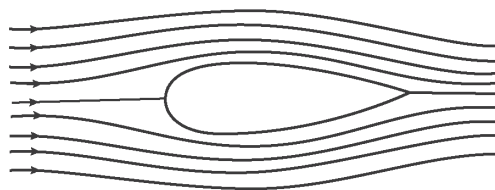


Рис. 25.3

жидкости, в котором имеется градиент скорости. Этот слой называется *пограничным*. В нем действуют силы трения, которые и приводят к возникновению лобового сопротивления. Но дело не исчерпывается только этим. Наличие пограничного слоя в корне изменяет характер обтекания тела жидкостью. Полное обтекание становится невозможным. Действие сил трения в поверхностном слое приводит к тому, что поток отрывается от поверхности тела, в результате чего позади тела возникают вихри (рис. 25.2). Давление в образующейся за телом вихревой области оказывается пониженным, поэтому результирующая сила давления будет отлична от нуля, в свою очередь обуславливая лобовое сопротивление.

Таким образом, лобовое сопротивление складывается из сопротивления трения и сопротивления давления. При данных поперечных размерах тела сопротивление давления сильно зависит от формы тела. Наименьшим сопротивлением давления обладают тела хорошо обтекаемой каплевидной формы (рис. 25.3).

При малых числах Рейнольдса, т. е. при небольших скоростях движения и небольших размерах тела, сопротивление среды обусловлено практически только силами трения. Английский ученый Дж. Стокс установил, что сила сопротивления в этом случае пропорциональна коэффициенту вязкости  $\eta$ , скорости движения  $v$  тела относительно жидкости и характерному размеру тела  $r$ . Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела. Для шара, если в качестве характерного размера взять радиус, коэффициент пропорциональности оказывается равным  $6\pi$ . Следовательно, сила сопротивления движению шарика в жидкостях при небольших скоростях в соответствии с формулой Стокса равна

$$F = 6\pi\eta rv. \quad (25.1)$$

Разность статических давлений в различных точках поверхности твердого тела, движущегося в жидкости или газе, может вызвать не только силу сопротивления, но и так называемую *подъемную силу*. Для возникновения подъемной силы вязкость жидкости не имеет существенного значения. На рисунке 25.4 показаны линии тока при обтекании идеальной жидкостью полуцилиндра. Вследствие

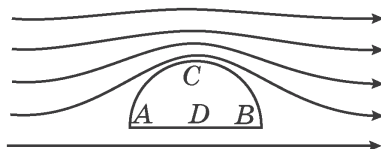


Рис. 25.4

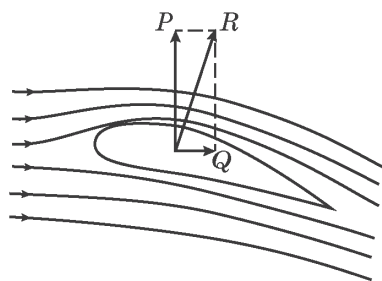


Рис. 25.5

полного обтекания линии тока будут симметричны относительно прямой  $CD$ . Однако относительно прямой  $AB$  картина будет несимметричной. Линии тока сгущаются вблизи точки  $C$ , поэтому давление здесь будет меньше, чем вблизи точки  $D$ , и возникает подъемная сила  $P$ . Аналогичным образом возникает подъемная сила и в вязкой жидкости.

В рассмотренном выше примере обтекания цилиндра вязкой жидкостью выяснили, каким образом возникает сила лобового сопротивления. При этом в нем не возникает подъемная сила. Однако, если при обтекании этот цилиндр еще и вращается, тогда ситуация меняется. При вращении цилиндр увлекает прилегающие к его поверхности слои вязкой жидкости во вращение и вокруг цилиндра возникает вихревое движение. С одной стороны цилиндра направление вихря совпадает с направлением обтекающего потока и, соответственно, скорость движения среды с этой стороны увеличивается. С другой стороны цилиндра направление вихря противоположно направлению движения потока, и скорость движения среды уменьшается. Ввиду этой разности скоростей возникает разность давлений, порождающих поперечную силу от той стороны вращающегося тела, на которой направление вращения и направление потока противоположны, к той стороне, на которой эти направления совпадают. Этот эффект был впервые описан немецким физиком Генрихом Магнусом и получил название *эффектом Магнуса*.

Возникновение подъемной силы широко используется в повседневной практике. Силой, поддерживающий самолет в воздухе, служит подъемная сила, действующая на его крылья. Лобовое сопротивление играет при полете самолета вредную роль. Поэтому крыльям самолета и его фюзеляжу придают хорошо обтекаемую форму. Профиль крыла должен вместе с тем обеспечивать достаточную по величине подъемную силу. Оптимальным для крыла является показанный на рисунке 25.5 профиль, найденный русским ученым Н. Е. Жуковским. На этом рисунке  $Q$  — это лобовое сопротивление, а  $P$  — подъемная сила.



### Вопросы для самоконтроля

1. От чего зависит величина лобового сопротивления?
2. Что такое *пограничный слой*?
3. Как возникает подъемная сила?
4. В чем заключается эффект Магнуса?
5. Как определяется сила Стокса?



## Наблюдайте

Пронаблюдайте за падением вращающегося легкого теннисного шарика с края стола. Опишите это движение и попытайтесь его объяснить.

## Экспериментируйте

Прodelайте эксперимент. Вложите в воронку бумажный фильтр (рис. 25.6) и попробуйте выдуть его через узкий конец воронки. У вас не получилось? Почему?

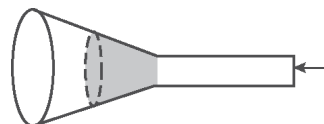


Рис. 25.6

## Объясните

Почему ураган срывает крыши домов?

## Исследуйте

Исследуйте зависимость скорости истечения воды из малого отверстия в открытом сосуде от уровня воды в сосуде. Сравните найденные вами значения с формулой Торричелли и сделайте выводы.

## Анализируйте

1. Проанализируйте, почему футбольный мяч можно "закрутить" в ворота с углового удара?
2. Проанализируйте, почему, если близко стоишь около идущего поезда, возникает эффект "притягивания" к колесам?

## Решайте

1. Определите скорость ветра, если он оказывает давление 200 Па на стену. Ветер дует перпендикулярно стене. Плотность воздуха  $1,29 \text{ кг/м}^3$ .

(Ответ: 8,8 м/с)

2. В широкой части горизонтальной трубы нефть течет со скоростью 2 м/с. Определите скорость течения нефти в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы составляет 50 мм. рт. ст.

(Ответ: 4,33 м/с)

- 3. На какой высоте площадь поперечного сечения струи фонтана будет в пять раз больше площади выходного отверстия трубки? Скорость воды в выходном отверстии 10 м/с.

(Ответ: 4,8 м)

- 4. Бак, заполненный водой до высоты 1 м, пробивает пуля на высоте 10 см. На какое расстояние от бака будет бить струя воды? Где следовало бы сделать отверстие, чтобы она била на максимальное расстояние?

(Ответ: 0,6 м; 0,5 м)



## Рефлексия

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Сегодня я узнал... | 6. Я почувствовал, что... |
| 2. Было интересно...  | 7. Я приобрел...          |
| 3. Было трудно...     | 8. Я научился...          |
| 4. Я понял, что...    | 9. У меня получилось...   |
| 5. Теперь я могу...   | 10. Я смог...             |

*Гидроаэромеханика* — это наука, изучающая механические свойства жидкостей и газов, их движение и движение твердых тел в них.

В механике жидкостей важным является понятие давления. **Давление** — физическая величина, численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади поверхности  $S$ , перпендикулярно этой поверхности,

т. е.  $p = \frac{F}{S}$ . Для жидкости, находящейся в покое, справедлив **закон Паскаля**: в данной точке жидкости давление передается одинаково по всем направлениям.

Давление, вызванное действием силы тяжести, называется *гидростатическим давлением*. Его находят по формуле:  $p = \rho gh$ , где  $h$  — высота столба жидкости,  $\rho$  — ее плотность.

На тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая **законом Архимеда**: на тело, находящееся в жидкости, со стороны этой жидкости действует направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости  $F_A = \rho gh$ , где  $\rho$  — плотность жидкости,  $V$  — объем погруженного в жидкость тела.

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости — *поток*. Графически движение жидкостей изображается с помощью *линий тока*.

Течение жидкости называется *установившимся* (или *стационарным*), если форма и расположение линии тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются. Для несжимаемой жидкости справедливо **уравнение неразрывности**: **произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока**:  $S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const}$ .

Закон сохранения механической энергии для идеальной несжимаемой жидкости выражается **уравнением Бернулли**:  $p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}$ , где  $p$  — давление жидкости в данном сечении  $S$ ,  $\rho gh$  — гидростатическое давление,  $\frac{1}{2} \rho v^2$  — гидродинамическое давление.

Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуще внутреннее трение. Внутреннее трение в жидкостях и газах называется *вязкостью*. Внутреннее трение возникает при перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других. Модуль силы внутреннего трения определяется следующим образом:  $F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S$ .

Здесь  $\eta$  — коэффициент вязкости, зависящий от природы жидкости,  $\frac{\Delta v}{\Delta x}$  — быстрота изменения скорости от слоя к слою.

Английский ученый Дж. Стокс установил, что сила сопротивления в этом случае пропорциональна коэффициенту вязкости  $\eta$ , скорости движения  $v$  тела относительно жидкости и характерному размеру тела  $r$ . Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела. Для шара он выглядит так:  $F = 6\pi\eta rv$ .