

§ 6. Первый закон Ньютона.

Инерциальные системы отсчета



Ключевые понятия: инерциальная система, движение и покой, свободное тело, инертность, инерция, первый закон Ньютона.

На этом уроке вы: узнаете, что покой и движение — это естественные состояния тел, об инерциальных системах отсчета, о первом законе Ньютона.

Динамика — это раздел механики, который изучает механическое движение с учетом причин, его вызвавших.

Человечество с древних пор пыталось ответить на вопрос: что является причиной движения? Первым в этом попытался разобраться Аристотель. По Аристотелю, естественным состоянием тел относительно Земли является покой, который может длиться сколь угодно долго. Движение же не присуще телу как таковому, т. е. оно не является естественным состоянием для тела. Движение всегда требует причины. Без причины — воздействия извне — движение не начинается и не длится сколь угодно долго. Знаменитый опыт Галилея со скатыванием тела с наклонной плоскости (см. рис. 6.1) показал, что движение этого тела после скатывания на горизонтальную поверхность зависит от того, по какой горизонтальной поверхности тело продолжило свое движение. Если эта поверхность покрыта песком, то движение прекращается довольно быстро, а если поверхностью является стекло или хорошо отшлифованный мрамор, то движение продолжается достаточно долго. Если мысленно сделать поверхность идеально гладкой, то движение тела могло бы вообще не прекращаться. Просто Аристотель не сразу увидел, что причиной остановки тела является трение между телом и поверхностью.

В том, что движение также присуще телу, как и покой, и не требует для себя причины, потребовались мысленные эксперименты Галилея и его гениальное утверждение: “Свободное тело относительно Земли движется равномерно и прямолинейно”.

Из экспериментов Галилея следовало, что движение является таким же естественным состоянием тела, как и состояние покоя.

Ньютон, проанализировав эксперименты и выводы Галилея, доказал, что покой или равномерное прямолинейное движение не требуют для своего поддержания каких-либо внешних воздействий.

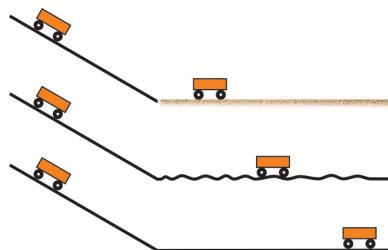


Рис. 6.1

В этом проявляется особое динамическое свойство тел, называемое **инертностью**.

Инертность — это свойство тела препятствовать любым попыткам изменить состояние его движения.

Именно поэтому первый закон Ньютона называют **законом инерции**, а движение тела в отсутствие воздействий со стороны других тел — **движением по инерции**.

Механическое движение относительно: его характер для одного и того же тела может быть различным в разных системах отсчета, движущихся друг относительно друга. Например, космонавт, находящийся на борту искусственного спутника Земли, неподвижен в системе отсчета, связанной со спутником. В то же время по отношению к Земле он движется вместе со спутником по эллиптической орбите, т. е. не равномерно и не прямолинейно.

Следовательно, первый закон Ньютона должен выполняться не во всякой системе отсчета. Например, шар, лежащий на гладком полу вагона поезда, который движется прямолинейно и равномерно, может прийти в движение по полу без всякого воздействия на него со стороны каких-либо тел. Для этого достаточно, чтобы скорость поезда начала изменяться.

Если тело будет двигаться прямолинейно и равномерно в отсутствие действия на него других тел, то такая система отсчета будет для нас предпочтительней.

Ньютон после обобщения опытных фактов распространил утверждение Галилея не только для системы отсчета, связанной с Землей, но и на бесконечное количество **инерциальных систем отсчета**.

Под **инерциальными системами отсчета** понимают системы отсчета, в которых тело, без воздействия других тел извне, либо движется равномерно и прямолинейно, либо покойится. В этом и состоит суть первого закона Ньютона.

Первый закон Ньютона гласит:

Существуют такие системы отсчета (**инерциальные**), в которых тело либо покойится, либо движется прямолинейно и равномерно, если на него не действуют силы, или силы, действующие на него, скомпенсированы.

Из первого закона Ньютона следует, что **естественному состоянию любого свободного тела являются покой или же равномерное прямолинейное движение**.

Это означает, что покой и равномерное прямолинейное движение — это равноправные состояния свободного тела.

Содержание первого закона Ньютона сводится по существу к двум утверждениям: во-первых, что все тела обладают свойством инертности и, во-вторых, что существуют инерциальные системы отсчета.



Рис. 6.2. Трактор движется равномерно и прямолинейно

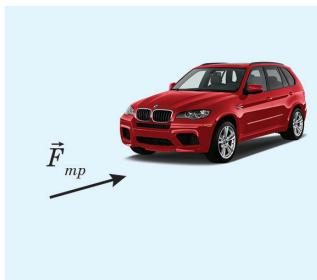


Рис. 6.3. Автомобиль тормозит

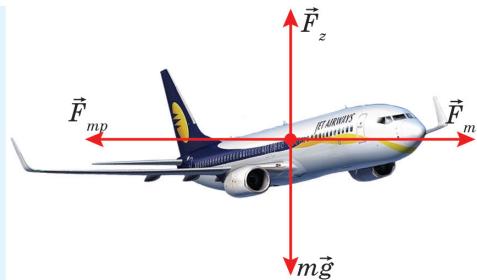


Рис. 6.4. Самолет летит с постоянной скоростью на одной и той же высоте

Если систему отсчета связать с телами, изображенными на рисунках 6.2, 6.3 и 6.4, то какие системы можно считать инерциальными?

Любые две инерциальные системы отсчета могут двигаться друг относительно друга только поступательно и притом равномерно и прямолинейно. Экспериментально установлено, что систему отсчета, связанную с Солнцем, можно считать инерциальной.

Лабораторная система отсчета, оси координат которой жестко связаны с Землей, не является инерциальной главным образом из-за суточного вращения Земли. Однако Земля вращается столь медленно, что максимальное нормальное ускорение точек ее поверхности в суточном вращении не превышает $34 \text{ мм}/\text{с}^2$. Поэтому в большинстве практических задач лабораторную систему отсчета можно приближенно считать инерциальной.

Инерциальные системы отсчета играют особую роль не только в механике, но также и во всех других разделах физики. Это связано с тем, что, согласно принципу относительности Эйнштейна, математическое выражение любого физического закона должно иметь один и тот же вид во всех инерциальных системах отсчета.

Но в природе существуют и другие системы отсчета — неинерциальные. Это системы отсчета, которые движутся относительно инерциальных систем с ускорением. Для того, чтобы в них выполнялись законы Ньютона, требуется введение особых сил — сил инерции. О них мы поговорим в дальнейшем.



Вопросы для самоконтроля

- Почему тело не может само собой остановиться и само по себе разогнаться?
- Какое явление называется *инерцией*?
- К каким выводам пришел Г. Галилей после проведения экспериментов с тележками?
- Какие системы отсчета называются *инерциальными*?
- Какие системы отсчета называются *неинерциальными*?
- Как объяснить падение пассажиров при резком торможении автобуса, или при резком увеличении скорости этим же автобусом?



Творческая мастерская

Наблюдайте

На книге, лежащей на столе, находится теннисный шарик. Толкните книгу. Что вы наблюдаете? Объясните.

Объясните

- Почему с размаху легче разрубить полено?
- Система отсчета связана с автомобилем. Будет ли она инерциальной, если автомобиль движется: 1) равномерно и прямолинейно по горизонтальной поверхности; 2) ускоренно по горизонтальной поверхности; 3) равномерно по окружности; 4) равномерно в гору; 5) равномерно с горы; 6) ускоренно с горы?
- Как вы думаете, как бы повели себя Луна и Земля, если бы исчезло явление инерции?
- На чем основано освобождение ковра от пыли путем его выколачивания?
Путем встряхивания?

Исследуйте

В каком направлении наклоняются люди, стоящие в движущемся вагоне, при внезапной остановке вагона?

Анализируйте

- Автомобиль движется по горизонтальному шоссе с выключенным двигателем. Можно ли его движение считать движением по инерции?
- По поведению капель определите, как движется тележка с капельницей (рис. 6.5, а, б, в)?

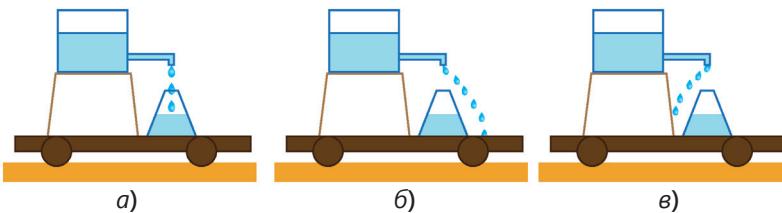


Рис. 6.5

Творите

Придумайте задачу практического содержания на явление инерции.

Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждается ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 7. Масса тел. Сила. Второй закон Ньютона



Ключевые понятия: масса тела, сила, второй закон Ньютона, ускорения.

На этом уроке вы: научитесь объяснять физический смысл инертной и гравитационной массы; применять второй закон Ньютона.

В динамике для изучения механического движения вводят особые физические величины: масса и сила.

Масса тела. При воздействии одних тел на другие тела изменяют свою скорость — приобретают ускорение. При этом разные тела при данном воздействии приобретают разное ускорение, т. е. оказывают разное сопротивление внешнему воздействию.

Свойство тел препятствовать любым попыткам изменить состояние движения или покоя называется инертностью. Следовательно, для изменения скорости тела на заданную величину нужно, чтобы на него действовало другое тело и это действие длилось некоторое время.

Инертность — это свойство, присущее всем телам. Для того, чтобы количественно охарактеризовать инертность тела, ввели понятие **инертной массы**.

О теле, которое в результате взаимодействия меньше изменяет свою скорость, говорят, что оно более инертно, и его масса больше, т. е. тело с большей массой приобретает меньшее ускорение:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}. \quad (7.1)$$

Формулу (7.1) легко получить, если провести эксперимент по столкновению двух тележек разной массы с последующим измерением расстояний, на которые они разъедутся. Предлагаем вам вспомнить этот опыт, который был рассмотрен в курсе физики 7 класса.

В СИ единицей массы тела является килограмм (кг).

Масса — это сложное физическое понятие. Она отражает различные физические свойства материи. Ранее мы сталкивались с массой как с мерой количества вещества, находящегося в данном объеме тела.

Теперь мы познакомились с массой, являющейся мерой инертности тела.

Но существует и **гравитационная масса**, которая является мерой гравитационного взаимодействия. Эта масса входит в закон всемирного тяготения.

Установленная теорией относительности взаимосвязь между массой и энергией $E = mc^2$ показывает, что масса является мерой полной энергии тел. Эта знаменитая формула называется формулой Эйнштейна.

Эксперименты и расчеты показывают, что численные значения этих масс оказались одинаковыми, несмотря на то, что они отражают разные свойства материи.

Масса тела обладает свойством *аддитивности* (сложения): при соединении двух тел в одно массы этих тел складываются.

Существуют два основных способа определения массы тела:

1) путем сравнения ускорений тела неизвестной массы и эталона массы при их взаимодействии $\left(m_{\tau} = \frac{a_{\vartheta}}{a_{\tau}} m_{\vartheta} \right);$

2) путем взвешивания на рычажных весах.

В классической механике Ньютона принято считать, что:

- 1) масса тела не зависит от скорости его движения;
- 2) масса тела равна сумме масс всех частиц (или материальных точек), из которых оно состоит;
- 3) для данной системы тел выполняется закон сохранения массы: при любых процессах, происходящих в системе тел, их масса остается неизменной.

Сила. При действии на тело других тел может изменяться либо форма или размеры тела (тело деформируется), либо скорость тела (тело приобретает ускорение), либо одновременно возможно и то, и другое.

Физическая величина, характеризующая воздействие одного тела на другое, в результате которого тела приобретают ускорения или деформируются, называется силой.

Следовательно, за появление силы отвечает конкретная тело. На тело действует столько сил, со сколькими телами оно взаимодействует.

Сила \vec{F} — величина векторная. Она характеризуется модулем (численным значением), точкой приложения, направлением в пространстве, временем действия и площадью, на которую она действует.

Прямая, вдоль которой направлен вектор силы, называется *линией действия силы*.

Точку приложения силы в твердом теле можно переносить только вдоль линии ее действия OO' , не изменяя результата ее действия на тело.

Единицей измерения силы в СИ является ньютон (Н). Силу измеряют динамометром.

Взаимодействие тел. Примеров взаимодействия тел можно привести сколько угодно. Когда вы, находясь в лодке, начнете за веревку подтягивать другую лодку, то и ваша лодка обязательно продвинется вперед. Действуя на вторую лодку, вы заставляете ее действовать на вашу лодку.

Если вы ударите ногой по мячу, то сразу же ощутите действие мяча на ногу.

При соударении двух бильярдных шаров изменяют свою скорость оба шара.

Все это проявления взаимодействия тел.

Действия тел друг на друга носят характер взаимодействия не только при непосредственном контакте тел.

Земля притягивает Луну (сила всемирного тяготения) и заставляет ее двигаться по криволинейной траектории; в свою очередь Луна

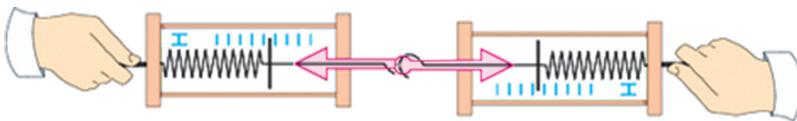


Рис. 7.1

также притягивают Землю (тоже сила всемирного тяготения). Хотя, естественно, в системе отсчета, связанной с Землей, ускорение Земли, вызываемое этой силой, нельзя обнаружить непосредственно, но оно проявляется в виде приливов.

Выясним с помощью опыта, как связаны между собой силы взаимодействия двух тел. Это можно произвести на следующих опытах:

Опыт 1. Возьмем два динамометра, зацепим друг за друга их крючки (рис. 7.1), и, взявшись за кольца, будем растягивать их, следя за показаниями обоих динамометров. Мы увидим, что при любых расстояниях показания обоих динамометров будут одинаковы; значит, сила, с которой первый динамометр действует на второй, равна силе, с которой второй динамометр действует на первый.

Опыт 2. На двух тележках, которые могут катиться по рельсам, стоят два человека А и В (рис. 7.2). Они держат в руках концы веревки. Легко обнаружить, что, независимо от того, кто натягивает веревку, А или В или оба вместе, тележки всегда приходят в движение одновременно и притом в противоположных направлениях. Измеряя ускорения тележек, можно убедиться, что ускорения обратно пропорциональны массам каждой из тележек (вместе с человеком). Отсюда следует, что силы, действующие на тележки, равны по модулю.

Если же разорвать веревку и в месте разрыва поместить два динамометра, то мы обнаружим, что их показания будут одинаковыми. Это еще раз подтверждает, что силы взаимодействия равны.

Второй закон Ньютона. В каких же случаях скорость тела изменяется? Ньютон доказывает, что *причиной изменения скорости тела является результирующая сила, действующая на него*. Результатом этого действия будет ускорение, которое получит либо тело как целое, либо части тела, что приведет к его деформации.

Ньютон, проведя многочисленные опыты и наблюдения, устанавливает **основной закон движения** тел. Проиллюстрировать его можно с помощью опыта, схема которого изображена на рисунке 7.3. Измеряя

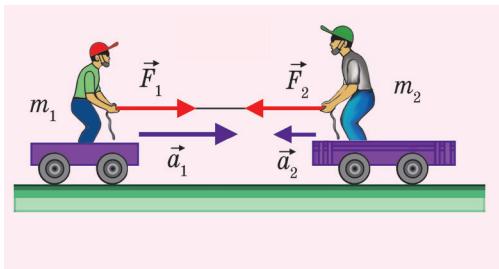


Рис. 7.2

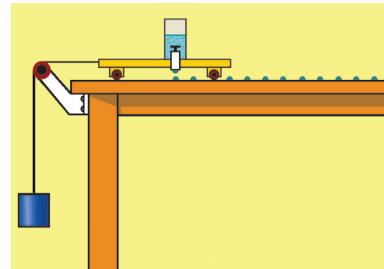


Рис. 7.3

расстояния между каплями, вытекающими из капельницы через равное время, легко определить величину ускорения тележки. Именно таким образом И. Ньютон установил связь между силой, вызвавшей ускоренное движение тела, и его ускорением.

Второй закон Ньютона гласит: величина ускорения, с которым движется тело, прямо пропорциональна величине результирующей силы, действующей на тело, и обратно пропорциональна массе тела, а вектор ускорения направлен в сторону действия результирующей силы.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (7.2)$$

Под результирующей силой понимают такую силу, которая оказывает такое же действие, что все силы, приложенные к телу. Находят результирующую силу как векторную сумму всех сил, действующих на тело:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad (7.3)$$

Из формулы (7.2) следует, что результирующая сила может быть найдена как произведение массы тела на приобретаемое им ускорение:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (7.4)$$

Выражение (7.4) получило название **основного закона динамики**.

Именно второй закон Ньютона придает всей классической механике ее особую красоту — начинает казаться, будто весь физический мир устроен, как наиточнейший хронометр. Если нам известны пространственные координаты и скорости всех материальных точек во Вселенной и указаны направление и величины всех действующих в ней сил, то можно предсказать любое ее будущее состояние. И такой взгляд на природу вещей во Вселенной бытовал вплоть до появления квантовой механики.



Вопросы для самоконтроля

1. Что называется *взаимодействием тел*?
2. Что происходит с телами при взаимодействии?
3. Что называется *инертностью*?
4. Какая величина характеризует инертность количественно?
5. В чем заключается многогранность понятия *масса*?
6. Что понимают под силой?
7. Что надо знать, чтобы дать полную характеристику действия силы?
8. Как узнать, сколько сил действуют на тело?
9. В чем состоит суть второго закона Ньютона?
10. Как находят результирующую силу?
11. Объясните, почему кометы, пролетающие недалеко от Солнца или Земли, не падают на них?
12. Почему нельзя мгновенно остановиться или мгновенно набрать большую скорость?



Творческая мастерская

Экспериментируйте

В Вашем распоряжении имеются легкая коробочка и два шарика разной массы. Как узнать, какой из них имеет большую массу?

Объясните

1. Может ли равнодействующая из трех равных по модулю сил, приложенных в одной точке, быть равной нулю?
2. При каком условии тело: а) движется равномерно; б) движется с ускорением?

Решайте

1. Тело массой 2 кг приобретает под действием некоторой силы ускорение 2 м/с². С каким ускорением под действием этой же силы будет двигаться тело массой 5 кг?

(Ответ: 0,2 м/с²)

2. Скорость автомобиля меняется по закону $v_x = 10 + 0,5t$. Масса автомобиля 1,8 т. Чему равна результирующая сила, действующая на него?

(Ответ: 900 Н)

3. Под действием силы 20 Н тело движется с ускорением 2,5 м/с². Какова масса тела?

(Ответ: 8 кг)

4. Движение тела массой 1,5 кг описывается уравнением $x = 2t + 0,4t^2$. Каков модуль силы, вызвавший это движение?

(Ответ: 1,2 Н)

5. Тело массой 60 кг движется под действием двух сил: первая величиной 60 Н направлена против перемещения, а другая величиной 150 Н направлена по движению тела. С каким ускорением движется тело?

(Ответы: 1,5 м/с²)

- 6. На материальную точку массой 600 г действуют две силы: $F_1 = 2$ Н и $F_2 = 3$ Н. Определите угол между этими силами, если под их действием точка движется с ускорением 8 м/с²?

(Ответ: 33°)

Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 8. Третий закон Ньютона



Ключевые понятия: взаимодействие тел, третий закон Ньютона.

На этом уроке вы: научитесь применять третий закон Ньютона.

Причиной изменения движения тел является внешнее воздействие. Воздействие — это есть результат взаимодействия тел. Количественной мерой взаимодействия тел является сила. Ньютон продолжил изучение движения тел и посмотрел на движение с другой точки зрения. Он решил выяснить, что происходит с телами при взаимодействии их друг с другом и как связаны силы, появляющиеся при взаимодействии между собой? Для этого он провел ряд опытов.

Опыт 1. Возьмем небольшую тележку с прикрепленной к ней упругой пружиной. Пружина сжата и связана нитью. Тележка покоятся относительно стола. Интересно, начнет ли она двигаться после пережигания нити?

После пережигания нити мы увидим, что пружина разожмется, но тележка останется на месте (рис. 8.1, а и 8.1, б).

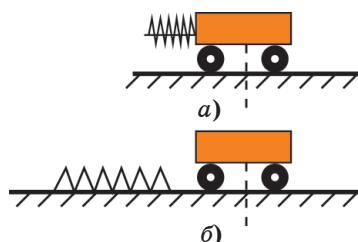


Рис. 8.1

Опыт 2. Теперь поместим рядом с первой тележкой вторую точно такую же тележку, соприкасающуюся с другим концом пружины. Снова пережжем нить. Что же теперь будет происходить? После того, как пружина разожмется, тележки разъедутся на одинаковые

расстояния, но в противоположные стороны (рис. 8.2, а и 8.2, б). То есть тележки стали разъезжаться только тогда, когда они стали действовать друг на друга посредством пружины. Пружина в этом случае играет роль посредника, т. е. с ее помощью одна тележка действует на другую.

Опыт 3. Если же на правую тележку поместить гирю, масса которой в два раза больше массы тележки, то после пережигания нити тележки снова разъедутся в противоположные стороны, но теперь на разные расстояния (рис. 8.3, а и 8.3, б).

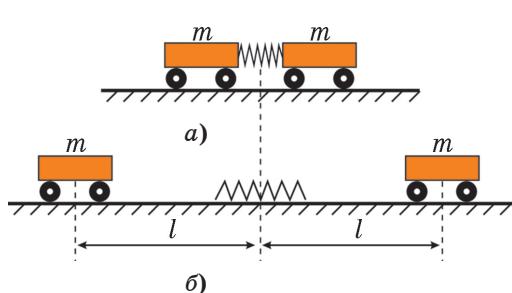


Рис. 8.2

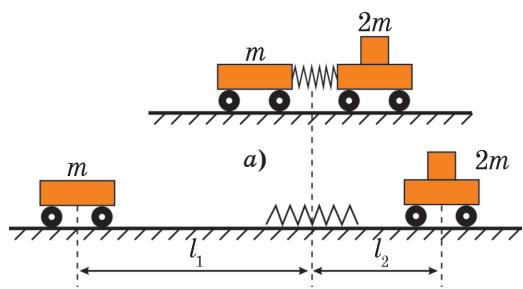


Рис. 8.3

Из опытов, описанных в этой главе, следует, что при взаимодействии тележек с разными массами, ускорения, приобретаемые ими, тоже различны. Об этом свидетельствуют разные расстояния, пройденные тележками до остановки: расстояние, пройденное до остановки тележкой с грузом, оказалось в три раза меньше, чем у тележки без груза. Рассчитав ускорения тележек и зная их массы, можно определить величины сил, действующих на каждую тележку по формуле (8.1). Расчеты покажут, что эти силы равны по величине, так как

$$m_1 a_1 = m_2 a_2. \quad (8.1)$$

Тележки разъехались в противоположные стороны, следовательно, направление сил, вызвавших их движение, противоположное. Из опыта видно, что силы возникают при взаимодействии тел и возникают парами:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (8.2)$$

Знак “–” в этом равенстве указывает на то, что направление сил противоположно.

Силы, возникающие при взаимодействии, приложены к разным телам, поэтому их складывать нельзя.

Обобщая результаты этих опытов, Ньютон сформулировал еще один закон движения тел, который получил название **третьего закона Ньютона**:

Силы в природе возникают при взаимодействии тел, причем возникают парами; модули этих сил одинаковы, а направления строго противоположны и лежат на одной прямой, соединяющей эти тела; природа происхождения этих сил одинакова.

Формула (8.2) является математической записью этого закона.

Третий закон Ньютона справедлив в инерциальных системах отсчета.

Третий закон Ньютона позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике произвольной механической системы (системы материальных точек). Из третьего закона Ньютона следует, что в любой механической системе геометрическая сумма всех внутренних сил равна нулю.



Вопросы для самоконтроля

1. Что называется *взаимодействием тел*?
2. Как будет меняться движение тел при их взаимодействии?
3. Что можно сказать о величинах сил, появившихся при взаимодействии тел?
4. Что можно сказать о направлениях сил, появившихся при взаимодействии тел?
5. Сформулируйте третий закон Ньютона.
6. Всегда ли справедлив третий закон Ньютона?



Творческая мастерская

Экспериментируйте

Между двумя динамометрами поместили третий. Потяните за два крайних. Каковы показания динамометров?

Объясните

Когда натяжение каната будет больше: 1) два человека тянут канат за концы с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению; 2) один конец каната прикреплен к стене, а другой человек тянет с той же силой?

Анализируйте

Лебедь, рак и щука в известной басне Крылова тянут воз с одинаковыми по модулю силами. «А воз и ныне там». Как направлены эти силы? Приведите расчеты.

Решайте

1. Два мальчика растягивают динамометр. Каждый прилагает силу 10 Н. Каковы показания динамометров?

2. На пружинный динамометр в противоположных направлениях действуют две силы 4 Н и 7 Н. Каковы показания динамометра? Что покажет динамометр, если на него в противоположные стороны будут действовать две силы по 5 Н каждая?

(Ответ: 3 Н; 5 Н)

3. Разорвется ли веревка, которая может выдержать силу натяжения 150 Н, если два человека будут тянуть ее в противоположные стороны с силами по 120 Н?

(Ответ: выдержит)

4. На весах уравновешен неполный стакан с водой. Нарушится ли равновесие весов, если в воду погрузить карандаш и держать его в руке, не касаясь стакана?

(Ответ: да)

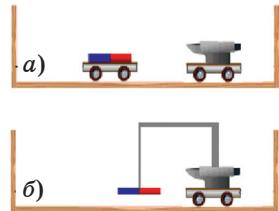


Рис. 8.4

Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждается ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытали ли вы затруднения при выполнении заданий «Творческой мастерской»? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 9. Сила упругости. Закон Гука. Сила реакции опоры



Ключевые понятия: деформация, сила упругости, закон Гука, механическое напряжение, модуль Юнга.

На этом уроке вы: научитесь различать виды деформаций, применять закон Гука при решении задач.

Если взаимодействие тел не приводит к появлению у тел ускорений, то тела будут деформироваться. В этом случае проявляется статическое действие силы.

Любое изменение размеров и формы тела, происходящее под действием внешних сил, называется деформацией (от лат. *deformatio* — “искажение”).

При растягивании эспандера деформируются не только его пружины, но и мышцы человека, растягивающего его.

Деформации, которые испытывают тела, бывают двух видов: упругая и пластиичная.

Деформация называется *упругой*, если после прекращения действия внешней силы тело восстанавливает свои прежние размеры и форму.

Деформация называется *пластиичной*, если после прекращения действия внешней силы тело не восстанавливает свои прежние размеры и форму.

Материалы, из которых изготавливают мосты, балки, стены зданий, детали машин, должны обладать упругими свойствами.

А материалы, подвергающиеся процессам ковки, штамповки, лепки, должны обладать пластиичными свойствами.

Характер деформации зависит от величины и длительности действия силы, от природы материала вещества, от его температуры и других факторов.

Существуют разные виды упругих деформаций: деформации расстяжения и сжатия, деформации изгиба, сдвига и кручения.

Возьмем мягкую резинку для карандаша, нанесем на нее карандашом параллельные линии и нажмем на нее пальцем (рис. 9.1). Палец, нажимающий на резинку, перемещает верхние слои резинки; нижний слой, лежащий на столе, остается неподвижным, так как он соприкасается с гораздо более жесткой, чем резинка, поверхностью стола. Разные части резинки смещаются по-разному, и резинка меняет свою форму: возникает деформация.

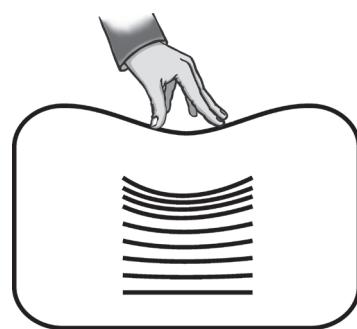


Рис. 9.1

Деформированная резинка действует на соприкасающиеся с ней тела с некоторой силой. Палец отчетливо чувствует давление резинки. Если палец убрать, то резинка примет прежнюю форму.

При деформациях твердого тела его частицы (атомы, молекулы, ионы), находящиеся в узлах кристаллической решетки, смещаются из своих положений равновесия. Этому смещению противодействуют силы взаимодействия между частицами твердого тела, удерживающие эти частицы на определенном расстоянии друг от друга. Поэтому при

любом виде упругой деформации в теле возникают внутренние силы, препятствующие его деформации.

Силы, возникающие в теле при его упругой деформации и направленные против направления смещения частиц тела, вызываемого деформацией, называют силами упругости.

Силы упругости препятствуют изменению размеров и формы тела. Силы упругости действуют в любом сечении деформированного тела, а также в месте его контакта с телом, вызывающим деформации. Например, со стороны упруго деформированной доски D на бруск C , лежащий на ней, действует сила упругости $F_{\text{упр}}$, которую называют *силой реакции опоры* (рис. 9.2).

Важная особенность силы упругости состоит в том, что она **направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения** тел, а если речь идет о таких телах, как деформированные пружины, сжатые или растянутые стержни, шнуры, нити, то сила упругости направлена вдоль их осей. В случае одностороннего растяжения или сжатия сила упругости направлена вдоль прямой, по которой действует внешняя сила, вызывающая деформацию тела, противоположно направлению этой силы и перпендикулярно поверхности тела.

Силу, действующую на тело со стороны опоры или подвеса, называют силой реакции опоры или силой натяжения подвеса. На рисунке 9.3 приведены примеры приложения к телам сил реакции опоры (силы \vec{N}_1 , \vec{N}_2 , \vec{N}_3 , \vec{N}_4 и \vec{N}_5) и сил натяжения подвесов (силы \vec{T}_1 , \vec{T}_2 , \vec{T}_3 и \vec{T}_4).

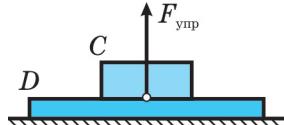


Рис. 9.2

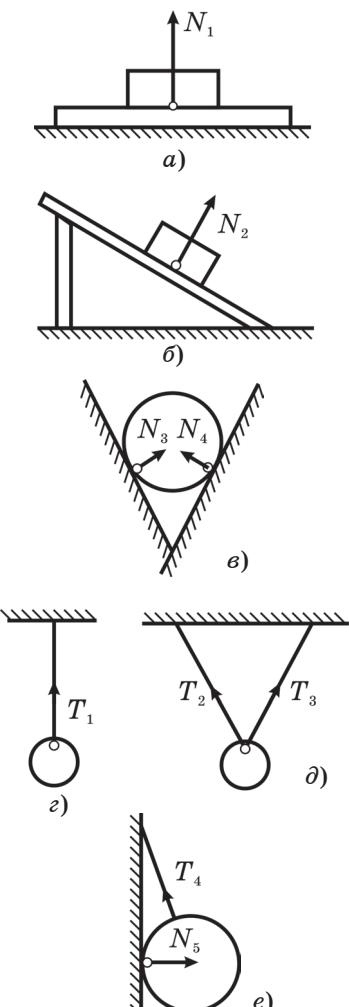


Рис. 9.3

Линейная деформация (деформация растяжения) — деформация, при которой происходит изменение только одного линейного размера тела. Количественно она характеризуется *абсолютным* Δl и *относительным* ε удлинением (рис. 9.4):

$$\Delta l = |l - l_0|, \quad (9.1)$$

где Δl — абсолютное удлинение (м); l и l_0 — конечная и начальная длина тела.

Относительное удлинение — это величина, определяемая удлинением стержня в единицу длины, т. е.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (9.2)$$

где ε — относительное удлинение тела; Δl — абсолютное удлинение тела (м); l_0 — начальная длина тела (м).

Связь между силой упругости и упругой деформацией тела (при малых деформациях) была экспериментально установлена современником Ньютона английским физиком Гуком. Математическое выражение закона Гука для деформации растяжения (сжатия) имеет вид:

$$F_{\text{упр.}} = -k\Delta l, \quad (9.3)$$

где $F_{\text{упр.}}$ — модуль силы упругости, возникающей в теле при деформации (H); Δl — абсолютное удлинение тела (м).

Коэффициент k называется *жесткостью тела* — коэффициент пропорциональности между деформирующей силой и деформацией в законе Гука. Он характеризует упругие свойства данного тела и зависит от упругих свойств вещества и размеров тела.

Жесткость пружины численно равна силе, которую надо приложить к упруго деформируемому телу, чтобы вызвать его единичную деформацию.

В системе СИ жесткость измеряется в ньютонах на метр ($\frac{H}{m}$):

Закон Гука для растяжения (сжатия) формулируют так:
сила упругости, возникающая в теле, прямо пропорциональна абсолютной деформации этого тела.

Состояние упруго деформированного тела характеризуют величиной σ , называемой *механическим напряжением*.

Механическое напряжение σ определяется модулем силы упругости $F_{\text{упр.}}$, приходящейся на единичную площадь поперечного сечения тела S :

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S}. \quad (9.4)$$

Измеряется механическое напряжение в Па: $[\sigma] = H/m^2 = \text{Па}$.

Наблюдения показывают, что при небольших деформациях механическое напряжение σ пропорционально относительному удлинению ε :

$$\sigma = E \cdot |\varepsilon|. \quad (9.5)$$

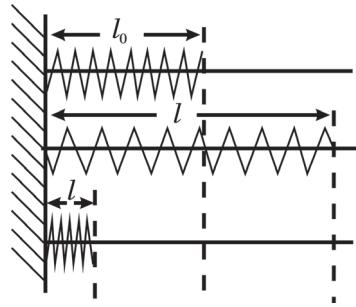


Рис. 9.4

Эта формула является одним из видов записи закона Гука для расстяжения (сжатия). В этой формуле относительное удлинение взято по модулю, так как оно может быть и положительным, и отрицательным.

Коэффициент пропорциональности E в законе Гука называется *модулем упругости (модулем Юнга)*. Экспериментально установлено, что *модуль Юнга численно равен такому механическому напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в 2 раза*.

Приведем доказательство этого. Из закона Гука следует, что $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$. Если модуль Юнга E численно равен механическому напряжению σ , то $\varepsilon = 1$. Тогда $\frac{\Delta l}{l_0} = 1$ и получим, что $\Delta l = l - l_0 = l_0$; а $l = 2l_0$.

Измеряется модуль Юнга в Па: $[E] = \text{Па}$.

Практически любое тело (кроме резины) при упругой деформации не может удвоить свою длину: значительно раньше оно разорвётся. Чем больше модуль упругости, тем меньше деформируется стержень при прочих равных условиях (l_0, S, F). Таким образом, *модуль Юнга характеризует сопротивляемость материала упругой деформации растяжения или сжатия*.

Закон Гука, записанный в формуле (9.5), легко привести к виду (9.3). Действительно, подставив в (9.5) $\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S}$ и $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, получим:

$$\frac{F_{\text{упр.}}}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{или} \quad F_{\text{упр.}} = E \cdot S \cdot \frac{\Delta l}{l_0},$$

где $E \cdot \frac{S}{l_0} = k$. Тогда $F_{\text{упр.}} = k\Delta l$.



Вопросы для самоконтроля

1. Что называется *деформацией тела*?
2. Каков механизм деформации?
3. Какие виды деформаций вы знаете?
4. Какая деформация называется *упругой*?
5. Какая деформация называется *пластичной*?
6. Приведите примеры упругих тел и их использование в технике, строительстве.
7. Приведите примеры пластичных тел и их использование в технике, строительстве.
8. Каким образом можно изменить упругие свойства тел? Приведите примеры.
9. Какие силы называются *упругими*?
10. Как возникают силы упругости?
11. Что называют *абсолютным удлинением*?
12. Сформулируйте закон Гука.
13. Каков физический смысл коэффициента упругости?
14. Каково назначение динамометра?
15. Как устроен школьный динамометр?
16. Как производят градуировку динамометра?
17. К динамометру подвесили груз массой 200 г. Какими будут показания динамометра?



Творческая мастерская

Наблюдайте

Возьмите два шарика: резиновый и пластилиновый. Бросьте их в стену. Что вы наблюдаете? Почему так происходит?

Экспериментируйте

Возьмите два одинаковых шарика. Поднимите их на одинаковую высоту и отпустите. Потом поднимите шарики на прежнюю высоту и бросьте их сначала вертикально вниз, а затем — вертикально вверх с одинаковой скоростью. Объясните результат эксперимента.

Исследуйте

Прикрепите к резиновому жгуту грузик. Затем сложите резиновый жгут пополам. Прикрепите к нему тот же груз. Сравните растяжение жгута в обоих случаях. Объясните. Приведите соответствующие расчеты.

Решайте

1. Какие силы надо приложить к концам проволоки, жесткость которой 100 кН/м , чтобы растянуть ее на 1 мм?

(Ответ: 100 Н)

2. Если растягивать пружину с силой 10 Н, то ее длина равна 16 см, если растягивать ее с силой 30 Н, то ее длина 20 см. Какова длина недеформированной пружины?

(Ответ: 14 см)

3. Канат выдерживает нагрузку 3 кН. Разорвется ли канат, если с помощью него удерживать груз массой 0,5 т?

(Ответ: да)

4. Пружину, к которой подвесили груз массой 400 г, поднимают за свободный конец вертикально вверх с ускорением $0,8 \text{ м/с}^2$. Жесткость пружины 250 Н/м. Пренебрегая массой пружины, определите ее удлинение. Какую скорость приобретет этот груз через 5 с после начала движения?

(Ответ: 17 мм; 4 м/с)

■6. Пружины жесткостями 200 Н/м и 300 Н/м соединили сначала параллельно, а затем последовательно. Во сколько раз жесткость полученной системы пружин в первом случае больше, чем во втором?

(Ответ: $\approx 4,2$)

■7. Каково удлинение троса, на котором медленно поднимают со дна водоема затонувшую статую объемом 2 м³ и массой 7 т. Жесткость троса 2,5 МН/м.

(Ответ: 2 см)

Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 10. Сила трения. Закон Кулона—Амонтона



Ключевые понятия: трение сухое и жидкое, трение скольжения, покоя, качения, закон Кулона—Амонтона.

На этом уроке вы: познакомитесь с различными видами трения.

С трением мы сталкиваемся на каждом шагу. Вернее было бы сказать, что без трения мы и шагу ступить не можем. Но, несмотря на ту большую роль, которую играет трение в нашей жизни, до сих пор не создана достаточно полная картина возникновения трения. Это связано даже не с тем, что трение имеет сложную природу, а скорее с тем, что опыты с трением очень чувствительны к обработке поверхности и поэтому трудно воспроизведимы.

Когда говорят о трении, различают три несколько отличных физических явлений: сопротивление при движении тела в жидкости или газе — его называют **жидким трением**; сопротивление, возникающее, когда тело скользит по какой-нибудь поверхности, — **трение скольжения**, или сухое трение; сопротивление, возникающее тогда, когда тело катится, а не скользит, по поверхности другого тела, — **трение качения**.

Движению тела обычно препятствуют силы трения. Если соприкасаются поверхности твердых тел, их относительному движению мешают силы сухого трения. Характерной особенностью сухого трения является существование зоны застоя. Тело нельзя сдвинуть с места, пока абсолютная величина внешней силы не превысит определенного значения. До этого момента между поверхностями соприкасающихся тел действует сила трения покоя, которая уравновешивает внешнюю силу и растет вместе с ней (рис. 10.1). Максимальное значение силы трения покоя определяется формулой:

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей; N — сила реакции опоры.

Когда абсолютная величина внешней силы превышает значение $|F_{\text{тр. max}}|$, возникает относительное движение — проскальзывание. Сила трения скольжения обычно слабо зависит от скорости относительного движения, и при малых скоростях ее можно считать равной $|F_{\text{тр. max}}|$.

Движению тела в жидкости и газе препятствует сила жидкого трения.

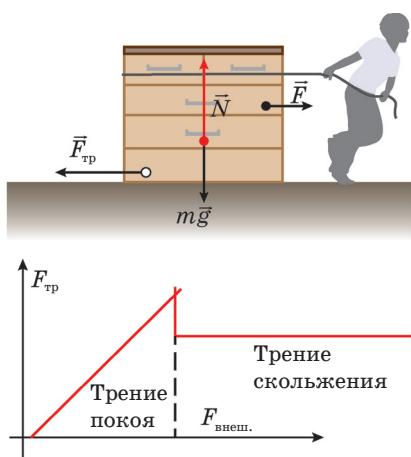


Рис. 10.1

Главное отличие жидкого трения от сухого — отсутствие зоны застоя. В жидкости или газе не возникает силы трения покоя, и поэтому даже малая внешняя сила способна вызвать движение тела.

Первые исследования трения, о которых мы знаем, были проведены Леонардо да Винчи примерно 500 лет назад. Он измерял силу трения, действующую на деревянные бруски, скользящие по доске, причем, ставя бруски на разные грани, определял зависимость силы трения от площади опоры. Но работы Леонардо да Винчи стали известны уже после того, как классические законы трения были вновь открыты французскими учеными Амонтоном и Кулоном в XVII—XVIII вв. Вот эти законы:

1. Величина силы трения F скольжения прямо пропорциональна величине силы нормального давления N тела на поверхность, по которой движется тело, т. е.

$$F = \mu N. \quad (10.1)$$

2. Сила трения не зависит от площади контакта между поверхностями;

3. Коэффициент трения зависит от свойств трущихся поверхностей;

4. Сила трения не зависит от скорости движения тела.

Механизм трения очень сложен. Обсудим такую модель. Из-за неровностей поверхностей они касаются друг друга только в отдельных точках на вершинах выступов (рис. 10.2). Здесь молекулы соприкасающихся тел подходят на расстояния, соизмеримые с расстоянием между молекулами в самих телах, и сцепляются. Образуются прочные связи, которые рвутся при нажиме на тело. При движении тела связи постоянно возникают и рвутся. При этом возникают колебания молекул. На эти колебания и тратится энергия.

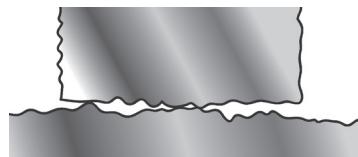


Рис. 10.2

Площадь действительного контакта обычно порядка тысяч квадратных микронов. Она практически не зависит от размеров тела и определяется природой поверхностей, их обработкой, температурой и силой нормального давления. Если на тело надавить, то выступы сминаются, и площадь действительного контакта увеличивается. Увеличивается и сила трения.

При значительной шероховатости поверхностей большую роль в увеличении силы трения начинает играть механическое зацепление между острыми выступами. Они при движении сминаются, и при этом тоже возникают колебания молекул.

Возникновение сил трения можно объяснить межмолекулярным притяжением, действующим в местах контакта трущихся тел. Между молекулами вещества на очень малых расстояниях возникает взаимное притяжение.

Молекулярное притяжение проявляется в тех случаях, когда поверхности соприкасающихся тел хорошо отполированы. Так, например, при относительном скольжении двух металлов с очень чистыми и ровными поверхностями, обработанными в вакууме с помощью специальной технологии, сила трения оказывается намного больше, чем при перемещении неровного бруска дерева по земле. В некоторых случаях эти металлы даже “схватываются” друг с другом, и дальнейшее скольжение невозможно.

Сухое трение имеет еще одну существенную особенность: наличие трения покоя. В жидкости или газе трение возникает только при движении тела, и тело можно сдвинуть, приложив к нему даже очень маленькую силу. Однако при сухом трении тело начинает двигаться только тогда, когда проекция приложенной к нему силы F на плоскость, касательную к поверхности, на которой лежит тело, станет больше некоторой величины. Пока тело не начало скользить, действующая на него сила трения равна касательной составляющей приложенной силы и направлена в противоположную сторону.



Вопросы для самоконтроля

1. Какая сила называется *силой трения*?
2. Как возникает сила трения?
3. Какова природа силы трения?
4. В чем состоит различие между силой трения покоя и силой трения скольжения?
5. Какое трение называется *сухим*?
6. Каковы итоги исследования сухого трения Кулоном и Амонтоном?
7. Когда возникает сила трения качения?
8. От каких факторов зависит коэффициент трения скольжения?
9. Как изменится сила трения, если увеличить: а) площадь соприкосновения двух тел; б) нагревать тела; в) отшлифовать соприкасающиеся поверхности?
10. Приведите примеры вредного и полезного проявления сил трения.
11. Какое трение называется *жидким* и как оно возникает?
12. Для чего смазывают трущиеся детали, например, солидолом?
13. Какие известные вам опыты свидетельствуют о существовании трения?



Творческая мастерская

Наблюдайте

- Положите брускок на наклонную доску. При не слишком большом угле наклона доски брускок может остаться на месте. Что будет удерживать его от соскальзывания вниз?
- Прижмите свою руку к лежащей на столе тетради и передвиньте ее. Тетрадь будет двигаться относительно стола, но покояться по отношению к вашей ладони. С помощью чего вы заставили эту тетрадь двигаться?
- Почему грузы, находящиеся на движущейся вверх ленте транспортера (рис. 10.3), не соскальзывают вниз?

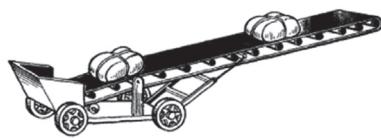


Рис. 10.3

Объясните

- Два мальчика одинакового веса скатываются на санках с горки, сначала вдвоем, а потом по одному. Как при этом изменяются сила трения и коэффициент трения?
- Как вы считаете, можно ли определить силу сопротивления воздуха, если известно, что льдинка массой 10 г падает в воздухе с ускорением 8 м/с^2 ? Найдите величину этого сопротивления.
- Какая сила препятствует развязыванию шнурков, удерживает гвозди, вбитые в доску?
- Из-за чего постепенно останавливаются санки, скатившиеся с горы?

Анализируйте

Как изменится сила трения, если: а) увеличить площадь соприкосновения двух тел; б) нагреть тела; в) отшлифовать соприкасающиеся поверхности?

Решайте

- Тело массой 0,5 кг лежит на горизонтальной поверхности, коэффициент трения скольжения равен 0,25. На тело действует горизонтальная сила F . Определите силу трения при $F_1 = 0,5 \text{ Н}$ и $F_2 = 5 \text{ Н}$.

(Ответ: $F_{mp,1} = 0,5 \text{ Н}$; $F_{mp,2} = 1,25 \text{ Н}$)

- Ящик массой 100 кг равномерно передвигают по полу с помощью веревки. Веревка образует угол 60° с полом. Коэффициент трения между ящиком и полом 0,4. Определите силу натяжения веревки, под действием которой движется ящик.

(Ответ: 200 Н)

- На горизонтальной доске лежит груз. Коэффициент трения между грузом и доской равен 0,5. С каким минимальным ускорением нужно потянуть доску, чтобы груз с нее соскользнул?

(Ответ: 5 м/с^2)

■4. На горизонтальном столе находятся два бруска массами 1 кг и 2 кг, связанные между собой легкой нитью. На брусков большой массы начала действовать сила 17 Н, направленная горизонтально. Определите ускорения брусков, если коэффициенты их трения о стол равны 0,2 и 0,3, соответственно.

(Ответ: 3 м/с²)

■5. Канат лежит так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить, когда длина свешивающейся части составляет 46% всей его длины. Чему равен коэффициент трения каната о стол?

(Ответ: 0,625)

*6. Шайба, пущенная вверх по наклонной плоскости с углом наклона 30°, со временем останавливается и соскальзывает вниз. Время спуска в 1,5 раза больше времени подъема. Определите коэффициент трения.

(Ответ: 0,22)

*7. Длинная доска массой 2 кг лежит на гладком горизонтальном столе. На доске находится брускок массой 1 кг. Коэффициент трения между доской и бруском 0,2. К брускому приложена внешняя сила, параллельная доске, модуль которой меняется по закону $F = \beta t$, где $\beta = 1,5$ Н/с. Через какое время брускок начнет скользить по доске? Изобразите графически зависимость ускорения бруска от времени.

(Ответ: 2 с)

*8. Дождевая капля падает из облака с большой высоты в безветренную погоду. На некоторой высоте ускорение капли равно 5 м/с², а скорость 6 м/с. Вблизи земли капля движется с постоянной скоростью. Определите модуль этой скорости. Силу сопротивления считать прямо пропорциональной скорости капли относительно воздуха.

(Ответ: 12 м/с)



Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаешься ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 11. Сила Архимеда



Ключевые понятия: сила Архимеда, плавание тел.

На этом уроке вы: научитесь объяснять природу выталкивающей силы и условия плавания тел.

Нам хорошо известно, что на погруженное в воду тело действует некая сила: тяжелые тела как бы становятся более легкими. Так, в речке можно легко поднимать и передвигать по дну очень тяжелые камни, которые не можем поднять на сушу; кит, выброшенный на берег, не может передвигаться — его вес превосходит возможности его мышечной системы. В то же время легкие тела сопротивляются погружению в воду: утопить мяч диаметром полметра очень трудно. Понятно, что это связано с действием жидкости на погруженное в нее тело.

Если стальную пластинку поместить в воду, то она утонет, но если из нее сделать коробочку, то она может плавать, хотя при этом ее вес не изменился. Можете ли вы это объяснить?

Чтобы понять природу силы, действующей на погруженное тело со стороны жидкости, рассмотрим простой пример. Кубик с ребром h погрузим в воду, находящуюся в сосуде (рис. 11.1). Со стороны жидкости на все грани кубика действуют силы давления, причем в силу симметрии силы F_3 и F_4 , действующие на противоположные боковые грани, равны и противоположно направлены — они стараются сжать кубик, но не могут влиять на его равновесие или движение.

А вот силы F_1 и F_2 , действующие на верхнюю и на нижнюю грани, не равны, так как давление в жидкости увеличивается с глубиной (это гидростатическое давление $p = \rho gh$).

Их результирующая определяется их разностью, которая и является выталкивающей силой:

$$F_{\text{выт.}} = F_2 - F_1 = p_2 S - p_1 S = \rho g h_2 S - \rho g h_1 S = \rho g S (h_2 - h_1) = \rho g S h = \rho g V_{\text{ж.}}$$

Эта сила выталкивает тело вверх, так как нижняя грань расположена ниже верхней, и сила, действующая вверх, больше, чем сила, действующая вниз. Величина выталкивающей силы равна весу жидкости, вытесненной телом.

$$F_{\text{выт.}} = \rho g V_{\text{ж.}} \quad (11.1)$$

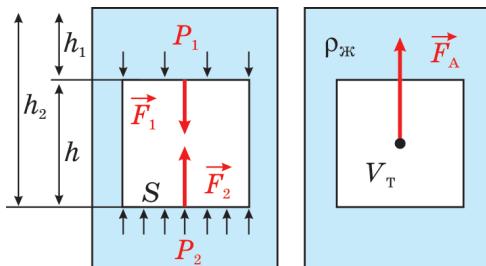


Рис. 11.1

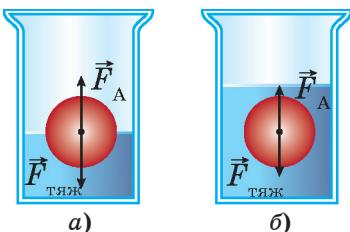


Рис. 11.2

Эту силу еще называют *силой Архимеда*, так как именно греческий ученый Архимед установил закон, определяющий величину выталкивающей силы.

Поэтому на погруженное в покоящуюся жидкость тело действует сила Архимеда, направленная вверх сила, равная весу жидкости в объеме данного тела.

Это выражение получило название **закон Архимеда**.

Условия плавания. На любое тело, погруженное в жидкость, действует сила Архимеда. Но, кроме этой силы, на тело действует и сила тяжести. Наблюдая за телами, погруженными в жидкость, мы обнаруживаем, что некоторые из них тонут в жидкости, а другие плавают в ней, либо полностью погрузившись в нее, либо частично. Понятно, что поведение тела будет зависеть от соотношения силы тяжести и архимедовой силы. На рисунке 11.2, *a* изображено тело, плавающее на поверхности воды. Тело находится в равновесии (оно покоится), значит

$$F_A = mg. \quad (11.2)$$

На рисунке 11.2, *b* изображено тело, находящееся в покое внутри жидкости. Про такие тела говорят, что они находятся во взвешенном состоянии. И в этом случае сила тяжести тела равна силе Архимеда, т. е. $F_A = mg$.

Так как при плавании объем жидкости, вытесненный телом $V_{\text{ж}}$, всегда меньше или равен объему самого тела V , то плотность плавающего тела должна быть меньше или, в крайнем случае, равна плотности жидкости, в которой плавает тело. Это видно из рисунка 11.2, *a* и 11.2, *b*.

Попробуйте самостоятельно доказать, что при плавании тела плотность тела должна быть меньше или, в крайнем случае, равна плотности жидкости, в которой плавает тело.

В заключение заметим, что закон Архимеда описывает поведение аэростатов в воздухе (в покое при малых скоростях движения).



Вопросы для самоконтроля

- Почему тело, находящееся в жидкости, легче этого же тела в воздухе?
- Какая сила называется *выталкивающей*?
- Как рассчитать величину выталкивающей силы?
- Почему выталкивающую силу называют *силой Архимеда*?
- Какова природа силы Архимеда?
- Сформулируйте закон Архимеда.
- Сформулируйте условие плавания тел.
- Какое состояние называется *взвешенным состоянием*?
- Справедлив ли закон Архимеда в невесомости?
- Будет ли выполняться закон Архимеда на Луне, на Марсе?



Творческая мастерская

Наблюдайте

В стакан с водой поместите яйцо. Что наблюдаете? Объясните. Посолите воду. Что происходит? Почему?

Экспериментируйте

Необходимо экспериментально определить плотность металла, находящегося в одном из кусков пластилина, если известно, что массы пластилина в обоих кусках одинаковы. Извлекать металл из пластилина не разрешается. В вашем распоряжении находятся весы с разновесами и стакан с водой. Изложите теорию работы, методику проведения работы и расчет ошибок.

Объясните

- Почему изменяется вес тела, погруженного в жидкость? Какие факторы влияют на изменение веса?
- Как изменяется сила Архимеда по мере поднятия воздушного шара вверх?
- В стакане с соленой водой плавает кубик льда из чистой воды. Температура жидкости постоянна. Как изменится уровень воды в стакане после таяния льда?
- В стакане с водой плавает кубик льда из такой же воды. Температура жидкости постоянна. Как изменится уровень воды в стакане после таяния льда?
- Используя закон Архимеда, объясните поведение аэростатов в воздухе.

Анализируйте

Действуют ли силы Архимеда на тело, которое тонет в воде? Если да, то почему тогда тело тонет?

Решайте

- До какой высоты следует налить воду в сосуд, имеющий форму куба со стороной α , чтобы сила давления воды на дно сосуда была в 3 раза больше силы давления воды на боковые стенки?

$$(Ответ: h = \frac{a}{12})$$

- Чугунный шарик в воздухе весит 4,9 Н, а в воде — 3,9 Н. Сплошной это шарик или полый? Если полый, то определите объем полости.

$$(Ответ: 32 \text{ см}^3)$$

- Каким должен быть объем воздушного шара, чтобы действующая на него сила Архимеда была равна силе тяжести, действующей на человека массой 70 кг? Плотность воздуха 1,29 кг/м³.

$$(Ответ: \approx 54 \text{ см}^3)$$

Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 12. Сила всемирного тяготения. Сила тяжести



Ключевые понятия: сила всемирного тяготения, сила тяжести, баллистическое движение.

На этом уроке вы: научитесь применять закон всемирного тяготения при решении задач; объяснять графическую зависимость напряженности гравитационного поля материальной точки от расстояния.

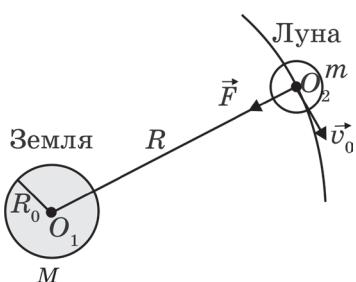


Рис. 12.1

1. **Закон всемирного тяготения** был открыт И. Ньютоном в 1665 г. на основе астрономических наблюдений за движением Луны вокруг Земли. Гениальность Ньютона заключается в том, что он догадался, что сила, действующая на яблоко вблизи Земли и сообщающая ему ускорение $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$, простирается и до Луны (рис. 12.1), сообщая ей центростремительное ускорение $a = \omega^2 R$ и заставляя ее падать на Землю (так что знаменитая притча о ньютоновском яблоке имеет под собой реальную основу).

Осталось только сравнить g_0 и a и тем самым установить, по какому закону уменьшается ускорение свободного падения при увеличении расстояния от центра Земли. Радиус Земли R_0 , расстояние до Луны R и период обращения Луны вокруг Земли T тогда уже были вычислены:

$$R_0 = 6371 \text{ км}, R = 384\,400 \text{ км}, T = 27,3 \text{ сут. Поэтому } a = \frac{4\pi^2}{T^2} R,$$

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} R. \text{ Подставляя значения } R \text{ и } T, \text{ получим } a = 0,002725 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Отношение } \frac{g_0}{a} = 3600. \text{ В то же время } \frac{R}{R_0} = 60.$$

Из сопоставления этих отношений имеем $\frac{g_0}{a} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2$, откуда $a = \frac{g_0 R_0^2}{R^2}$ или $a \sim \frac{\text{const}}{R^2}$, т. е. центростремительное ускорение убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли. В то же время сила взаимодействия между Землей и тем же яблоком прямо пропорциональна взаимодействующим массам, т. е.

$$F \sim Mm. \quad (12.1)$$

Так как ускорение прямо пропорционально результирующей силе $a \sim F$ (второй закон Ньютона), т. е. $F \sim \frac{\text{const}}{R^2}$, и с учетом формулы (12.1):

$$F \sim \frac{Mm}{R^2}.$$

Эта сила действует не только между планетами и Солнцем, но и между любыми телами. Но обнаружить ее очень трудно, так как она очень мала (намного меньше силы притяжения тел к Земле. Только в 1798 г. английский физик и химик Генри Кавендиш (1731—1810) провел эксперименты по измерению гравитационного взаимодействия двух тел, с помощью которых вычислил коэффициент пропорциональности G , который назвали *гравитационной постоянной*.

Гравитационная постоянная показывает, с какой силой взаимодействуют тела единичной массы на единичном расстоянии друг от друга. По данным современных измерений, она равна:

$$G = (6,673 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

тогда $|\vec{F}| = G \frac{Mm}{R^2}$, или в общем случае

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{R^2}. \quad (12.2)$$

Сила взаимодействия между двумя точечными телами прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (рис. 12.2). На вопрос: “Посредством чего взаимодействуют тела?” Ньютон отвечал: “Не знаю, а фантастических гипотез не измышляю”. Он понимал, что сила гравитационного взаимодействия является одной из самых таинственных сил в природе. В отличие от электромагнитных, ядерных сил, сил слабого взаимодействия, *гравитационные силы являются всепроникающими*, от них нельзя, что называется, загородиться или спрятаться.

Ньютон первым поставил вопрос о равенстве инертной и гравитационной масс. Действительно, во второй закон Ньютона $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ входит инертная масса m , на нее действует сила \vec{F} , под действием которой меняется скорость тела, т. е. возникает ускорение $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, тем меньше, чем больше инертные свойства тела. В законе всемирного тяготения $|\vec{F}| = G \frac{Mm}{R^2}$ массы тел M и m сами являются источниками силы. Используя второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения (рис. 12.3), получим, что на Земле ускорение свободного падения равно:

$$|\vec{a}| = \frac{G \frac{Mm_{\text{тр}}}{R_0^2}}{m_{\text{ин}}} = G \cdot \frac{M}{R_0^2} = 9,81 \text{ м/с}^2.$$

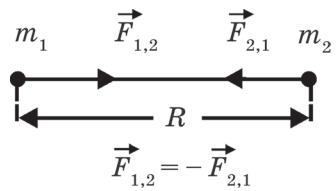


Рис. 12.2

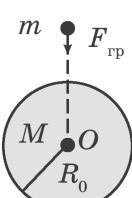


Рис. 12.3

Сокращаем $m_{\text{гр}}$ и $m_{\text{ин}}$, поскольку $\frac{m_{\text{гр}}}{m_{\text{ин}}} \approx 1$. Опыт показывает, что сила тяжести всем телам независимо от их массы сообщает *одинаковое* ускорение. А может быть, все же $m_{\text{гр}}$ и $m_{\text{ин}}$ хоть чуть-чуть различаются?

Современные опыты позволили оценить относительную погрешность с точностью до 10^{-12} и подтвердили равенство инертной и гравитационной масс.

А. Эйнштейн в общей теории относительности, или теории тяготения, в качестве *постулата* принял абсолютное равенство $m_{\text{гр}} = m_{\text{ин}}$. В теории относительности Эйнштейна вовсе не вводится понятие *силы* как таковой. Все сводится к геометрии “искривленного” пространства вблизи громадных гравитационных масс (звезд, галактик, черных дыр и т. д.). Так что и в настоящее время нет полной ясности в вопросе о материальной сущности сил гравитации.

На школьном уровне закон всемирного тяготения надо воспринимать как опытный факт, проверенный на многих явлениях. С его помощью была открыта планета Нептун, производятся расчеты траекторий космических ракет, времени солнечных и лунных затмений, приливов и отливов, массы планет, у которых есть спутники, и даже ближайших к нам звезд, среди которых есть планеты и т. д.

Гравитационное поле имеет две характеристики:

Напряженность гравитационного поля $g = \frac{F}{m}$ — это силовая характеристика. Она определяется силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы.

Потенциал гравитационного поля $\varphi = \frac{W}{m}$ — это энергетическая характеристика. Она определяется потенциальной энергией тела единичной массы в данной точке поля или работой по перемещению единичной массы из данной точки поля в бесконечность.

Напряженность гравитационного поля связана с потенциалом поля: $g' = -\text{grad} \varphi$, т. е. напряженность гравитационного поля является градиентом потенциала поля.

Под градиентом функции понимают вектор, направленный в сторону скорейшего возрастания функции, а по модулю, равный производной, взятой вдоль направления скорейшего возрастания.

Знак минус указывает, что вектор напряженности \vec{g}' направлен в сторону убывания потенциала.



Вопросы для самоконтроля

1. Как формулируется закон всемирного тяготения?
2. Каков физический смысл гравитационной постоянной?
3. Как, наблюдая за движением Луны вокруг Земли, доказать справедливость закона всемирного тяготения?

Примеры решения задач

1. Найдите силу притяжения F маленького шарика массой m и большого однородного сплошного шара массой M , в котором имеется сферическая полость (рис. 12.4).

Решение. Так как d соизмеримо с R , т. е. тело M нельзя считать точечным и однородным (вырезана сферическая полость), поступим следующим образом. Представим, что

шар целый, тогда он притягивал бы тело массой m с силой $|\vec{F}_1| = G \frac{Mm}{d^2}$, однако полость не участвует в создании этой силы. Заполним мысленно полость тем же веществом, масса которого была бы равна $M' = \rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3$, и она бы притягивала тело массой m с силой

$|\vec{F}_2| = G \frac{M'm}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}$. Но так как этой силы нет, то ее надо вычесть из общей

силы \vec{F}_1 . Тогда $\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$, а для нашего случая просто $F = F_1 - F_2$ (так как силы направлены по одной прямой):

$$F = G \frac{Mm}{d^2} - G \frac{M'm}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}.$$

Осталось установить, каково соотношение между M и M' . Так как $M = \rho \frac{4}{3} R^3$, а $M' = \rho \frac{4}{3}$, то $\frac{M}{M'} = 8$. Тогда окончательно имеем:

$$F = G \frac{Mm}{d^2} - G \frac{\frac{Mm}{8}}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}, F = GMm \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8 \left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right) = GMm \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{2(2d - R)^2} \right).$$

2. Считая Землю однородным шаром, определите, как меняется ускорение свободного падения в радиальной шахте, доходящей до центра Земли.

Решение. Поместим точечную массу m_0 в шахте на расстоянии x от центра однородного шара. Разобьем однородный шар на тонкие сферические оболочки (рис. 12.5). Тогда в соответствии с решением предыдущей задачи все вышележащие сферические оболочки в своем гравитационном действии “выводят из игры” массу m_0 . Массу m_0 будет

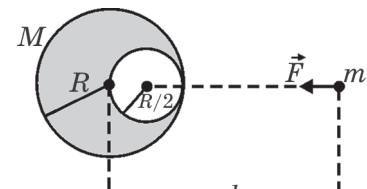


Рис. 12.4

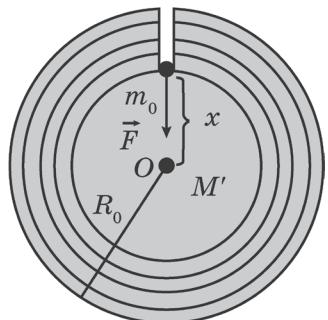


Рис. 12.5

притягивать оставшаяся масса M' , находящаяся в сфере радиусом x . Если масса всего шара M и его плотность $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}$, тогда $M' = \rho \frac{4}{3}\pi x^3$.

Сила, действующая на m_0 :

$$|\vec{F}| = G \frac{M'm_0}{x^2} \text{ или } |\vec{F}| = G\rho \frac{\frac{4}{3}\pi x^3 m_0}{x^2}.$$

Окончательно $|\vec{F}| = \frac{4}{3}G\rho m_0 x$, т. е. сила убывает с глубиной по линейному закону. Аналогично, по линейному закону, и ускорение свободного падения с глубиной будет уменьшаться до нуля в центре шара:

$$|\vec{a}| = \frac{4}{3}G\rho x.$$

Обратите внимание, что сила, действующая на тело, помещенное внутри радиальной шахты, $|\vec{F}| = \frac{4}{3} \cdot G\rho m_0 x$ ведет себя как упругая сила ($F = kx$) с коэффициентом жесткости $k = \frac{4}{3}G\rho m_0$. Так что тело, опущенное в диаметральную шахту, будет совершать гармонические колебания с периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}}$ или $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$. Если подставить в

полученную формулу значение плотности Земли $\left(\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}\right)$, то получим $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_0}{g}}$, где $g = \frac{GM}{R_0^2}$.

Спутник, вращающийся по круговой орбите вблизи поверхности Земли ($H \ll R_0$), имеет такой же период вращения, что и тело, колеблющееся в шахте. (Ответьте, почему. Ведь расчеты мы проводили, считая Землю однородным шаром.)

Сила всемирного тяготения на Земле называется *силой тяжести*:

$$F_{\text{рп}} = \frac{GMm}{R_0^2} = mg,$$

g — ускорение свободного падения на Земле. $g = \frac{GM}{R_0^2} = 9,81 \text{ м/с}^2$.



Творческая мастерская

Объясните

Объясните, почему ускорение свободного падения на Луне и на Земле отличаются друг от друга? Рассчитайте, во сколько раз они отличаются.

Анализируйте

- Сравните ускорения, которые получают человек массой 100 кг и Земля при их гравитационном взаимодействии. Приведите расчеты.
- Мальчик массой 50 кг встал на весы. Каковы будут показания пружинных весов, находящихся в лифте, если лифт: а) неподвижен; б) движется равномерно вверх; в) движется равноускоренно вверх; г) движется равноускоренно вниз?

Решайте

- Определите число оборотов первого искусственного спутника Земли за сутки, если радиус его орбиты равен 7340 км?

(Ответ: 14)

- *2. На экваторе некоторой планеты тела весят втрое меньше, чем на полюсе. Период обращения планеты вокруг своей оси равен 55 мин. Найдите плотность планеты, считая ее однородным шаром.

(Ответ: $19\,450 \text{ кг}/\text{м}^3$)

- *3. У поверхности Земли на тело действует сила всемирного тяготения 72 Н. Чему равна сила тяготения, действующая на это тело в радиальной шахте глубиной $R_3/4$? Землю считать однородным шаром.

(Ответ: 54 Н)

- Средняя плотность Венеры $5,2 \text{ г}/\text{см}^3$. Радиус Венеры 6100 км. Каково ускорение свободного падения на поверхности Венеры?

(Ответ: $8,85 \text{ м}/\text{s}^2$)

- На каком расстоянии от поверхности Земли сила притяжения космического корабля к Земле будет в 100 раз меньше, чем на ее поверхности?

(Ответ: $h = 9 R_3$)

- Рассчитайте массу и среднюю плотность Земли. Радиус Земли 6400 км.

(Ответ: $6 \cdot 10^{14} \text{ кг}; \approx 5467 \text{ кг}/\text{м}^3$)

- *7. Определите плотность вещества белого карлика, если минимальный период обращения его искусственного спутника равен 4 с.

(Ответ: $8,8 \cdot 10^9 \text{ кг}/\text{м}^3$)

- *8. На каком расстоянии от центра Земли сила притяжения космического корабля к Земле в 2 раза больше силы его притяжения к Луне? Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли.

(Ответ: 333 000 км)

Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 13. Вес тела. Невесомость и перегрузки



Ключевые понятия: вес тела, сила реакции, невесомость, перегрузка.

На этом уроке вы: научитесь объяснять природу веса, невесомости и перегрузки.

Вес — это сила, с которой тело действует на опору или подвес. Вес приложен не к телу, а к опоре. К телу будет приложена сила реакции опоры, которая возникла из-за взаимодействия тела с опорой. Согласно третьему закону Ньютона, она численно равна весу тела. Если же тело подвешено к нити, то в ней возникает сила упругости, численно равная весу тела. Сила, действующая со стороны нити на тело, подвешенное к ней, называется *силой натяжения нити*. Сила реакции опоры, сила натяжения нити, вес тела — это силы электромагнитной природы.

Вес P тела, покоящегося в инерциальной системе отсчета, численно равен силе тяжести, действующей на тело. Это следует из условия равновесия тела и третьего закона Ньютона. $N = mg$, а $N = P$, следовательно $P = mg$, т. е. вес пропорционален массе и ускорению свободного падения в данной точке.

Значение веса (при неизменной массе тела) пропорционально ускорению свободного падения, которое зависит от высоты над земной поверхностью (или поверхностью другой планеты, если тело находится

вблизи нее, а не Земли, и массы и размеров этой планеты), а также ввиду вращения Земли (планеты) (см. рис. 13.1), от географических координат точки измерения. Другим фактором, влияющим на ускорение свободного падения и, соответственно, вес тела, являются гравитационные аномалии, обусловленные особенностями строения земной поверхности и недр в окрестностях точки измерения.

При движении системы тело — опора (или подвес) относительно инерциальной системы отсчета с ускорением a вес тела либо увеличивается, либо уменьшается:

$$P = m(g \pm a). \quad (13.1)$$

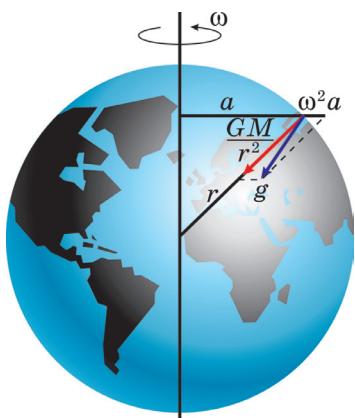


Рис. 13.1

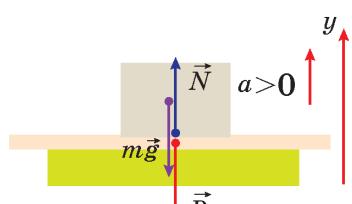


Рис. 13.2

Если мы имеем движение вверх с ускорением, то тело будет находиться в состоянии перегрузки.

Докажем формулу (13.1), обратившись к рисунку 13.2.

На тело, находящееся на опоре, движущееся вверх с ускорением a , действуют две силы:

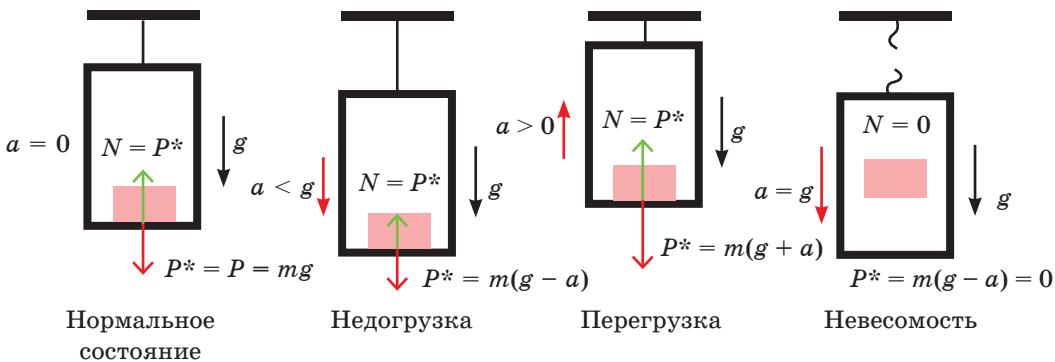


Рис. 13.3

сила реакции опоры и сила тяжести. Применим второй закон Ньютона к движению тела:

$$Oy: N - mg = ma.$$

Согласно третьему закону Ньютона, $N = P$.

Тогда вес тела, находящегося на опоре, движущейся с ускорением, будет равен:

$$P = mg + ma = m(g + a).$$

На рисунке 13.3 изображены возможные ситуации движения тела, находящегося на опоре.

Опишите математически ситуации, изображенные на рисунке 13.3.

В результате суточного вращения Земли существует широтное уменьшение веса: на экваторе примерно на 0,3% меньше, чем на полюсах.

Состояние отсутствия веса называется невесомостью и наступает оно, когда тело находится в свободном падении, т. е., когда $a = g$.

Необходимо обратить внимание на то, что **вес и масса — разные понятия**. Вес — сила, с которой тело действует на горизонтальную опору или вертикальный подвес. Масса же не является силовым фактором; масса является либо мерой инертности тела, либо мерой количества вещества, либо отражает гравитационные свойства тела. Например, в **условиях невесомости у всех тел вес равен нулю, а масса у каждого тела своя**.



Вопросы для самоконтроля

- Что вы понимаете под весом тела?
- Какая сила называется силой реакции опоры?
- Какая сила называется силой натяжения нити?
- Объясните, каким образом возникают сила реакции опоры, сила натяжения нити и вес тела?
- Какова природа силы реакции опоры, силы натяжения нити и веса тела?
- Каким образом можно изменить вес тела?
- Какое состояние называется перегрузкой?
- Какое состояние называется невесомостью?

Примеры решения задач

При решении задач по динамике желательно придерживаться следующего алгоритма:

- 1) прочитав условие задачи, четко представьте себе физический процесс, описанный в задаче;
- 2) сделайте схематический чертеж или рисунок с указанием кинематических характеристик движения, о которых говорится в задаче (начальная и конечная координаты, скорости, ускорение и т. д.);
- 3) расставьте все силы, действующие на тела, учитывая тот факт, что на тело действует столько сил, со сколькими телами оно взаимодействует;
- 4) запишите основной закон динамики в векторной форме (второй закон Ньютона) для каждого тела в отдельности, а затем перейдите к записи в проекциях на координатные оси;
- 5) число полученных уравнений должно соответствовать числу неизвестных величин. Если это не так, то необходимо записать дополнительные уравнения кинематики, исходя из анализа условия задачи;

6) решите в общем виде полученную систему уравнений. Полученный ответ проанализируйте на размерность и граничные условия;

7) подставив численные значения, получите численное значение искомой физической величины и оцените полученный результат.

1. Через легкий неподвижный блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой подвешены два одинаковых груза, массой m каждый. На правый груз кладут перегрузок массой m_0 (рис. 13.4). Найдите: 1) с каким ускорением движется система; 2) с какой силой перегрузок давят на груз; 3) силу натяжения подвеса, на котором висит блок; 4) силу натяжения нити. Трением пренебречь.

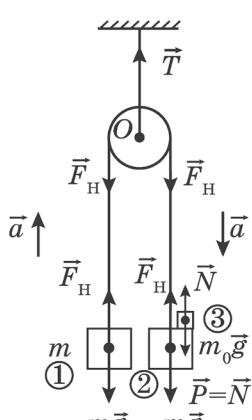


Рис. 13.4

Дано:

$$m_1 = m_2 = m$$

$$m_0$$

$$|\vec{a}| - ? | \vec{N} | - ?$$

$$|\vec{F}_H| - ? |\vec{T}| - ?$$

Решение. Расставим все силы, действующие на грузы (в том числе и на блок), не забывая о третьем законе Ньютона. Так как блок невесом, трения нет и нить невесома и нерастяжима, то сила натяжения нити во всех ее точках одинакова. Направление ускорения в этой задаче очевидно. Запишем второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$\text{левое (1)} \quad \vec{F}_H + m\vec{g} = m\vec{a};$$

$$\text{правое (2)} \quad \vec{F}_H + m\vec{g} + \vec{P} = m\vec{a};$$

$$\text{перегрузок (3)} \quad \vec{N} + m_0\vec{g} = m_0\vec{a}.$$



Согласно третьему закону Ньютона, $|\vec{P}| = |\vec{N}|$.

Следует заметить, что модуль ускорения для всех грузов одинаков. В скалярном виде полученная система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{h}} - mg &= ma; \\ mg + N - F_{\text{h}} &= ma; \\ m_0 g - N &= m_0 a. \end{aligned} \right\}$$

Удобнее решить эту систему уравнений, сложив левые и правые части системы: $m_0 g = (2m + m_0)a$, откуда $a = \frac{m_0}{2m + m_0}g$.

Обратите внимание, что силы F_{h} и N *сократились, так как они являются внутренними силами в данной системе и на ускорение не влияют*. Подставляя значение ускорения в третье уравнение, выразим N (реакция опоры). Напоминаем, что сила реакции опоры равна по модулю силе, с которой перегрузок действует на опору, т. е. вес перегрузки: $N = m_0(g - a)$; $N = m_0\left(g - \frac{m_0 g}{2m + m_0}\right)$; $N = \frac{2mm_0 g}{2m + m_0}$.

Подставляя значение ускорения в первое уравнение, выразим силу натяжения F_{h} : $F_{\text{h}} = m(g + a)$; $F_{\text{h}} = m\left(g + \frac{m_0 g}{2m + m_0}\right)$; $F_{\text{h}} = \frac{2m(m + m_0)}{2m + m_0}g$.

Так как блок неподвижен, то в соответствии с законом Ньютона результирующая всех сил, действующих на блок, равна нулю, т. е.

$$T - 2F_{\text{h}} = 0 \quad \text{или} \quad T = 2F_{\text{h}}; \quad T = \frac{4m(m + m_0)}{2m + m_0}g.$$

Обратите внимание на следующее: если бы блок был застопорен, то очевидно, что $T_0 = (2m + m_0)g$, т. е. силе тяжести всех подвешенных к нему грузов. При ускоренном движении грузов натяжение T становится меньше, чем T_0 , причем чем больше a , тем больше разность ($T_0 - T$). Получите эту разность ΔT и проанализируйте ответ в зависимости от соотношения масс m и m_0 .

Обратите внимание на следующее: если вы последовательно будете придерживаться логики “Аристотель — Галилей — Ньютон” и основательно овладеете законами Ньютона, то задачи такого рода, как приведенная выше, сможете решать более просто. Действительно, так как ускорение системы прямо пропорционально причине, его вызывающей (т. е. результирующей силе), то $\ddot{a} = \frac{\bar{F}}{m}$. Из данной задачи видно, что причиной возникновения ускорения является сила тяжести — (перегрузка), внутренние силы на ускорение не влияют, нить нерастяжима, тогда выражение для ускорения можно записать сразу:

$$a = \frac{m_0}{2m + m_0},$$

т. е. причину ($m_0 g$) делим на массу всей движущейся системы. Если есть внешние силы, мешающие движению, то ускорение тела можно найти так:

$$a = \frac{\text{от причины движения отнять то, что мешает движению}}{\text{общая масса системы}}.$$

2. Найдите ускорения a_1 и a_2 грузов и силу натяжения нити F_H . Массой блоков и нити пренебрегаем, трение отсутствует, нить нерастяжима (рис. 13.5, а).

Дано:

$$m_1, m_2$$

$$|\bar{a}_1| - ? |a_2| - ?$$

$$|\vec{F}_H| - ?$$

Решение. В данной задаче мы не можем указать направление ускорения грузов, но так как трения нет, то произвольно выбираем их направление, модуль ускорения от этого не изменится (рис. 13.5, б).

Запишем уравнение второго закона Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$\begin{cases} m_1 g - F_H = m_1 a_1, \\ 2F_H - m_2 g = m_2 a_2. \end{cases}$$

Видим, что уравнений два, а неизвестных — три. Недостающее уравнение найдем из кинематических соображений. Если левую нить за время t (рис. 13.5, а) вытянуть, допустим, на l (вместе с грузом m_1), то правый груз за это время поднимется только на $\frac{l}{2}$. Следовательно, $l = \frac{a_1 t^2}{2}$ — для первого груза и $\frac{l}{2} = \frac{a_2 t^2}{2}$ — для второго. Из этих уравнений видно, что $a_1 = 2a_2$. Это и есть недостающее уравнение. Тогда,

решая систему уравнений: $\begin{cases} m_1 g - F_H = m_1 a_1, \\ 2F_H - m_2 g = m_2 a_2, \\ a_1 = 2a_2 \end{cases}$, легко выразить a_1 , a_2 и F_H :

$$a_1 = g \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}; \quad a_2 = g \frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}; \quad F_H = \frac{3m_1 m_2}{4m_1 + m_2} g.$$

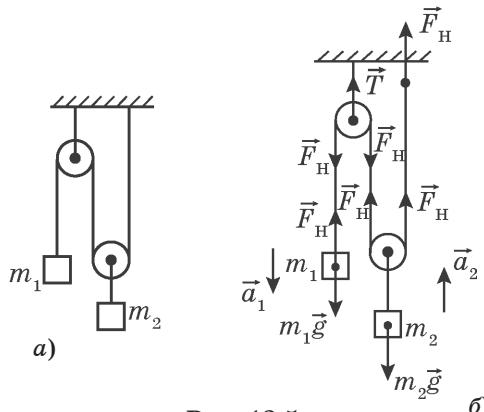


Рис. 13.5



Творческая мастерская

Объясните

Объясните, почему вес тела может изменяться, а масса — нет.

Анализируйте

Чему равен вес космонавта в момент старта корабля, ускорение которого равно $2g$?

Решайте

1. Определите вес тела массой 12 кг на поверхности Земли на широте 60° ?

(Ответ: 117,84 Н)

*2. Определите среднюю плотность планеты, если на ее экваторе пружинные весы показывают на 20% меньший вес, чем на полюсе. Длительность суток на планете 6 ч.

(Ответ: $1500 \text{ кг}/\text{м}^3$)

3. Определите величину перегрузки, которую испытывает космонавт при старте космического корабля, если ускорение корабля равно $40 \text{ м}/\text{с}^2$?

(Ответ: $k = 5$)

4. Мальчик массой 52 кг находится в лифте, опускающемся вниз с ускорением $0,8 \text{ м}/\text{с}^2$. Чему равен его вес? Принять $g = 9,8 \text{ м}/\text{с}^2$.

(Ответ: 468 Н)

*5. Горка, представляющая собой дугу окружности радиусом 4 м, плавно переходит в горизонтальную плоскость (рис. 13.6). Поверхность горки гладкая, а горизонтальная поверхность — шероховатая, с коэффициентом 0,1. Девочка массой 40 кг, съехав с горки на санках, остановилась на расстоянии 30 м от ее конца. Чему равен вес девочки в точке А? На какой высоте h девочка испытывает двухкратную перегрузку?

(Ответ: $P_A = 1 \text{ кН}$; $h = 2 \text{ м}$)

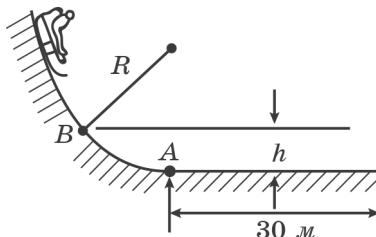


Рис. 13.6

6. Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения между шинами и поверхностью дороги с уклоном 30° , чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением $0,5 \text{ м}/\text{с}^2$?

(Ответ: 0,06)

■7. Небольшое тело запускают снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения тела о плоскость 0,2. Каково отношение времени подъема тела t_1 ко времени его соскальзывания t_2 до первоначальной точки?

(Ответ: 0,7)

■8. Человек везет двое связанных саней, прикладывая силу под углом 30° к горизонту. Найдите эту силу, если известно, что сани движутся равномерно. Массы саней по 40 кг. Коэффициент трения 0,3.

(Ответ: 330 Н)

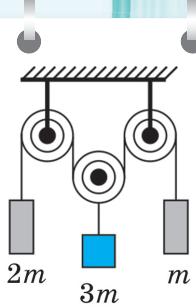


Рис. 13.7

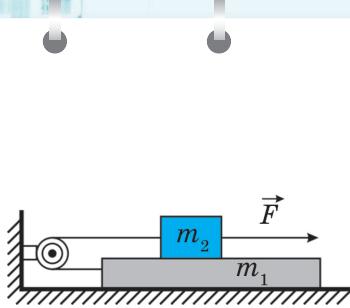


Рис. 13.8

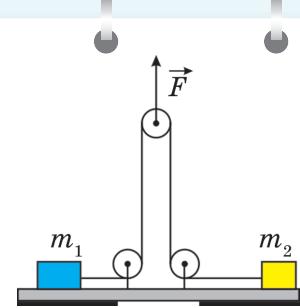


Рис. 13.9

9. Шайба остановилась через 5 с после удара клюшкой на расстоянии 20 м от места удара. Масса шайбы 100 г. Определить силу трения между шайбой и льдом.

(Ответ: 160 мН)

■10. Для равномерного поднятия груза массой 80 кг вверх по наклонной плоскости с углом 30° необходимо приложить силу 600 Н, направленную вдоль плоскости. С каким ускорением будет скатываться груз, если его отпустить?

(Ответ: 2,5 м/с²)

11. Каково удлинение троса, на котором медленно поднимают со дна водоема затонувшую статую объемом 2 м³ и массой 7 т? Жесткость троса 2,5 МН/м.

(Ответ: 3,6 мм)

*12. Определите ускорения грузов в представленной системе (рис. 13.7). Нить и блоки идеальны.

(Ответ: $a_{2m} = 2,94 \text{ м/с}^2$ вниз; $a_{3m} = 0,59 \text{ м/с}^2$ вниз; $a_m = 4,12 \text{ м/с}^2$ вверх)

*13. На горизонтальном столе лежит брусков массой $m_1 = 2 \text{ кг}$, на котором помещен второй брусков массой $m_2 = 1 \text{ кг}$ (рис. 13.8). Оба бруска соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, ось которого неподвижна. Какую силу F надо приложить к верхнему брускому в горизонтальном направлении, чтобы он начал двигаться с ускорением 5 м/с²? Коэффициент трения между брусками 0,5. Трением нижнего бруска о стол и трением в блоке пренебречь.

(Ответ: 25 Н)

*14. В системе (рис. 13.9) грузы имеют массы $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_2 = 2 \text{ кг}$. Нить и блоки невесомы, трение в осях блоков отсутствует. Коэффициенты трения грузов о плоскость равны соответственно 0,5 и 0,3. На ось верхнего блока начинает действовать сила $F = 12 \text{ Н}$, направленная вертикально вверх. На сколько уменьшится расстояние между грузами через 0,4 с после начала действия силы F ? Как изменится ответ, если сила $F = 9 \text{ Н}$?

(Ответ: а) 8 см; б) не изменится)



Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаешься ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 14. Момент инерции абсолютно твердого тела



Ключевые понятия: энергия вращательного движения, момент инерции тела, теорема Штейнера, второй закон Ньютона для вращательного движения.

На этом уроке вы: научитесь рассчитывать энергию вращательного движения и применять теорему Штейнера для расчета момента инерции абсолютно твердых тел.

Вращающееся вокруг закрепленной оси OO' тело обладает кинетической энергией вращательного движения (рис. 14.1). Знакомое вам выражение для кинетической энергии поступательного движения $W_k = \frac{mv^2}{2}$ неудобно для вычисления кинетической энергии вращательного движения. Действительно, у каждой материальной точки m_i , выделенной в теле, разные линейные скорости v_i и разные радиусы окружностей R_i , по которым они вращаются. Поэтому, чтобы вычислить полную кинетическую энергию вращательного движения, необходимо просуммировать кинетические энергии поступательного движения по всем m_i -м точкам, т. е.

$$W_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (14.1)$$

Задача упрощается в связи с тем, что угловая скорость вращения $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ у всех точек одинакова, поэтому линейную скорость v_i в выражении (14.1) заменим на угловую, так как $v_i = \omega R_i$.

Подставляя v_i в формулу (14.1), имеем:

$$W_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2 R_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i R_i^2, \text{ или}$$

$$W_{\text{вр}} = \frac{\omega^2}{2} (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + \dots + m_n R_n^2). \quad (14.2)$$

Что представляет собой сумма, находящаяся в скобках?

1. Эта сумма — скалярная величина.

2. Она зависит от распределения массы тела относительно оси вращения: чем дальше находится масса от оси вращения, тем больше эта сумма. Действительно, нетрудно ответить на вопрос, у какого тела — тонкого обруча или сплошного диска, одинаковых по радиусу и массе, эта сумма больше. Конечно, у обруча (рис. 14.2), так как все m_i -е точки

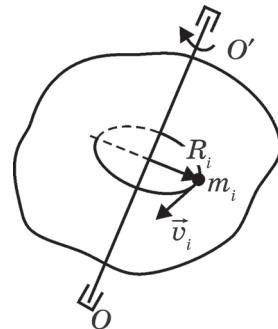


Рис. 14.1

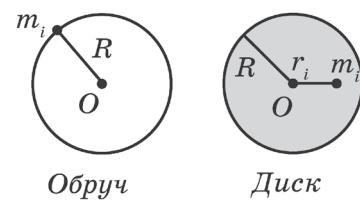


Рис. 14.2

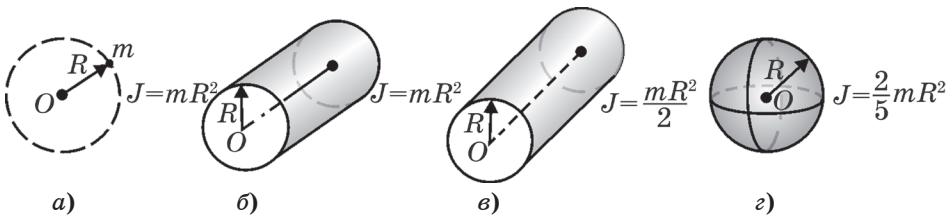


Рис. 14.3

обруча находятся на самом максимальном расстоянии $r_i = R$. Поэтому эта сумма — конкретная величина для данного тела. Она называется **момент инерции тела**, обозначается символом J . Следовательно:

$$W_{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (14.3)$$

Выражение (14.3) похоже на уравнение для кинетической энергии поступательного движения, т. е. формула (14.3) позволяет рассчитать кинетическую энергию вращательного движения. Из нее следует, что обруч и диск одинаковой массы, раскрученные до одинаковой угловой скорости, обладают разными кинетическими энергиями. Обруч более инертен для всякого изменения его угловой скорости $\Delta\omega$, чем сплошной диск, так как его момент инерции больше. Следовательно, инертные свойства вращающегося тела зависят не только от его массы, но и от ее распределения по объему тела относительно оси вращения. Ниже приведены моменты инерции различных тел правильной геометрической формы.

Моменты инерции некоторых тел, вычисленные относительно оси вращения, проходящей через центр масс

1. Материальная точка, вращающаяся по окружности радиусом R (рис. 14.3, а): $J = mR^2$.

2. Момент инерции тонкого кольца (обруча), тонкостенного цилиндра (рис. 14.3, б): $J = mR^2$.

3. Сплошной диск (цилиндр) (рис. 14.3, в): $J = \frac{mR^2}{2}$.

4. Сплошной шар (рис. 14.3, г): $J = \frac{2}{5}mR^2$.

5. Тонкий стержень относительно оси, проходящей через его середину и перпендикулярной к нему (рис. 14.4, а): $J = \frac{1}{12}ml^2$.

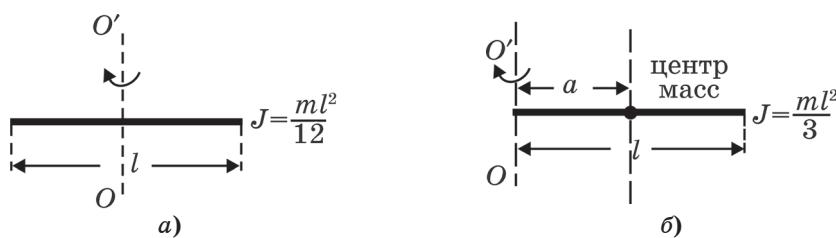


Рис. 14.4

6. Момент инерции тонкого стержня относительно оси, проходящей перпендикулярно к его концу (рис. 14.4, б): $J = \frac{1}{3}ml^2$.

Обратите внимание, что в примере 6 дан случай, когда ось вращения не проходит через центр масс. В таких случаях для нахождения момента инерции можно воспользоваться теоремой Гюйгенса — Штейнера: *момент инерции тела относительно любой оси, не проходящей через центр тяжести, равен сумме момента инерции данного тела относительно оси, проходящей через центр тяжести, и произведению массы тела на квадрат расстояния между этими осями.*

Доказательство. Действительно, полная энергия вращательного движения в примере 6 складывается из энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр масс (ц. м.) и оси (OO'), т. е.

$$W_{\text{вр}} = \frac{J_0 \omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}, \quad (14.4)$$

где m — масса стержня, сосредоточенная в центре масс; J_0 — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс.

Оба вращения происходят с одинаковой угловой скоростью, следовательно: $W_{\text{вр}} = \frac{J_0 \omega^2}{2} + \frac{m}{2} \omega^2 a^2$, или $W_{\text{вр}} = (J_0 + ma^2) \frac{\omega^2}{2}$, где a — расстояние от оси (OO') до центра масс (в нашем случае оно равно $\frac{l}{2}$). Из (14.4) видно, что момент инерции тела относительно оси, не проходящей через центр масс, будет равен

$$J' = J_0 + ma^2, \quad (14.5)$$

что представляет собой теорему Гюйгенса—Штейнера. Так как $a = \frac{l}{2}$, то

$$J' = J_0 + m \frac{l^2}{4} = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{3}.$$

Обратите внимание: а) ось OO' и ось, проходящая через центр масс, должны быть параллельными; б) момент инерции **минимален** (и, соответственно, кинетическая энергия), если ось вращения проходит через центр масс ($a = 0$).

Второй закон Ньютона в виде $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, или $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$, неудобен для применения, когда тело, имея закрепленную ось вращения, вращается относительно нее с некоторым угловым ускорением $\vec{\epsilon}$. Действительно, пусть дан блок в форме сплошного диска массой m и радиусом R , на который намотана невесомая нить, к концу которой прикреплен груз массой m_0 (рис. 14.5). Груз m_0 будет

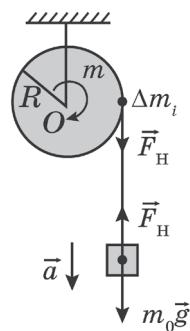


Рис. 14.5

двигаться поступательно с некоторым ускорением a , блок, масса которого m , будет вращаться с некоторым угловым ускорением ε . Если проскальзывание нити относительно блока отсутствует, то линейное ускорение a в данном случае связано с угловым ускорением ε известным соотношением: $a = \varepsilon R$.

Второй закон Ньютона для некоторой точки диска Δm_i запишется в виде $F_{hi} = \Delta m_i a_i$, где a_i — линейное (касательное) ускорение точки i диска, находящейся на расстоянии R_i от оси вращения. С учетом равенства $a = \varepsilon R$ последнее равенство перепишем в виде $F_{hi} = \Delta m_i \varepsilon R_i$.

Умножим обе части этого уравнения на R_i и получим: $F_{hi} R_i = \Delta m_i \varepsilon R_i^2$.

Произведение $F_{hi} R_i$ есть ни что иное, как момент силы, действующей на Δm_i точку, а $\Delta m_i R_i^2$ — момент инерции материальной точки, масса которой Δm_i . Просуммируем левую и правую части этого уравнения:

$$\sum_{i=1}^{\infty} F_{hi} R_i = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta m_i \varepsilon R_i^2. \quad (14.6)$$

Сумма $\sum_{i=1}^{\infty} F_{hi} R_i$ представляет собой результирующий момент всех сил, приложенных к вращающемуся телу, а $\sum_{i=1}^{\infty} \Delta m_i \cdot R_i^2$ — момент инерции всего тела. Тогда выражение (15.6) можно записать в виде

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon}, \quad (14.7)$$

или

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}. \quad (14.8)$$

Выражение (14.8) представляет собой математическую запись второго закона Ньютона для вращательного движения: *угловое ускорение, с которым вращается тело, прямо пропорционально результирующему моменту сил, приложенных к нему, и обратно пропорционально моменту инерции тела.* Направления $\vec{\varepsilon}$ и \vec{M} определяются по правилу буравчика (в нашем случае, см. рис. 14.5, они направлены от нас).



Вопросы для самоконтроля

- Обладает ли кинетической энергией тело, вращающееся вокруг закрепленной оси вращения?
- Что называется *моментом инерции*?
- Как звучит теорема Гюйгенса—Штейнера?
- От каких параметров зависит момент инерции тела?
- Как формулируется второй закон Ньютона для вращательного движения?
- Существует ли аналогия между вторым законом Ньютона для поступательного движения и вторым законом Ньютона для вращательного движения? Какая?

Примеры решения задач

1. На блок в виде сплошного диска массой и радиусом R намотана нить, к концу которой подвешен груз массой m_0 . Найдите линейное ускорение, с которым движется груз m_0 . Трение в оси блока отсутствует, нить невесома (рис. 14.6).

Решение. В движении участвуют два тела: m_0 — в поступательном движении с ускорением $|\vec{a}|$ и блок — во вращательном с некоторым угловым ускорением ε . Запишем второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$\begin{cases} m_0 g - F_H = m_0 a; \\ F_H R = J \varepsilon. \end{cases}$$

При отсутствии проскальзывания $a = \varepsilon R$, тогда получим:

$$\begin{cases} m_0 g - F_H = m_0 a; \\ F_H R = J \frac{a}{R}. \end{cases}$$

Подставляя $F_H = J \frac{a}{R^2}$ в первое уравнение $m_0 g - J \frac{a}{R^2} = m_0 a$, выражаем a : $a = \frac{m_0 g}{\frac{J}{R^2} + m_0}$, так как $J = \frac{mR^2}{2}$ (сплошной диск), окончательно имеем: $a = \frac{2m_0}{m + 2m_0} g$.

2. С наклонной плоскости скатывается сплошной цилиндр массой m и радиусом R . Найдите линейное ускорение, с которым движется цилиндр. Плоскость наклонена под углом α к горизонту. Трение качения отсутствует.

Решение. Сделаем рисунки 14.7 и рис. 14.8 (в разрезе). Цилиндр участвует в двух движениях:

а) в поступательном — с ускорением

$$a = \frac{F_x - F_{\text{тр.п.}}}{m}; \quad (1)$$

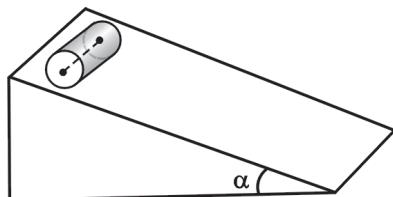


Рис. 14.7

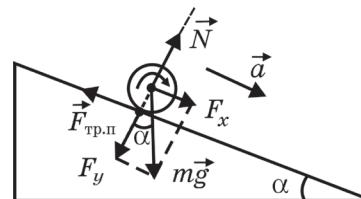


Рис. 14.8

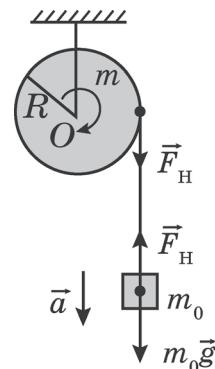


Рис. 14.6

б) во вращательном — с угловым ускорением

$$\varepsilon = -\frac{F_{\text{тр.п.}} R}{J}, \quad (2)$$

где $F_{\text{тр.п.}} R$ — момент силы трения покоя относительно оси вращения, проходящей через центр цилиндра. Сила реакции опоры \vec{N} и сила тяжести $m\vec{g}$ вращающего момента относительно оси цилиндра не создают. Находим значение $F_{\text{тр.п.}}$ из формулы (2) $F_{\text{тр.п.}} = \frac{J\varepsilon}{R}$ и подставляем в уравнение (1). С учетом того, что $a = \varepsilon R$ и $F_x = mgsin\alpha$, получим

$$a = \frac{mg \sin \alpha - \frac{Ja}{R^2}}{m}, \text{ откуда } a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{Ja}{R^2}}. \text{ Зная, что момент инерции}$$

$J = \frac{mR^2}{2}$, окончательно имеем $a = \frac{2}{3}gsin\alpha$. Напоминаем, что в случае соскальзывания цилиндра с наклонной плоскости без трения ускорение равно $a = gsina$. В нашем случае ускорение $a = \frac{2}{3}gsin\alpha$ получилось меньше — так и должно быть, так как часть потенциальной энергии цилиндра переходит в кинетическую энергию вращательного движения, а другая — в кинетическую энергию поступательного движения. Интересно, а какая часть? Определим эту величину.

Пусть сплошной цилиндр скатывается с наклонной плоскости с углом наклона α (рис. 14.9).

Воспользуемся законом сохранения энергии. Относительно уровня $|OO'|$, принимаемого за нулевой, имеем:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}; \text{ так как } v = \omega R, \text{ то } W_{\text{к.вр.}} = \frac{\frac{mR^2}{2} \cdot v^2}{2R^2} = \frac{mv^2}{4}, \text{ тогда}$$

$$mgh = \frac{mv^2}{4} + \frac{mv^2}{4} = \frac{3}{4}mv^2, \text{ а отношение } \frac{W_{\text{к.вр.}}}{mgh} = \frac{\frac{mv^2}{4}}{\frac{3}{4}mv^2} = \frac{1}{3}, \text{ т. е. } \frac{W_{\text{к.вр.}}}{mgh} = \frac{1}{3},$$

или $W_{\text{к.вр.}} = \frac{1}{3}mgh$, а $\frac{2}{3}mgh$ остается на кинетическую энергию поступательного движения. Теперь становится более понятным, почему ускорение для сплошного цилиндра получилось равным $a = \frac{2}{3}gsin\alpha$.

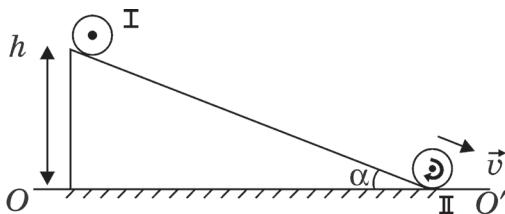


Рис. 14.9

Логично! Ведь на величину поступательного ускорения влияет только увеличивающаяся кинетическая энергия поступательного движения, а не вращательного. Тогда можно решить следующую задачу, что называется, в уме.

3. Однородная тяжелая веревка, концы которой закреплены на одной вертикали, охватывает невесомый обруч. С каким ускорением будет падать обруч, если его отпустить (рис. 14.10)?

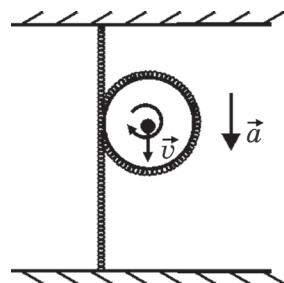


Рис. 14.10

Решение. Запишем закон сохранения энергии: $mg\Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$, где $J = mR^2$, $\omega = \frac{v}{R}$, тогда $mg\Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2v^2}{2R^2}$, или $mg\Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$,

т. е. половина от полной энергии уйдет на вращательное движение, а другая половина — на поступательное. Следовательно, $a = \frac{g}{2}$.

Ответ: $\frac{g}{2}$.

4. Шарик, диаметр которого равен 6 см, катится по полу и останавливается через $t = 2$ с, пройдя расстояние $s = 70$ см. Определите коэффициент трения качения, считая его постоянным.

Согласно основному уравнению вращательного движения, имеем: $M = \varepsilon J$, где $J = 0,4mr^2$ — момент инерции шара. Угловое ускорение связано с тангенциальным ускорением: $a_\tau = \varepsilon r$.

Тогда $M = 0,4mr^2 \frac{a_\tau}{r} = 0,4amr$. Момент силы трения $M = F_{tp}r$, но $F_{tp} = \mu N = \mu mg$. Тогда $M = \mu mgr$. Следовательно, $\mu mgr = 0,4amr$.

Откуда

$$\mu = 0,4 \frac{a}{g}. \quad (3)$$

$s = \frac{at^2}{2}$; $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{1,4}{4} = 0,35 \text{ м/с}^2$. Подставив числовые значения в формулу (3), получим, что коэффициент трения качения $\mu = 0,014$.

Ответ: 0,014.



Творческая мастерская

Оцените

Используя справочные данные, оцените момент инерции земного шара относительно собственной оси вращения.

(Ответ: $9,6 \cdot 10^{37} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$)

Решайте

1. Определите момент инерции материальной точки массой 300 г относительно оси, отстоящей от нее на расстоянии 20 см.

(Ответ: $12 \text{ г} \cdot \text{м}^2$)

■ 2. На концах тонкого однородного стержня длиной 90 см и массой 300 г прикреплены шарики массами 100 г и 200 г. Определите момент инерции этой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: а) первый шарик; б) точку, отстоящую от первого шарика на 30 см; в) середину стержня.

(Ответ: а) $0,243 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; б) $108 \text{ г} \cdot \text{м}^2$; в) $81 \text{ г} \cdot \text{м}^2$)

■ 3. Определите момент инерции плоской однородной прямоугольной пластинки массой 900 г относительно оси, совпадающей с одной из сторон, если длина другой стороны 20 см.

(Ответ: $12 \text{ г} \cdot \text{м}^2$)

■ 4. Определите момент инерции однородного диска радиусом 20 см и массой 1 кг относительно оси перпендикулярной плоскости диска и проходящей через: а) центр диска; б) середину одного из радиусов диска.

(Ответ: а) $20 \text{ г} \cdot \text{м}^2$; б) $30 \text{ г} \cdot \text{м}^2$)

5. Маховик, момент инерции которого $63,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращается с постоянной угловой скоростью 31,4 рад/с. Определите величину тормозящего момента, остановившего маховик через 20 с.

(Ответ: $100 \text{ Н} \cdot \text{м}$)

6. К ободу колеса массой 50 кг, имеющего форму диска радиусом 50 см, приложена касательная сила 100 Н. Определите: а) угловое ускорение колеса; б) через какое время после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения 6000 об/мин?

(Ответ: а) 8 рад/с^2 ; б) $78,5 \text{ с}$)

■ 7. Через неподвижный блок массой 400 г перекинута нить, к концам которой привязаны грузики 100 г и 140 г. С каким ускорением будут двигаться грузики? Трением в блоке пренебречь.

(Ответ: $0,91 \text{ м/с}^2$)

*8. Цилиндрический вал массой 100 кг и радиусом 5 см вращается, делая 480 оборотов в минуту. К поверхности вала прижимают колодку, которая останавливает вал через 10 с. Определите коэффициент трения колодки о вал, если величина силы 40 Н.

(Ответ: 0,3)



Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

§ 15. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения



Ключевые понятия: момент импульса, основное уравнение динамики вращательного движения.

На этом уроке вы: научитесь решать задачи, применяя второй закон Ньютона в импульсном виде.

Второй закон Ньютона в импульсном виде $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$ неудобен для применения к вращательному движению. Поэтому перепишем его, используя второй закон Ньютона для вращательного движения, $\vec{M} = J \cdot \vec{\epsilon}$. С учетом того, что $\vec{\epsilon} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$, получим, что $\vec{M} = J \cdot \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$. Тогда

$$\vec{M}\Delta t = J\Delta\vec{\omega}, \text{ или } \vec{M}\Delta t = \Delta(\vec{J}\vec{\omega}). \quad (15.1)$$

Произведение $J\vec{\omega}$ носит название **момент импульса тела** и обозначается как \vec{L} , т. е. формула нахождения момента импульса тела:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \quad (15.2)$$

Тогда (15.1) примет вид

$$\vec{M}\Delta t = \Delta\vec{L}. \quad (15.3)$$

Произведение $\vec{M}\Delta t$ носит название **результатирующего момента импульса внешних сил**, т. е. формула (15.1) есть второй закон Ньютона в импульсном виде для вращательного движения: **результатирующий момент импульса всех внешних сил, действующих на систему тел, равен изменению момента импульса системы**. Если система тел замкнута, т. е. результатирующий момент внешних сил равен нулю, то из формулы (15.1) видно, что $\Delta\vec{L} = 0$ или $\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}$, что и представляет собой **закон сохранения момента импульса: в замкнутой системе векторная сумма момента импульса остается величиной постоянной**. Рассмотрим этот закон на примерах.

Пример 1. На скамье Жуковского (легко вращающийся круглый стул) стоит человек, держа в руках гантели. Приведем его во вращательное движение с угловой скоростью ω_1 . Система тел “скамья — гантели — человек” обладает моментом инерции J_1 , т. е. момент импульса системы равен $\vec{L}_1 = J_1\vec{\omega}_1$ (рис. 15.1). Пусть человек разведет руки в стороны, тем самым увеличивая момент инерции до некоторого значения J_2 (рис. 15.2). Тогда, согласно закону сохранения момента импульса $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$, имеем $J_1\vec{\omega}_1 = J_2\vec{\omega}_2$, т. е. угловая скорость $|\vec{\omega}_2|$ должна

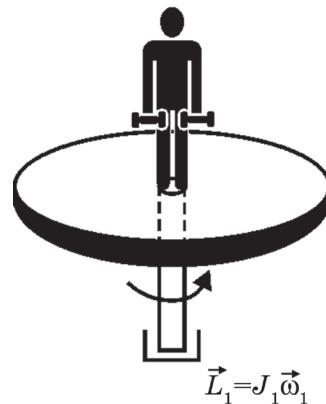


Рис. 15.1

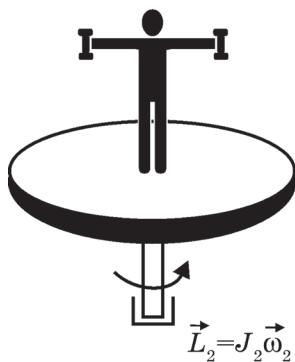


Рис. 15.2

уменьшиться. При возвращении рук в прежнее положение угловая скорость увеличивается до прежнего значения $|\bar{\omega}_1|$.

Пример 2. Человек стоит на краю вращающейся круглой платформы радиусом $R = 2$ м, с угловой скоростью ω_1 . Масса человека m_1 , платформы m_2 . Он переходит к центру платформы. Принимая человека за материальную точку, определите угловую скорость ω_2 .

Решение. Момент инерции системы в первом случае (рис. 15.3) $J_1 = m_1R^2 + \frac{m_2}{2}R^2$, во втором (рис. 15.4) — $J_2 = \frac{m_2R^2}{2}$. Так как $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$, то $\omega_2 = \frac{J_1}{J_2}\omega_1$,

$$\omega_2 = \frac{m_1R^2 + \frac{m_2R^2}{2}}{\frac{m_2R^2}{2}}\omega_1, \text{ или } \omega_2 = \left(\frac{2m_1}{m_2} + 1\right)\omega_1.$$

Интересно, а как изменилась кинетическая энергия системы? Пусть $\frac{m_1}{m_2} = 1$, тогда $\omega_2 = 3\omega_1$, т. е. угловая скорость увеличится в три раза.

$W_1 = \frac{J_1\omega_1^2}{2}; W_2 = \frac{J_2\omega_2^2}{2}; \frac{W_2}{W_1} = \frac{J_2\omega_2^2}{J_1\omega_1^2} = \frac{mR^2 \cdot 9}{3mR^2};$ т. е. $\frac{W_2}{W_1} = 3$, или кинетическая энергия вращательного движения увеличится в три раза! Почему и за счет чего? Ведь система замкнута. Если в динамике поступательного движения *внутренние силы не влияют* на величину линейного ускорения $|\vec{a}|$, то в динамике вращательного движения работа внутренних сил имеет решающее значение (рис. 15.1). На рисунке 15.2 показано, что центробежные силы инерции сами отбрасывают гантели, поэтому кинетическая энергия вращательного движения уменьшается. Конечно, если опять прижать гантели к груди, то придется совершить работу. Кроме того, эту работу можно вычислить, используя закон

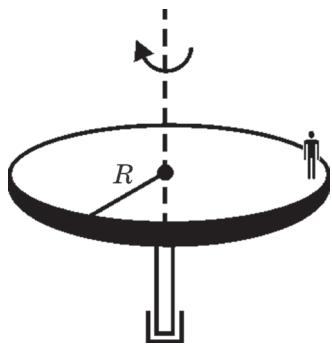


Рис. 15.3

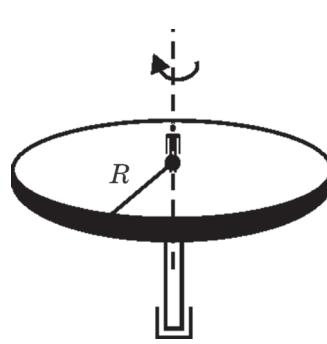


Рис. 15.4



Рис. 15.5

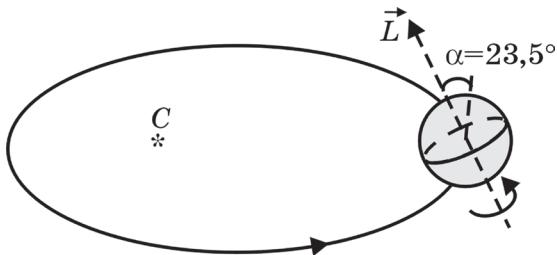


Рис. 15.6

сохранения энергии $A = \Delta W_{\kappa}$. Исследование работы внутренних сил в динамике вращательного движения приводит к интересным и даже неожиданным результатам (см. пример 3).

В то же время, если момент импульса внешних сил равен нулю, то момент импульса тела \vec{L} остается постоянным как по величине, так и по направлению. Этот факт имеет большое практическое значение.

Пример 3. Можно подвесить маховое колесо на такой подставке, которая не оказывает практически никакого сопротивления вращению и относительно которой ось маховика может быть повернута в любом направлении (по трем измерениям нашего пространства — x , y , z) (рис. 15.5). Такое устройство называется *гироскоп*. Пренебрегая трением в подшипниках, можно считать, что к колесу гироскопа не приложены никакие моменты сил. А это означает, что ось вращения всегда будет сохранять свое первоначальное направление в пространстве, как бы ни двигалась подставка гироскопа. Гироскопы находят широкое применение в тех случаях, когда требуется выдерживать строго определенное направление. Например, ракета может вращаться на активном участке траектории, подводная лодка может быть повернута морскими течениями. Самолетный автопилот действует по тому же принципу. Винтовая нарезка в стволе орудия позволяет придать снаряду (пуле) быстрое вращение, что обеспечивает устойчивое движение его к цели, и т. д.

Земля является гигантским гироскопом, обладающим моментом импульса $\vec{L} = J_0 \vec{\omega}$, где $J = \frac{2}{5} mR^2$ и $\omega = \frac{2\pi}{T}$; m и R — соответственно масса и радиус Земли; T — период вращения (сутки). Система “Земля — Солнце” является достаточно замкнутой, поэтому направление вектора момента импульса тела \vec{L} в пространстве относительно удаленных звезд остается неизменным и “смотрит” на Полярную звезду. Именно поэтому происходит смена времен года (на рис. 15.6 в Северном полушарии лето).

Приводим таблицу, в которой отражена аналогия между физическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движения.

Поступательное движение			Вращательное движение	
Перемещение	\vec{s}	$s = \varphi R$	Угловое перемещение	φ
Линейная скорость	$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$	$v = \omega R$	Угловая скорость	$\omega = \frac{\varphi}{t}$
Касательное ускорение	$\vec{a}_\tau = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$	$a_\tau = \varepsilon R$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
Масса	m	$J = mR^2$	Момент инерции	$J = mR^2$
Сила	\vec{F}	$M = Fd$	Момент силы	M
Импульс тела	$\vec{p} = m\vec{v}$		Момент импульса	$L = J\omega$
Второй закон Ньютона	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$		Второй закон Ньютона	$\varepsilon = \frac{M}{J}$
Второй закон Ньютона в импульсном виде	$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$		Второй закон Ньютона в импульсном виде	$\bar{M}\Delta t = \Delta\bar{L}$
Кинетическая энергия	$W_k = \frac{mv^2}{2}$		Кинетическая энергия	$W_k = \frac{J\omega^2}{2}$



Вопросы для самоконтроля

1. Что называется *моментом импульса тела*?
2. Как формулируется закон сохранения момента импульса?
3. Как изменится угловая скорость вращения платформы, если на ее край поместить тяжелый предмет?
4. Почему работа внутренних сил системы при поступательном движении не приводит к изменению ее кинетической энергии, а при вращательном движении работа этих же сил изменяет энергию вращающегося тела?
5. Что такое *гироскоп*?
6. Почему Земля сохраняет неизменным наклон оси вращения при своем движении вокруг Солнца?



Творческая мастерская

Наблюдайте

Используя гироскоп, наблюдайте эффект сохранения оси вращения гироскопом.

Экспериментируйте

1. В пробке от любой пластиковой бутылки проделайте два отверстия, в которые протяните две нитки. Вращая пробку вокруг оси, проходящей параллельно ниткам, закрутите нитки. Растигивая нитки, наблюдайте вращение пробки. Объясните процесс.

2. Намотайте на пустую катушку от ниток нитку длиной 70—80 см, предварительно закрепив один ее конец к катушке. Отпустите катушку и дайте ей возможность свободно падать. Что вы будете наблюдать? Как объяснить наблюдаемое явление?

3. Попробуйте удержать вращающийся баскетбольный мяч на вертикально расположенным указательном пальце. Почему вращающийся мяч легче удержать на пальце, а неподвижный мяч сразу сваливается с него?

Решайте

1. Определите момент инерции материальной точки, масса которой 50 г, относительно оси, отстоящей от точки на расстоянии 20 см.

(Ответ: $2 \cdot 10^{-3}$ кг · м²)

2. Маховик, момент инерции которого 63,6 кг · м², вращается с постоянной угловой скоростью 31,4 рад/с. Определите тормозящий момент, под действием которого маховик останавливается через 20 с.

(Ответ: 100 Н · м)

■ 3. Вал массой 100 кг и радиусом 5 см вращается с частотой 8 Гц. К цилиндрической поверхности вала прижимают колодку с силой 40 Н, под действием которой вал останавливается. Через какое время он остановится, если коэффициент трения колодки о вал равен 0,3?

(Ответ: 10 с)

4. Горизонтальная платформа в виде диска радиусом 1 м свободно вращается с частотой 6 об/мин вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На краю платформы стоит человек массой 80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы равен 120 кг · м², а момент инерции человека надо рассчитывать как для материальной точки.

(Ответ: 10 об/мин)

5. Диск массой 2 кг катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Определите его кинетическую энергию.

(Ответ: 24 Дж)

Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?



САМОЕ ВАЖНОЕ

Самое важное в главе

2

Динамика — это раздел механики, в котором изучается механическое движение с учетом причин, его вызвавших.

Основными понятиями в динамике являются понятия массы и силы.

Основу классической механики составляют три закона, открытые Ньютоном:

Первый закон: существуют системы отсчета, называемые инерциальными, в которых свободное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Второй закон: ускорение, с которым движется тело, прямо пропорционально результирующей силе, действующей на тело, и обратно пропорционально массе тела; вектор же ускорения направлен в сторону действия результирующей силы $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Третий закон: силы возникают при взаимодействии и имеют одинаковую природу; они появляются попарно: модули этих сил равны; направлены они вдоль одной прямой в противоположные стороны $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Силы в природе по своей природе делятся на гравитационные, электромагнитные, сильные и слабые.

Закон всемирного тяготения, открытый И. Ньютоном, позволяет определить силу, с которой притягиваются друг к другу две точечные массы: $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$. Проявлением силы всемирного тяготения является сила тяжести — сила притяжения тел в планете, на которой находится тело: $F_{\text{тяж}} = mg$. На Земле $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Сила упругости — это сила электромагнитной природы. Ее величину определяют, опираясь на закон Гука: $F_{\text{упр}} = -kx$.

Сила трения — это сила электромагнитной природы. Ее величину определяют, опираясь на закон Кулона — Амтона: $F_{\text{тр}} = \mu N$.

Сила Архимеда — это сила электромагнитной природы. Ее величину определяют, опираясь на закон Архимеда: $F_A = \rho g V$. Эта сила выталкивает тела из жидкости или из газа.

При изучении вращательного движения справедливы следующие формулы и законы:

Энергия вращательного движения: $W_k = \frac{J\omega^2}{2}$	Теорема Гюйгенса—Штейнера: $J = J_0 + ma$
Второй закон Ньютона для вращательного движения: $\epsilon = \frac{M}{J}$.	Второй закон Ньютона для вращательного движения в импульсном виде: $M\Delta t = \Delta L$.
Закон сохранения момента импульса: $J\omega = \text{const.}$	