

# PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI KHÍ LÝ TƯỞNG

## PHẦN 1: PHÂN DẠNG BÀI TẬP

**Dạng 1:** Bài toán chu trình khí : TT1 → TT2 → TT3 → ... → TT1

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \dots = \frac{P_nV_n}{T_n}$$

**Dạng 2:** Khai thác phương trình : PV

Lưu ý :  $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ ,  $T = t + 273$ ,  $R = 0,0831$  (atm.L/K) ;  $R = 8,31(\text{Pa.m}^3/\text{K})$

- Tìm áp suất (P): Cho biết V, n, T.
- Tìm thể tích (V): Cho biết P, n, T.
- Tìm số mol (n): Cho biết P, V, T.
- Tìm nhiệt độ (T): Cho biết P, V, n.

### BT1: Bài toán xác định lượng khí thoát ra khỏi bình

Cho bình ban đầu :  $p_1, V, T_1$

Sau một thời gian, khí thoát ra còn :  $p_2, V, T_2$ .

Tìm lượng khí thoát ra :  $\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{p_1VM}{RT_1} - \frac{p_2VM}{RT_2}$

Tìm thể tích khí thoát ra :  $\Delta V = V' - V; \frac{p_1V}{T_1} = \frac{p_2(V+\Delta V)}{T_2} \rightarrow \Delta V = \frac{p_1VT_2}{p_2T_1} - V$

### BT2: Thoát khí trong ô tô :

ban đầu :  $p_1, V, T_1$

lúc sau :  $p_2, V, T_2$ .

(biết  $p_1 = p_2 = p_0$ ). % số mol thoát ra ngoài

$$\frac{\Delta n}{n_1} = \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) * 100\% = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) * 100\%$$

### BT3: Toán khinh khí cầu (có lỗ hổng) : $P_T = P_n$ , $V = \text{const}$ , $m_k$ thay đổi

Khí ngoài :  $D_n, T_n, P_n : P_n = \frac{D_n}{M} RT_n$

Khí trong :  $T_t, m_k, V : P_t = \frac{D_t}{M} RT_t$

Điều kiện bay :  $F_a \geq m_v.g + m_k.g \rightarrow D_nV \geq m_v + m_k$

### BT4: Toán khinh khí cầu (không có lỗ hổng) : Nhiệt càng tăng, V tăng, $m_k = \text{const}$

Khí ngoài :  $D_n, T_n, P_n : P_n = \frac{D_n}{M} RT_n$

Khí trong :  $T_t, m_k, V : P_tV = \frac{m_k}{M} RT_t$

Điều kiện bay :  $F_A \geq m_v.g + m_k.g \rightarrow D_nV \geq m_v + m_k$

### Dạng 3: Bài toán hỗn hợp

+ Dùng công thức DanTon để tìm tổng áp suất hỗn hợp

$$P = P_1 + P_2 + \cdots + P_n = (n_1 + n_2 + \cdots + n_n) \cdot \frac{R}{T \cdot V}$$

+ Bài toán bơm khí: n lần bơm khí có  $v_0, p_0, T_0$  vào bình có săn  $v, p_1, T_1$

$$n \cdot \frac{p_0 v_0}{R T_0} + \frac{p_1 V}{R T_1} = \frac{p V}{R T}$$

+ Cân bằng vách ngăn, cân bằng giọt thuỷ ngân.

Lúc đầu :  $P_1 = P_2 \rightarrow \frac{n_1 R T_1}{V_1} = \frac{n_2 R T_2}{V_2}$

Lúc sau :  $P'_1 = P'_2 \rightarrow \frac{n_1' R T'_1}{V'_1} = \frac{n_2' R T'_2}{V'_2}$

Suy ra :  $\frac{V'_1}{V_1} * \frac{T'_1}{T_1} = \frac{V'_2}{V_2} * \frac{T'_2}{T_2}$

+ Bình thông nhau bằng van

Xác định số mol các bình khí trước khi mở van :  $n_i = \frac{P_i V_i}{R T_i}$

Khi mở van có sự trộn nhau giữa hai khí trong hai bình  $\rightarrow n' = \frac{P' V'}{R T'}$

Ta có :  $n' = n_1 + n_2 + \cdots + n_n$

# MỘT SỐ VÍ DỤ ĐIỀN HÌNH

## Câu 1

Một xilanh chứa khí lỏng ở áp suất 0,7atm và nhiệt độ 47°C.

a/ Tính nhiệt độ trong xilanh khi áp suất trong xilanh tăng đến 8atm còn thể tích khí trong xilanh giảm 5 lần.

b/ Tính áp suất bên trong xilanh khi giữ pittong cố định tăng nhiệt độ khí trong xilanh lên tới 273°C.

## Lời giải chi tiết

**Tóm tắt trạng thái:**

- Trạng thái 1:  $p_1 = 0,7 \text{ atm}$ ,  $T_1 = 47 + 273 = 320 \text{ K}$ ,  $V_1$ .

**a/ Tính nhiệt độ**

- Trạng thái 2:  $p_2 = 8 \text{ atm}$ ,  $V_2 = \frac{V_1}{5}$ ,  $T_2 = ?$

Áp dụng phương trình trạng thái khí lý tưởng:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Suy ra nhiệt độ cuối cùng  $T_2$ :

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{8 \cdot \frac{V_1}{5}}{0,7 \cdot V_1} \cdot 320 = \frac{8}{5 \cdot 0,7} \cdot 320 \approx 731,4 \text{ K}$$

Vậy nhiệt độ trong xilanh là 731,4 K (hay 458,4°C).

**b/ Tính áp suất**

- Trạng thái 3:  $V_3 = V_1$  (pittong cố định),  $T_3 = 273 + 273 = 546 \text{ K}$ ,  $p_3 = ?$

Vì thể tích không đổi, đây là quá trình đẳng tích. Áp dụng định luật Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_3}{T_3}$$

Suy ra áp suất cuối cùng  $p_3$ :

$$p_3 = \frac{T_3}{T_1} \cdot p_1 = \frac{546}{320} \cdot 0,7 \approx 1,194 \text{ atm}$$

Vậy áp suất bên trong xilanh là 1,194 atm.

## Câu 2

Tính nhiệt độ ban đầu của một khối khí xác định biết rằng khi nhiệt độ tăng thêm 16°C thì thể tích khí giảm đi 10% so với thể tích ban đầu, áp suất thì tăng thêm 20% so với áp suất ban đầu.

### Lời giải chi tiết

#### Tóm tắt trạng thái:

- Trạng thái 1:  $p_1, V_1, T_1$ .
- Trạng thái 2:
  - Nhiệt độ tăng  $16^\circ\text{C}$ :  $T_2 = T_1 + 16$ .
  - Thể tích giảm 10%:  $V_2 = V_1 - 0,1V_1 = 0,9V_1$ .
  - Áp suất tăng 20%:  $p_2 = p_1 + 0,2p_1 = 1,2p_1$ .

Áp dụng phương trình trạng thái khí lý tưởng:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Thay các giá trị từ trạng thái 2 vào phương trình:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{(1,2p_1)(0,9V_1)}{T_1 + 16}$$

Triết tiêu  $p_1$  và  $V_1$  ở cả hai vế:

$$\begin{aligned}\frac{1}{T_1} &= \frac{1,2 \cdot 0,9}{T_1 + 16} \\ \frac{1}{T_1} &= \frac{1,08}{T_1 + 16} \\ T_1 + 16 &= 1,08T_1 \\ 0,08T_1 &= 16 \\ T_1 &= \frac{16}{0,08} = 200 \text{ K}\end{aligned}$$

Vậy nhiệt độ ban đầu của khối khí là 200 K (hay  $-73^\circ\text{C}$ ).

### Câu 3

Không khí ở áp suất  $10^5 \text{ Pa}$ , nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$  có khối lượng riêng  $1,29 \text{ kg/m}^3$ . Tính khối lượng riêng của không khí ở áp suất  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$ .

### Lời giải chi tiết

Phương trình trạng thái khí lý tưởng  $PV = nRT$  có thể viết lại theo khối lượng riêng  $\rho = \frac{m}{V}$ . Vì  $n = \frac{m}{M}$ , ta có  $PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow P = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}$ . Từ đó suy ra  $\frac{P}{\rho T} = \frac{R}{M} = \text{const}$  cho một loại khí nhất định. Do đó, ta có mối quan hệ:

$$\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2}$$

#### Tóm tắt trạng thái:

- Trạng thái 1:  $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_1 = 0 + 273 = 273 \text{ K}$ ,  $\rho_1 = 1,29 \text{ kg/m}^3$ .

- Trạng thái 2:  $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_2 = 100 + 273 = 373 \text{ K}$ ,  $\rho_2 = ?$

Suy ra khối lượng riêng ở trạng thái 2:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

Thay số:

$$\rho_2 = 1,29 \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{10^5} \cdot \frac{273}{373} = 1,29 \cdot 2 \cdot \frac{273}{373} \approx 1,89 \text{ kg/m}^3$$

Vậy khối lượng riêng của không khí ở trạng thái sau là  $1,89 \text{ kg/m}^3$ .

#### Câu 4

Một máy nén khí ở áp suất 1atm mỗi lần nén được 4 lít khí ở nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$  vào trong bình chứa thể tích  $2\text{m}^3$  áp suất ban đầu 1atm. Tính áp suất khí bên trong bình chứa sau 1000 lần nén khí biết nhiệt độ trong bình sau 1000 lần nén là  $42^\circ\text{C}$ .

#### Lời giải chi tiết

Bài toán có thể giải bằng cách bảo toàn số mol khí. Lượng khí cuối cùng trong bình bằng lượng khí ban đầu cộng với lượng khí được bơm vào. Gọi  $n_1$  là số mol khí ban đầu trong bình,  $n_{bm}$  là tổng số mol khí được bơm vào,  $n_2$  là số mol khí cuối cùng.

$$n_2 = n_1 + n_{bm}$$

Áp dụng phương trình  $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$ , ta có:

$$\frac{p_2 V_2}{R T_2} = \frac{p_1 V_1}{R T_1} + N \cdot \frac{p_0 V_0}{R T_0}$$

Triết tiêu hằng số R:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + N \cdot \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

**Tóm tắt các thông số (đổi về đơn vị chuẩn hoặc thông nhất):**

- Khí bơm vào (mỗi lần):  $p_0 = 1 \text{ atm}$ ,  $V_0 = 4 \text{ L} = 0,004 \text{ m}^3$ ,  $T_0 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$ .
- Số lần bơm:  $N = 1000$ .
- Bình chứa (ban đầu):  $p_1 = 1 \text{ atm}$ ,  $V_1 = 2 \text{ m}^3$ . Nhiệt độ khí ban đầu trong bình được giả sử bằng nhiệt độ khí bơm vào  $T_1 = T_0 = 300 \text{ K}$ .
- Bình chứa (sau khi bơm):  $V_2 = V_1 = 2 \text{ m}^3$ ,  $T_2 = 42 + 273 = 315 \text{ K}$ ,  $p_2 = ?$

Thay các giá trị vào phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{p_2 \cdot 2}{315} &= \frac{1 \cdot 2}{300} + 1000 \cdot \frac{1 \cdot 0,004}{300} \\ \frac{2p_2}{315} &= \frac{2}{300} + \frac{4}{300} \\ \frac{2p_2}{315} &= \frac{6}{300} = \frac{1}{50} \\ p_2 &= \frac{315}{2 \cdot 50} = \frac{315}{100} = 3,15 \text{ atm} \end{aligned}$$

Vậy áp suất khí bên trong bình sau 1000 lần nén là 3,15 atm.

### Câu 5

Một bình thủy tinh hình trụ tiết diện  $100\text{cm}^2$  chứa khí lí tưởng bị chặn với tấm chắn có khối lượng không đáng kể, áp suất, nhiệt độ, chiều cao của cột không khí bên trong bình lần lượt là  $76\text{cmHg}$ ,  $20^\circ\text{C}$  và  $60\text{cm}$ . Đặt lên tấm chắn vật có trọng lượng  $408\text{N}$ , cột khí bên trong bình có chiều cao  $50\text{cm}$ . Tính nhiệt độ của khí bên trong bình. Biết  $1\text{atm} = 101325 \text{ Pa}$  và  $T(K) = t(\text{ }^\circ\text{C}) + 273$ .

### Lời giải chi tiết

Áp dụng phương trình trạng thái khí lý tưởng cho hai trạng thái.

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

#### Tóm tắt trạng thái:

- Trạng thái 1 (trước khi đặt vật):
  - Áp suất:  $p_1 = 76 \text{ cmHg} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$ .
  - Nhiệt độ:  $T_1 = 20 + 273 = 293 \text{ K}$ .
  - Tiết diện:  $S = 100 \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$ .
  - Chiều cao cột khí:  $h_1 = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$ .
  - Thể tích:  $V_1 = S \cdot h_1 = 0,01 \cdot 0,6 = 0,006 \text{ m}^3$ .
- Trạng thái 2 (sau khi đặt vật):
  - Trọng lượng vật:  $P_{vt} = 408 \text{ N}$ .
  - Áp suất do vật nặng gây ra:  $\Delta p = \frac{P_{vt}}{S} = \frac{408}{0,01} = 40800 \text{ Pa}$ .
  - Áp suất tổng cộng:  $p_2 = p_1 + \Delta p = 101325 + 40800 = 142125 \text{ Pa}$ .
  - Chiều cao cột khí:  $h_2 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$ .
  - Thể tích:  $V_2 = S \cdot h_2 = 0,01 \cdot 0,5 = 0,005 \text{ m}^3$ .
  - Nhiệt độ:  $T_2 = ?$

Từ phương trình trạng thái, ta rút ra  $T_2$ :

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2V_2}{p_1V_1}$$

Thay số:

$$T_2 = 293 \cdot \frac{142125 \cdot 0,005}{101325 \cdot 0,006} = 293 \cdot \frac{710,625}{607,95} \approx 342,4 \text{ K}$$

Vậy nhiệt độ của khí bên trong bình là  $342,4 \text{ K}$  (hay  $69,4^\circ\text{C}$ ).

**Câu 6**

Khí cầu có dung tích  $328\text{m}^3$  được bơm khí hidro. Khi bơm xong, hidro trong khí cầu có nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , áp suất  $0,9\text{atm}$ . Hỏi phải bơm bao nhiêu lâu nếu mỗi giây bơm được  $2,5\text{g}$  hidro vào khí cầu.

**Lời giải chi tiết**

**Bước 1: Tính tổng khối lượng khí hidro cần bơm vào khí cầu.** Sử dụng phương trình trạng thái khí lý tưởng  $PV = nRT$ . Ta có  $n = \frac{m}{M}$ , vậy  $PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m = \frac{PVM}{RT}$ .

**Tóm tắt các thông số (đổi về đơn vị SI):**

- Áp suất:  $P = 0,9 \text{ atm} = 0,9 \cdot 101325 = 91192,5 \text{ Pa}$ .
- Thể tích:  $V = 328 \text{ m}^3$ .
- Nhiệt độ:  $T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$ .
- Khối lượng mol của hidro ( $H_2$ ):  $M = 2 \text{ g/mol} = 0,002 \text{ kg/mol}$ .
- Hằng số khí lý tưởng:  $R = 8,31 \text{ J/(mol.K)}$ .

Thay số để tính khối lượng  $m$ :

$$m = \frac{91192,5 \cdot 328 \cdot 0,002}{8,31 \cdot 300} \approx \frac{59821,2}{2493} \approx 24,0 \text{ kg}$$

Đổi khối lượng ra gram:  $m = 24,0 \text{ kg} = 24000 \text{ g}$ .

**Bước 2: Tính thời gian bơm.** Tốc độ bơm là  $2,5 \text{ g/s}$ . Thời gian bơm là:

$$t = \frac{\text{Tổng khối lượng}}{\text{Tốc độ bơm}} = \frac{24000 \text{ g}}{2,5 \text{ g/s}} = 9600 \text{ s}$$

Đổi ra giờ:  $t = \frac{9600}{3600} \approx 2,67 \text{ giờ}$ . Vậy phải bơm trong 9600 giây (khoảng 2 giờ 40 phút).

**Câu 7**

Hai bình hình cầu được nối với nhau bằng một ống khóa, chứa hai chất khí không tác dụng hóa học với nhau, ở cùng một nhiệt độ. Áp suất trong hai bình là  $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  và  $p_2 = 10^6 \text{ N/m}^2$ . Mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông với nhau sao cho nhiệt độ không đổi. Khi cân bằng xảy ra, áp suất ở hai bình là  $p = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Tính tỉ số thể tích của hai bình cầu.

**Lời giải chi tiết**

Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của hai bình. Nhiệt độ  $T$  không đổi trong suốt quá trình. Số mol khí ban đầu trong mỗi bình là:

- Bình 1:  $n_1 = \frac{p_1 V_1}{RT}$
- Bình 2:  $n_2 = \frac{p_2 V_2}{RT}$

Khi mở khóa, hai khí trộn lẫn vào nhau. Tổng số mol khí không đổi.

$$n_{sau} = n_1 + n_2$$

Trạng thái sau khi cân bằng:

- Áp suất:  $p = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
- Thể tích:  $V = V_1 + V_2$
- Nhiệt độ:  $T$  (không đổi)

Số mol khí lúc sau:  $n_{sau} = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$ . Cho  $n_{sau} = n_1 + n_2$ :

$$\frac{p(V_1 + V_2)}{RT} = \frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT}$$

Triết tiêu  $RT$  ở cả hai vế:

$$\begin{aligned} p(V_1 + V_2) &= p_1 V_1 + p_2 V_2 \\ pV_1 + pV_2 &= p_1 V_1 + p_2 V_2 \\ pV_1 - p_1 V_1 &= p_2 V_2 - pV_2 \\ V_1(p - p_1) &= V_2(p_2 - p) \end{aligned}$$

Từ đó suy ra tỉ số thể tích  $\frac{V_1}{V_2}$ :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2 - p}{p - p_1}$$

Thay các giá trị áp suất đã cho vào:

- $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
- $p_2 = 10^6 \text{ N/m}^2$
- $p = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{10^6 - 4 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5} = \frac{(10 - 4) \cdot 10^5}{(4 - 2) \cdot 10^5} = \frac{6 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^5} = 3$$

Vậy tỉ số thể tích của hai bình cầu là  $\frac{V_1}{V_2} = 3$ .