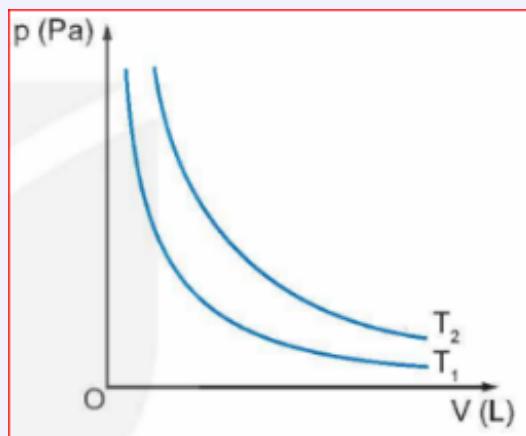


Một số dạng toán ứng dụng Định luật Boyle

DẠNG 1: Khai thác phương trình đẳng nhiệt

- Xác định trạng thái khí (1) : p_1, V_1, T_1
- Xác định trạng thái khí (2) : p_2, V_2, T_2
- Áp dụng công thức : $p_1 V_1 = p_2 V_2$



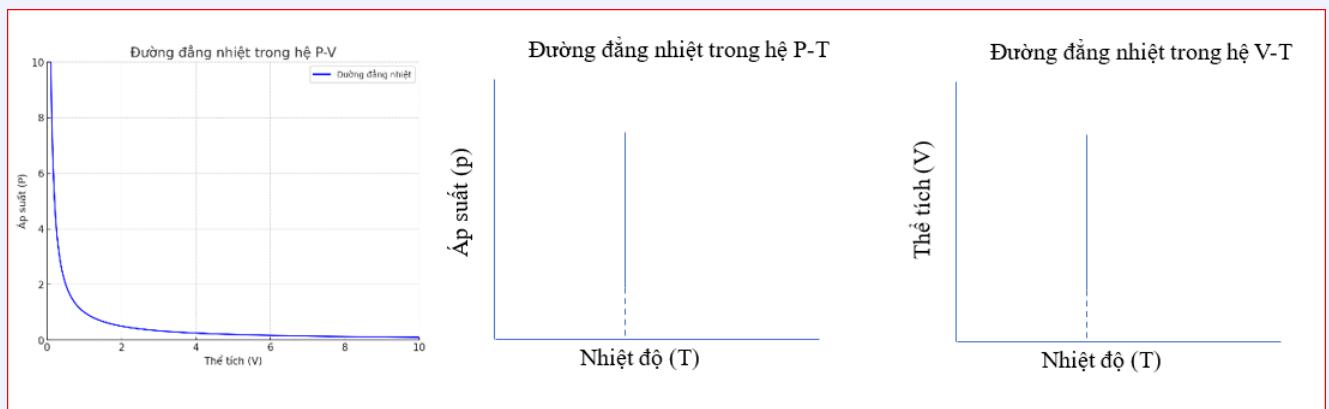
DẠNG 2: Chuyển đồ thị

Cho đồ thị trong hệ toạ độ POV chuyển sang hệ toạ độ POT và VOT

Cần nhớ :

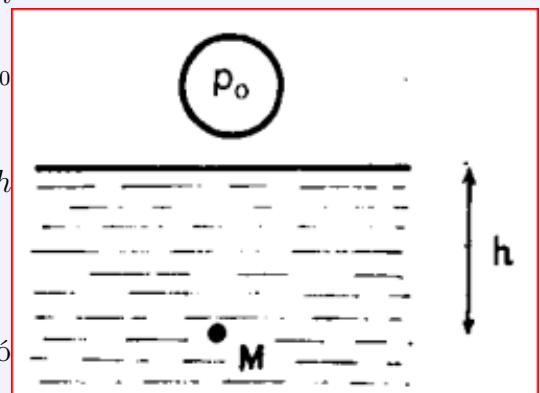
- POV đường đẳng nhiệt là đường cong (hyperbol)
- VOT đường đẳng nhiệt là đường thẳng vuông góc OT
- POT đường đẳng nhiệt là đường thẳng vuông góc O.

Áp suất tỷ lệ nghịch với thể tích : $p \sim \frac{1}{V}$



Dạng 3 : Liên quan đến lực và áp suất

- $p = \frac{F}{S}$
- Áp suất cột chất lỏng (ở độ sâu h) : $p_h = \frac{mg}{S} = \rho.g.h$
- Áp suất tại 1 điểm M ở độ sâu h : $p_M = p_0 + p_h$ (p_0 là áp suất bì mặt)
- Áp suất cột thuỷ ngân có độ cao h (mm;cm): $p_h = h$ (mmHg; cmHg)
- $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$
- Những điểm cùng mức chất lỏng, hay độ sâu đều có áp suất bằng nhau.
- Cột thuỷ ngân nghiêng góc α so với phương ngang : áp suất cột thuỷ ngân $p_\alpha = h \cdot \sin \alpha$



Dạng 4: Bài toán bơm khí vào bình

Loại 1: Bơm khí từ bên ngoài vào 1 bình kín giữ nhiệt độ không đổi.

- 1 lần bơm một thể tích v_0 ở áp suất $p_0 \rightarrow$ Sau n lần bơm ta được một lượng khí có thể tích nv_0 và áp suất là p_0
- Lượng khí này được nén vào bình có thể tích v và đạt áp suất p
- Phương trình đẳng nhiệt: $nv_0p_0 = v \cdot p$ (với giả thiết áp suất ban đầu trong bình bằng 0)

Lưu ý: nếu bình ban đầu có thể tích v và áp suất p_1 thì khi đó PT đẳng nhiệt thoả: $n \cdot v_0 p_0 + v \cdot p_1 = v \cdot p$

Loại 2: Bơm khí từ bình 1 sang bình 2, quá trình bơm sẽ dừng lại khi có sự cân bằng áp suất giữa bình 1 và 2.

- Giả sử đẳng nhiệt khi bơm, theo định luật bảo toàn số mol: (Số mol ban đầu) = (Số mol còn lại ở bình 1) + (Số mol ở N bình 2)

$$\begin{aligned} n_{1,\text{đầu}} &= n_{1,\text{cuối}} + n_2 \\ \frac{p_1 V_1}{RT} &= \frac{p_2 V_1}{RT} + N \cdot \frac{p_2 V_2}{RT} \\ p_1 V_1 &= p_2 V_1 + N \cdot p_2 V_2 \implies V_1(p_1 - p_2) = N \cdot p_2 V_2 \end{aligned}$$

Loại 3: Bài toán cân bằng áp suất (khí khuyếch tán từ nơi áp suất cao sang nơi áp suất thấp)

- Lần 1: Nối bình V_0 với V , đến khi cân bằng áp suất P_1 : $PV = P_1(V + V_0)$
 - Lần 2: Lặp lại thao tác cho bình V_0 thứ 2: $P_1V = P_2(V + V_0)$
 - ...
 - Lần n: $P_{n-1}V = P_n(V + V_0) \implies P_n = P_{n-1} \cdot \frac{V}{V+V_0}$.
- Từ đó suy ra: $P_n = P \cdot \left(\frac{V}{V+V_0}\right)^n$

Một số ví dụ điển hình

Ví dụ 1

Một lượng khí ở điều kiện tiêu chuẩn ($P = 1\text{atm}$, $T=273\text{K}$) có thể tích 2 m^3 . Nếu nén đẳng nhiệt lượng khí này tới áp suất $5 \cdot 10^5\text{ Pa}$ thì thể tích của lượng khí sẽ là bao nhiêu (cho $1\text{atm} = 10^5\text{Pa}$)

Lời giải chi tiết

Ta tóm tắt các trạng thái của khối khí:

- Trạng thái 1: $p_1 = 1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa}$
 $V_1 = 2\text{ m}^3$
- Trạng thái 2: $p_2 = 5 \cdot 10^5\text{ Pa}$
 $V_2 = ?$

Vì quá trình là đẳng nhiệt, ta áp dụng Định luật Boyle:

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_2 V_2 \\ \implies V_2 &= \frac{p_1 V_1}{p_2} \end{aligned}$$

Thay số vào ta có:

$$V_2 = \frac{10^5 \cdot 2}{5 \cdot 10^5} = \frac{2}{5} = 0,4\text{ m}^3$$

Vậy thể tích của lượng khí sau khi nén là $0,4\text{ m}^3$.

Ví dụ 2

Một khối khí được nén đẳng nhiệt từ thể tích 8 lít còn 6 lít, khi đó áp suất tăng thêm 2 atm. Xác định áp suất ban đầu của khối khí.

Lời giải chi tiết

Ta tóm tắt các trạng thái của khối khí:

- Trạng thái 1: $p_1 = p$ (cần tìm)
 $V_1 = 8$ lít

- Trạng thái 2: $p_2 = p + 2$ atm
 $V_2 = 6$ lít

Vì quá trình là đẳng nhiệt, ta áp dụng Định luật Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p \cdot 8 = (p + 2) \cdot 6$$

$$8p = 6p + 12$$

$$2p = 12$$

$$p = 6 \text{ atm}$$

Vậy áp suất ban đầu của khối khí là 6 atm.

Ví dụ 3

Ở độ sâu $h_0 = 1\text{m}$ dưới mặt nước có một bọt khí hình cầu. Hỏi ở độ sâu nào, bọt khí có bán kính nhỏ đi 2 lần? Cho khối lượng riêng của nước $D = 10^3 \text{ kg/m}^3$, áp suất khí quyển $p_a = 10^5 \text{ N/m}^2$, $g = 10\text{m/s}^2$; nhiệt độ nước không đổi theo độ sâu.

Lời giải chi tiết

Thể tích bọt khí hình cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

- Trạng thái 1 (ở độ sâu $h_0 = 1\text{m}$): Gọi bán kính bọt khí là R_1 . Thể tích: $V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3$.

Áp suất tại độ sâu h_0 : $p_1 = p_a + Dgh_0 = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1 = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

- Trạng thái 2 (ở độ sâu h cần tìm): Bán kính bọt khí nhỏ đi 2 lần: $R_2 = \frac{R_1}{2}$.

Thể tích: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R_1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{V_1}{8}$.

Áp suất tại độ sâu h: $p_2 = p_a + Dgh$.

Nhiệt độ nước không đổi, áp dụng Định luật Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_1 V_1 = (p_a + Dgh) \cdot \frac{V_1}{8}$$

$$8p_1 = p_a + Dgh$$

$$8(p_a + Dgh_0) = p_a + Dgh$$

$$7p_a + 8Dgh_0 = Dgh$$

$$h = \frac{7p_a + 8Dgh_0}{Dg} = \frac{7p_a}{Dg} + 8h_0$$

Thay số:

$$h = \frac{7 \cdot 10^5}{10^3 \cdot 10} + 8 \cdot 1 = 70 + 8 = 78 \text{ m}$$

Vậy bọt khí ở độ sâu 78 m.

Ví dụ 4

Mỗi lần bơm đưa được $V_0 = 80 \text{ cm}^3$ không khí vào ruột xe. Sau khi bơm diện tích tiếp xúc của các vỏ xe với mặt đường là 30cm^2 . Thể tích các ruột xe sau khi bơm là 2000cm^3 . Áp suất khí quyển $p_0 = 1 \text{ atm}$. Trọng lượng xe là 600N . Coi nhiệt độ là không đổi. Tìm số lần bơm.

Lời giải chi tiết

Đổi đơn vị: $S = 30 \text{ cm}^2 = 30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

$p_0 = 1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ Pa}$.

Áp suất do trọng lượng xe gây ra lên mặt đường được cân bằng bởi áp suất dư (gauge pressure) của không khí trong ruột xe.

$$p_{\text{dư}} = \frac{F}{S} = \frac{600}{30 \cdot 10^{-4}} = 200000 \text{ Pa} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2 \text{ atm}$$

Áp suất tuyệt đối trong ruột xe sau khi bơm là:

$$p = p_0 + p_{\text{dư}} = 1 \text{ atm} + 2 \text{ atm} = 3 \text{ atm}$$

Áp dụng Định luật Boyle (coi ruột xe ban đầu không có không khí):

$$(n \cdot V_0) \cdot p_0 = V \cdot p$$

$$n \cdot 80 \cdot 1 = 2000 \cdot 3$$

$$80n = 4000$$

$$n = \frac{6000}{80} = 75 \text{ (lần)}$$

Vậy cần bơm 75 lần.

Ví dụ 5

Người ta bơm không khí áp suất 1 atm, vào bình có dung tích 10 lít. Tính áp suất khí trong bình sau 50 lần bơm. Biết mỗi lần bơm, bơm được 250 cm^3 không khí.

- Trước khi bơm chưa có không khí.
- Trước khi bơm trong bình đã có không khí có áp suất 0.25 atm trong bình.

Lời giải chi tiết

Tóm tắt: $p_0 = 1 \text{ atm}$, $V = 10 \text{ lít} = 10000 \text{ cm}^3$, $n = 50$ lần, $V_0 = 250 \text{ cm}^3$.

a) Trước khi bơm chưa có không khí (áp suất ban đầu $p_1 = 0$): Lượng khí bơm vào ở điều kiện bên ngoài có thể tích là $n \cdot V_0$ và áp suất p_0 . Khi nén vào bình thể tích V , nó sẽ có áp suất p . Áp dụng định luật Boyle:

$$(n \cdot V_0) \cdot p_0 = V \cdot p$$

$$p = \frac{n \cdot V_0 \cdot p_0}{V} = \frac{50 \cdot 250 \cdot 1}{10000} = \frac{12500}{10000} = 1,25 \text{ atm}$$

b) Trước khi bơm đã có khí ở áp suất $p_1 = 0,25 \text{ atm}$: Áp dụng công thức cho trường hợp bình đã có khí ban đầu:

$$p_1 V + nV_0 p_0 = pV$$

$$p = \frac{p_1 V + nV_0 p_0}{V} = p_1 + \frac{nV_0 p_0}{V}$$

$$p = 0,25 + \frac{50 \cdot 250 \cdot 1}{10000} = 0,25 + 1,25 = 1,5 \text{ atm}$$

Ví dụ 6

Như trong hình, một chiếc ghế nâng hạ bằng khí thông qua chuyển động lên xuống của xilanh nối với mặt ghế, thanh nén khí cố định trên đế bit kín một lượng khí trong xi lanh. Bỏ qua ma sát giữa thanh nén và xi lanh. Tổng khối lượng của mặt ghế và xilanh là 6 kg, tiết diện của thanh nén là $S = 30 \text{ cm}^2$. Áp suất không khí trong xylanh bằng bao nhiêu?. Coi nhiệt độ của khí trong xi lanh không đổi, áp suất khí quyển là $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ và $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Lời giải chi tiết

Hệ thống (mặt ghế + xilanh) ở trạng thái cân bằng. Các lực tác dụng lên hệ thống theo phương thẳng đứng bao gồm:

- Trọng lực $P = mg$ hướng xuống.
- Lực do áp suất khí quyển tác dụng lên mặt trên của xilanh: $F_0 = p_0S$ hướng xuống.
- Lực do áp suất khí bên trong xilanh tác dụng lên: $F = pS$ hướng lên.

Điều kiện cân bằng lực: Lực hướng lên = Lực hướng xuống

$$F = P + F_0$$

$$pS = mg + p_0S$$

Chia cả hai vế cho S , ta có:

$$p = \frac{mg}{S} + p_0$$

Đổi đơn vị: $S = 30 \text{ cm}^2 = 30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Thay số:

$$p = \frac{6 \cdot 10}{3 \cdot 10^{-3}} + 10^5 = \frac{60}{3 \cdot 10^{-3}} + 10^5$$

$$p = 20 \cdot 10^3 + 10^5 = 0,2 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^5 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Vậy áp suất không khí trong xylanh là $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Ví dụ 7

Một bình khí ôxi có thể tích 20 lít dưới áp suất 150 atm, và nhiệt độ 0°C. Biết ở điều kiện tiêu chuẩn (1atm, 0°C) khối lượng riêng của ôxi là 1,43 kg/m³. Tính khối lượng khí ôxi trong bình theo đơn vị kg? (kết quả lấy 2 chữ số sau dấu phẩy thập phân)

Lời giải chi tiết

Ta cần tìm thể tích của khối khí ôxi trong bình nếu đưa nó về điều kiện tiêu chuẩn (đktc).

- Trạng thái 1 (trong bình): $V_1 = 20$ lít, $p_1 = 150$ atm, $T_1 = 0^\circ\text{C}$.
- Trạng thái 2 (đktc): $V_2 = ?$, $p_2 = 1$ atm, $T_2 = 0^\circ\text{C}$.

Vì nhiệt độ không đổi ($T_1 = T_2$), ta áp dụng Định luật Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{150 \cdot 20}{1} = 3000 \text{ lít}$$

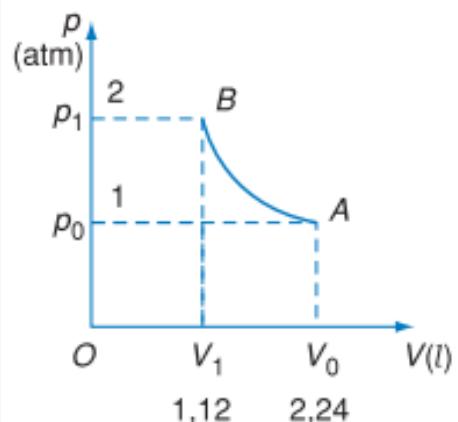
Đổi thể tích V_2 sang đơn vị m³: $V_2 = 3000$ lít = 3 m³. Đây là thể tích của khối khí ở điều kiện tiêu chuẩn. Khối lượng của khí ôxi được tính bằng công thức: $m = D \cdot V_2$, với D là khối lượng riêng ở đktc.

$$m = 1,43 \text{ kg/m}^3 \cdot 3 \text{ m}^3 = 4,29 \text{ kg}$$

Vậy khối lượng khí ôxi trong bình là 4,29 kg.

Ví dụ 8

Một khối khí khi đặt ở điều kiện tiêu chuẩn (trạng thái A). Nén khí và giữ nhiệt độ không đổi đến trạng thái B. Đồ thị áp suất theo thể tích được biểu diễn như hình vẽ. a) Biết $V_0 = 1,12$ lít, tìm thể tích V_1 . b) Biểu diễn đồ thị trên hệ POT.



Lời giải:

Lời giải chi tiết

a) **Tìm thể tích V_1 :** Từ đồ thị, ta đọc được các thông số của hai trạng thái:

- Trạng thái A (điều kiện tiêu chuẩn): $p_A = p_0 = 1 \text{ atm}$, $V_A = V_0 = 1,12 \text{ lít}$.
- Trạng thái B: $p_B = 2 \text{ atm}$, $V_B = V_1$.

Quá trình từ A đến B là quá trình đẳng nhiệt (giữ nhiệt độ không đổi). Áp dụng Định luật Boyle:

$$p_A V_A = p_B V_B$$

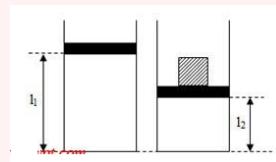
$$1 \cdot 1,12 = 2 \cdot V_1$$

$$V_1 = \frac{1,12}{2} = 0,56 \text{ lít}$$

b) **Biểu diễn đồ thị trong hệ POT:** Điều kiện tiêu chuẩn (trạng thái A) có nhiệt độ là $T_A = 273 \text{ K}$. Quá trình A → B là đẳng nhiệt, nên nhiệt độ không đổi: $T_B = T_A = 273 \text{ K}$. Trong quá trình này, áp suất tăng từ $p_A = 1 \text{ atm}$ đến $p_B = 2 \text{ atm}$. Trên hệ tọa độ POT (áp suất theo nhiệt độ), quá trình này được biểu diễn bằng một đoạn thẳng song song với trục áp suất (vuông góc với trục nhiệt độ), đi từ điểm (273 K, 1 atm) đến điểm (273 K, 2 atm).

Ví dụ 9

Một xilanh đang chứa một khối khí, khi đó pít-tông cách đáy xilanh một khoảng 10 cm, có tiết diện 20cm^2 . Hỏi phải đặt lên pít-tông một vật có khối lượng bằng bao nhiêu để pít-tông cách đáy 5cm? Coi nhiệt độ của khí không đổi, bỏ qua khối lượng pít-tông. (kết quả lấy 0 chữ số sau dấu phẩy thập phân). Cho áp suất khí quyển $p_a = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Lời giải:

Lời giải chi tiết

- Trạng thái 1 (ban đầu): Chiều cao cột khí: $h_1 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$. Thể tích khí: $V_1 = S \cdot h_1 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^3$. Vì pít-tông không có khối lượng, áp suất khí bên trong bằng áp suất khí quyển bên ngoài: $p_1 = p_a = 10^5 \text{ Pa}$.
- Trạng thái 2 (sau khi đặt vật nặng): Chiều cao cột khí: $h_2 = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$. Thể tích khí: $V_2 = S \cdot h_2 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ cm}^3$. Khi đặt vật nặng khối lượng m , pít-tông cân bằng khi áp suất khí bên trong p_2 cân bằng với áp suất khí quyển và áp suất do vật nặng gây ra:

$$p_2 = p_a + \frac{mg}{S}$$

Vì nhiệt độ không đổi, ta áp dụng Định luật Boyle:

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_2 V_2 \\ p_a \cdot (Sh_1) &= \left(p_a + \frac{mg}{S}\right) \cdot (Sh_2) \\ p_a h_1 &= \left(p_a + \frac{mg}{S}\right) h_2 \\ p_a \cdot 10 &= \left(p_a + \frac{mg}{S}\right) \cdot 5 \\ 2p_a = p_a + \frac{mg}{S} &\implies p_a = \frac{mg}{S} \\ m &= \frac{p_a S}{g} \end{aligned}$$

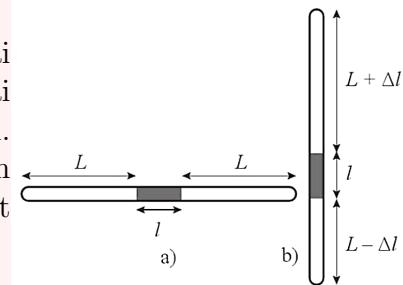
Đổi đơn vị: $S = 20 \text{ cm}^2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

$$m = \frac{10^5 \cdot (20 \cdot 10^{-4})}{10} = 10^4 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 20 \text{ kg}$$

Vậy cần đặt lên pít-tông một vật có khối lượng 20 kg.

Ví dụ 10

Ống thuỷ tinh nằm ngang đầu kín và hở, có một cột thuỷ ngân dài $l = 10\text{cm}$ nằm ngang, phần không khí phía đầu kín có chiều dài $L = 50\text{cm}$. Xoay ống chậm một góc 90° sao cho đầu kín ở phía dưới. Biết áp suất khí quyển không đổi và bằng 76 cmHg . Khoảng cách cột thuỷ ngân đến đầu kín ống thuỷ tinh bằng bao nhiêu (cm). Kết quả làm tròn đến 3 chữ số có nghĩa.



Lời giải chi tiết

Gọi S là tiết diện của ống thủy tinh.

- Trạng thái 1 (ống nằm ngang): Chiều dài cột không khí: $L_1 = 50 \text{ cm}$. Thể tích khí: $V_1 = S \cdot L_1$. Vì ống nằm ngang, áp suất của khí bị nhốt bên trong bằng áp suất khí quyển: $p_1 = p_a = 76 \text{ cmHg}$.
- Trạng thái 2 (ống thẳng đứng, đầu kín ở dưới): Gọi chiều dài cột không khí là L_2 (cần tìm). Thể tích khí: $V_2 = S \cdot L_2$. Khi ống thẳng đứng với đầu hở ở trên, áp suất của khí bên trong phải cân bằng với áp suất khí quyển cộng với áp suất do cột thuỷ ngân dài $l = 10 \text{ cm}$ gây ra: $p_2 = p_a + l = 76 + 10 = 86 \text{ cmHg}$.

Vì quá trình xoay ống diễn ra chậm và nhiệt độ không đổi, ta áp dụng Định luật Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_1 (S \cdot L_1) = p_2 (S \cdot L_2)$$

$$p_1 L_1 = p_2 L_2$$

$$L_2 = \frac{p_1 L_1}{p_2}$$

$$L_2 = \frac{76 \cdot 50}{86} = \frac{3800}{86} \approx 44,186 \text{ cm}$$

Làm tròn đến 3 chữ số có nghĩa, ta được $L_2 = 44,2 \text{ cm}$.