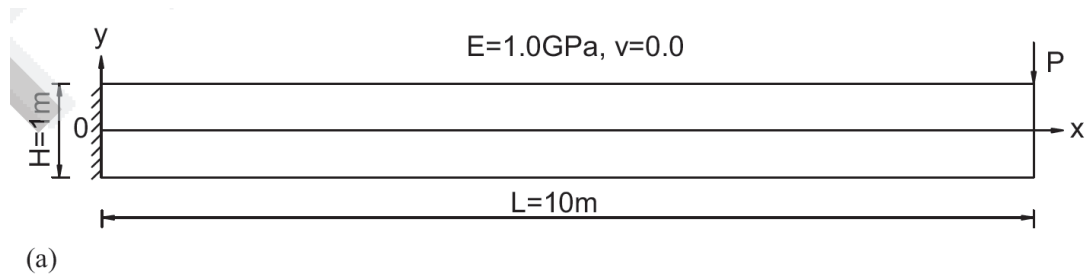


如下图，考虑一悬臂梁，左侧完全固定，右上角施加集中力，要求计算悬臂梁各部位的位移和应力。

该问题有解析解，可以用于验证程序是否计算正确。

Demo 程序的参数，梁的长度 $L=48\text{m}$ ，梁的高度 $H=12\text{m}$ ，弹性模量 $E=3\text{e}7$ ，泊松比 $\nu=0$ ，右上角荷载 $P=-1000$ 。



• x 方向的位移为

$$u(x, y) = -\frac{Py}{6EI} \left[(6L-3x)x + (2+\nu) \left(y^2 - \frac{D^2}{4} \right) \right] \quad (4.79)$$

其中惯性矩为 I ，对于单位厚度的矩形截面梁有

$$I = \frac{D^3}{12} \quad (4.80)$$

• y 方向的位移为

$$v(x, y) = \frac{P}{6EI} \left[3\nu y^2 (L-x) + (4+5\nu) \frac{D^2 x}{4} + (3L-x)x^2 \right] \quad (4.81)$$

• 该梁截面的法向应力为

$$\sigma_{xx}(x, y) = -\frac{P(L-x)y}{I} \quad (4.82)$$

• y 方向正应力为

$$\sigma_{yy} = 0 \quad (4.83)$$

• 该梁截面的剪应力为

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{P}{2I} \left[\frac{D^2}{4} - y^2 \right] \quad (4.84)$$

本书在没有特别声明的情况下均采用标准国际(SI)单位。本例中的悬臂梁参数为

载荷(表面分布力的积分): $P=-1\ 000$

弹性模量: $E=3 \times 10^7$

泊松比: $\nu=0.3$

梁的高度: $D=12$

梁的长度: $L=48$

梁的厚度: 1