Schwingungen

$y(t) = \hat{\mathbf{y}} \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$
$v(t) = \hat{\mathbf{y}}\omega \cdot sin(\omega t + \varphi_0)$
$a(t) = -\hat{\mathbf{y}}\omega^2 sin(\omega t + \varphi_0)$
$\omega = 2\pi f \ ; \ f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{y}}\omega \ ; \ \hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{y}}\omega^2;$
$Merke : cos(\alpha) = sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$

Federpendel

$F_{rueck} = -c \cdot s; \ \ c = -\frac{F}{s}; \ \ s = \frac{m \cdot g}{-c}$
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}; \ \ \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}; \ \ f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}};$
$F = m \cdot \hat{\mathbf{y}} \cdot \omega^2; \ \ \hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{y}} \cdot \omega_0;$
$E_{ges} = E_{KIN} + E_{POT} = \frac{1}{2}c\hat{\mathbf{y}};$

Mathematisches Pendel (auch Fadenpendel)

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \ \ f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}; \ \ D = \frac{m \cdot g}{s};$
$F_R = F_g \cdot sin(\varphi); \ \ F_R = m \cdot g \cdot \frac{s}{l};$
$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \ \ v = \sqrt{2gv_0}; \ \ g = 4\pi^2(\frac{l}{T_1^2 - T_2^2})$

Physikalisches Pendel

$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J_P}}; \ \ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_P}{mgd}};$
$J_P = J_S + m_{ges} \cdot d^2; \ \ J_s = \frac{T_0^2}{4\pi^2} \cdot c^*;$
$c^* = \omega_0^2 \cdot J_S = -(\frac{M_{rueck}}{\beta});$
mit $sin(\beta) \cong \beta$ bei *Kleinwinkelnäherung*
$M = J_P \cdot \frac{d^2\beta}{dt^2} = J_P \cdot \ddot{\beta};$

Torsionspendel

$M_r = -c^*\beta; \ \ \beta(t) = \hat{\beta} \cdot cos(\omega_0 t + \varphi_0);$
$\omega_0 = \frac{c^*}{J_S}; \ \ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_S}{c^*}};$
$J_S = J_A - mr^2 = mr \cdot \frac{T_0^2}{4\pi} \cdot g - r;$

Flüssigkeitspendel im U-Rohr

$m_{fl} = V_H \cdot \rho; \ \ \omega_0^2 = \frac{2A\rho g}{m_{ges}}; \omega_0^2 = \frac{2g}{l};$
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_{ges}}{2A\rho g}}; \ \ m_{ges} = A \cdot l \cdot \rho;$
$y(t) = \hat{\mathbf{y}}cos(\omega_0 t + \varphi_0); \ \ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}};$

Energie

$E_{GES} = E_{KIN} + E_{POT} = \frac{1}{2}cy^2;$
$\mathbf{E_{kin}} = \frac{1}{2}m\dot{y}^2$
$\Rightarrow \frac{1}{2}m\hat{\mathbf{y}}^2 \cdot \omega_0^2 \cdot sin^2(\omega_0 t + \varphi_0);$
$\mathbf{E_{pot}} = \frac{1}{2}cy^2 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \hat{\mathbf{y}}^2 \cdot cos(\omega_0 t + \varphi_0);$
$0 \leqslant E_{POT} \leqslant \frac{1}{2}cy^2$

Energieniveaus:
$\mathbf{E_{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$
$\Rightarrow \frac{1}{2}D\hat{\mathbf{y}}^2 \cdot [1 - cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)]$

Arbeit bei $y_1 \rightarrow y_2$:
$W_{12} = [\frac{1}{2}Dy^2]_{y_1}^{y_2} = \frac{1}{2}D(y_2^2 - y_1^2);$

Autoren:
Jens Sokat und Tim-Jonas Wechler

Freie gedämpfte Schwingung

Gleit und Rollreibkraft: $F_R = \pm\mu \cdot F_N;$
Viskose Reibkraft: $F_R = -b \cdot v(t);$
Geschw. unabh. Luftreibkraft:
$F_R = -k \cdot v^2(t);$

für den gedämpften Teil
$y(t) = \hat{\mathbf{y}} \cdot e^{-\delta t} \cdot cos(\omega_d t + \varphi_0)$
$\delta = \frac{b}{2m}; \quad D = \frac{\delta}{\omega_0}; \quad \omega_d^2 = \omega_0^2 - \delta^2;$
δ = Abklingkoeffizient
b = Dämpfungskoeffizient
D = Dämpfungsgrad
ω_0 = ungedämpfter Teil
ω_d = gedämpfter Teil

Schwingfall: $D < 1$
$\Rightarrow y(t) = \hat{\mathbf{y}}_0 \cdot e^{-\delta t}cos(\omega_0 t + \varphi_0);$

Kriechfall: $D > 1$
$\Rightarrow \ y(t) \ = \ \hat{\mathbf{y}}_1 \cdot e^{-\omega_0(D+\sqrt{D^2-1})t} + \hat{\mathbf{y}}_2 \cdot e^{-\omega_0(D+\sqrt{D^2-1})t};$

Aperiodischer Grenzfall: $D = 1$
$\Rightarrow y(t) = (\hat{\mathbf{y}}_1 + \hat{\mathbf{y}}_2) \cdot e^{-\omega_0 t};$

Logarithmisches Dekrement:
$\Lambda = ln(k) = \delta \cdot T_d = ln(\frac{\hat{\mathbf{y}}_i}{\hat{\mathbf{y}}_{i+1}});$
$k = \sqrt[n]{\frac{\hat{\mathbf{y}}_i}{\hat{\mathbf{y}}_{i+n}}};$

Erzwungene Schwingungen

$A = \frac{\hat{\mathbf{F}}_E}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$
$\Rightarrow \frac{\hat{\mathbf{F}}_E}{c} \cdot \frac{1 (Bei \ Resonanz)}{2D\sqrt{1-D^2}};$
$F_E = -cy; \ \ F_E = \hat{\mathbf{F}}_E \cdot cos(\omega_E t);$
$F_{ges} = F_{rueck} + F_R + F_E;$
$\eta_{res} = \sqrt{1 - 2D^2}; \ \ \eta = \frac{\omega_E}{\omega_0};$
Phasendifferenz: $\alpha = arctan(\frac{2D\eta}{(1-\eta^2)});$
$\omega_{res} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2};$

Gekoppelte Pendel

Gleichphasig: $f_1 = f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}};$
Gegenphasig: $f_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c + 2c_{12}}{m}};$

Kopplungsgrad k:
$k = \frac{c_{12}}{c + c_{12}} = \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_1^2 + T_2^2} = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_1^2 + f_2^2}$
lose Kopplung: $k \ll 1$ und $f_2 \approx f_1;$
feste Kopplung: $k \approx 1$ und $f_2 \neq f_1;$

$y_1(t) = 2\hat{\mathbf{y}}cos(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t) \cdot cos(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t);$
$y_2(t) = 2\hat{\mathbf{y}}sin(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t) \cdot sin(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t)$

Interferenz

bei gleicher Raumrichtung:
$\hat{\mathbf{y}}_{neu}$
$\Rightarrow \sqrt{\hat{\mathbf{y}}_1^2 + 2\hat{\mathbf{y}}_1\hat{\mathbf{y}}_2 \cdot cos(\varphi_{01} - \varphi_{02}) + \hat{\mathbf{y}}_2^2};$
$tan(\varphi_{neu}) = \frac{\hat{\mathbf{y}}_1 sin(\varphi_{01}) + \hat{\mathbf{y}}_2 sin(\varphi_{02})}{\hat{\mathbf{y}}_1 cos(\varphi_{01}) + \hat{\mathbf{y}}_2 cos(\varphi_{02})};$
$f_{neu} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{\omega_{neu}}{2\pi};$
$T_{neu} = 2 \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} = \frac{1}{f_{neu}}$

Schwebung:
$y(t)_{neu} = y_1(t) + y_2(t)$
$\Rightarrow 2\hat{\mathbf{y}}cos(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t) \cdot cos(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t)$
$f_s = f_1 - f_2; \quad T_s = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 - T_2} = \frac{1}{f_s};$

Überlagerung bei großem Δf:
$y_R = \hat{\mathbf{y}}[sin(\omega t) + \frac{1}{3}sin(3\omega t) + \frac{1}{5}sin(5\omega t)];$
wenn $\frac{f_{gross}}{f_{klein}} = \in \mathbb{N}$ und
Überl.:$\perp \Rightarrow$ *Lissajoue*;

Longitudinale Wellen

Gas: $c = \sqrt{\frac{\varkappa p}{\rho}}$ *Fluid*: $c = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$
Stäbe: $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
Torsion Rundstab: $c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$
E-mag Welle in Materie:
$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}}$ *E-mag Welle in Vakuum:*
$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

Totalreflexion

$\sin(\varepsilon_g) = \frac{n'}{n}$ mit n' = Dünneres Medium
Lichtwellenleiter:
$\sin(\delta_{max}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2};$

Beugung am Gitter

Gitterkonstante g: $\frac{s}{n}$ mit n = Striche;
für $\alpha_n > 90°$:
Maxima: $\sin(\alpha_n) = n \cdot \frac{\lambda}{g};$
Minima: $\sin(\alpha_n) = (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{g};$

Beugung am Spalt

Maxima: $\sin(\alpha_n) = (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{b};$
Minima: $\sin(\alpha_n) = n \cdot \frac{\lambda}{b};$
Gangunterschied:
max: $\Delta s = (n + \frac{1}{2}) \cdot \lambda;$
min: $\Delta s = n \cdot \lambda;$
$s = \frac{x}{\tan(\alpha)}$ mit Beugungsmaxima bei $\alpha = 90°$;
Minimaler Abstand: Direkt am Spalt
Maximaler Abstand: $\sin(\alpha_7) = (7 + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{b};$
b: Spaltbreite, d: Spaltabstand,
s: Abstand Maxima
$X = \frac{\pi b}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)$

Beugung am Doppelspalt

Maxima: $\sin(\alpha_n) = n \cdot \frac{\lambda}{d};$
Minima: $\sin(\alpha_n) = (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{d};$
Gangunterschied:
$\delta_{max} = d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda;$
$\delta_{min} = d \cdot \sin(\alpha) = (n + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$

Linsen

Brennweite:
Aus n_{Linse} als einzige Brechzahl folgt:
$\Rightarrow f' = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{r_1 r_2}{n(r_2 - r_1) + d(n-1)} = -f;$

Linsensystem: $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e_{12}}{f_1' f_2'}$
mit e_{12} als Linsenabstand
$e_{12} = A + d_1 + d_2;$
Snellius'sches Brechungsgesetz:
$n_1 \cdot \sin(\delta) = n_2 \cdot \sin(\delta)$

Akkustik

Hörbare Schallwellen: 16Hz - 20kHz

Q	B	Formel
•	← •	$f_B = f_Q(1 + \frac{v_B}{c})$
•	• →	$f_B = f_Q(1 - \frac{v_B}{c})$
• →	•	$f_B = f_Q(\frac{c}{c - v_Q})$
← •	•	$f_B = f_Q(\frac{c}{c + v_Q})$
• →	← •	$f_B = f_Q(\frac{c + v_B}{c - v_Q})$
← •	• →	$f_B = f_Q(\frac{c - v_B}{c + v_Q})$
← •	← •	$f_B = f_Q(\frac{c + v_B}{c + v_Q})$
• →	• →	$f_B = f_Q(\frac{c - v_B}{c - v_Q})$

Überschall:
$\sin\alpha = \frac{c}{v_Q} = \frac{1}{Ma}$ Ma = Mach

Wellen

$y = \hat{\mathbf{y}}\sin(t - \frac{x}{c}) = \hat{\mathbf{y}}2\pi\sin(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda});$
Stehende Welle:
$y_R = y_1 + y_2$
$\Rightarrow \hat{\mathbf{y}}[\sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \sin 2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})];$

Gleiche Frequenzen: $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1$
$y_n(x, t) = 2\hat{\mathbf{y}}\cos(\frac{\alpha}{s})\cos(\omega t - kx + \frac{\alpha}{2})$

Wellenausbreitung:
$c = \sqrt{\frac{KRT}{M}}$
K = Adiabatenkoeffizient
R = Uni. Gaskonstante $(8,314\frac{J}{mol \ K})$
T = Absolute Temperatur in Kelvin
M = Molmasse

Brechung des Lichts

$\frac{Med_1, c_1, n_1}{Med_2, c_2, n_2} \Rightarrow \varepsilon_1(Med_1) > \varepsilon_2(Med_2)$
Brechungsindex: n
Winkel zum Normalenvektor der Ebene: ε
Ausbreitungsgeschwindigkeit:$c_2 = \frac{c_1}{n_2}$
Wellenlänge: $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n_2}$

Abbildung mit Spiegel

Allgemeines vorgehen:
0. Linien hinter dem Spiegel gestrichelt
1. Objekt zum Spiegel paraxiale Linie
2. Schnittpunkt: Spiegel zum Brennpunkt
3. Brennpunkt zu Objekt bis Spiegel
4. Schnittpunkt: Spiegel paraxiale

HINWEIS: evtl. müssen die Linien 2 und 4 verlängert werden damit ein Schnittpunkt entsteht
Beschriftung:
Abstand Brennpunkt (F) Spiegel = f
Abstand Objekt (O) Spiegel = a
Größe Objekt (P) = y
Abstand Abb.Objekt (O') Spiegel = a'
Größe Abb.Objekt (P') = y'
Brennweite Konkavspiegel:
$f = r \cdot (1 - \frac{1}{2}\cos(\varepsilon))$
Abbildungsmaßstab:
$\beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}$

Extras Trigonometrie

$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1;$
$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$
$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$
$\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\alpha))$
$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\alpha))$

Symmetrie:

$\sin(-x) = -\sin(-x)$
$\cos(-x) = -\cos(x)$

Additionstheoreme:

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$
$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

Weitere Formeln:

abc-Formel:
$ax^2 + bx + c \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
pq-Formel:
$x^2 + px + q \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$