

MOWNIT

Laboratorium 8 – metody Rungego-Kutty

Jakub Karbowski

7 czerwca 2022

Metodami Rungego-Kutty rozwiązać równanie

$$\frac{dy}{dx} = kmy \sin(mx) + k^2 m \sin(mx) \cos(mx)$$

$$k = 4$$

$$m = 2$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{4}, 2\pi\right]$$

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \text{na podstawie rozwiązania analitycznego}$$

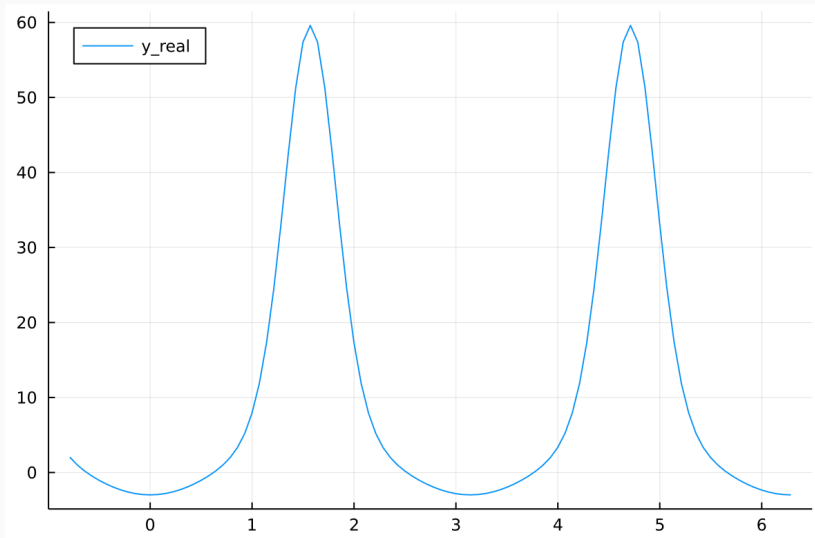
Testowano następujące metody Rungego-Kutty:

1. 1 stopnia (rk1) – „Eulera”,
2. 2 stopnia (rk2) – „midpoint”,
3. 4 stopnia (rk4).

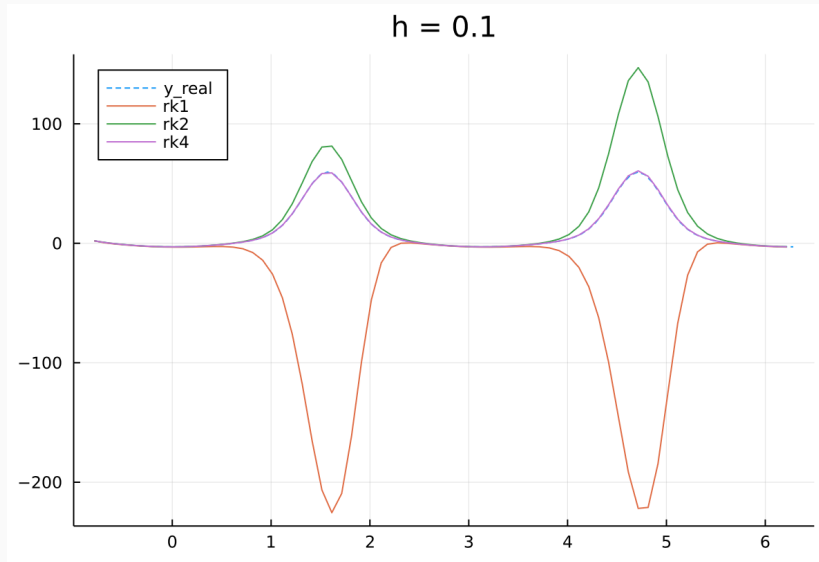
Błąd liczony jest jako maksymalna różnica między wyliczonym y a wartością y z rozwiązania analitycznego.

$$\text{err} = \max |y_{\text{numeryczne}} - y_{\text{analityczne}}|$$

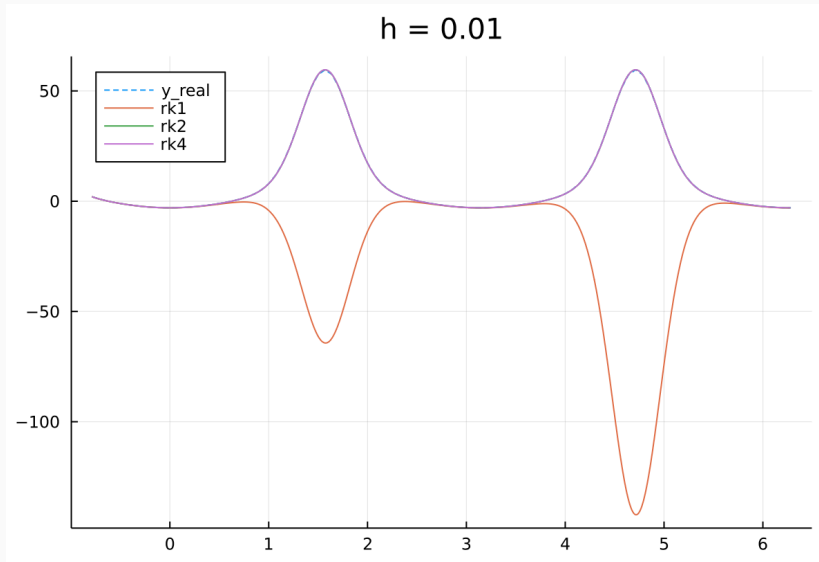
Rozwiązanie analityczne



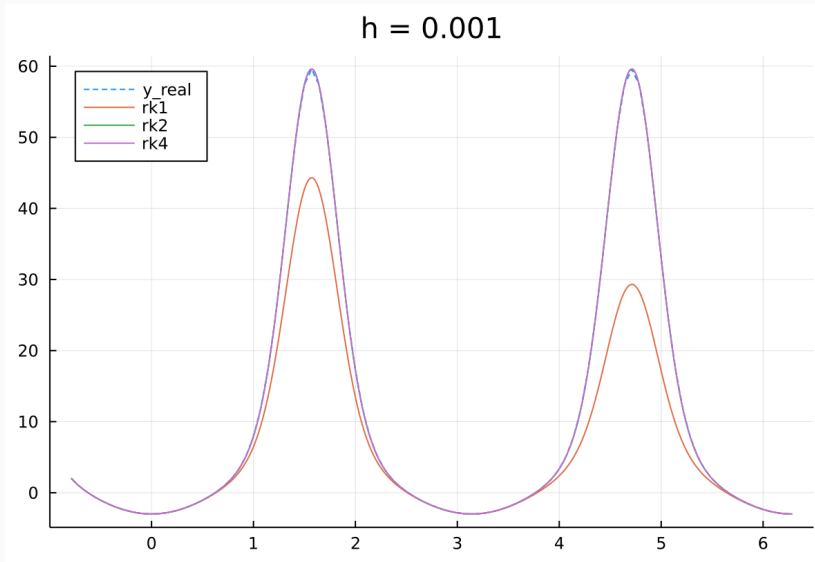
Rysunek 1: Rozwiązanie analityczne $y(x)$



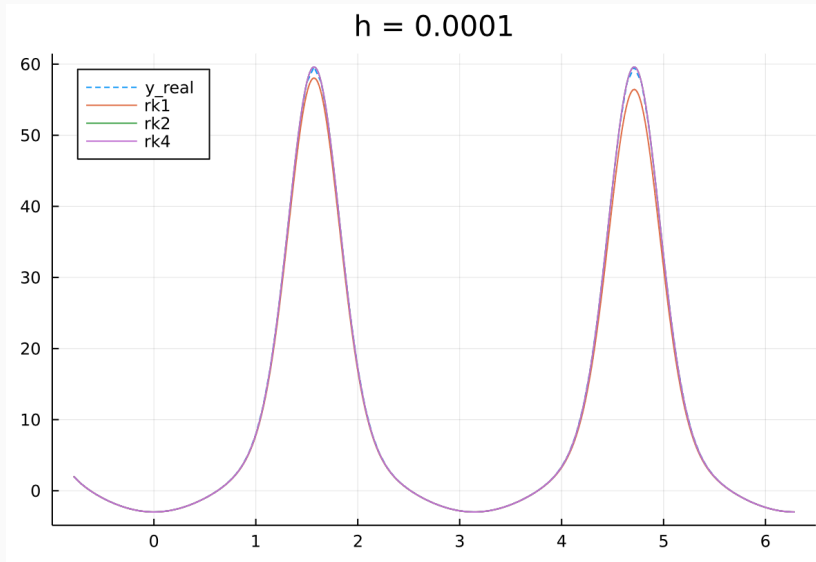
Rysunek 2: Rozwiązanie numeryczne $h = 0.1$



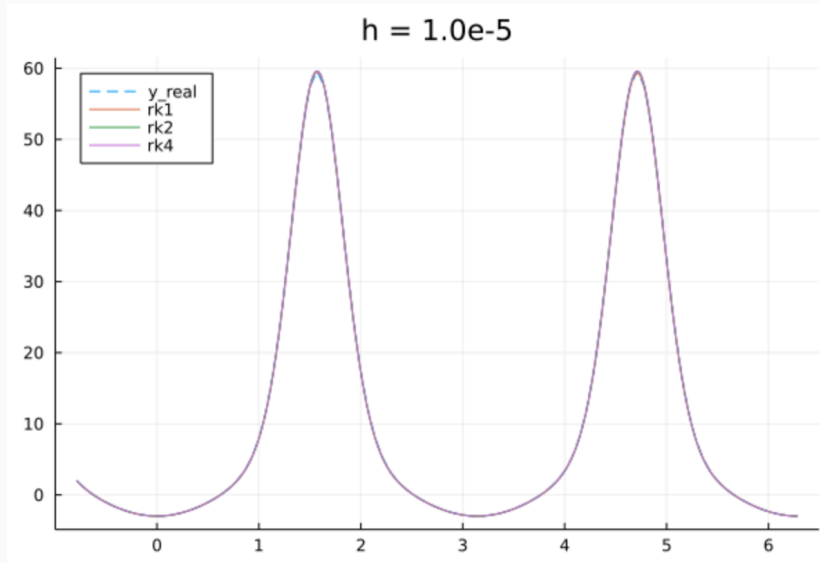
Rysunek 3: Rozwiązanie numeryczne $h = 0.01$



Rysunek 4: Rozwiązanie numeryczne $h = 0.001$



Rysunek 5: Rozwiązanie numeryczne $h = 0.0001$



Rysunek 6: Rozwiązanie numeryczne $h = 0.00001$

Tabela 1: Błąd dla różnych metod oraz h

h	rk1	rk2	rk4
0.1	284.2	87.3	1.0
0.01	201.7	0.06	3×10^{-5}
0.001	30.2	0.001	3×10^{-9}
0.0001	3.1	1×10^{-5}	8×10^{-10}
0.000 01	0.3	1×10^{-7}	9×10^{-9}

1. Metoda rk4 bardzo szybko osiąga poprawne rozwiązanie.
2. Metoda rk2 jest bliska metodzie rk4, ale liczy się o wiele szybciej.
3. Metoda rk1 nawet dla $h = 0.0001$ działa gorzej niż rk4.