

HW 1 阿克曼

1. 解題說明

阿克曼函數 (Ackermann function) 是一個用來展示遞迴和非原始遞迴的數學函數，阿克曼函數的定義如下：

$$A(m, n) = \begin{cases} n + 1 & \text{if } m = 0 \\ A(m - 1, 1) & \text{if } m > 0 \text{ and } n = 0 \\ A(m - 1, A(m, n - 1)) & \text{if } m > 0 \text{ and } n > 0 \end{cases}$$

實作參見檔案 HW1.cpp，其遞迴函式：

```
// 阿克曼函數變為無限迴圈
int fun(int m, int n){
    while(true){
        if(m==0){
            n=n+1;
            break; // 跳出無限迴圈
        }
        else if(n==0){
            m=m-1;
            n=1;
        }
        else{
            n=fun(m, n-1);
            m=m-1;
        }
    }
    return n;
}
```

2. 演算法設計與實作

```
#include<iostream>

using namespace std;

int fun(int m, int n); //宣告函數

int main()
{
    int n, m; //設置變數
    cin >> m >> n; //輸入兩個值
    cout << fun(m, n); //輸出結果
}

//阿克曼函數變為無限迴圈
int fun(int m, int n){
    while(true){
        if(m==0){
            n=n+1;
            break; //跳出無限迴圈
        }
        else if(n==0){
            m=m-1;
            n=1;
        }
        else{
            n=fun(m, n-1);
            m=m-1;
        }
    }
    return n;
}
```

3. 效能分析

變數數量：兩個整數變數 m 和 n 。

遞迴次數：阿克曼函數的遞迴深度取決於輸入的 m 和 n 值，會隨著這兩個值的增大而急劇增長。

4. 測試與過程

Cin

3 3

2 2

1 1

Cout

61

7

3

5. 驗證

$A(1, 1)$ ：因為 $m > 0$ 且 $n > 0$ ，依定義

$$A(1, 1) = A(0, A(1, 0))$$

計算 $A(1, 0)$ ：

因為 $m > 0$ 且 $n = 0$ ，依定義 $A(1, 0) = A(0, 1)$

計算 $A(0, 1)$ ：

因為 $m=0, m=0, m=0$ ，依定義 $A(0,1)=1+1=2$
 $A(0,1)=1+1=2$

回傳 $A(1,0)=2A(1,0)=2A(1,0)=2$

最後計算 $A(1,1)A(1,1)A(1,1)$ ：

因為 $A(1,1)=A(0,2)A(1,1)=A(0,2)A(1,1)=A(0,2)$

計算 $A(0,2)A(0,2)A(0,2)$ ：

因為 $m=0, m=0, m=0$ ，依定義 $A(0,2)=2+1=3$
 $A(0,2)=2+1=3$ 回傳 $A(1,1)=3A(1,1)=3A(1,1)=3$