

人工智能

实验一 N 皇后问题

昂伟 PB11011058

算法分析

输入: N

输出: 三组可行解

$size_t **NQueen(int N)$ 根据 N 的不同调用三个不同的子函数来解决 N 皇后问题以达到最好的运行效果, 降低时间和空间复杂度.

$0 < N < 15$ 调用 $void nqueen1(int col, int N)$.

$15 \leq N \leq 3000$ 调用 $void nqueen2(size_t * queen, int N)$.

$3000 < N$ 调用 $void nqueen3(size_t * queen, int N)$.

时空复杂度分析

$void nqueen1(int col, int N)$ 是一个递归函数, 时间复杂度递推关系为:

$$T_n = n * T_{n-1}$$

所以, $T_n = O(N!)$. 因为是递归函数, 所以需要维护一个栈, 即空间复杂度为 $S_n = O(N)$.

$void nqueen2(size_t * queen, int N)$ 的算法描述为:

```
begin
  while (解有冲突) {
    (1) 产生一个随机解 s
    (2) for all i, j: where 皇后 s[i] 或皇后 s[j]
        有冲突:
        (2.1) if (交换 s[i], s[j] 能减少冲突)
            then 交换 s[i], s[j]
  }
end
```

分析 算法步骤 (1) 产生随机解的时间复杂度为 $O(N)$, 步骤 (2) 为一个双层 for 循环, 所以时间复杂度为 $O(N^2)$. 而最外层的 while 循环的最坏循环次数为 $O(N)$. 所以本算法的最坏时间复杂度为 $O(N^3)$. 由于需要维护两个大小为 $2 * N - 1$ 的数组, 所以空间复杂度为 $S_N = O(N)$.

`void nqueen3(size_t *queen, int N)` 的时间复杂度为: $T_N = O(n)$. 空间复杂度为 $S_N = O(N)$. 具体分析参见<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=101343>.

总结

当 N 很小时 ($N < 15$), 使用递归算法可以保证相当好的运行效率; 当 N 特别大时 ($N > 3000$), 采用局部搜索算法有非常好的运行效率 (可在数分钟内解决千万皇后问题); 当 $15 < N < 3000$ 时, 采用类爬山算法可以获得较好的运行效率.

总的来说, 本程序可以解决各种规模的 N 皇后问题.