# **Artificial Intelligence**

Zhen Wang zwang25@mail.ustc.edu.cn

### **3.7**

- b. 一间屋子里有一只3英尺高的猴子,屋子的房顶上挂着一串香蕉,离地面8英尺。屋子里有两个可叠放起来、可移动、可攀登的3英尺高的箱子。猴子很想得到香蕉。
  - 在说明后继函数的时候需要刻画的更细致一些,如:爬上箱子,爬 下箱子,将箱子从一个地方移动到另一个地方,摘香蕉等等。
- d. 有三个水壶,容量分别为 12 加仑、8 加仑和 3 加仑,还有一个水龙头。可以 把壶装满或者倒空,从一个壶倒进另一个壶或者倒在地上。要求量出刚好 1 加仑水。
  - □ 同样要说清楚可能进行的3种动作。尤其是在把一个水壶的水倒进另一个水壶的时候,水壶中的水为min(x+y, volume(x))

**3.9** 

传教士和野人问题通常描述如下:三个传教士和三个野人在河的一边,还有一条能载一个人或者两个人的船。找到一个办法让所有的人都渡到河的另一岸,要求在任何地方野人数都不能多于传教士的人数(可以只有野人没有传教士)。

■ 1.下面是对三个传教士和三个野人及一条小船渡河问题的形式化的定义:

状态: 一个状态由三个数字的有序序列组成,即S=(m,c,b),这三个数字表示了在左岸的传教士,野人和在河左岸边的小船:其中, $m=\{0,1,2,3\}$ , $c=\{0,1,2,3\}$ , $b=\{1,0\}$ 。

因此,起始状态是S<sub>0</sub>=(3,3,1),表示全部成员和小船在左岸。

- **3.9**
- 操作:由每一个状态,可能的操作是在小船上有一个传教士;一个野人;两个传教士;两个野人;或者一个传教士和一个野人。因此,最多有5种操作。但如果区分一下,就是小船从左岸划向右岸有5种操作,从右岸划向左岸有5种操作,即:

F=(L10, L01, L20, L02, L11, R10, R01, R20, R02, R11)

- 目标测试: 到达状态Sg=(0,0,0),表示全部成员和小船在右岸。
- 路径代价:渡河的次数。

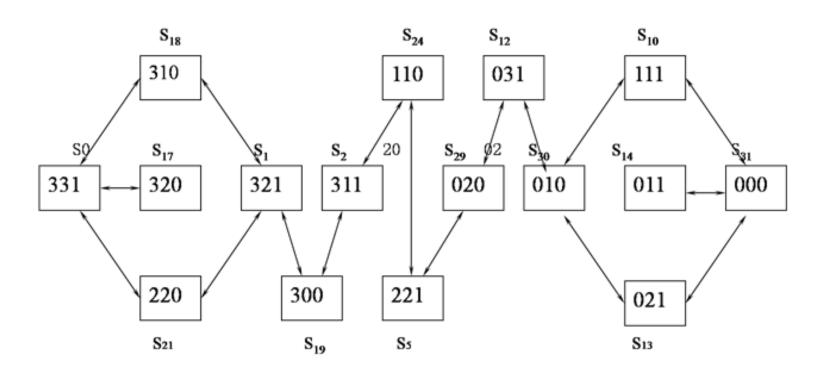
- **3.9**
- 全部可能的状态共有32种,即:

```
■ S0= (3,3,1) S1= (3,2,1) S2= (3,1,1) S3= (3,0,1) S4= (2,3,1) S5= (2,2,1) S6= (2,1,1) S7= (2,0,1) S8= (1,3,1) S9= (1,2,1) S10= (1,1,1) S11= (1,0,1) S12= (0,3,1) S13= (0,2,1) S14= (0,1,1) S15= (0,0,1) , S16= (3,3,0) S17= (3,2,0) S18= (3,1,0) S19= (3,0,0) S20= (2,3,0) S21= (2,2,0) S22= (2,1,0) S23= (2,0,0) S24= (1,3,0) S25= (1,2,0) S26= (1,1,0) S27= (1,0,0) S28= (0,3,0) S29= (0,2,0) S30= (0,1,0) S31= (0,0,0)
```

#### ■ 去除:

- (1) 左岸野人数多于传教士人数的情况: S4, S8, S9, S20, S24, S25。
- (2) 右岸野人数多于传教士人数的情况: S6, S7, S11, S12, S23, S27
- (3) 不可能出现的情况: S3, S15, S16, S28。 这样, 还剩下16个合法的状态。

- **3.9**
- 状态空间转换图:



任何一条从S0到达S31的路径都是该问题的解

### **4.1**

跟踪 A\*搜索算法用直线距离启发式求解从 Lugoj 到 Bucharest 问题的过程。按顺序列出算法扩展的节点和每个节点的 f, g, h 值。

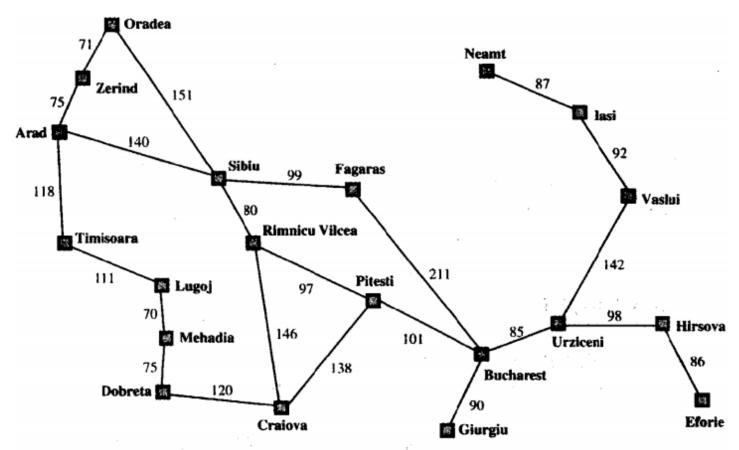


图 3.2 个简化的部分罗马尼亚道路图

- **4.1**
- 队列: Lugoj[0+244=244]
- 扩展: Lugoj[0+244=244]

队列: Mehadia[70+241=311] Timisoara[111+329=440]

■ 扩展: Mehadia[70+241=311]

队列: Lugoj[140+244=384] Dobreta[145+242=387]

Timisoara[111+329=440]

■ 扩展: Lugoj[140+244=384]

队列: Dobreta[145+242=387] Timisoara[111+329=440]

Mehadia[210+241=451] Timisoara[251+329=580]

**4.1** 

```
    扩展: Dobreta[145+242=387]
    以列: Craiova[265+160=425] Timisoara[111+329=440]
    Mehadia[210+241=451] Mehadia[220+241=461]
    Timisoara[251+329=580]
```

扩展: Craiova[265+160=425]
 以列: Timisoara[111+329=440] Mehadia[210+241=451]
 Mehadia[220+241=461] Pitesti[403+100=503]
 Timisoara[251+329=580] Rimnicu Vilcea[411+193=604]
 Dobreta[385+242=627]

扩展: Timisoara[111+329=440]
 队列: Mehadia[210+241=451] Mehadia[220+241=461]
 Lugoj[222+244=466] Pitesti[403+100=503] Timisoara[251+329=580]
 Arad[229+366=595] Rimnicu Vilcea[411+193=604]
 Dobreta[385+242=627]

4.1

```
扩展: Mehadia[210+241=451]
以列: Mehadia[220+241=461] Lugoj[222+244=466] Pitesti[403+100=503]
Lugoj[280+244=524] Dobreta[285+242=527]
Timisoara[251+329=580] Arad[229+366=595]
Rimnicu Vilcea[411+193=604] Dobreta[385+242=627]
```

扩展: Mehadia[220+241=461]
 以列: Lugoj[222+244=466] Pitesti[403+100=503] Lugoj[280+244=524]
 Dobreta[285+242=527] Lugoj[290+244=534]
 Dobreta[295+242=537] Timisoara[251+329=580] Arad[229+366=595]
 Rimnicu Vilcea[411+193=604] Dobreta[385+242=627]

扩展: Lugoj[222+244=466]
 以列: Pitesti[403+100=503] Lugoj[280+244=524] Dobreta[285+242=527]
 Mehadia[292+241=533] Lugoj[290+244=534] Dobreta[295+242=537]
 Timisoara[251+329=580] Arad[229+366=595] Rimnicu Vilcea[411+193=604]
 Dobreta[385+242=627] Timisoara[333+329=662]

4.1

```
扩展: Pitesti[403+100=503]

以列: Burcharest[504+0=504] Lugoj[280+244=524]

Dobreta[285+242=527] Mehadia[292+241=533] Lugoj[290+244=534]

Dobreta[295+242=537] Timisoara[251+329=580] Arad[229+366=595]

Rimnicu Vilcea[411+193=604] Dobreta[385+242=627]

Timisoara[333+329=662] Rimnicu vilcea[500+193=693]

Craiova[541+160=701]
```

■ 扩展: Burcharest [504+0=504]

### **4.2**

**启发式路径算法**是一个最佳优先搜索,它的目标函数是 f(n) = (2 - w) g(n) + w h(n)。算法中 w 取什么值能保证算法是最优的?当 w = 0 时,这个算法是什么搜索?w = 1 呢?w = 2 呢?

- □ 当 w=0时, f(n)=2g(n) 为代价一致搜索 当 w=1时, f(n)=g(n)+h(n) 为 A\* 搜索 当 w=2时, f(n)=2h(n) 为贪婪最佳优先搜索
- $f(n) = (2 w)[g(n) + \frac{w}{2 w}h(n)]$  假设h(n)是可归纳的,当  $\frac{w}{2 w}h(n) \le h(n)$  时,算法是最优的,即  $w \le 1$

- **4.6**
- 证明: 如果 h 被高估的部分从来不超过 c, A\*算法返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过c
- 由于给定 h 被高估的部分从来不超过c , 那么  $h(n) \le h^*(n) + c$

假设 G 是某个次最优目标结点,并且该目标的耗散比最优解多出的部分超过 c,即  $g(G) > C^* + c$  ,任意结点 m 是最优解路径上的某个结点,那么

$$f(m) = g(m) + h(m) \le g(m) + h^*(m) + c$$
  
$$\le C^* + c \le g(G)$$

□ 像这种耗散多出部分超过 c的次最优解在最优解扩展之前无法达到, 因此 *A*\*算法返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过c

- 4.7 证明如果一个启发式是一致的,它肯定是可采纳的。
- 证明: 假设存在某条从结点 n 到 目标结点 的最短路径上结点数目为 k

当 k=1 时,目标结点即为结点 n 的后继结点 n' ,根据启发式的一致性,即  $h(n) \le c(n,a,n') + h(n')$  ,当后继结点 n' 为目标结点时,h(n') = 0,因此  $h(n) \le c(n,a,n')$  ,故当 k=1时,该启发式是可归纳的。

假设 n 的后继结点 n' 离目标结点 k 步时, h(n') 是可归纳的, 那么  $h(n) \leq c(n,a,n') + h(n') \leq c(n,a,n') + h^*(n') = h^*(n)$ 

所以该启发式是可归纳的。

### **5.6**

分别用回溯算法、前向检验算法、MRV 和最少约束值启发式算法手工求解图 5.2 中的密码算术问题。

$$O + O = R + 10 \cdot X_1$$
  
 $X_1 + W + W = U + 10 \cdot X_2$   
 $X_2 + T + T = O + 10 \cdot X_3$   
 $X_3 = F$ 

$$\begin{array}{c|cccc}
T & W & O \\
+ & T & W & O \\
\hline
F & O & U & R
\end{array}$$

	$X_3$	$X_2$	$X_1$	F	т	W	0	U	R
初始域	{0,1}	{0,1}	{0,1}	{0,1,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}
After $X_3 = 1$	1	{0,1}	{0,1}	{1}	{0,1,,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}	{0,1,,9}
After $F = 1$	1	{0,1}	{0,1}	1	{0,2,,9}	{0,2,,9}	{0,2,,9}	{0,2,,9}	{0,2,,9}
After $X_2 = 0$	1	0	{0,1}	1	{0,2,,9}	{0,2,,9	{0,2,4,6 ,8}	{0,2,,9}	{0,2,,9}

$$O + O = R + 10 \cdot X_1$$
  
 $X_1 + W + W = U + 10 \cdot X_2$   
 $X_2 + T + T = O + 10 \cdot X_3$   
 $X_3 = F$ 

$$\begin{array}{c|cccc}
T & W & O \\
+ & T & W & O \\
\hline
F & O & U & R
\end{array}$$

	$X_3$	$X_2$	$X_1$	F	Т	W	0	U	R
After $X_1 = 0$	1	0	0	1	{5,6,7}	{0,2,3,4}	{0,2,4}	{0,4,6,8}	{0,4,8}
After O=4	1	0	0	1	{7}	{0,3}	4	{0,6}	{8}
After T=7	1	0	0	1	7	{0,3}	4	{0,6}	{8}
After R=8	1	0	0	1	7	{0,3}	4	{0,6}	8
After W=3	1	0	0	1	7	3	4	{6}	8
After U=6	1	0	0	1	7	3	4	6	8