# 机器人控制: 四旋翼无人飞行器的扩展卡尔曼滤波器

和LQR控制器设计

Muneeb Masood Raja

Translator: Liu W.C.

2023.12.25

# 摘 要

四旋翼无人机是一类独特具有垂直起降(VTOL)能力的无人机,因其在各种应用中的重要性而收到广泛关注。本文介绍了用于估计四旋翼飞行器状态的扩展卡尔曼滤波器(EKF)与带积分动作的线性二次型调节器(LQR)控制器的设计与实验实现,以达到期望控制目标。在使用扩展卡尔曼滤波器时,考虑了两种情况:(1)估计包括惯性测量单元(IMU)偏差在内的所有状态;(2)仅估计姿态、高度和垂直速度。第二种情况是作为安全功能添加的,目的是提供足够多的反馈信号,以便在位置测量值丢失(如 GPS 受干扰)是稳定四旋翼飞行器并使其着陆。使用带积分动作的 LQR 控制器实现了双环控制结构,内环包括姿态和高度控制,

外环包括x和y平面位置控制。最后,介绍了使用C MEX S-functions 将C 代码

与 Simulink 集成的一些初步结果。激光测距传感器的 C 代码库被移植到 C MEX S-functions 中,以利用激光传感器的距离测量值生成环境的二维地图,从而识别传感器范围内的障碍物。此外,还介绍了多线程的概念以及使用 C MEX S-functions 将 pthread 库与 Simulink 集成。

# 第一章 引言

# 1.1 文献综述

无人驾驶飞行器(UAV)顾名思义就是在没有驾驶员的情况下远程或自主运行的机载飞行器。由于其在监视、侦察、搜索和救援等军事和民用任务中的应用日益广泛,它已成为众多研究小组的研究课题,如 Georgia Institute of Technology UAV GTMax[1]、中科院沈阳自动化所 ServoHeli 系列[2],以及 Massachusetts Institute of Technology Lincoln Beaver Works UAV Systems Center[3]。与载人飞行器相比,无人飞行器的一大优势在于其飞行时间仅受燃料/电池寿命限制,而载人飞行器则须考虑疲劳等人为因素[4]。UAV 的自主性增强,可使人类将那些可由计算机更有效完成的任务委托给它,包括在多无人系统、软件智能体和作战人员之间同步开展活动,从而将人类解放出来,专注于更复杂的决策制定[5]。由于自主操作无需任何人工干预,因此无人机的自主控制更具挑战性。因此,与载人飞行器相比,无人飞行器更容易发生故障和坠毁。为避免这些故障并提高自主性,需设计和实现先进、鲁棒的控制技术。

四旋翼无人机是一类独特的无人机,具有垂直起降(VTOL)能力和悬停能力,其紧凑的结构使其能在人类无法干预的地方飞行。UAV 的快速动态特性使其具有良好机动性,同时也要求对状态进行快速准确估计,以便执行必要的控制行动。为实现这一目的,卡尔曼滤波器(KF)被研究人员广泛用于精确状态估计,尤其是在传感器测量存在噪声或无法直接提供状态信息的应用中。为将传统线性卡尔曼滤波器应用于非线性系统,人们开发了扩展卡尔曼滤波器(EKF)。研究人员已通过多种不同方式应用该算法,以获得各种状态估计值。例如,[6]基于阻力增强模型实现 EKF,以估计 UAV 的所有状态和未知阻力系数;[7,8]仅使用惯性测量单元(IMU)传感器估计 UAV 姿态;[9]通过实现基于视觉的 EKF 跟踪目标。为实现控制目标,人们提出了多种四旋翼无人机控制方法,包括 PID 控制[10]、鲁棒 H∞控制[11]、反步控制[12]、线性二次型调节器(LQR)控制[13]等。与 PID 控制器相

比, LQR 控制器难以设计,需访问所有状态。在文献中,LQR 控制器大多仅限于仿真研究或有限状态稳定[14,15]。

### 1.2 研究目标

由于扩展卡尔曼滤波器对先进制导、导航和控制目标的重要性,本研究旨在设计和实际应用扩展卡尔曼滤波器。此外,为实现控制要求,还设计并在实验装置上实现了带积分动作的 LQR 控制器。EKF 是针对两种不同情况设计的: (1) 有位置测量数据的情况; (2) 没有位置测量数据的情况。在第一种情况下,EKF 估计中还考虑了 IMU 偏差,以应对任何传感器误差。第二种情况可视为在失去位置测量时的安全功能。此外,我们还按照双环控制结构为内环和外环控制设计了一个 LQR 控制器。在有位置测量值的情况下,外环和内环控制都会建立,而在位置测量值丢失的情况下,只设计了内环控制。在为 LQR 控制器设计增益之前,对非线性四旋翼飞行器系统模型进行了线性化处理,但仿真结果是利用非线性四旋翼飞行器动力学特性得到的。为验证算法的性能,使用实时测试环境进行飞行测试,以证明所设计技术的有效性。

### 1.3 论文结构

论文的其余部分安排如下: 第二章介绍了四旋翼飞行器动力学涉及的参考坐 标系、不同表示形式的旋转矩阵、非线性数学模型以及用于实现所设计算法的实 时实验平台。第三章详细解释了在两种情况下使用扩展卡尔曼滤波器(EKF)进行 状态估计的方法: (1) 有位置测量数据,同时考虑并估计 IMU 偏差; (2) 没有位 置测量数据,不考虑 IMU 偏差。在第一种情况下,包括 IMU 偏差在内的所有四 旋翼飞行器状态都使用 Euler 和四元数法进行估计,而在后一种情况下,只估计 Euler 角、高度和垂直速度。第四章介绍带积分动作的线性二次型调节器(LQR)控 制器的设计,以满足四旋翼飞行器的控制目标。LOR 控制器的设计基于线性化 的四旋翼飞行器系统动力学,本章对此也进行了讨论。仿真和实时飞行结果均已 展示。实时飞行情况下的反馈信号由第三章中设计的 EKF 给出,而仿真研究情 况下的反馈信号则由非线性系统动力学方程积分生成。第五章介绍了用于在 Simulink 中集成 C 程序和库的 C MEX S-functions 的重要性。制造商提供了一个 用 C 语言编写的 Hokuvo 激光测距传感器库,该库被移植到 C MEX S-functions 中,并保存和绘制合适的二维传感器扫描数据,以显示周围存在的障碍物。此外, 还在CMEX S-functions 中运行了一个使用 pthread 库的例程,该例程随后可用于 有效执行障碍物检测和规避算法所需的高计算成本任务。第六章包括结束语和对 未来可能研究方向的讨论。

# 第二章 四旋翼模型和实验平台

本章将介绍四旋翼飞行器使用的各种参考坐标系、使用旋转矩阵在不同坐标系之间进行转换、四旋翼飞行器的动力学模型以及实时实验系统设置。

### 2.1 四旋翼动力学模型

### 2.1.1 参考系

在开发四旋翼飞行器的动力学系统模型时,涉及到多个坐标系[16,17]。图 2.1

显示了其中三个参考系, 其说明如下。1. 惯性坐标系( $F_i$ ),  $x_i$ 指向北,  $y_i$ 指向东,  $z_i$ 垂直向下。它也被称为地球参考系。2. 机身坐标系( $F_b$ )固定在四旋翼飞行器机身上, 原点为重心。 $x_b$ 指向四旋翼飞行器的头部, $y_b$ 指向右翼, $z_b$ 指向地面。3. 飞行器坐标轴( $y_a$ )与惯性坐标轴对齐,而中心则位于四旋翼飞行器重心。

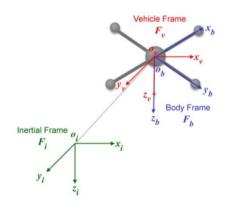


图 2.1 四旋翼飞行器的参考系

在车身坐标系和机身坐标系之间存在两个中间参考系。第一个中间参考系  $(F_1)$ 是通过绕  $z_n$  轴旋转车身坐标系来产生偏航角  $\psi$  得到的。类似地,将第一个中间参考系  $(F_1)$ 绕  $y_{F_1}$  轴旋转一个俯仰角  $\theta$ ,即可得到第二个中间参考系  $(F_2)$ 。最后,将四旋翼绕  $x_{F_2}$  轴旋转一个横滚角  $\varphi$  即可得到机身坐标系。

### 2.1.2 Euler 角和四元数

Euler 角用于表示一个坐标系相对于另一个坐标系的相对位置,通常用 $\varphi$ 、 $\theta$ 和 $\psi$ 表示三个旋转序列[18]。共有十二种可能的旋转序列可用于描述两个坐标系的方向。从车身坐标系到 $F_1$ 的变换需绕 $Z_n$ 轴旋转 $\psi$ ,其计算公式为

$$R_{\nu}^{1}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (2.1)

同样,通过将 $y_{F_1}$ 绕y轴旋转一个角 $\theta$ ,即可将 $F_1$ 转换为 $F_2$ 。这一变换由以下旋转矩阵给出:

$$R_{\rm l}^{2}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
 (2.2)

最后,旋转角 $\varphi$ 表示绕 $x_{F2}$ 轴的旋转,并将第二个中间参考系转换为机身坐标系。表示该变换的旋转矩阵如下所示:

$$R_2^b(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$
 (2.3)

因此, 车身坐标系和机身坐标系之间的关系由以下旋转矩阵表示:

$$R_b^e(\varphi,\theta,\psi) = R_v^1(\psi)R_1^2(\theta)R_2^b(\varphi)$$

$$R_{b}^{e}(\psi,\theta,\varphi) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\varphi s\theta c\psi - c\varphi s\psi & c\varphi s\theta c\psi + s\varphi s\psi \\ c\theta s\psi & s\varphi s\theta s\psi + c\varphi c\psi & c\varphi s\theta s\psi - s\varphi c\psi \\ -s\theta & s\varphi c\theta & c\varphi c\theta \end{bmatrix}$$
(2.4)

其中,  $c\varphi = \cos(\varphi)$ ,  $s\varphi = \sin(\varphi)$ 

由于惯性坐标系和车身坐标系相互对齐,因此公式(2.4)表示了机身坐标系到惯性和车身参考系的旋转。在 Euler 情况下,当俯仰角达到 90°时,可能会出现一种称为锁定效应的现象,导致失去一个自由度,这发生在 3-2-1 旋转顺序中。为避免这种奇异点,通常使用四元数[19,20]。与 Euler 角类似,四元数也可用来描述刚体空间方向。Euler 角可用以下方程转换为等效四元数表示形式:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\varphi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) + \sin(\frac{\varphi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ \sin(\frac{\varphi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) - \cos(\frac{\varphi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ \cos(\frac{\varphi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) + \sin(\frac{\varphi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ \cos(\frac{\varphi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) - \sin(\frac{\varphi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) \end{bmatrix}$$

$$(2.5)$$

同样,由(2.4)表示的旋转矩阵也可用四元数写出,如下所示:

$$R_b^e(\psi,\theta,\varphi) = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}$$
(2.6)

### 2.1.3 非线性四旋翼模型

四旋翼飞行器共有12个状态变量,定义如下:

states = 
$$[p_{x_i} \quad p_{y_i} \quad p_{z_i} \quad u \quad v \quad w \quad \varphi \quad \theta \quad \psi \quad p \quad q \quad r]^T$$
 (2.7)

其中, $p_{x_i}$ 、 $p_{y_i}$ 和 $p_{z_i}$ 表示四旋翼飞行器在惯性坐标系中的位置;u、v和w表示四旋翼飞行器在机身坐标系中的速度; $\varphi$ 、 $\theta$ 和 $\psi$ 表示四旋翼飞行器的横滚角、俯仰角和偏航角;p、q和r表示四旋翼飞行器的角速率。利用 Newton-Euler方程推导出四旋翼系统模型。通过求解这些运动方程,可得到由以下方程表示的状态空间模型。

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{x_i} \\ \dot{p}_{y_i} \\ \dot{p}_{z_i} \end{bmatrix} = R_b^e(\psi, \theta, \varphi) \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$
 (2.8)

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -g\sin(\theta) \\ g\cos(\theta)\sin(\varphi) \\ g\cos(\theta)\cos(\varphi) \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{bmatrix}$$
 (2.9)

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{I_{y} - I_{z}}{I_{x}})qr \\ (\frac{I_{z} - I_{x}}{I_{y}})pr \\ (\frac{I_{x} - I_{y}}{I_{z}})pq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\frac{1}{I_{x}})\tau_{\varphi} \\ (\frac{1}{I_{y}})\tau_{\theta} \\ (\frac{1}{I_{z}})\tau_{\psi} \end{bmatrix}$$

$$(2.10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = R_{\rho}(\varphi, \theta) \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$
 (2.11)

其中, $R_{b}^{e}$ 为旋转矩阵(2.4),F 为推力,m 为四旋翼飞行器的质量,g 为重力加速度, $I_{x}$ 、 $I_{y}$ 和 $I_{z}$ 为关于机身坐标系 x、y 和z 轴的转惯量项, $\tau_{\varphi}$ 、 $\tau_{\theta}$  和 $\tau_{\psi}$ 为作为系统输入的横滚扭矩、俯仰扭矩和偏航扭矩, $R_{\rho}(\varphi,\theta)$  表示角速率与 Euler 角速率间的关系,如下所示。

$$R_{\rho}(\varphi,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\varphi)\tan(\theta) & \cos(\varphi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi)\sec(\theta) & \cos(\varphi)\sec(\theta) \end{bmatrix}$$
(2.12)

### 2.1.4 电机型号

四旋翼飞行器的每个旋翼都会产生一个与机身坐标系 z 轴相反的力。同样, 这些旋转的旋翼也会产生力矩,导致横滚、俯仰和偏航动作。这些力和扭矩与旋 翼的速度平方成正比,可用以下表达式表示。

$$F_i = k_f \Omega_i^2 \tag{2.13}$$

$$T_i = -k_i \operatorname{sgn}(\Omega_i) \Omega_i^2 \tag{2.14}$$

其中,i下标表示与第i个旋翼相关的量,i=1,2,3,4, $\Omega_i$ 为第i个旋翼的速度, $k_f$ 和 $k_t$ 为力和扭矩常数;sgn表示旋翼根据位置旋转的方向不同。作用在四旋翼飞行器上的力可借助映射矩阵 M 用旋翼的旋转速度表示如下:

$$\begin{bmatrix} F \\ \tau_{\varphi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \Omega_{1}^{2} \\ \Omega_{2}^{2} \\ \Omega_{3}^{2} \\ \Omega_{4}^{2} \end{bmatrix}$$
 (2.15)

其中, X 构型的映射矩阵 M 定义为[21]:

$$M = \begin{bmatrix} k_f & k_f & k_f & k_f \\ \frac{k_f d}{\sqrt{2}} & -\frac{k_f d}{\sqrt{2}} & -\frac{k_f d}{\sqrt{2}} & \frac{k_f d}{\sqrt{2}} \\ \frac{k_f d}{\sqrt{2}} & \frac{k_f d}{\sqrt{2}} & -\frac{k_f d}{\sqrt{2}} & -\frac{k_f d}{\sqrt{2}} \\ k_t & -k_t & k_t & -k_t \end{bmatrix}$$
(2.16)

其中, $\Omega_i^2$ 为第i个旋翼速度的平方,d为四旋翼重心到旋翼中心的距离。

### 2.2 实验装置

本研究中使用的实验装置的总体布局由以下三部分组成。1、使用现成部件 在实验室内制造和组装的四旋翼飞行器。2、Vicon 运动捕捉系统; 3、地面站计 算机系统。Vicon 摄像系统[22]以 100Hz 的采样频率提供四旋翼飞行器实时飞行 时的位置和 Euler 角。地面站和机载微控制器之间使用 TCP/IP 通信协议接收/发 送数据。四旋翼飞行器搭载的 Gumstix DuoVero Zephyr 微控制器集成了无线通信 功能,处理数据的频率高达 1GHz,内存为 1GB。该模块还提供惯性测量单元 (IMU)、温度和电池电压测量功能。整个控制算法是在 MATLAB and Simulink 中 开发的, 开发完成后转换为 C/C++代码, 并输入机载计算机, 对所设计的算法进 行实时测试。来自运动捕捉系统的所需 Vicon 信号和来自机载传感器的 IMU 信 号被用作本文开发的扩展卡尔曼滤波算法的测量值。然后将结果用于 LOR 控制 器设计,以提高四旋翼飞行器实时飞行时控制器性能。如有必要,可在运行期间 更改 LQR 控制器的参数/增益,并在外环和内环控制之间切换控制操作,以检查 第三章所述卡尔曼滤波器和 LOR 控制器的性能和鲁棒性。Simulink 模型还配备 了一个传统 PID 控制器,该控制器是根据文献[21]中的描述设计的,地面站的操 作员也可在运行期间在 PID 和 LOR 控制器之间进行切换,以防其中一个控制器 无法提供令人满意的控制性能。

图 2.2 显示了本文使用的实时飞行实验平台。主要组件包括 Qbrain 嵌入式控制器(A)、连接到四个螺旋桨上的 BLDC 电机(B)、连接到四个电机上的四个电调(C)(根据控制器发出的 PWM 信号改变电机转速)、连接到四旋翼飞行器上用于安全着陆的起落架 $\in$ ,以及一个容量为 2000 $\min$  的 3 芯 12V 直流电压电池(D)。

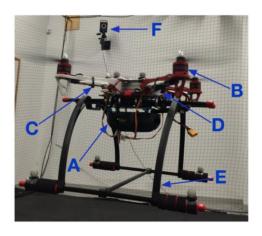


图 2.2 四旋翼飞行器实验平台[21]

# 第三章 扩展卡尔曼滤波器

### 3.1 引言

本章将讨论一种全状态扩展卡尔曼滤波器,它可以估计四旋翼飞行器的所有状态以及加速计和陀螺仪偏置项。在室外飞行中,GPS 被广泛用于提供位置测量,但它很容易受到干扰等问题的影响。如果在飞行过程中发生类似情况,四旋翼飞行器极有可能坠毁。为避免这种情况,我们采用了另一种卡尔曼滤波器,只估计四旋翼飞行器的 Euler 角、高度和垂直速度。出于测试目的,该卡尔曼滤波器使用了来自 Vicon 摄像系统的偏航角和高度测量值,但在安装了磁力计和声纳传感器后,该卡尔曼滤波器可独立于 Vicon 摄像系统,只依赖于机载传感器。这两个卡尔曼滤波器并行工作,可根据需要相互切换。在正常运行期间,即有 Vicon 或GPS 信号时,使用全状态卡尔曼滤波器提供反馈信号,并建立外环控制。一旦失去 Vicon 信号,控制器的反馈信号将来自后一个卡尔曼滤波器。现在,在这种情况下,只对四旋翼飞行器的 Euler 角和高度进行控制,以确保四旋翼飞行器安全飞行和着陆。

# 3.2 卡尔曼滤波器综述

卡尔曼滤波器(又称线性二次型估计)是过去几十年来广泛应用于无人飞行器制导、导航和控制的工具,对于估计飞行器的状态非常有效。卡尔曼滤波器的概念最早是由 R. E. Kalman 在其关于线性滤波的论文中提出的[23]。此后,卡尔曼滤波器得到了广泛的研究和应用。卡尔曼滤波器的一般介绍见[24],与卡尔曼滤波器相关的更多参考文献和文本见[25-27]。扩展卡尔曼滤波器(EKF)是卡尔曼滤波器的一种改进,它使用非线性系统模型来估计系统状态。EKF可分为两个主要部分:预测和修正步骤。在预测阶段,利用系统的非线性连续时间模型前向传播状态,从而得出状态预测结果。而在修正阶段,传感器的测量值是在离散时间间隔内获得的,这一过程以离散方式向前推进,从而得到校正后的状态估计值。EKF 估计的一般算法如下[28]。

1. 预测阶段(时间更新) 预测更新使用以下表达式。

$$\hat{x}^- = f(\hat{x}, u) \tag{3.1}$$

$$P^{-} = AP + PA^{T} + Q \tag{3.2}$$

其中, $f(\hat{x},u)$ 为非线性系统模型;P为预测误差协方差矩阵;Q为正定噪声过程协方差矩阵;A定义为 Jacobian 矩阵,表示为

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}, u) \tag{3.3}$$

### 2. 校正阶段(测量更新)

当从传感器获得测量结果时,EKF 会使用以下公式更新状态、误差协方差矩阵和 Kalman 增益:

$$K = P^{-}C^{T}(R + CP^{-}C^{T})^{-1}$$
(3.4)

$$\hat{x} = \hat{x}^- + K(y - h(\hat{x}^-)) \tag{3.5}$$

$$P = (I - KC)P^{-} \tag{3.6}$$

其中,K为 Kalman 增益;R为与传感器相关的噪声协方差; $\hat{x}$ 和P为当前的状态估计值和误差协方差,将用于下一次采样的预测阶段。上标为负的项表示来自预测阶段的值。C为测量向量相对于状态向量的 Jacobian 因子,可如下表示:

$$C = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}^-, u) \tag{3.7}$$

系统模型应足够精确,以生成良好状态估计值,因为不精确的过程模型可能导致估计值不佳。不过,如谨慎使用扩展卡尔曼滤波器(EKF),也能产生可靠的状态估计值。

### 3.3 问题表述

#### 3.3.1 带 imu 偏差的全状态估计器

对于该问题, 当姿态用四元数表示时, 四旋翼飞行器需要估计的状态如下所示

$$x = [p_{x_i} \ p_{y_i} \ p_{z_i} \ v_{x_i} \ v_{y_i} \ v_{z_i} \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ \beta_{i_b} \ \beta_{j_b} \ \beta_{k_b} \ \alpha_{i_b} \ \alpha_{j_b} \ \alpha_{k_b}]^T$$
 (3.8)  
而当姿态用 Euler 角表示时,状态的形式如下

$$x = [p_{x_i} \ p_{y_i} \ p_{z_i} \ u \ v \ w \ \varphi \ \theta \ \psi \ \beta_{i_b} \ \beta_{j_b} \ \beta_{k_b} \ \alpha_{i_b} \ \alpha_{j_b} \ \alpha_{k_b}]^T$$
 (3.9)

其中, $p_{x_i}$ 、 $p_{y_i}$ 和 $p_{z_i}$ 表示四旋翼飞行器在惯性坐标系中的位置; $v_{x_i}$ 、 $v_{y_i}$ 和 $v_{z_i}$ 表示四旋翼飞行器在惯性坐标系中的速度;u、v和w表示四旋翼飞行器在机

身坐标系中的速度; $q_1,q_2,q_3$ 和 $q_4$ 为用四元数表示的姿态, $\varphi$ , $\theta$ 和 $\psi$ 为四旋翼飞行器的横滚角、俯仰角和偏航角, $\beta_{i_b}$ , $\beta_{j_b}$ 和 $\beta_{k_b}$ 为陀螺仪在机身坐标系中的偏差, $\alpha_{i_b}$ , $\alpha_{j_b}$ 和 $\alpha_{k_b}$ 为与加速度计测量相关的偏差。我们可使用以下传感器测量值:

$$Y = \begin{bmatrix} \gamma_{i_h} & \gamma_{j_h} & \gamma_{k_h} & \delta_{i_h} & \delta_{j_h} & \delta_{k_h} & p_{x_v} & p_{y_v} & p_{z_v} & \psi_v \end{bmatrix}^T \tag{3.10}$$

其中, $\gamma_{i_h}$ 、 $\gamma_{j_h}$  和 $\gamma_{k_h}$  表示陀螺仪测量值;  $\delta_{i_b}$ 、 $\delta_{j_b}$  和 $\delta_{k_b}$  表示加速度计测量值;

 $p_{x_v}$ 、 $p_{y_v}$ 和 $p_{z_v}$ 表示真实惯性位置; $\psi_v$ 表示四旋翼飞行器的真实偏航角。陀螺仪和加速度计的测量值由机载 IMU 传感器提供,而 Vicon 运动捕捉摄像系统则提供真实的惯性位置和偏航角。加速度计和陀螺仪的测量结果被用作系统模型的直接输入。它们的表示方法如下

$$\mathbf{u}_{imu} = \begin{bmatrix} \gamma_{i_b} \\ \gamma_{j_b} \\ \gamma_{k_b} \\ \delta_{i_b} \\ \delta_{j_b} \\ \delta_{k_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \beta_{i_b} \\ q + \beta_{j_b} \\ r + \beta_{k_b} \\ a_x + \alpha_{i_b} \\ a_y + \alpha_{j_b} \\ a_z + \alpha_{k_b} \end{bmatrix}$$
(3.11)

其中,p、q和r为真实角速率, $a_x$ 、 $a_y$ 和 $a_z$ 为真实旋翼加速度。所有其他参数已在(3.8)-(3.10)的描述中定义。

### 3.3.2 过程(预测)模型

同样,我们将有两个预测模型,即用四元数和 Euler 角表示的姿态。

1. 基于四元数的预测模型

以下 16 个状态方程构成了基于四元数的预测模型

$$f(\hat{x},u) = \begin{bmatrix} \hat{v}_{x_i} & \hat{v}_{y_i} & \hat{v}_{z_i} \\ (\hat{q}_1^2 + \hat{q}_2^2 - \hat{q}_3^2 - \hat{q}_4^2) a_x + 2(\hat{q}_2\hat{q}_3 - \hat{q}_1\hat{q}_4) a_y + 2(\hat{q}_2\hat{q}_4 + \hat{q}_1\hat{q}_3) a_z \\ (\hat{q}_1^2 - \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2 - \hat{q}_4^2) a_y + 2(\hat{q}_2\hat{q}_3 + \hat{q}_1\hat{q}_4) a_x + 2(\hat{q}_3\hat{q}_4 - \hat{q}_1\hat{q}_2) a_z \\ (\hat{q}_1^2 - \hat{q}_2^2 - \hat{q}_3^2 + \hat{q}_4^2) a_z + 2(\hat{q}_2\hat{q}_4 - \hat{q}_1\hat{q}_3) a_x + 2(\hat{q}_3\hat{q}_4 + \hat{q}_1\hat{q}_2) a_y + g \\ -0.5(p\hat{q}_2 + q\hat{q}_3 + r\hat{q}_4) \\ 0.5(p\hat{q}_1 - q\hat{q}_4 + r\hat{q}_3) \\ 0.5(p\hat{q}_4 + q\hat{q}_1 - r\hat{q}_2) \\ 0.5(-p\hat{q}_3 + q\hat{q}_2 + r\hat{q}_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3.12)

### 2. 基于 Euler 角的预测模型

在这种情况下,以下方程构成了四旋翼飞行器的预测模型。

$$f(\hat{x},u) = \begin{bmatrix} \hat{u}\left(c_{\hat{\theta}}c_{\hat{\psi}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}s_{\hat{\theta}}c_{\hat{\psi}} - c_{\hat{\phi}}s_{\hat{\psi}}\right) + \hat{w}\left(c_{\hat{\phi}}s_{\hat{\theta}}c_{\hat{\psi}} + s_{\hat{\phi}}s_{\hat{\psi}}\right) \\ \hat{u}\left(c_{\hat{\theta}}s_{\hat{\psi}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}s_{\hat{\theta}}s_{\hat{\psi}} + c_{\hat{\phi}}c_{\hat{\psi}}\right) + \hat{w}\left(c_{\hat{\phi}}s_{\hat{\theta}}s_{\hat{\psi}} - s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\psi}}\right) \\ \hat{u}\left(-s_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{w}\left(c_{\hat{\phi}}s_{\hat{\theta}}s_{\hat{\psi}} - s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\psi}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{w}\left(c_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{w}\left(c_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\theta}}c_{\hat{\phi}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) + \hat{v}\left(s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\theta}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\phi}}c_{\hat{\phi}}\right) \\ \hat{v}\left(-s_{\hat{\phi}}c$$

11

(3.13)

其中,
$$c_{\hat{\theta}} = \cos\hat{\varphi}, s\hat{\varphi} = \sin\hat{\varphi}, c_{\hat{\theta}} = \cos\hat{\theta}, s_{\hat{\theta}} = \sin\hat{\theta}, c_{\hat{\psi}} = \cos\hat{\psi}, s_{\hat{\psi}} = \sin\hat{\psi}$$

每个状态上方的符号 ^ 用于标识它们为经过扩展卡尔曼滤波例程计算得出的估计状态。然后,针对该预测函数,对状态进行微分以计算由式(3.3)给出的 A 矩阵,该矩阵表示状态随时间变化的线性估计。

### 3.3.2 测量模型

测量更新模型,即如(3.5)所示的 y 最终将如下所示。

$$y = [p_{x_0} \quad p_{y_0} \quad p_{z_0} \quad \psi_{y} \quad \delta_{i_b} \quad \delta_{i_b}]^T$$
 (3.14)

x 轴和 y 轴加速度可以省略,但方程中包含这两个加速度可更容易地估计出相关偏差。测量更新的 Jacobian 矩阵的计算方法与预测模型类似。该矩阵用 C 表示,计算方法为(3.7)。

### 3.3.3 估计高度、垂直速度和 EULER 角

阶段时,使用以下两个预测模型:

在这种情况下,需估计的状态如下:

$$x_{l} = [p_{z_{i}} \quad v_{z_{i}} \quad \varphi \quad \theta \quad \psi]^{T}$$
 (3.15)

其中, $p_{z_i}$ 表示四旋翼飞行器的高度, $v_{z_i}$ 表示四旋翼飞行器在惯性坐标系下的垂直速度, $\varphi$ 、 $\theta$ 和 $\psi$ 分别为四旋翼飞行器的横滚角、俯仰角和偏航角。在运行卡尔曼滤波器时,我们假设只有以下传感器测量值可用。

$$Y = [\gamma_{i_b} \quad \gamma_{j_b} \quad \gamma_{k_b} \quad \delta_{i_b} \quad \delta_{j_b} \quad \delta_{k_b} \quad p_{\text{sonar}} \quad \psi_{\text{mag}}]^T$$
 (3.16)

其中, $\gamma_{i_b}$ 、 $\gamma_{j_b}$ 和 $\gamma_{k_b}$ 表示陀螺仪测量值, $\delta_{i_b}$ 、 $\delta_{j_b}$ 和 $\delta_{k_b}$ 表示加速度计测量值,

 $p_{\text{sonar}}$ 表示测得的高度, $\psi_{\text{mag}}$ 表示测得的四旋翼飞行器偏航角。高度和偏航角的测量值来自 Vicon 摄像系统,但在安装声纳和磁力计传感器进行高度和偏航测量后,可取代 Vicon 提供的测量值。陀螺仪和加速度计的测量由机载 IMU 传感器提供。虽然 IMU 的读数在测量时会有固有偏差,但在执行卡尔曼滤波器时假定这些偏差为零。该扩展卡尔曼滤波器分两个阶段实现。1. 首先估计 Euler 角。2. 然后利用这些估计的 Euler 角估计其余两个状态,即高度和垂直速度。在实现上述两个

$$f_{1}(\hat{x},u) = \begin{bmatrix} \gamma_{i_{b}} + \gamma_{j_{b}} (s_{\hat{\varphi}} \tan \hat{\theta}) + \gamma_{k_{b}} (c_{\hat{\varphi}} \tan \hat{\theta}) \\ \gamma_{j_{b}} (c_{\hat{\varphi}}) - \gamma_{k_{b}} (s_{\hat{\varphi}}) \\ \gamma_{j_{b}} (\frac{s_{\hat{\varphi}}}{c_{\hat{\theta}}}) + \gamma_{k_{b}} (\frac{c_{\hat{\varphi}}}{c_{\hat{\theta}}}) \end{bmatrix}$$
(3.17)

和

$$f_{2}(\hat{x}, u) = \begin{bmatrix} \hat{v}_{z_{i}} \\ -s_{\hat{\theta}} \delta_{i_{b}} + s_{\hat{\phi}} c_{\hat{\theta}} \delta_{j_{b}} + c_{\hat{\phi}} c_{\hat{\theta}} \delta_{k_{b}} + g \end{bmatrix}$$
(3.18)

每个状态的^表示其估计值是卡尔曼滤波器的输出结果。从(3.18)中可以看出,第一阶段卡尔曼滤波器估计的 Euler 角被用作第二个预测模型的输入。陀螺仪传感器的测量值被用作姿态过程模型的直接输入,而在高度和垂直速度估计中,加速度计的测量值被用作过程模型的直接输入。

# 3.4 实验结果

本节将展示在实时系统(四旋翼飞行器)上使用扩展卡尔曼滤波器生成的状态估计值的实验结果。位置和参考 Euler 角来自 Vicon 运动捕捉摄像系统,并用作实际真实值。同样,机载 IMU 也为我们提供了必要角速率和加速度。为验证加速度计和陀螺仪的偏差估计值,我们在飞行过程中的不同时间向其添加恒定偏差。此外,还显示了仅估计 Euler 角、高度和垂直速度的扩展卡尔曼滤波器实验结果。这种估计并不依赖于 Vicon 的测量结果,只需依靠机载传感器就能独立估计出所需状态。如果我们丢失了来自 Vicon 摄像头的位置测量数据,而不使用卡尔曼滤波器估计内环控制所需高度和 Euler 角,四旋翼飞行器可能会坠毁。因此,我们在四旋翼飞行器的实时飞行过程中开发了这一安全功能。

### 3.4.1 全状态估计器:无附加偏差的情况

在这种情况下,四旋翼飞行器在正常情况下飞行,不存在任何额外传感器故障/偏差。注意,陀螺仪和加速度计读数中已存在一些恒定偏差,我们也对其进行了估计和相应处理。图 3.1-3.2 显示了惯性位置和 Euler 角的估计结果,其中蓝色实线表示参数真实值,红线表示基于模型的卡尔曼滤波器估计值,姿态以 Euler 角表示,黄线表示基于四元数的卡尔曼滤波器估计值。此外,图 3.3 显示的是基于 Euler 实现所产生的机身坐标系速度估计值,而图 3.4 则是基于四元数卡尔曼滤波器的惯性坐标系速度估计值。

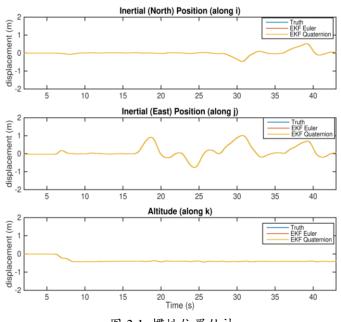


图 3.1 惯性位置估计

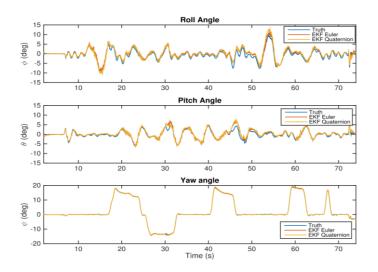


图 3.2 Euler 角估计值

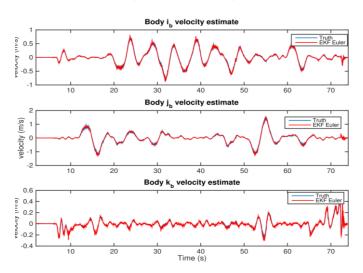


图 3.3 基于 Euler 模型的车身速度估计

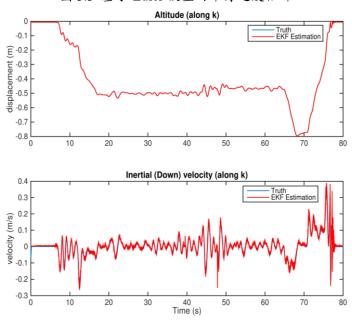
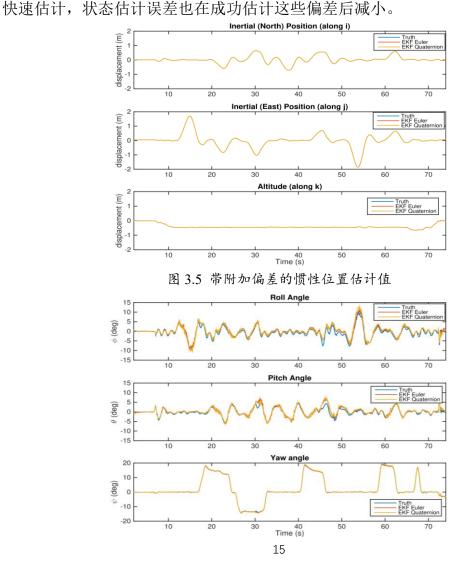


图 3.4 基于四元数模型的惯性坐标系速度估计

# 3.4.2 全状态估计器: 增加偏差的情况

在本实验中,陀螺仪测量值在时间 t=30s 处注入了  $\beta$  = [-0.08,0.12,-0.18]<sup>T</sup> rad/s 的偏差,加速度计测量值在时间 t=45s 处添加了  $\alpha$  = [0.5,-0.3,-0.6]<sup>T</sup> m/s<sup>2</sup> 的偏差。图 3.5-3.6 和图 3.9-3.10 显示了惯性位置、Euler 角、陀螺仪偏差和加速度计偏差的估计结果,其中实线表示参数的真实值,红线表示基于 Euler 法的卡尔曼滤波器估计,黄线表示基于四元数的卡尔曼滤波器估计。此外,图 3.7 显示了 Euler 实现所生成的体坐标系下的速度估计,而图 3.8 表示四元数实现下在存在偏差时惯性坐标系下的速度估计。可以看出,在偏差发生后,四旋翼状态与真实值略有偏离,这在 Euler 角中更为明显,但是滤波器很快估计出偏差并调整陀螺仪和加速度计测量。还应注意到,在存在加速度计和陀螺仪偏差时,滤波器很好地估计了状态估计,并保持所有状态估计在可接受范围内。图 3.9 和 3.10 显示了陀螺仪和加速度计的偏差估计。从这两个图中可以看出,一旦添加了偏差,卡尔曼滤波器就能快速估计这些偏差以确保其他状态的良好估计。

陀螺仪和加速度计的测量中已经存在一些偏差,并且也被卡尔曼滤波器估计。从图 3.5-3.8 可以看出,在添加偏差之前,状态估计与真实值非常接近。而在发生偏差后,状态估计中存在轻微漂移,尤其是在 Euler 角中更为明显。由于偏差被



### 图 3.6 带附加偏差的 Euler 角估计值

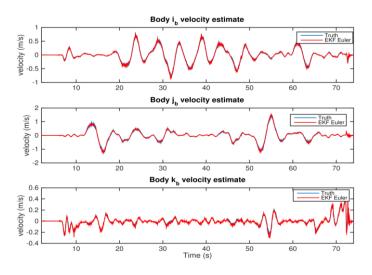


图 3.7 根据 Euler 模型估计的带附加偏差的车身坐标系速度

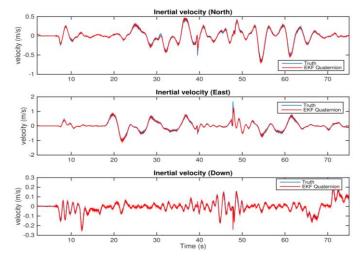


图 3.8 基于四元数模型估计的带附加偏差的惯性坐标系速度

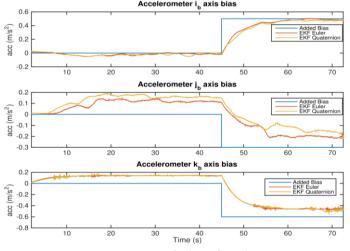
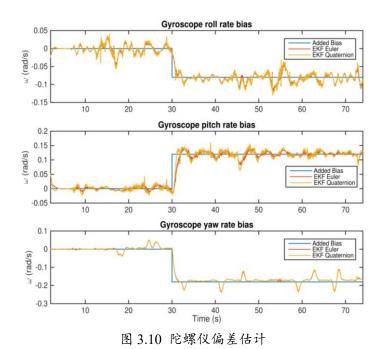


图 3.9 加速度计偏差估计



# 3.4.3 估计 EULER 角、高度和垂直速度

在这种情况下,我们将讨论由 EKF 生成的关于 Euler 角、高度和垂直速度的估计值。由于这些估计值无需使用 Vicon 摄像系统,而只依赖于机载传感器,因此当我们丢失 Vicon 摄像系统(用于室内应用)或 GPS(用于室外应用)提供的位置测量值时,这些估计值就能派上用场。一旦检测到位置测量数据丢失,我们就可切换到卡尔曼滤波器,为四旋翼飞行器的成功飞行和着陆提供足够信息。本实验使用 Vicon 信号进行高度和偏航角测量,测试结果如图 3.11 和图 3.12 所示。图 3.11 和 3.12 显示了高度、沿 Z 轴的惯性速度和 Euler 角的估计值。在四旋翼飞行器起飞前,要进行地面校准,以减少加速度计和陀螺仪测量中存在的恒定偏差。然后从 IMU 测量值中减去这些恒定偏差,再输入卡尔曼滤波器。

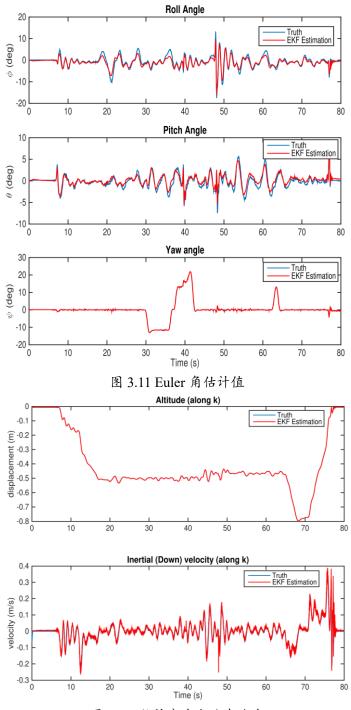


图 3.12 估计高度和垂直速度

### 3.5 结论

在本章中,讨论了扩展卡尔曼滤波器的设计以及其在实时系统(四旋翼无人机)上的实现。通过两种不同的方式实施 EKF,生成了以下状态的实验结果: 1. 位置、线速度、Euler 角、陀螺仪偏差和加速度计偏差。2. 高度、与高度相关的速度和 Euler 角。对于第一种情况,在没有加速度计和陀螺仪偏差的情况下,展示了基于 Euler 角和四元数的卡尔曼滤波器的结果。同时显示了在实时飞行过程中不同时刻添加的加速度计和陀螺仪测量偏差对估计结果的影响,使用了基于Euler 角和四元数的卡尔曼滤波器实现。可以看出,EKF 产生的结果在存在或不

存在偏差的情况下都非常准确。对于第二种情况,估计用于仅控制内环的状态,即高度、Euler 角和垂直速度。使用 Vicon 信号进行偏航角和高度测量,展示并讨论了这些估计状态的实验结果。这样做是为了测试滤波器的工作情况,但该 EKF 的主要目的是通过仅使用机载 IMU、磁力计和声纳传感器来消除对 GPS 信号(用于室外应用)和 Vicon 摄像系统(用于室内飞行)的依赖。因此,在安装声纳和磁力计传感器进行高度和偏航角测量后,它们将取代 Vicon 系统的测量结果。这使得实时四旋翼无人机飞行更加安全,特别是在室外飞行中可能由于干扰或干扰而丢失 GPS 信号的情况下。

# 第四章 线性二次型调节器

# 4.1 引言

本章采用双环控制结构,为所考虑的四旋翼飞行器开发带积分动作的线性二次型调节器(LQR)控制器。位置和偏航角参考值在运行过程中直接给出,而横滚和俯仰角参考值则从 x 和 y 位置控制器(外环)的输出中提取。(过程中所需的反馈来自第三章所述的扩展卡尔曼滤波器)。在假设位置测量值丢失的情况下,只有内环控制是有效的,在此期间不控制 x 和 y 位置,而是直接提供横滚和俯仰角参考值。为设计 LQR 控制器的反馈增益,对非线性四旋翼模型进行线性化处理。针对所需状态设计的 LQR 控制器已经实现,并通过在四旋翼飞行器上进行的实时飞行测试进行了演示。

# 4.2 线性二次型调节器综述

线性二次型调节器控制是针对输入和输出都有约束的系统开发的一种算法,用于确定使二次型性能标准最小化的状态反馈控制律[29]。Hall [30]和 Wiener [31] 首次提出了设计一个使跟踪误差平方积分最小化的反馈控制器的想法,Newton, Gould and Kaiser [32]进一步发展了这一想法。线性二次型问题出现后,立即成为许多有影响力的书籍[33-36]的一部分。假设四旋翼飞行器的线性状态空间模型如下:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{4.1}$$

其中, $A \in R^{n \times n}$  为状态矩阵, $B \in R^{n \times m}$  定义为输入矩阵,x 为包含n 个状态的状态向量,u 为包含m 个输入的输入向量。为设计 LQR 控制器,一对(A,B) 必须可控。LQR 控制器的设计可以为我们提供一个最优控制器,确保性能最大化,并将控制信号保持在物理约束范围内。主要目标是找到一个反馈增益 K,从而实现最优控制动作,使下面给出的成本函数最小化:

$$J = \int_{0}^{\infty} (x^{T} Q x + u^{T} R u) dt$$
 (4.2)

其中 $R \in R^{n \times n}$ 和 $Q \in R^{n \times m}$ 为与输入和状态相关的正定对称权重矩阵。Q矩阵中对角元素的值越大,意味着该元素对应的状态需要越小,以保持J越小。因此,

Q元素越大,状态收敛越快。同样,R值越大,控制输入越小,状态值也越大。由反馈增益产生的控制输入如下所示:

$$u = -Kx \tag{4.3}$$

其中, K为反馈增益, 用以下表达式确定:

$$K = R^{-1}B^TP \tag{4.4}$$

其中,P为正定对称矩阵,为Riccati 代数方程的解:

$$A^{T}P + PA + Q - PBR^{-1}B^{T}P = 0 (4.5)$$

通过改变Q和R矩阵来改变闭环极点的位置,从而改变系统性能。Q矩阵和R矩阵可根据 Bryson's 法则进行初始选择。由此得到的Q矩阵和R矩阵为对角阵,其元素如下所示:

$$Q_i = \frac{1}{x_{im}^2}, R_j = \frac{1}{u_{im}^2}$$
 (4.6)

其中, $x_{im}$ 为第i个状态的最大期望值, $u_{jm}$ 为第j个输入的最大期望值,可选为控制信号的饱和值。根据(4.6)所给出的权重矩阵初始值,观察实验四旋翼飞行器系统的响应。这些值不断变化,直至达到期望响应。

### 4.3 控制系统设计

### 4.3.1 控制架构

为实现对四旋翼飞行器的全面控制,需实现两个反馈控制回路。内环控制高度和姿态,外环控制 x 和 y 平移位置。横滚角和俯仰角的参考信号由 x 和 y 控制器输出生成。所有其他参考信号均由控制站直接提供。图 4.1 显示了使用 LQR 技术实现的控制结构,其反馈/测量数据来自上一章讨论的 EKF。

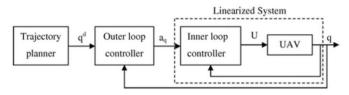


图 4.1 控制回路结构

为解决该问题,首先对非线性四旋翼飞行器模型进行线性化,然后对状态空间模型进行划分,设计出针对x和y平移位置、姿态和高度的 LQR 控制器,从而实现对四旋翼飞行器的完全控制。带积分动作的 LQR 控制器的一般框图如下:

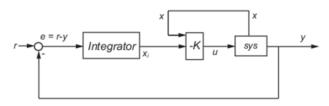


图 4.2 带积分动作的 LQR 控制框图

一旦非线性系统模型线性化,就可为 Euler 角、高度和平移位置设计增益 K 和积分增益。图 4.3-4.4 显示了将 EKF 估计值用作反馈信号的 LQR 控制器的实验实现。内环和外环控制块包含图 4.2 所示的 LQR 控制结构。在位置测量值可用且所有状态都已估计的情况下,实施图 4.3 所示的控制结构。而当位置测量值丢失时,实验模型会切换到第二个 EKF,提供足够的反馈信号来控制图 4.4 所示的内环参数。

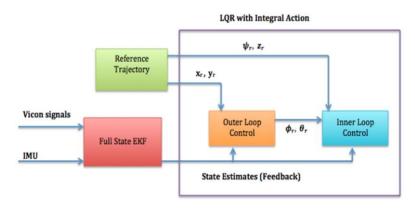


图 4.3 可进行位置测量时的实验装置框图

LQR with Integral Action

Reference Trajectory  $\psi_{r}, z_{r}, \phi_{r}, \theta_{r}$ EKF Estimating Attitude, Altitude and Vertical Velocity

State Estimates (Feedback)

图 4.4 无法进行位置测量时的实验装置框图

#### 4.3.2 控制律设计规范

横滚和俯仰角

横滚和俯仰角的动态特性非常相似,因此可使用类似的控制增益来控制它们。 控制器设计旨在满足横滚和俯仰角的以下规格要求。

- 超调量<20%
- 上升时间≤0.5s

偏航角和高度

偏航角的设计规格如下:

- 超调量<5%
- 上升时间≤0.7s

同样, 高度设计规格如下:

- 超调量≤15%
- 上升时间<1.5s

x和y位置

外环参数,即x和y位置,依赖于横滚角和俯仰角。因此,与x和y位置相比,横滚和俯仰角的响应必须更快。基于这一点,对x和y位置的设计规格要求如下。

- 超调量≤10%
- 上升时间<2s

# 4.3.3 线性化

状态空间模型由以下状态组成:

$$x = [p_{x_i} \ p_{y_i} \ p_{z_i} \ v_x \ v_y \ v_z \ \varphi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r]^T$$
 (4.7)

其中, $p_{x_i}$ 、 $p_{y_i}$ 和 $p_{z_i}$ 为惯性位置, $v_x$ 、 $v_y$ 和 $v_z$ 为惯性坐标系下的速度, $\varphi$ 、 $\theta$ 和 $\psi$ 为横滚角、俯仰角和偏航角,p、q和r为四旋翼飞行器机身坐标系下的角速率。为将我们的模型线性化为(4.1)所给出的形式,我们使用以下表达式来计算A和B矩阵:

$$A = \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{(x_{\sigma}, u_{\sigma})}, \quad B = \left[\frac{\partial f}{\partial u}\right]_{(x_{\sigma}, u_{\sigma})}$$
(4.8)

其中, $x_e$ 和 $u_e$ 分别为平衡点的状态和输入。平衡点是指四旋翼飞行器处于悬停位置时的点。求解(4.8)所给出的 Jacobian 矩阵并输入平衡状态和输入后,我们得到以下 A 和 B 矩阵:

可对线性状态空间模型进行划分,使其适合于采用 LQR 技术来控制 Euler 角、高度和平移位置。

# 4.3.4 姿态控制

在这种情况下,状态空间模型只考虑以下状态:

$$x_{e} = [\varphi \quad \theta \quad \psi \quad p \quad q \quad r \quad v_{x} \quad v_{y}]^{T} \tag{4.11}$$

与姿态控制相对应的状态和输入矩阵为

$$A_{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.71 & -0.569 & 0 & -0.111 & -5.98 \\ 0 & 0 & 0 & -0.149 & -3.842 & 0 & 4.453 & -0.083 \\ 0 & 0 & 0 & 0.052 & -0.18 & -0.614 & 0 & 0 \\ 0.1827 & -9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.235 & 0 \\ 9.808 & 0.1827 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.235 \end{bmatrix}$$

$$(4.12)$$

$$B_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 45.872 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.045 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32.68 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

同样,在这种情况下,输出向量 y。和控制信号 u。分别为

$$y_e = [\varphi \quad \theta \quad \psi]^T, \quad u_e = [\tau_\varphi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^T$$
 (4.13)

其中, $\tau_{\omega}$ 、 $\tau_{\theta}$ 和 $\tau_{\omega}$ 分别为横滚力矩、俯仰力矩和偏航力矩。为控制姿态而选 择的Q和R矩阵如下:

$$Q_e = \text{diag}([1 \ 1 \ 1.5 \ 1.5 \ 1.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 800 \ 800 \ 900]),$$
 $R_e = \text{diag}([16 \ 16 \ 25])$  (4.14)

增益矩阵 K 以及横滚、俯仰和偏航角的积分增益计算如下:

$$K_{e} = \begin{bmatrix} 2.58 & 0.03 & 0.008 & 0.38 & -0.007 & 0.001 & -0.002 & -0.1 \\ -0.03 & 2.59 & -0.03 & -0.006 & 0.38 & -0.004 & 0.073 & -0.002 \\ -0.007 & 0.02 & 2.33 & 0.001 & -0.002 & 0.43 & 0 & 0 \\ [K_{i_{\varphi}} & K_{i_{\theta}} & K_{i_{\psi}}] = [-7 & -7 & -6] \\ (4.15) \end{bmatrix}$$

需要注意的是,离轴量非常接近于零,可忽略而不影响控制性能,但在执行过程中仍需考虑。表 4.1 显示了(4.15)所示姿态控制反馈增益矩阵产生的闭环极点、阻尼比和固有频率。可以看出,所有特征值都在左平面内,从而确保了稳定性。

Poles	Damping Ratio $(\zeta)$	Natural Frequency $(\omega_n)$
-10.4 + 2.25i	0.977	10.6
-10.4 - 2.25i	0.977	10.6
-10.6 + 2.45i	0.974	10.8
-10.6 - 2.45i	0.974	10.8
-7.28 + 4.55i	0.848	8.58
-7.28 - 4.55i	0.848	8.58
-0.358	1	0.358
-0.339	1	0.339

表 4.1 特征值、阻尼比和固有频率

### 4.3.5 高度控制

对于高度控制,我们忽略了除以下状态之外的所有状态。

$$x_{alt} = \left[ p_x \, v_z \right]^T \tag{4.16}$$

从而得到以下描述的近似模型:

$$A_{alt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.235 \end{bmatrix}, \quad B_{alt} = \begin{bmatrix} 0 & -0.784 \end{bmatrix}^{T}$$
 (4.17)

在这种情况下,输出和输入如下:

$$y_{alt} = p_{z_i}, u_{alt} = F (4.18)$$

其中F为推力。使用权重矩阵

$$Q_{alt} = \text{diag}([0.2 \quad 0.1 \quad 3]), R_{alt} = 0.2$$
 (4.19)

就会产生以下反馈增益和积分增益:

$$K_{alt} = [-5.54 \quad -3.54], \quad K_{i_{alt}} = 3.9$$
 (4.20)

注意,增益矩阵中的负号是因为z轴朝下。为使四旋翼飞行器向上远离地面,必须给出一个负的高度参考。所设计的反馈增益可产生稳定的闭环极点,如下表4.2 所示。

表 4.2 特征值、阻尼比和固有频率

Poles	Damping Ratio $(\zeta)$	Natural Frequency $(\omega_n)$
-1.63 + 1.57i	0.72	2.26
-1.63 - 1.57i	0.72	2.26

# 4.3.6 X 和 Y 位置控制

参与控制 x 和 y 位置的状态有

$$x = \begin{bmatrix} p_{x_i} & p_{y_i} & v_x & v_y \end{bmatrix}^T \tag{4.21}$$

因此,设计x-y位置控制器的相应状态矩阵和输入矩阵为

$$A_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.235 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.235 \end{bmatrix}, \quad B_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.1827 & 9.808 \\ 0 & 0 & -9.81 & 0.1827 \end{bmatrix}^{T}$$
 (4.22)

同样,输出向量 y,和控制信号 u,分别为

$$y_p = [p_{x_0} \ p_{y_0}]^T, u_p = [\varphi \ \theta]^T$$
 (4.23)

选择以下对角权重矩阵Q和R:

$$Q_{xy} = \text{diag}([0.01 \ 0.01 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.12 \ 0.12]), \quad R_{xy} = \text{diag}([2.5 \ 2.5])$$
(4.24)

现在,利用(4.4)和(4.5)可得到以下反馈增益矩阵。

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} 0.007 & 0.34 & 0.005 & 0.24 \\ -0.34 & 0.007 & -0.24 & 0.005 \end{bmatrix}, [K_{i_x} \quad K_{i_y}] = [0.22 \quad -0.22] \quad (4.25)$$

其中, $K_{xy}$ 表示反馈增益矩阵, $K_{i_x}$ 和  $K_{i_y}$ 分别为 x 和 y 位置控制的积分增益。

从(4.25)中可以看出, *x* 和 *y* 位置控制增益矩阵中的离轴项非常小, 忽略它们不会对运行造成任何影响。表 4.3 列出设计增益后的闭环极点。可以看出, 所有特征值均为负值, 这意味着系统是稳定的。

表 4.3 特征值、阻尼比和固有频率

Poles	Damping Ratio $(\zeta)$	Natural Frequency $(\omega_n)$
-1.32 + 1.3i	0.712	1.85
-1.32 - 1.3i	0.712	1.85
-1.32 + 1.3i	0.712	1.85
-1.32 - 1.3i	0.712	1.85

### 4.4 仿真结果

本节将描述所设计的带积分作用的 LQR 控制器的仿真结果。为评估控制器性能,开发了一个 Simulink 模型来实现 LQR 控制器和第二章所述的非线性系统动力学。通过积分非线性四旋翼飞行器系统动力学来生成状态反馈。实现的 Simulink 模型分为三个部分,即高度控制、姿态控制以及x和y位置控制。图 4.5 显示了所设计的 LQR 控制器的 Simulink 模型,以显示算法的有效性。红色、绿

色和黄色子系统/方框分别表示高度、姿态以及x和y位置控制器。这些子系统的主体包含图 4.2 所示的控制环和第二章所述的非线性系统动力学。注意,根据图 4.1 所示的控制环结构,横滚角和俯仰角参考值由x和y位置控制器的输出生成。

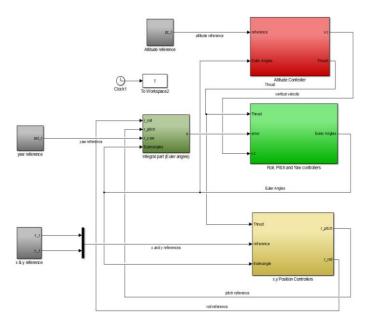


图 4.5 LQR 控制器的 Simulink 模型

为验证所设计的 LQR 控制器的跟踪性能,使用仿真模型观察了内环和双环控制的状态阶跃响应。图 4.6-4.7 显示了仅建立内环控制时 Euler 角和高度的阶跃响应。图 4.8-4.10 显示了对x-y位置和高度施加阶跃指令时x和y位置、Euler 角和高度的响应。跟踪性能可以接受,符合设计规范。

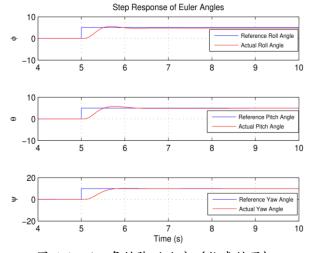


图 4.6 Euler 角的阶跃响应(仿真结果)

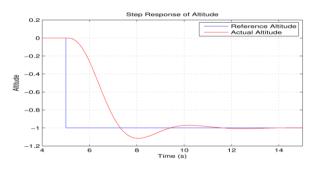


图 4.7 高度的阶跃响应 (仿真结果)

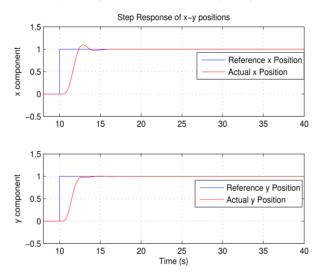


图 4.8 x-y 位置的阶跃响应(仿真结果)

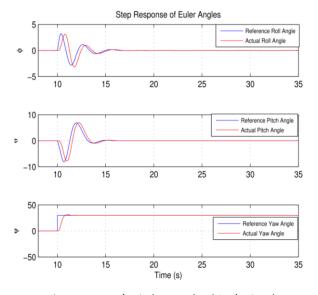


图 4.9 Euler 角的阶跃响应(仿真结果)

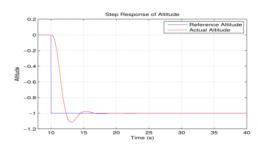


图 4.10 高度的阶跃响应 (仿真结果)

为进一步验证所设计的 LQR 控制器的有效性,我们对以下参考轨迹的跟踪性能进行了观察:

1. 命令四旋翼飞行器到达距离惯性坐标系原点一米的高度,即

$$alt_r = -1 \tag{4.26}$$

其中alt.为高度参考信号。

2. 在四旋翼飞行器到达参考高度后,会生成以下x和y位置参考指令。

$$x_r = 0.8\sin(0.5t) \tag{4.27}$$

$$y_r = 0.8\cos(0.5t) \tag{4.28}$$

其中, $x_r$ 和  $y_r$ 分别为 x 和 y 位置的参考信号。图 4.11-4.13 显示了 LQR 控制器生成的 x-y 位置、Euler 角和高度的跟踪性能。从这些图中可以看出,所有状态都能很好跟踪参考信号,并且四旋翼飞行器能遵循 Simulink 生成的参考轨迹。虽然 x 和 y 位置控制器的跟踪性能似乎有些滞后,但整体性能看起来还是相当不错的。这可能是由于内环/外环响应时间造成的,一般来说,实际位置和指令位置之间存在一定的滞后是很自然的。Euler 角能准确跟踪参考信号,而不会出现平移位置时的明显滞后。

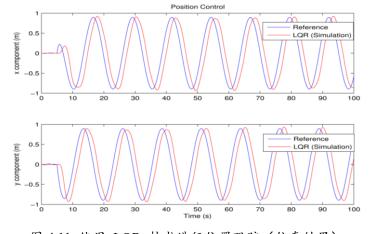


图 4.11 使用 LQR 技术进行位置跟踪(仿真结果)

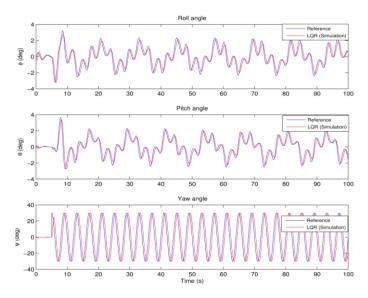


图 4.12 使用 LQR 技术跟踪横滚角、俯仰角和偏航角 (仿真结果)

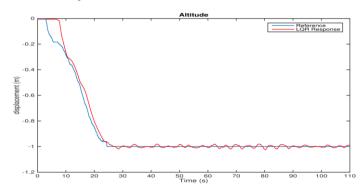


图 4.13 使用 LQR 技术进行高度跟踪(仿真结果)

### 4.5 实验结果

本节介绍了在室内四旋翼飞行测试环境中使用实时实验结果展示了实现的LQR 控制器的有效性。在实现过程中,使用第三章中描述的卡尔曼滤波器提供状态信息,没有直接使用传感器值进行反馈。实现了三种不同的模型,即姿态、高度和 x-y 位置控制。所有这些参数都使用在设计 LQR 控制器时计算出的反馈和积分增益同时进行控制。在外环控制的情况下,横滚和俯仰角参考值被生成为x-y 控制器的输出。而当只建立内环控制时,横滚和俯仰角参考值直接来自控制站。图 4.15-4.16 分别显示了姿态、高度和 x-y 位置的跟踪性能。Euler 角的跟踪性能看起来非常有前途,而位置跟踪在应用参考和实际位置之间具有更多的滞后(与 Euler 角跟踪相比)。尽管如此,实现的 LQR 控制器的整体跟踪性能相当不错。图 4.17-4.19 显示了调整后的机体速率、惯性速度和执行器控制信号。值得注意的是,速率在可允许范围内,且控制信号在整个实时飞行过程中未出现饱和,这是针对实际系统设计的控制器的要求。

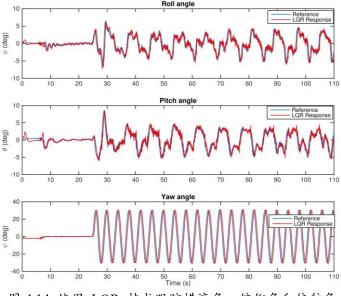


图 4.14 使用 LQR 技术跟踪横滚角、俯仰角和偏航角

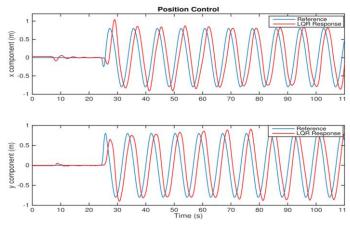


图 4.15 利用 LQR 技术进行定位跟踪

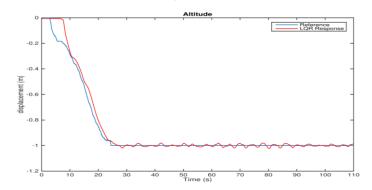


图 4.16 利用 LQR 技术进行高度跟踪

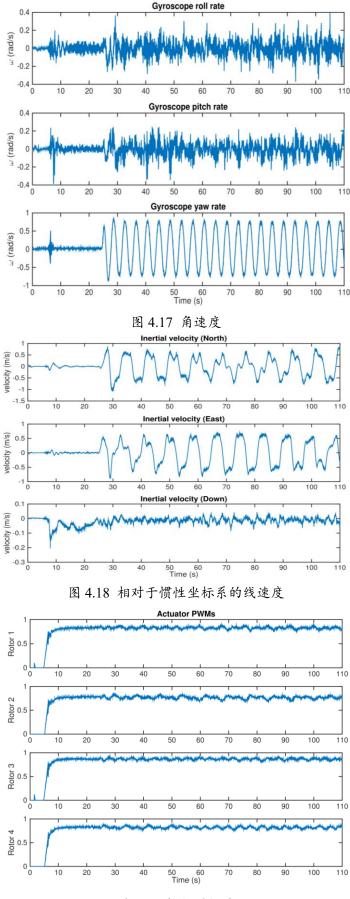


图 4.19 执行器信号

### 4.6 结论

本章介绍了针对四旋翼飞行器线性化系统模型设计的 LQR 控制器的仿真和实时飞行测试结果。该 LQR 控制器用于控制四旋翼飞行器在实时飞行过程中的x-y位置、Euler 角和高度。在仿真和实时飞行测试中,对所设计算法的圆轨迹跟踪性能进行测试。实时飞行的结果与仿真结果相似。在正常情况下,当x-y位置反馈可用时,内环和外环控制都会建立。在位置测量可能丢失的情况下,只控制内环参数。只要四旋翼飞行器的运行接近微调条件,结果就会令人满意。但是,如果系统偏离微调条件,LQR 控制器可能会失效,因为它是使用线性化系统模型设计的,该模型在接近微调值时有效。因此,状态参考指令应限制在接近微调条件的值。仿真所需的测量值由非线性状态方程积分给出,而实时飞行所需的测量值则由第三章所述的扩展卡尔曼滤波器提供。

# 第五章 障碍物探测与 C MEX S-FUNCTIONS

# 5.1 引言

本节将讨论一种使用激光测距传感器和 C MEX S-functions 将 C 程序集成到 Simulink 模型中的障碍物检测方案。使用二维激光测距传感器生成点云,以显示传感器范围内存在的障碍物。此外,还对 C MEX S-functions 中的 C 代码进行了多线程概念测试。激光测距仪的 C 库也通过必要的修改移植到 C MEX S-functions 文件中,以便与 Simulink 兼容。最后,将扫描结果保存到文件中,并绘制成图,以查看环境中存在的障碍物与传感器原点的距离。

### 5.2 问题的提出

### 5.2.1 障碍物检测

使用 Hokuyo URG-04LX-UG01 激光测距传感器提供目标与车辆之间的距离测量[37]。它可以检测到 20mm 至 5600mm 之间的障碍物,并具有 240° 的扫描范围和 0.36° 的角分辨率。为测试传感器并生成合适的距离测量,使用了内置 C 库[38]。在图 5.1 中,传感器前端指向右侧,传感器左侧指向上方。传感器的扫描从 0 处开始,而结束于覆盖 240° 的最大索引点。随着传感器完成一次扫描,索引从 0 变化到 681。未被蓝色阴影覆盖的区域不被激光传感器扫描。通过使用激光传感器扫描室内环境周围的方式获得类似于图 5.1 所示的扫描。为了生成地图,将传感器的 C 库转换为 CMEXS-functions。为从传感器获取距离测量,建立通信,并将环境的完整扫描距离数据保存在文件中。使用保存的数据并进行一些操作后,根据传感器坐标系绘制出激光传感器范围内的障碍物。

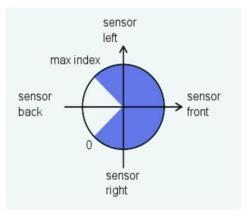


图 5.1 激光测距仪扫描[39]

#### 5.2.2 CMEXS-functions

C MEX S-functions 用于将 C 代码与 MATLAB/Simulink 集成。C MEX S-functions 的一般结构如图 5.2 所示。

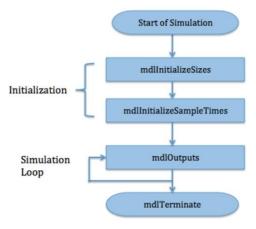


图 5.2 一个 C MEX S-function 的图解[40]

初始化块指定了输入和输出的数量、端口大小和采样时间。CMEX 文件中的输出函数 mdlOutputs 会在每一步时间被调用,以计算输出。最后,mdlTerminate 函数用于在仿真结束时执行任务。C MEX S-function 使用 pthread 库实现了线程概念。在 CMEX 文件中包含了 pthread 库,并编写了一段简单的代码,其中在初始化块中创建了一个线程对象,该对象指向一个函数。该函数的主体可以是任何符合要求的内容,但为了测试目的,会在该线程函数中计算一个变量,作为mdlOutputs 块的输出。该函数可用于实现复杂的算法(例如,以避开障碍物为目的),如果不使用线程,这些算法的执行会非常耗时。互斥也用于锁定和解锁线程,以保护输出所需数据。仿真结束后,在 mdlTerminate 块中写入所需命令,线程就会退出/停止。图 5.3 显示了未来可能使用的实验模型,该模型使用 C MEX S-function,包含所需的 C 语言库,并在其中实施了障碍物检测和规避算法,同时仍使用已开发的 EKF 和 LQR 技术进行状态估计和控制。

#### **Experimental Model**

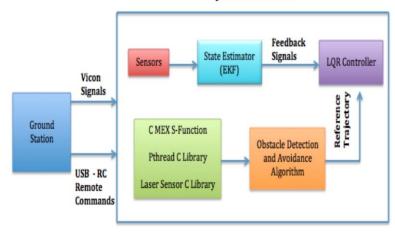


图 5.3 提出的实验模型

### 5.3 初步结果

本节将介绍利用激光测距传感器的距离测量值和索引信息生成周围环境二维点云的模拟结果。然后将二维点云转换为显示障碍物大小和距离的地图。距离测量值相对于传感器原点显示,并遵循图 5.1 所示的轴系统。图 5.4 显示了以 x 和 y 坐标表示的二维点云,其中红点表示激光传感器一次完整扫描时以 x 和 y 坐标表示的障碍物距离。此外,利用该二维点云和数据点之间的欧氏距离,绘制出图 5.5 所示的二维地图,以确定测试环境中不同障碍物的大小。工作环境中的障碍物是随机放置的,而激光传感器绘制的二维地图与测试环境十分相似,这证明了传感器的准确性,以及传感器 C 库在 Simulink C MEX S-function 中的成功集成。

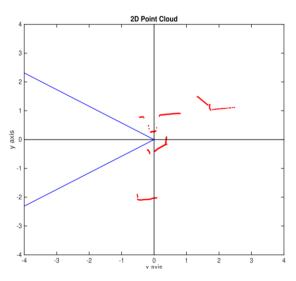


图 5.4 周围环境的二维点云

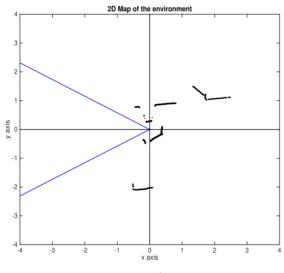


图 5.5 周边环境二维地图

### 5.4 结论

在本章中,C MEX S-functions 用于将 C 库和程序与 Simulink 模型集成。激光测距传感器 C 库被移植到 C MEX S-functions 中,以获取距离测量值并生成环境的二维点云和地图。二维点云和地图可用于根据传感器原点的 x 和 y 坐标轻松识别传感器范围内的障碍物。此外,pthread 库还集成了 C MEX S-functions,稍后将用于执行与障碍物检测和规避算法相关的高计算成本任务。

# 第六章 结论和展望

# 6.1 成果概要

无人机四旋翼在军事和民用应用中日益增长,并且研究人员选择将其作为进 行机器人学、自动驾驶车辆和飞行控制算法等领域的大量研究的平台。为了提高 四旋翼无人机的自主性和可靠性,需要采用先进的控制技术来提高系统性能和安 全性。在这些挑战的启发下,本文介绍了扩展卡尔曼滤波器的设计和实时实现, 用于估计四旋翼的状态,并使用带有积分作用的线性二次型调节器(LOR)控制器 来满足控制目标。本文考虑了两种不同情况下使用扩展卡尔曼滤波器进行状态估 计。首先,实施了全状态扩展卡尔曼滤波器,该滤波器估计所有四旋翼状态以及 IMU 传感器的偏差/故障。在此情况下,使用 Vicon 运动摄像系统提供位置和偏 航角测量。其次,实施了另一个扩展卡尔曼滤波器,该滤波器仅估计四旋翼的横 滚和俯仰角、高度和垂直速度。此扩展卡尔曼滤波器的可用测量值仅为高度、偏 航角和 IMU 数据。在第一种情况下,建立了内环和外环控制,而在第二种情况 下仅建立了内环控制。本文在实时测试环境中测试了设计算法对两个扩展卡尔曼 滤波器的有效性。为了实现四旋翼的控制目标,实施了带积分动作的 LQR 控制 器。本文提供了仿真和实时飞行结果,以验证 LOR 控制器性能。LOR 控制器所 需反馈信号由 EKFs 生成的状态估计提供。使用 LQR 技术建立了内环和外环控 制器。在正常情况下(即当位置测量可用且来自第一个 EKFs 的估计被使用时),

同时控制内环和外环,其中横滚和俯仰角参考由 x 和 v 位置控制生成。假设位置

测量值丢失,外环控制被忽略,只控制 Euler 角和高度,意味着只控制内环变量/状态。在这种情况下,横滚和俯仰角参考作为直接指令给出,反馈信号来自第二个 EKFs 的状态估计。最后,描述将 C 程序与 Simulink C MEX S-functions 集成的一些初步结果。使用激光测距传感器生成环境的 2D 地图,以识别传感器范围内存在的障碍物。这是通过将激光传感器的 C 库转换为 C MEX S-functions 来实现的。还描述了多线程和使用 C MEX S-functions 将 pthread 库与 Simulink 集成,这可用于执行与障碍物检测和避障算法相关的计算密集型任务。

### 6.2 未来展望

在第二个扩展卡尔曼滤波器的实现中,高度和偏航参考信号是从 Vicon 摄像 系统获取的, 但在实际应用中, 可以使用机载传感器如磁力计和声纳传感器来讲 行偏航和高度测量。这些传感器可以在将来添加并与扩展卡尔曼滤波器和控制器 集成,以便算法仅使用机载传感器。对于偏航测量,可以选择 HMC6343 磁力计 [41], 它可使用 I2C 通信协议与可用控制器集成。高度测量可通过安装 LV-MaxSonar 超声波测距传感器[42]来提供。通过实施一个避障算法来增加系统的功 能,实现自主飞行。为完成该任务,首先需要设计一种路径生成和跟踪算法,该 算法可以根据定义的路径将四旋翼带到三维空间中的任意点。多年来, 研究人员 引入了许多不同的路径生成技术[43-46]。正在为本文描述的四旋翼系统开发一种 简单的引导技术,例如[47]中描述的视线引导的航点引导算法。在该算法中,视 线引导算法找到车辆速度向量和目标之间的角度。因此,通过将车辆速度矢量指 向目标,车辆接近目标,通过考虑车辆与目标之间的欧式距离来实现。在将上述 路径生成算法与本文中描述的当前系统集成后,我们将处于一个阶段,可以开发 避障检测和路径规划技术来避免四旋翼与生成的路径之间的任何障碍物。研究人 员使用了多种不同类型的传感器,包括激光测距仪、立体相机、单目相机等,来 获取距离测量。其中,激光测距仪因为操作不需要复杂的图像处理算法且不需要 太多计算资源而被广泛使用。由于我们更关注于检测障碍物而不是识别特定目标, 所以相机对我们来说不是特别重要。在室内测试中,可以使用 Hokuvo URG-04LX-UG01 激光测距仪传感器[37]来提供目标与车辆之间的距离测量。正在使用 从激光测距仪传感器获取的距离测量数据开发避障算法,该算法在 Simulink 中 实现为 C MEX S-FUNCTION 文件[48]。这有助于减少当前用于实验测试的 Simulink 模型上的额外计算负荷。最后,将开发一种路径避障算法来避免任何障 碍物。例如,[49,50]使用多个二维激光测距仪生成三维数据,[51]利用单目视觉 的特征估计进行地形建图,[52,53]从立体视觉的三维地图进行高级路径规划以检 测车辆行驶路径上的障碍物,还有其他的方法。本文中开发的卡尔曼滤波器和线 性二次型调节器控制方法为进一步发展先进的导航和控制技术奠定了良好基础。