Section 1.4

5

a) There is a student who spends more than 5 hours every weekday in class.

b) Every student spends more than 5 hours every weekday in class.

c) There is a student who does not spend more than 5 hours every weekday in class.

d) No student spends more than 5 hours every weekday in class.

8

a) If an animal is a rabbit, then that animal hops

b) Every animal is a rabbit and hops.

c) There exists an animal such that if it is a rabbit, then it hops.

d) There exists an animal that is a rabbit and hops.

12

a) Since $0+1>2*0$, we know that $Q(0)$ is true.
b) Since $(-1)+1>2*(-1)$, we know that $Q(-1)$ is true.
c) Since $1+1=2*1$, we know that $Q(1)$ is false.
d) For $Q(x)$ is true, so $\exists x Q(x)$ is true.
e) For $Q(x)$ is false, so $\forall x Q(x)$ is false
f) For $Q(x)$ is false, so $\exists x \neg Q(x)$ is true.
g) For there is at least one x that makes $Q(x)$ true, so $\forall x \neg Q(x)$ is false.

15

a) T

b) F

c) T

d) F

19

a) $P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \vee P(5)$

b) $P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \wedge P(5)$

c) $\neg(P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \vee P(5))$

d) $\neg(P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \wedge P(5))$

e) $(P(1) \wedge P(2) \wedge P(4) \wedge P(5)) \vee (\neg P(1) \vee \neg P(2) \vee \neg P(3) \vee \neg P(4) \vee \neg P(5))$

24

$C(x)$ x is in your class $P(x)$ be x has a cellular phone $F(x)$ be x has seen a foreign movie

$S(x)$ x can swim $Q(x)$ x can solve quadratic equations $R(x)$ be x wants to be rich

a) first : $\forall x P(x)$ second: $\forall x(C(x) \rightarrow P(x))$

b) first: $\exists x F(x)$ second: $\exists x(C(x) \wedge F(x))$

c) first: $\exists x \neg S(x)$ second: $\exists x(C(x) \wedge \neg S(x))$

d) first: $\forall Q(x)$ second: $\forall x(C(x) \rightarrow Q(x))$

e) first: $\exists x \neg R(x)$t second:$\exists x(C(x) \wedge \neg R(x))$

31

a) $Q(0,0,0) \wedge Q(0,1,0)$

b) $Q(0,1,1) \vee Q(1,1,1) \vee Q(2,1,1)$

c) $\neg Q(0,0,0) \vee \neg Q(0,0,1)$

d) $\neg Q(0,0,1) \vee \neg Q(1,0,1) \vee \neg Q(2,0,1)$

36

a)

$$\exists x((x \leq -2) \vee (x \geq 3))$$

b)

$$\exists x((x < 0) \vee (x \geq 5))$$

c)

$$\forall x((x < -4) \vee (x > 1))$$

d)

$$\forall x((x \leq -5) \vee (x \geq -1))$$

38

a) $1, 0$

b) $\pm\sqrt{2}$

c) 0

46

不等价

$\forall x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$和$\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x Q(x)$ 不是逻辑等价的，因为它们在不同的情况下可能有不同的真值。

举个例子，假设 $P(x)$ 表示 x 是偶数，$Q(x)$ 表示 x是负数。那么：

- $\forall x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$的意思是对于所有的$x$，要么都是偶数且负数，要么都不是。这个命题是假的，因为存在一些 x 是偶数但不是负数（比如 2），也存在一些 x 不是偶数但是负数（比如-1）。
- $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x Q(x)$的意思是对于所有的$x$，要么都是偶数，要么都是负数。这个命题也是假的，因为存在一些 x 既不是偶数也不是负数（比如 1）。

但如果我们改变 $P(x)$ 和 Q(x) 的定义，比如让 $P(x)$ 表示 x 是正整数，$Q(x)$表示 x 大于 0。那么：

- $\forall x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$的意思是对于所有的 x，要么都是正整数且大于 0，要么都不是。这个命题是真的，因为正整数和大于 0 的概念相同。
- $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x Q(x)$的意思也是对于所有的 x，要么都是正整数且大于 0，要么都不是。这个命题也是真的。

所以我们可以看到，在不同的情况下，两个命题可能有相同或者不同的真值。这就说明它们不具有逻辑等价性。

49

a) 如果 A 是真的，那么两边都和 $\forall x P(x)$ 逻辑等价。如果 A 是假的，那么左边显然是假的。而且，对于任意的 x，$P(x) \wedge A$ 都是假的，所以右边也是假的。因此，两边是逻辑等价的

b) 如果 A 是真的，那么两边都和 ∃x P(x) 逻辑等价。如果 A 是假的，那么左边显然是假的。而且，对于任意的 x，$P(x) \wedge A$都是假的，所以 $\exists x(P(x) \wedge A)$ 也是假的。因此，两边是逻辑等价的

53

为了证明这两个命题不是逻辑等价的，让 P(x) 表示“x 是正数”，让 $Q(x)$ 表示“x 是负数”，并且定义域是整数集合。那么 $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ 是真的，但是 $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ 是假的

60

$$grandfather(X,Y) :- father(X,Z),(mother(Z,Y);father(Z,Y)).$$

这意味着 X 是 Y 的祖父当且仅当 X 是 Z 的父亲，而 Z 是 Y 的母亲或父亲。

63

a) $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

b) $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$

c) $\forall x(\neg Q(x) \rightarrow S(x))$

d) $\forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

e) 不能 a) 对于任意 x，如果 P(x)，则非 Q(x) b) 对于任意 x，如果 R(x)，则非 S(x) c) 对于任意 x，如果非 Q(x)，则 S(x) d) 对于任意 x，如果 P (x)，则非 R(x) e) 结论成立。假设 x 是一个婴儿。那么，根据第一个前提，x 是不合逻辑的，所以根据第三个前提，x 是被鄙视的。第二个前提说，如果 x 能够驾驭鳄鱼，那么 x 就不会被鄙视。因此，x 不能驾驭鳄鱼

Section 1.5

4

a) 你们班有些学生选了一些计算机科学课程。 b) 你们班有一个学生选了所有的计算机科学课程。 c) 你们班每个学生至少选了一门计算机科学课程。 d) 有一门计算机科学课程是你们班每个学生都选了的。 e) 每门计算机科学课程都至少有一个你们班的学生选了。 f) 你们班每个学生都选了所有的计算机科学课程。

8

a) $\exists x \exists y Q(x, y)$ b) $\neg(\exists x \exists y Q(x, y)$

c) $\exists x (Q(x, \text{Jeopardy!}) \land Q(x, \text{Wheel of Fortune})$

d) $\forall y \exists x Q(x, y)$

e) $\exists x_1 \exists x_2 (Q(x_1, \text{Jeopardy!}) \land Q(x_2, \text{Jeopardy!}) \land x_1 \neq x_2)$

18

a) $\forall f (H(f) \rightarrow \exists c A(c))$ A(x): 控制台可以被访问

H(x): 错误x发生

b) $(\forall u \exists m (A(m) \land S(u, m))) \rightarrow \forall u R(u)$

A(x): 存档包含信息x

S(x,y): 用户x发送了信息y

R(x): 用户x的邮箱地址可以被检索到

c) $(\forall b \exists m D(m, b)) \leftrightarrow \exists p \neg C(p)$

D(x,y): 机制x可以检测到漏洞y

C(x): 进程x已经被破坏

d) $\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow \exists p \exists q (p \neq q \land C(p, x, y) \land C(q, x, y)))$

C(p,x,y): 路径p连接端点x和端点y

e) $\forall x ((\forall u K(x, u)) \leftrightarrow x = \text{SysAdm})$

K(x,y): x知道用户y的密码

25

a) 实数有一个乘法单位元

b) 两个负实数的乘积总是一个正实数

c) 存在实数 x 和 y，使得 x^2 超过 y，但 x 小于 y

d) 实数在加法运算下是封闭的

33

a) $\exists x \exists y \neg P(x,y)$

b) $\exists y \forall x \neg P(x,y)$

c) $\exists y \exists x (\neg P(x,y) \land \neg Q(x,y))$

d) $(\forall x \forall y P(x,y)) \lor (\exists x \exists y \neg Q(x,y))$

e) $\exists x (\forall y \exists z \neg P(x,y,z) \lor \forall z \exists y \neg P(x,y,z))$

40

a) $x=0$，因为对于任何实数 y，都没有 $0=1/y$

b) 改写为 $y^2<100+x$ 由于平方永远不会是负数，-101就是一个反例

c) 这是不正确的，因为六次幂既是平方又是立方。平凡的反例包括 $x=y=0$ 和$x=y=1$，但我们也可以取像 x = 27 和 y = 9 这样的值，因为$27^2=3^6=9^3$

Section 1.6

9

a) 有效的结论是“我没有请星期二的假”，“我请了星期四的假”，和“星期四下雨了”

b) “我没有吃辣食，也没有打雷”是一个有效的结论

c) “我很聪明”是一个有效的结论

d) “拉尔夫不是计算机科学专业的”是一个有效的结论

e) “你买很多东西对美国有好处，对你也有好处”是一个有效的结论

f) “老鼠咬食物”和“兔子不是啮齿动物”是有效的结论

11

假设p_1，p_2，…，p_n都是真的。我们想要证明$q\to r$是真的。如果q是假的，那么我们就完成了。 否则，q是真的，所以根据给定论证形式的有效性（即当p_1，p_2，…，p_n，q都是真的时， 那么r必须是真的），我们知道r是真的

19

a) Fallacy of affirming the conclusion

b) Fallacy of begging the question

c) Valid argument using modus tollens

d) Fallacy of denying the hypothesis

24

步骤3和步骤5是不正确的;简化适用于连词，而不适用于析取词。

29

1. $\exists x \neg P(x)$ Premise前提
2. $\neg P(c)$ Existential instantiation from(1)
3. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ Premise
4. $P(c) \vee Q(c)$ Universal instantiation from (3)
5. $Q(c)$Disjunctive syllogism from (4) and (2)
6. $\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$ Premise前提
7. $\neg Q(c) \vee S(c)$ Universal instantiation from (6)
8. $S(c)$ Disjunctive syllogism from (5) and (7)
9. $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ Premise前提
10. $R(c) \rightarrow \neg S(c)$ Universal instantiation from (9)
11. $\neg R(c)$ Modus tollens from (8) and (10)
12. $\exists x \neg R(x)$ Existential generalization from

Section 1 .7

17

假设x ≥ 1或y ≥ 1不是真的。那么x < 1和y < 1。把这两个不等式相加，我们得到x + y < 2，这就是否定了x + y ≥ 2

25

如果我们在每周的每一天选择9天或更少的天数，那么这最多只能占到9·7 = 63天。但是我们选择了64天。这个矛盾表明，我们选择的至少10天必须在同一周的同一天

29

假设n是奇数，那么n = 2k + 1对于某个整数k成立。那么5n+6 = 5(2k+1)+6 = 10k+11 = 2(5k+5)+1。因此，5n + 6是奇数。为了证明逆命题，假设n是偶数，那么n = 2k对于某个整数k成立。那么5n + 6 = 10k + 6 = 2(5k + 3)，所以5n + 6是偶数。因此，当且仅当5n+6是奇数时，n是奇数

43

证明思路为：证明这四个命题是等价的，通过证明(i)蕴含(ii)，(ii)蕴含(iii)，(iii)蕴含 (iv)，和(iv)蕴含(i)。首先，假设n是偶数。那么$n=2k$对某个整数k成立。那么$n+1=2k+1$，所以 $n+1$是奇数。这说明了(i)蕴含(ii)。接下来，假设 $n+1$是奇数，所以$n+1=2k+1$对某个整数k成立。 那么$3n+1=2n+(n+1)=2(n+k)+1$，这 说明了$3n+1$是奇数，表明了(ii)蕴含(iii)。接下来， 假设$3n+1$是奇数，所以$3n+1=2k+1$对某个 整数k成立。那么 $3n=(2k+1)-1=2k$，所以 $3n$ 是偶数。 这说明了 (iii) 蕴含 (iv) 。最后，假设 n 不是 偶数。那么 n 是奇数，所以 $n=2k+1$ 对某个整数 k 成立。那么 $3n=3(2k+1)=6k+3=2(3k+1)+1$, 所以 $3n$ 是奇数。 这完成了一个反证法的证明 (iv) 蕴含 (i).

Section 1.8

23

如果x本身是一个整数，那么我们可以取$n = x$和$\epsilon = 0$。在这种情况下，没有其他解决方案可能，因为如果整数n大于x，那么n至少是$x+1$，这将使$\epsilon \geq 1$。如果x不是一个整数，那么将它向上取整到下一个整数，并称之为n。令$\epsilon = n - x$。显然$0 \leq \epsilon < 1$；这是唯一能与这个n一起工作的ϵ，而且n不能再大了，因为ϵ被限制在小于1

34

我们令$x = m^2 - n^2$，$y = 2mn$，和$z = m^2 + n^2$。那么
$x^2 + y^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n2^= m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2 = z^2$
。因此我们找到了无穷多个解，因为m和n可以任意大。

43

不失一般性，假设棋盘的左上角和右上角被去掉了。用三个横向的多米诺骨牌填充第一行剩下的部分，用四个横向的多米诺骨牌填充其他七行

49

去掉与白色角相邻的两个黑色方块，除去那个角以外的两个白色方块。然后没有多米诺可以覆盖那个白色的角落