

一、城市某处公共设施发生损坏， n 位市民同时发现了这一情况。每位市民有两种策略，参与维修和视而不见。由于损坏程度较轻，只要有一人参与维修设施即可复原。设施复原对每位市民带来的收益均为 v ，而参与维修的市民均付出代价 c 。设 $v > c > 0$ 。

(1) 试建立该问题的博弈模型，并求出所有纯策略意义下的 Nash 均衡。

(2) 用 (p, q) 表示如下的混合策略：以概率 p 参与维修，以概率 $q = 1 - p$ 视而不见。试分别求出第 $1, 2, \dots, n-1$ 位市民均采用策略 (p, q) ，第 n 位市民采用纯策略“参与维修”和纯策略“视而不见”时他的期望收益。

(3) 称一 Nash 均衡为**对称**的，若在该 Nash 均衡中，所有参与者采用的策略（纯策略或混合策略）均相同。求该博弈所有混合策略意义下的对称 Nash 均衡，并说明其结果反映了什么样的社会现象。

二、一企业计划在 n 天内的某一天排放污水，而环保机构可能在 n 天中的 m 天开展检查。若企业排放当天机构开展检查，则机构收益为1；若企业排放当天机构未开展检查，则机构收益为-1；若企业未排放，不论当天机构是否开展检查，机构当天收益为0。对以上各种情况，企业收益均为机构收益的相反数。企业和机构均了解 n 和 m 的值，在这 n 天中的每一天，双方均了解企业是否已排放污水及机构剩余检查次数。记 $V(m, n)$ 为上述博弈的混合策略 Nash 均衡下机构的期望收益。

(1) 试根据 n 天中第一天双方的决策，给出机构的收益矩阵（必要时，收益可用 $V(m, n)$ 的适当函数值表示）；

(2) 试给出 $V(m, n)$ 满足的递推关系和初始条件；

(3) 试给出 $V(1, n)$ 的表达式。