一、 在橄榄球比赛中，每一回合进攻方有达阵（touchdown）得 6 分，射门（field-goal）得 3 分和不得分三种结果（不考虑防守方得分）。设 A,B 两队作为进攻方时，出现三种结果的概率均分别为$\alpha,\beta,\gamma,\alpha+\beta+\gamma=1$。现设比赛进入加时赛。在加时赛前，通过抛掷硬币竞猜，猜对一方可选择第一回合作为进攻方或防守方。不妨设 A 为第一回合进攻方。

（1）若赛制采用突然死亡法，即首先得分一方获得比赛胜利，若当前回合进攻方未得分，则下一回合由另一队作为进攻方。试求 A 获得比赛胜利的概率；

（2）若对赛制作如下修改：

（i）若第一回合 A 达阵，A 获得比赛胜利；

（ii）若第一回合 A 射门，第二回合由 B 作为进攻方。若在第二回合中 B 达阵，则 B 获得比赛胜利。若 B 不得分，A 获得比赛胜利。若 B 射门，第三回合由 A 作为进攻方，并开始实行突然死亡法。

（iii）若第一回合 A 不得分，第二回合由 B 作为进攻方，并开始实行突然死亡法。

记第一回合 A 射门或不得分情况下，A 获得比赛胜利的概率分别为a和b，试写出 A 获得比赛胜利的概率的表达式；

（3）试求新赛制下，A 获得比赛胜利的概率，并从公平性角度比较两种赛制哪种更合理。

二、在传染病防控中，通过对大范围人群进行检测，可有效控制传染源。假设某区域内一种传染病的感染率为p，区域内每人是否感染相互独立。对每人提取相关样本进行检测，检测结果有阳性和阴性两种。来自某个人的样本称为个体样本，检测结果为阳性当且仅当该人已被感染。若干份个体样本混合后的样本称为混合样本。对由任意份个体样本混合成的混合样本，检测结果为阳性当且仅当其中至少有一份个体样本检测结果为阳性。

现需找出n人中所有的感染者，采用以下减半群试法（halving scheme for pooled testing）。将n份个体样本组成混合样本Π进行检测。若Π的检测结果为阴性，则n人中无感染者。若Π的检测结果为阳性，则将n人随机分成人数分别为$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$和$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$的两组 A 和 B。对每一组，取该组人的个体样本组成混合样本。记两组的混合样本分别为Π_A和Π_B。先对Π_A进行检测，若Π_A的检测结果为阴性，则感染者必在组 B 中。若Π_A的检测结果为阳性，再对Π_B进行检测。若Π_B的检测结果为阴性，则感染者仅在组 A 中。若Π_B的检测结果为阳性，则 A 和 B 两组中均有感染者。对有感染者的组重复上述操作，直至找出所有感染者为止。

记X_n为对n人按上述方式进行检测所需的检测次数，Y_n为对含有感染者的n人按上述方式进行检测所需的检测次数。

（1）试给出$E(X_n)$和$E(Y_n)$之间的关系；

（2）试写出$E(Y_n)$所满足的递推关系。