

## 【实验目的】

1. 进行简单设计性实验基本方法的训练
2. 学会应用误差均分原则选用适当的仪器和测量方法
3. 学会累积放大法的原理和应用
4. 分析基本误差的来源并提出进行修正和估算的方法

## 【实验原理】(电学、光学画出原理图)

### 一、单摆

将可忽略伸缩性及质量的细柔绳悬挂一重小球就可形成一单摆。在摆角很小时( $\theta < 5^\circ$ )的情况下,其周期与摆长的二次方根成正比,与重力加速度的二次方根成反比,与振幅,摆球质量无关

回复力:  $F = -G \sin \theta = -mg \sin \theta = -\frac{mgx}{L}$  ( $\theta$  很小时,  $\sin \theta \approx \theta \approx \frac{x}{L}$ )

即  $k = \frac{mg}{L}$  ①

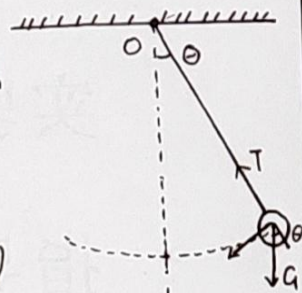
简谐运动周期公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  ②

①代入②得到单摆的周期公式:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$
 ③

变形即有

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$
 ④



### 二、不确定度均分原理

1. 在间接测量中,每个独立测量的量的不确定度都会对最终结果的不确定度有贡献
2. 按均分原理,将测量结果的总不确定度均匀分配到各个分量中,分析各物理量的测量方法和使用的仪器,指导实验
3. 对测量结果影响较大的物理量,应采用精度较高的仪器,而对测量结果影响不大的物理量,就不必追求高精度仪器



## 【实验内容】(重点说明)

### 一、常见测量仪器的使用

#### 1. 游标卡尺

使用游标卡尺, 测量5次单摆摆球的直径(注意: 此处仅为熟悉测量, 与后续实验过程中真实使用的直径往往不同)

#### 2. 螺旋测微计

因游标卡尺要求, 并且需要额外读初读数

#### 3. 电子秒表

用电子秒表测量单摆5个周期的时间

### 二、根据不确定度均分原理, 设计单摆测量重力加速度 $g$

1. 根据误差均分原理, 设计单摆测量重力加速度  $g$ , 合理使用器材

2. 调整并确定合适的摆线长度, 要求  $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$

假设摆长  $l = 70.00 \text{ cm}$ ; 摆球直径  $D \approx 2.00 \text{ cm}$ ; 摆动周期  $T \approx 1.700 \text{ s}$ ; 米尺精度  $\Delta_{\text{米}} \approx 0.05 \text{ cm}$

卡尺精度  $\Delta_{\text{卡}} \approx 0.002 \text{ cm}$ ; 千分尺精度(即螺旋测微器精度)  $\Delta_{\text{千}} \approx 0.0004 \text{ cm}$

秒表精度  $\Delta_{\text{秒}} \approx 0.01 \text{ s}$

根据统计分析, 实验人员开或停表的反应时间为  $0.1 \text{ s}$  左右, 所以开一停秒表的总反应时间近似为  $\Delta t_r \approx 0.2 \text{ s}$

## 【实验器材及注意事项】

### 实验器材

游标卡尺, 米尺, 千分尺(即螺旋测微器)  
电子秒表、支架、细线(尼龙绳)、钢球、摆幅  
测量标尺(提供硬白纸板自制)、天平(公用)

### 注意事项

1. 由于  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  需要在摆角较小时( $\theta < 5^\circ$ 时才成立)因此摆角不宜过大, 使得摆球的运动更近似于简谐运动。如果时间允许, 可以验证周期与摆长的二次方根成正比

与  $g$  的二次方根成反比, 与振幅、摆球质量无关这一结论

2. 测量过程中需保持支架稳定, 摆线的是挂端不能随意缠绕, 应呈“点”状缠绕

3. 测量单摆的摆长  $l$  时, 应使摆球处于自然下垂状态, 用米尺测出摆线的长度

4. 用螺旋测微器或游标卡尺测量小球直径时应从不同位置测量, 并且多次测量取平均

5. 摆球释放后, 应尽量使摆球在一个竖直平面内摆动, 并且不发生自旋

6. 测量单摆的周期时, 计时的起、终时刻, 摆球都应恰好通过平衡位置, 以减小计时误差。用秒表测量  $30 \sim 50$  次全振动时间, 求均值做为单摆的周期

7. 真实摆长 应为  $L + \frac{D}{2}$  (摆线长加半径)



## 【数据处理与结果】

一、求测量的单摆周期数  $N$ 

$$l = 2.00 \text{ cm}, T = 1.700 \text{ s} \quad \Delta l = 1 \text{ mm}, \Delta l_{\text{螺}} = 0.02 \text{ mm}, \Delta l_{\text{卡}} = 0.001 \text{ mm}, \Delta t_{\text{秒}} = 0.01 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{人}} \approx 0.2 \text{ s}$$

由均分原理  $U_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 U_{x_i}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i^2}$   $D_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$  为第  $i$  个不确定度分量

$$D_1 = D_2 = \dots = D_n = \frac{U_y}{\sqrt{n}}$$

本实验中, 所求重力加速度  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ , 不确定度  $U_r(g) = \frac{U_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{U_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2U_T}{T}\right)^2}$

为使  $U_r(g) < 1\%$ ,  $\frac{U_l}{l} = \frac{2U_T}{T} < \frac{1\%}{2}$  由于  $T \approx 1.700 \text{ s}$

$$U_T < \frac{1.7}{2} \times 1\% \approx 0.0060 \text{ s}, \quad U_T = \frac{\Delta t_{\text{秒}} + \Delta t_{\text{人}}}{N} < 0.0060$$

则  $N > 34.96$  即  $N$  最小取 35 次, 本次实验取  $N = 50$

## 二、测量重力加速度

实验次数	1	2	3	4	5	6
螺旋测微器 直径/mm	18.050	18.050	18.054	18.050	18.052	18.050
游标卡尺 直径/mm	18.02	18.04	18.02	18.00	18.04	18.04
米尺测摆线长 长/mm	926.0	926.2	926.2	925.8	926.0	925.9
秒表测周期 NT/s	97.41	98.31	97.26	98.26	97.57	97.30

其中  $N = 50$ , 螺旋测微器零点误差为  $-0.025 \text{ mm}$

摆线长  $\bar{l} = 926.0 \text{ mm}$

摆长  $L = \bar{l} + \frac{D}{2} = 935.015 \text{ mm}$

由游标卡尺得到的小球直径  $D = \bar{D}_1 = 18.03 \text{ mm}$

由螺旋测微器得到的小球直径  $D = \bar{D}_2 + 0.025 = 18.050 + 0.025 = 18.075 \text{ mm}$

$$\text{周期 } T = \frac{\overline{NT}}{50} = \frac{97.69}{50} = 1.95 \text{ s}$$

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = 9.71 \text{ m/s}^2$$

时间的不确定度  $U_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2}{5 \times 6}} = 0.004 \text{ s} \quad T = (1.950 \pm 0.004) \text{ s}$

游标卡尺  $U_B = \frac{\Delta l_{\text{卡}}}{\sqrt{3}} = 0.012 \text{ mm}$

$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (D_i - \bar{D}_1)^2}{5 \times 6}} = 0.007 \text{ mm}$

米尺  $U_B = \frac{\Delta l_{\text{尺}}}{\sqrt{3}} = \frac{1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0.6 \text{ mm}$

$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (L_i - \bar{L})^2}{5 \times 6}} = 0.07 \text{ mm}$

(由于实验平台中要求使用游标卡尺, 并且螺旋测微器有些波动)



小球直径的不确定度  $u_{\text{球}} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0.012^2 + 0.007^2} = 0.014 \text{ mm}$

摆线长的不确定度  $u_{\text{线}} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0.6^2 + 0.07^2} = 0.604 = 0.6 \text{ mm}$

摆长  $L = l + \frac{D}{2}$

摆长不确定度  $u_L = \frac{\partial L}{\partial l} u_{\text{线}} + \frac{\partial L}{\partial D} u_{\text{球}}$

$= 0.6 + \frac{1}{2} \times 0.014$

$= 0.607$

$= 0.6 \text{ mm}$

最终摆长  $L = (935.0 \pm 0.6) \text{ mm}$      $T = (1.950 \pm 0.004) \text{ s}$

$\frac{u_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{u_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2u_T}{T}\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{0.6 \times 10^{-3}}{935.0 \times 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0.008}{1.950}\right)^2} = 0.004152448$

$u_g = g \times 0.004152448 = 0.04032 = 0.04 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ cm/s}^2$

$g = (9.71 \pm 0.04) \text{ m/s}^2$

### 三、游标卡尺的使用

测量次数	1	2	3	4	5	6
摆球直径/mm	18.02	18.04	18.02	18.00	18.04	18.04

$\bar{D} = 18.03 \text{ mm}$

$u_B = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = 0.012 \text{ mm}$

$u_A = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{5 \times 6}} = 0.007 \text{ mm}$

$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.014 \text{ mm}$

$D = (18.027 \pm 0.014) \text{ mm}$

### 四、螺旋测微器的使用

测量次数	1	2	3	4	5	6
摆球直径/mm	18.050	18.050	18.054	18.050	18.050	18.050

$\bar{D} = 18.050$

$u_B = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = 0.0023 \text{ mm}$

$u_A = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{5 \times 6}} = 0.0008169 = 0.0009 \text{ mm}$

$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.0024698 = 0.0025 \text{ mm}$

零点误差  $-0.025 \text{ mm}$

$\therefore D = (18.0750 \pm 0.0025) \text{ mm}$



## 五、电子秒表的使用

测量次数	1	2	3	4	5	6
时间Ns/s	9.49	9.59	9.44	9.35	9.45	9.47
时间/s	1.898	1.918	1.888	1.870	1.890	1.894

$$\bar{T} = 1.893 \quad u_B = \frac{\Delta T}{\sqrt{3}} = \frac{0.015}{\sqrt{3}} = 0.0065 \quad u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (T_i - \bar{T})^2}{5 \times 6}} = 0.0075$$

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.009295 = \text{0.010 s}$$

$$T = (1.893 \pm 0.010) \text{ s}$$



## 【误差分析】

1. 单摆悬线要固定、夹牢，以免摆长不稳定
2. 实验所用单摆，的摆线要细且轻，无弹性，摆球尽量体积小质量大（密度大），且偏角最好不超过  $5^\circ$ ，否则不能近似为简谐运动而造成较大误差
3. 偶然误差主要来自单摆周期的测量，要注意测准时间。为减小偶然误差，应多次测量取平均
4. 单摆模型是否符合要求会引入粗大误差，如：悬点是否固定，是单摆还是复摆，球与线的选择是否符合要求，摆动是圆锥摆，还是一直处于同一竖直面内... 这些问题都会导致是否能近似为一个简谐振动
5. 在仿真实验中，误差主要来源于周期的测量。而真实情况下，空气阻力会使摆球运动减慢，导致周期  $T$  偏大，重力加速度  $g$  偏小

## 【实验心得及思考题】

实验心得

本次的“用单摆测量重力加速度”的实验是利用线上的仿真平台而完成的，虽然可以利用单摆，根据  $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$  测出重力加速度的知识在高中已经掌握，但是误差均分原理却让我耳目一新，由于短板效应的存在，一味减小某个误差分量的不确定度其实是一种浪费。同时，通过此次实验，我学会了应用误差均分原则使用适当的仪器和测量方法，学习了累积放大法的原理和应用。

思考题

1. 由于单摆的摆动速度较快，如果仅测量一个周期，由于视觉的延迟或者是观察点较长难以立刻分辨的问题，会有较大的偶然性，引入较大的偶然误差

而连续测量多个周期取平均，由于随机误差集合符合正态分布，可以通过多次测量减小误差

2. 根据不确定度均分原理选择测量仪器

即：① 将测量结果的总不确定度均匀分配到各个分量中，由此分析各个物理量的测量方法和应使用的仪器，并指导实验 ② 一般情况下，对测量结果影响较大的物理量应采用精度较高的仪器，相反，对测量结果影响不大的物理量就不必追求高精度仪器，这样比较经济

3. 计算机图形学 (Computer Graphics) 是计算机科学的一个分支，包括图像处理、图形构造、位姿仿真、图形渲染等各个方面，其中如本实验平台所用的图形渲染就是计算机图形学的应用范畴；在一些仿真环境下，需要用计算机模拟出重力场和重力加速度  $g$



【数据记录及草表】

游标卡尺测小球直径

	1	2	3	4	5	6
直径/mm	18.02	18.04	18.02	18.00	18.04	18.04

螺旋测微器测小球直径

	1	2	3	4	5	6
直径/mm	18.050	18.050	18.054	18.050	18.052	18.050

零点误差 - 0.025 mm

秒表测单摆周期

	1	2	3	4	5	6
NT/s	97.41	98.31	97.26	98.26	97.57	97.30

周期数  $N = 50$

用米尺测量摆线长

	1	2	3	4	5	6
长/mm	926.0	926.2	926.2	925.8	926.0	925.9

此处记录数据均为在实验平台中“利用单摆测量重力加速度” $g$ 中所测。其余数据见截图

教师签字：