对於非完美導体 ($R \neq 0$)
是利用功率的消耗去
計算 R。

設想一傳輸線指向 z，
非完美導体將使得電場
存在 z 分量。

$\vec{E} = \vec{J}/\sigma$

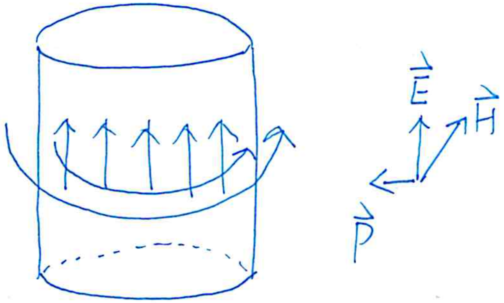
($\because \sigma\vec{E} = \vec{J}$ ， if $\sigma \neq \infty$, $\vec{E} \neq 0$)

而磁場將在 θ 方向存在

這裡的 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 將形成

一個指向 -r 方向的

波印亭向量。



也就是說傳輸線

是以 z 方向為傳送

能量的方向，但是

是以 -r 方向為損耗

能量的方向。

Ex:

$$\vec{E} = \vec{J}/\sigma = J/\sigma\ \hat{a}_z = \hat{a}_z \frac{I}{\sigma\pi b^2}$$

$$\vec{H} = \hat{a}_\phi \frac{I}{2\pi b}$$

$$\vec{E}\times\vec{H} = -\hat{a}_r \frac{I^2}{2\pi^2 b^3 \sigma}$$

$$\frac{I^2}{2\pi^2 b^3} \times 2\pi b l = I^2\left(\frac{l}{\pi b^2 \sigma}\right) = I^2 R$$

這裡值得再提一下，功是什麼？

功代表 $\boxed{\text{Energy transfer}}$，

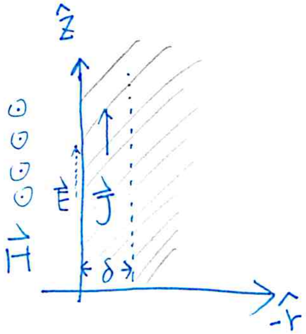
能量從一處到另一處或從

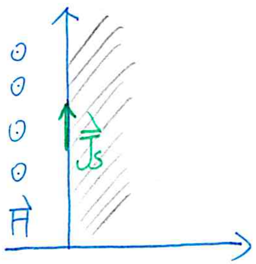
某一形式轉換成另一形式皆是功

1. 這裡 z 方向傳送的功率就代表能量的移动

2. 而 -r 方向的功率代表能量由電磁能轉換成熱能。

一良導体表面若存在磁場
則導体內部必存在電流，
又因為不是完美導体，所以
必定存在 歐姆功率損耗。





實際上，狀況是左圖，但
我們用 $\vec{J}_s$ 去計算近似值
並以 $\vec{J}\cdot\delta = \vec{J}_s$

$\therefore \vec{J} = \vec{J}_s/\delta$

(所以這裡假設了電流在集膚深度內為均勻分佈。)

單位体積的功率

$$\frac{dP}{d\tau} = \vec{J}\cdot\vec{E} = \vec{J}\cdot\frac{\vec{J}}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{1}{\delta^2}|\vec{J}_s|^2$$

單位面積的功率

$$\frac{dP}{d\tau}\cdot\delta = \frac{1}{\sigma\delta}|\vec{J}_s|^2$$

完美導体邊界條件

$$|\vec{J}_s| = |\vec{H}_0|$$

在單頻弦波情形，各物理量
均以相同的頻率振盪，

$$\vec{J}_s = \hat{z}J_{s0}\cos\omega t$$

所以 單位面積的平均功率

$$\frac{1}{T}\int_0^T \frac{dP}{d\tau}\cdot\delta\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{\sigma\delta}|J_{s0}|^2\cos^2\omega t\,dt = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma\delta}|J_{s0}|^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma\delta}|H_0|^2$$

又 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ (集膚深度)

$$\therefore \frac{dP_{av}}{dA} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}|H_0|^2 = \frac{1}{2}R_s H_0^2$$

$(R_s \triangleq \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}})$

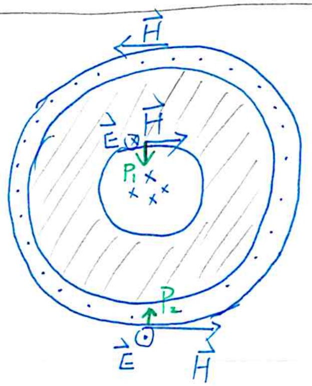
R_s 定義為表面电阻 因次(Ω)

$\boxed{\text{注意}}$ 所謂單位面積 指得是 指向導体內側的方向，非 z 方向上 的單位面積。
依據 $\vec{E}$ 的邊界條件，在導体表面必存在一個切方向的 $\vec{E}$，這個 $\vec{E}$ 將與表面的 $\vec{H}$ 形成一個波印亭向量，指向導体內側，代表著消耗的功率 (單位面積消耗的功率)

所以，良導体表面的電磁波
会導致一個指向表面內側(的功率損耗)
的波印亭向量，而我們計算
出的 單位面積的平均功率 (依據歐姆定律)
依據能量守恆定律 就等於
該波印亭向量的大小。

$$\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}R_s H_0^2 \\ H_0\text{：表面的}\vec{H}\text{的大小}\end{array}\right]$$

$$R_s=\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

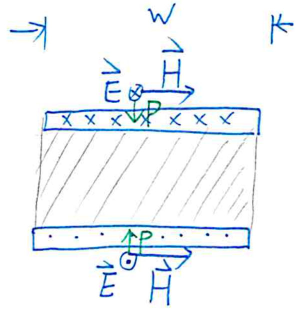


$$P_{av}=\frac{1}{2}RI_0^2=(\underset{\times 1}{2\pi a})\times\frac{1}{2}R_s(H_{o_{in}})^2+(\underset{\times 1}{2\pi b})\times\frac{1}{2}R_s(H_{o_{out}})^2$$

$$\frac{R}{2}I_0^2=\pi a R_s\left(\frac{I_0}{2\pi a}\right)^2+\pi b R_s\left(\frac{I_0}{2\pi b}\right)^2$$

$$\frac{\cancel{I_0^2}R}{\cancel{2}}=\frac{\cancel{\pi}aR_s\cancel{I_0^2}}{\underset{2}{\cancel{4\pi^2}}a^2}+\frac{\cancel{\pi}bR_s\cancel{I_0^2}}{\underset{2}{\cancel{4\pi^2}}b^2}$$

For 同軸电纜 $R=\frac{R_s}{2\pi}\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right]$ ⟹ 其實可以用 $\frac{R_s}{2\pi a}+\frac{R_s}{2\pi b}$ 來直觀。



For 平行板傳輸線

$$P_{av}=\frac{1}{2}RI_0^2=w\cdot\frac{1}{2}R_s H_0^2\times 2$$

$$=w\cdot\frac{1}{2}R_s J_{s0}^2\times 2$$

$$=w\cdot\frac{1}{\cancel{2}}R_s\left(\frac{I_0}{w}\right)^2\times\cancel{2}$$

$$\frac{1}{2}R\cancel{I_0^2}=\frac{\cancel{w}R_s\cancel{I_0^2}}{w^{\cancel{2}}}$$

$$R=\frac{2}{w}R_s$$

同理：這也可用 $2\times\frac{R_s}{w}$ 直觀

由和 R_s 相關的公式，可以看出 R_s 源於指向表面內側的 power loss，但從 R 看不出這點，R 是單純從电路理論的視角來看 power loss。什麼方向的根本看不出來。