

算法设计与分析作业中文版

作者：小道士

版本：2021 年秋季学期

1 分治算法

对于问题 1 – 6，你至少应该做以下几件事情：

-
- (a) 用自然语言和伪代码描述你的算法；
 - (b) 画出子问题归约图；
 - (c) 证明算法的正确性；
 - (d) 分析算法的复杂度。
-

1.1 数组中的第 K 个最大元素

1.1.1 题目

给定整数数组 $nums$ 和整数 k ，返回数组中第 k 大的元素。

1.1.2 要求

算法时间复杂度为 $O(n)$ ，证明你的算法正确性的同时并分析复杂度。（ k 小于 n ，其中 n 是数组的长度）

1.1.3 说明

请注意，你需要找的是数组排序后的第 k 个最大的元素，而不是第 k 个不同的元素。

1.1.4 提示

LeetCode 215. 数组中的第 K 个最大元素

1.2 完全二叉树的局部最小值

1.2.1 题目

考虑一棵有 n 个节点的完全二叉树 T ， T 也可以为满二叉树，此时即 $n = 2^d - 1$ （可将 d 视为层数）。 T 的每个节点 v 都对应着一个实数 x_v 。你可

以假设这些实数都是不同的。如果 x_v 小于与之相连的所有节点 w 所对应的实数 x_w ，那么节点 v 就是一个局部最小值。

1.2.2 要求

找到 T 的一个最小值：仅以 $O(\log n)$ 次访问节点。

1.2.3 说明

给定一棵完全二叉树 T ，但是其中标志节点的实数 x_v 并不会直接给出，对于每个节点 v ，你可以通过访问节点 v 来确定值 x_v 。仅找出一个局部最小值即可，由于可以假设实数不同，所以返回形式可以直接为该实数。

1.2.4 提示

一本 *book* 的课后题

1.3 连续子数组的最大和

1.3.1 题目

输入一个整数数组（整数可以为负数）。数组中连续的一个或多个整数组成一个子数组，每个子数组都有一个和。求所有子数组的和的最大值。

1.3.2 要求

时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

1.3.3 提示

剑指 OfferII 42. 连续子数组的最大和

1.4 在排序数组中查找元素

1.4.1 题目

给定一个按照升序排列的整数数组 $nums$ ，和一个目标值 $target$ 。找出给定目标值在数组中的开始位置和结束位置。如果数组中不存在目标值 $target$ ，返回 $[-1, -1]$ 。

1.4.2 要求

算法时间复杂度为 $O(\log n)$ ，请证明算法正确性并且分析复杂度。

1.4.3 说明

如果数组为 $[5, 7, 7, 8, 8, 10]$ ，目标元素是 8，输出应该为 $[3, 4]$ 。

1.4.4 提示

LeetCode 34. 在排序数组中查找元素的第一个和最后一个位置

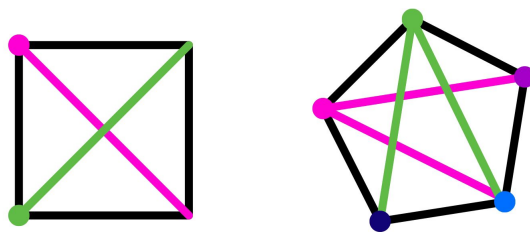
1.5 凸多边形的三角剖分数目

1.5.1 题目

给定一个有 n 个顶点的凸多边形，我们可以把它分成几个独立的三角形。设计一个算法给出我们可以有多少种方式把一个有 n 个顶点的凸多边形划分且划分之后的部分都是三角形。

1.5.2 说明

单次划分的对角线不可相交。当 $n = 4$ 时，有两种不同的方式来划分多边形。当 $n = 5$ 时，有五种不同的方法。



1.5.3 提示

卡特兰数

1.6

1.6.1 问题

给定一个由 k 个链表组成的数组，每个链表都按升序排序。给出一个算法将所有的链表合并成一个排序的链表。(注意一个链表的长度是 n)

1.6.2 要求

算法时间复杂度为 $O(kn \log k)$ 。

1.6.3 提示

LeetCode 23. 合并 K 个升序链表