

# Zadania - ciągi

## Teoria pomocna przy zadaniach;

różnica ciągu:  $r = a_{n+1} - a_n$  lub  $r = a_n - a_{n-1}$  - oba wzory poprawne, odejmujemy bieżący wyraz od następnego lub odejmujemy poprzedni wyraz od bieżącego

monotoniczność - to czy ciąg jest rosnący/malejący/stały/nierosnący/niemalejący

Jeśli nie jest żaden to ciąg nie jest monotoniczny

Przydatne wzory skróconego mnożenia:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Jak znak różnicy wpływa na monotoniczność ciągu:

- $r = 0$  ciąg jest stały
- $r > 0$  ciąg jest rosnący
- $r < 0$  ciąg jest malejący
- $r \geq 0$  ciąg jest niemalejący (czasem rośnie a czasem jest stały)
- $r \leq 0$  ciąg jest nierosnący (czasem maleje a czasem jest stały)

Jeśli policzona różnica  $r$  jest liczbą bez żadnych  $n$  to ciąg nazywamy arytmetycznym.

## Zadanie 1.

Wypisz 5 pierwszych wyrazów każdego z podanych ciągów dla  $n \in \mathbb{N}$  (czyli  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ ):

- a)  $a_n = n + 1$
- b)  $b_n = n^2 + 3$
- c)  $c_n = -3n + 3$
- d)  $d_n = -n^2 - 1$
- e)  $e_n = 2^n$

## Zadanie 2.

Oblicz różnicę każdego z poniższych ciągów i określ czy ciąg jest rosnący/malejący/stały/nierosnący/niemalejący.

- a)  $a_n = n^2 - 2n$
- b)  $b_n = 3n + 1$
- c)  $c_n = -3 - n$
- d)  $d_n = 2n^2$
- e)  $e_n = n^2 - 8n + 15$
- f)  $f_n = 4n + 2$

## Zadanie 3.

Wpisz brakujące wyrazy ciągu w luki:

a) 2 4 \_\_ 8 10 \_\_ 14 16 18 \_\_ 22 24 26

b) 1 3 5 \_\_ 9 \_\_ \_\_ 15 17 19 \_\_ 23 25

c) -3 -6 -9 -12 \_\_ -18 -21 -24 \_\_ -30 -33

d) 0 1 4 9 \_\_ 36 49 \_\_ 81 \_\_ 121 144 169

e) 0 1 1 2 3 5 8 13 \_\_ 34 55 89 \_\_ 233

## Zadanie 4.

Oblicz sumę 4 początkowych wyrazów ciągu:

- a)

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 2n \end{cases}$$
- b)

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = a_n + 2^n \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = n * a_n - 2 \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = -a_n + 2n \end{cases}$$