Zestaw schematów i wskazówek

Niezbędna wiedza:

Podstawowe symbole i sposoby zapisu:

- $\in$ - należy do; używamy gdy jakaś liczba x jest w jakimś przedziale/zbiorze; np. $x \in \langle 3, 5\rangle$ znaczy że x to liczba między 3 a 5 czyli $3 \leq x \leq 5$
- $\langle a, b\rangle$ - przedział obustronnie zamknięty od a do b; czyli wszystkie liczby x takie że: $a \leq x \leq b$; zapis $[a, b]$ znaczy to samo
- (a, b) - przedział obustronnie otwarty od a do b; czyli wszystkie liczby x takie że; $a < x < b$
- $\cup$ - "lub" między zbiorami; używamy gdy jakaś liczba należy do jednego zbioru lub do drugiego np. zbiór wszystkich liczb takich że są między 0 a 2 lub między 4 a 8 zapiszemy: $x \in (0, 2) \cup (4, 8)$
- $\mathbb{D}$ - oznaczenie dziedziny funkcji czyli tych x których możemy użyć/ które wrzucamy do funkcji
- ZW_f lub ZW - oznaczenie zbioru wartości funkcji, czyli liczb $f(x)$ lub y które powstają po wrzuceniu x z dziedziny do funkcji
- miejsce zerowe x_0 - taki x który jest w dziedzinie że $f(x_0) = 0$; czyli wykres funkcji przecina oś x-sów Ox
- x - nazywane rozwiązaniami, argumentami

Wiedza na temat równań

Dziedzina równania- $\mathbb{D}$ podobnie jak dziedzina funkcji to wszystkie liczby x które można wsadzić do równania.
Zbiór rozwiązań równania to wszystkie liczby x takie że równanie jest spełnione.

$$\frac{x-5}{x-1} = 0$$

np. dziedziną $\mathbb{D}$ równania powyżej jest $\mathbb{D} = \mathbb{R} - \{1\}$ dlatego że dla $x = 1$ dzielimy przez 0 czego nie wolno robić.
A zbiorem rozwiązań jest $\{5\}$ ponieważ dla $x = 5$ mamy:

$$\frac{5-5}{5-1} = \frac{0}{4} = 0$$

UWAGA: Kiedy wyznaczamy dziedzinę najważniejsze jest żeby uwzględnić:

- dzielenie przez 0 - jeśli gdziekolwiek w mianownikach pojawia się x to trzeba uwzględnić że nie może być on zerem. np. dla równania powyżej: w mianowniku mamy $x - 1$ więc $x - 1 \neq 0$ więc $x \neq 1$
- pierwiastki z x pod pierwiastkiem, np. $\sqrt{x-2}$ to $x - 2$ musi być większe lub równe 0 to znaczy $x - 2 \geq 0$ więc $x \geq 2$

Pamiętaj też, że podczas rozwiązywania nierówności gdy mnożysz/dzielisz przez liczbę ujemną to musisz zmienić znak nierówności. Np. $5 > 2$ mnożymy obustronnie razy -1 więc mamy $-5 < -2$ musieliśmy zmienić stronę nierówności (> zmieniło się na <) żebyśmy dalej mieli coś prawdziwego.

Wiedza potrzebna do zadań statystycznych

Średnia arytmetyczna:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + x_n}{n}$$

gdzie $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ to obserwacje cechy (np. wzrost, wynagrodzenie) a n to liczebność (ile ich jest)

Średnia ważona:

$$\overline{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_{n-1} w_{n-1} + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_{n-1} + w_n}$$

gdzie $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n$ to wagi czyli liczebności poszczególnych grup obserwacji (np. 7 osób ma 180cm wzrostu, wtedy $w_1 = 7$ a $x_1 = 180cm$)

Dominanta/moda:

Wartość występująca najczęściej - najwyższy słupek/część na wykresie. Jeśli mamy oceny ludzi z klasy 2,2,2,3,4,5 to dominanta = 2, jeśli oceny byłyby 2,2,3,3,4,5 to dominanty nie ma bo wartości 2 i 3 występują najczęściej i po równo

Mediana: (UWAGA: wartości muszą być ustawione niemalejąco.)
Wartość w środku obserwacji ustawionych rosnąco jeśli jest ich nieparzysta ilość.
Np. oceny w klasie 1,1,2,3,3,4,5 mamy 7 wartości a środkowa jest 4-czwarta wartość od lewej (7:2 = 3,5 i zaokrąglamy) więc mediana = 3

Średnia arytmetyczna z dwóch środkowych obserwacji jeśli jest ich parzysta ilość.
Np. oceny w klasie 1,1,2,3,4,4,5,6 mamy 8 wartości, więc liczymy średnią arytmetyczną z dwóch środkowych wartości mediana = $\frac{3+4}{2}$ = 3,5 (środkowe wartości to 3 i 4 bo 8:2 = 4 a 8 parzyste więc bierzemy 4-czwartą i 5-piątą wartość w kolejności od lewej strony)

WW - Ważne wskazówki do całości:

- Gdy coś gdzieś wstawiamy, np. do wzoru, to zawsze w nawiasie, jest bezpieczniej bo robiąc to krok po kroku z nawiasami nie pomylimy znaków.
- kolejność wykonywania działań:
  (nawiasy) -> (potęgi) -> (mnożenie i dzielenie) -> (dodawanie i odejmowanie)
  np. $2 : 2 + 2 \cdot 2 - (2 + 3)^2$ rozwiązujemy zaczynając od nawiasu czyli 2+3 =5 więc
  mamy: $2 : 2 + 2 \cdot 2 - 5^2$ następnie potęgi $5^2 = 25$ więc mamy:
  $2 : 2 + 2 \cdot 2 - 25$, teraz mnożenie czyli $2 : 2 = 1, 2 \cdot 2 = 4$ wiec mamy:
  $1 + 4 - 25$ i teraz już dodawanie i odejmowanie:
  $1 + 4 - 25 = 5 - 25 = -20$
- W wielu zadaniach będziemy operować na procentach kwoty/wartości której nie znamy - np. pewnej pensji krajowej. Dla ułatwienia możemy wtedy przyjąć sobie dowolną wartość dla łatwych obliczeń procentowych, najlepiej 1,10,100,1000 itd. - na tych liczbach łatwo wychodzą obliczenia procentowe.

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2024 : \left(1 - \frac{1}{2025}\right) - \left(1 - \frac{2025}{2024}\right) : \frac{1}{2024}$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2024 **D.** 2026

Wyjaśnienie: To co chcemy zrobić to rozwiązanie tego, musimy się przy tym kierować kolejnością wykonywania działań. (Patrz sekcje WW - ważne wskazówki). Zaczynamy więc od nawiasów:
$2024 : (1 - \frac{1}{2025}) - (1 - \frac{2025}{2024}) : \frac{1}{2024}$ =
= $2024 : (\frac{2025}{2025} - \frac{1}{2025}) - (\frac{2024}{2024} - \frac{2025}{2024}) : \frac{1}{2024}$ =
= $2024 : (\frac{2025-1}{2025}) - (\frac{2024-2025}{2024}) : \frac{1}{2024}$ =
= $2024 : (\frac{2024}{2025}) - (\frac{-1}{2024}) : \frac{1}{2024}$ = (*)
teraz możemy zająć się mnożeniem i dzieleniem. Nie lubimy dzielić przez ułamki więc obracamy je do góry nogami i zamieniamy dzielenie na mnożenie (mnożymy przez odwrotność)
(*) = $2024 \cdot (\frac{2025}{2024}) - (\frac{-1}{2024}) \cdot \frac{2024}{1}$ =
= $\cancel{2024} \cdot (\frac{2025}{\cancel{2024}}) - (\frac{-1}{\cancel{2024}}) \cdot \frac{\cancel{2024}}{1} = 2025 - \frac{-1}{1}$

= $2025 - (-1)$ teraz zostaje nam dodawanie i odejmowanie, tu jest już łatwo
= $2025 + 1 = 2026$ więc nasza odpowiedź to **D.**

Zadanie 2. (0–2)

Pensja pana X jest o 50% wyższa od średniej krajowej, a pensja pana Y jest o 40% niższa od średniej krajowej.

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

1. Pensja pana X jest wyższa od pensji pana Y

A. o 40% pensji pana Y.
B. o 90% pensji pana Y.
C. o 150% pensji pana Y.
D. o 275% pensji pana Y.

2. Pensja pana Y jest niższa od pensji pana X

E. o 60% pensji pana X.
F. o 73% pensji pana X.
G. o 90% pensji pana X.
H. o 150% pensji pana X.

Wyjaśnienie: W tym zadaniu zależy nam na określeniu jakim procentem czegoś jest coś.
Nie znamy średniej krajowej o której mowa, więc dla łatwych obliczeń możemy ją ustalić na np. 1000 - będzie nam wtedy łatwiej liczyć (patrz sekcja WW). Oznaczmy ją jako $K = 1000$

Najpierw policzmy pensję Pana X i Pana Y.

- Wiemy że Pan X ma pensję o 50% wyższą, więc będziemy dodawać do średniej krajowej te 50%. Zatem pensja Pana X = 100% średniej krajowej + 50% średniej krajowej = 150% średniej krajowej. Jak zamienić procenty na liczbę której potrzebujemy? - Wystarczy podzielić przez 100% , przecież procenty to części setne. Mamy zatem: 150% : 100% = 1,5 (zrób to na kalkulatorze, znak % znika bo tak jakby się skraca). Pensja Pana X = 150% średniej krajowej = $K \cdot 1,5 = 1000 \cdot 1,5 = 1500$
- Teraz chcemy podobnie zastanowić się nad pensją Pana Y. Wiemy że jego pensja jest o 40% niższa od K więc będziemy odejmować %. Zatem pensja Pana Y = 100% średniej krajowej - 40% średniej krajowej = 60% średniej krajowej. Znów zamieniamy % na liczbę: 60% : 100% = 0,6. Zatem pensja Pana Y = 60% średniej krajowej = $K \cdot 0,6 = 1000 \cdot 0,6 = 600$

Znamy już pensję Pana X i Pana Y. Teraz chcemy się zastanowić o ile % różnią się one od siebie.

-
-
-
- > Notka pomocnicza - ogólnie do procentów:
  > Żeby policzyć jakim procentem Wartości1 = w_1 jest Wartość 2 = w_2 musimy użyć wzoru:
  > $$\frac{w_2}{w_1} \cdot 100\% = p$$

$$> Gdzie\$p\$toprocent\$w_1\$jakimjest\$w_2\$. Npjeśli\$w_1 = 20\$a\$w_2 = 8\$toliczymy\$\frac{8}{20} \cdot 100\% = 0,4 \cdot 100\% = 40\%\$, czyli8to40$$

Najpierw policzymy jakim procentem pensji Pana Y jest pensja Pana X mamy więc $\frac{x}{y} \cdot 100\% = \frac{1500}{600} \cdot 100\% = 2,5 \cdot 100\% = 250\%$ W pytaniu 1 chcemy wiedzieć o ile % jest większa (się różni co podpowiada odejmowanie) wiec od otrzymanej wartości odejmujemy 100%: $250\% - 100\% = 150\%$. Otrzymany wynik to 150% na plusie więc pensja Pana X jest większa (o tym mówi znak) o 150% od pensji Pana Y. Zatem odp C.

Podobnie robimy zastanawiając się jakim % pensji Pana X jest pensja Pana Y: $\frac{y}{x} \cdot 100\% = \frac{600}{1500} \cdot 100\% = 0,4 \cdot 100\% = 40\%$. Znów pytamy o różnicę (o ile pensja jest mniejsza, to to samo bo chodzi o to że pensje są różne, a że jest mniejsza powie nam znak) więc odejmujemy 100% : $40\% - 100\% = -60\%$. Otrzymany wynik to -60% więc pensja Pana Y jest mniejsza (o czym mówi minus) o 60% od pensji Pana X. Zatem odp E.

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\dfrac{\sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54}}$ jest równa

A. $\sqrt[3]{\frac{76}{49}}$ **B.** (-1) **C.** 4 **D.** $4\sqrt[3]{2}$

Wymaganie ogólne

Wyjaśnienie: To co chcemy zrobić to pozbyć się pierwiastków. Tutaj w zasadzie nie ma schematu innego niż operacje na pierwiastkach, więc jeśli jest problem z pierwiastkami to nie ma innego sposobu oprócz mądrego strzelania.
(np. wiemy że B nie może być poprawne bo góra i dół są dodatnie (dół może nie widać od razu ale to dlatego że odejmujemy ale 250 > 54 wiec ich pierwiastki sześcienne też))

> Wypiszmy sześciany kilku pierwszych liczb naturalnych: $1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125, 6^3 = 216, 7^3 = 343$

Okej więc chcemy zająć się pierwiastkami $\sqrt[3]{250}$ i $\sqrt[3]{54}$. Te liczby bezpośrednie nie rozbiją się na sześciany co widać jak patrzymy na te wypisane powyżej.
To co możemy zrobić i musimy to zauważyć w naszych pierwiastkach te sześciany liczb naturalnych.

Rozważmy $\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{125 \cdot 2} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{2}$ my wiemy że $125 = 5^3$ zatem $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 5 \cdot \sqrt[3]{2} = 5\sqrt[3]{2}$ więc $\sqrt[3]{250} = 5\sqrt[3]{2}$

Rozważmy $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2}$ my wiemy że $27 = 3^3$ zatem $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$ więc $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$

Wracamy do naszej liczby $\frac{\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{250}-\sqrt[3]{54}} = \frac{5\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}} = \frac{8\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{2}} = \frac{8\cancel{\sqrt[3]{2}}}{2\cancel{\sqrt[3]{2}}} = 4$ zatem odp C.

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $|\sqrt{5} - 1| - 3|2 - \sqrt{5}|$ jest równa

A. (-7)

B. $5 - 4\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{5} - 7$

D. $5 - 2\sqrt{5}$

Wyjaśnienie: Chcemy ustalić jaka to liczba, do tego musimy pozbyć się modułów (chodzi o te |...| kreski) .
Działają one tak, że jeśli to co jest w środku jest dodatnie, to można je po prostu zamienić na zwykły nawias. np. $|4+2| = (4+2)$
Natomiast jeśli to co jest w środku jest ujemne, to zamieniamy |...| na nawias ale z minusem z przodu np. $|-4+2| = -(-4+2)$
(my wiemy że -4 + 2 = -2 wiec jest ujemne)

W podanej liczbie $|\sqrt{5} - 1| - 3|2 - \sqrt{5}|$
mamy dwa moduły które chcemy zamienić na nawiasy.
Zastanówmy się czy są ujemne czy dodatnie.
Żeby to ustalić musimy oszacować $\sqrt{5}$. Robimy to po prostu na kalkulatorze wciskając 5 i pierwiastek. otrzymujemy $\sqrt{5} \approx 2,2$.
Zatem:

- $|\sqrt{5} - 1| \approx |2,2 - 1| = |1,2|$ i $1,2 > 0$ więc $\sqrt{5} - 1 > 0$ więc $|\sqrt{5} - 1| = (\sqrt{5} - 1)$
- $|2 - \sqrt{5}| \approx |2 - 2,2| = |-0,2|$ i $-0,2 < 0$ więc $2 - \sqrt{5} < 0$ więc $|2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5})$

Teraz już wiemy jak zamienić nawiasy. Zatem nasza liczba wygląda tak:
$|\sqrt{5} - 1| - 3|2 - \sqrt{5}|$ =
= $(\sqrt{5} - 1) + (-3) \cdot -(2 - \sqrt{5})$ =
= $\sqrt{5} - 1 + 3 \cdot (2 - \sqrt{5})$ =
= $\sqrt{5} - 1 + 3 \cdot 2 - 3 \cdot \sqrt{5}$ =

= $\sqrt{5} - 1 + 6 - 3\sqrt{5}$ =
= $5 - 2\sqrt{5}$ zatem odp. D

Zadanie 9. (0–1)

Oprocentowanie na długoterminowej lokacie w pewnym banku wynosi 3% w skali roku (już po uwzględnieniu podatków). Po każdym roku oszczędzania są doliczane odsetki od aktualnego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po 10 latach oszczędzania w tym banku (i bez wypłacania kapitału ani odsetek w tym okresie) kwota na lokacie będzie większa od kwoty wpłaconej na samym początku o (w zaokrągleniu do 1%)

A. 30% **B.** 34% **C.** 36% **D.** 43%

Wyjaśnienie: Lokaty to dość specyficzny typ zadań. Będziemy korzystać ze wzoru dostępnego w kartach: (Pamiętaj, jest on porządnie opisany w kartach i nazywa się Procent składany)

$$K_n = K_0(1 + \frac{p}{100})^n$$

> Gdzie K_n to kapitał (kwota) po n okresach naliczania odsetek (zazwyczaj to ilość lat), K_0 to kapitał z jakim zaczynamy, a p to procent jaki dolicza nam bank w skali roku

W naszym zadaniu nie mamy kwoty K_0 więc podobnie jak w zadaniu z pensjami ustalamy ją taką żeby było nam wygodnie. Weźmy $K_0 = 1$ (nierealne bo to tylko złotówka ale zadziała w zadaniu).

to do.

Zadanie 11. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_2\left[\left(\sqrt{2}\right)^2\cdot\left(\sqrt{2}\right)^4\cdot\left(\sqrt{2}\right)^8\right]$ jest równa

A. $\sqrt{2}$ **B.** 7 **C.** 14 **D.** 2^7

Wyjaśnienie:

Zadanie 12. (0–1)

Dane są liczby $a=\log_2\left(3\sqrt{5}+\sqrt{13}\right)$ oraz $b=\log_2\left(3\sqrt{5}-\sqrt{13}\right)$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $a+b$ jest równa

A. $\log_2 45$ **B.** $\log_2 30$ **C.** 4 **D.** 5

Wyjaśnienie:

Zadanie 14. (0–2)

Dane są liczby $a = \sqrt{5} - 2$ oraz $b = \sqrt{5} + 2$.

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a \cdot b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ dla podanych a i b.

Wyjaśnienie:

Zadanie 15. (0–2)

Dana jest liczba $x = a - \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2$, gdzie a należy do zbioru liczb rzeczywistych.
W rozwiązaniu zadania uwzględnij fakt, że liczby $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ oraz $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ są niewymierne.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Liczba x jest wymierna dla

A. $a = 5$

B. $a = \left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 + 0{,}3$

C. $a = 6$

D. $a = -2\sqrt{6} + 12{,}5$

E. $a = \left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{6}$

F. $a = -\sqrt{6}$

Wyjaśnienie:

Zadanie 16. (0–1)

Dane jest wyrażenie $W(x) = \frac{2x^2}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{x}$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość wyrażenia $W(x)$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x.	**P**	**F**
2.	Jeżeli wartość wyrażenia $W(x)$ jest określona, to $W(x) = \frac{2x}{x+2}$.	**P**	**F**

Wyjaśnienie:
Pytanie nr.1 w zasadzie jest o dziedzinę (patrz teoria równań i funkcji). Jeśli ma być dla każdej liczby rzeczywistej to chcemy aby $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ czyli nic nie chcemy wyrzucać z dziedziny.
My widzimy że w prawej części dzielimy przez x czyli na pewno $x \neq 0$
bo nie możemy dzielić przez 0 zatem **Fałsz.**

Pytanie nr.2 To w zasadzie pytanie o to, czy po skróceniu wszystkiego wzór $W(x)$ będzie tak wyglądał. Poskracajmy zatem co możemy.

> notka: przyda nam się wzór skróconego mnożenia $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

mamy $W(x) = \frac{2x^2}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{x} = \frac{2x^2(x-2)}{x(x^2-4)}$ korzystamy ze wzoru żeby rozbić x^2-4 nasze a we wzorze to x a nasze b we wzorze to 2 bo $4 = 2^2$ więc $(x^2-4) = (x+2)(x-2)$. Nasze wyrażenie $W(x)$ wygląda: (zapiszemy jeszcze $x^2 = x \cdot x$)

$$W(x) = \frac{2x^2(x-2)}{x(x^2-4)} = \frac{2x \cdot x \cdot (x-2)}{x(x-2)(x+2)} = \frac{2x \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{(x-2)}}{\cancel{x}\,\cancel{(x-2)}\,(x+2)} = \frac{2x}{x+2}$$

Zatem P.

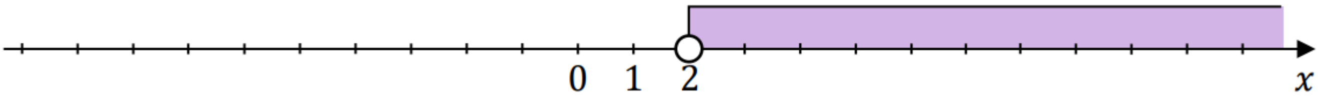
Zadanie 17. (0–1)

Dana jest nierówność

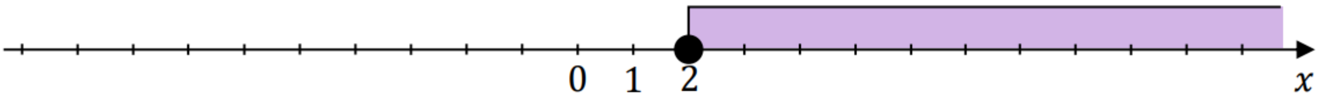
$$\frac{2x-1}{2} - \frac{x+2}{3} \geq \frac{1}{6}$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

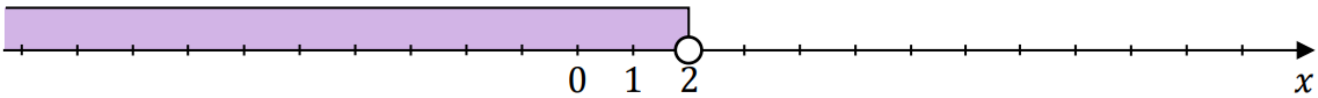
A.



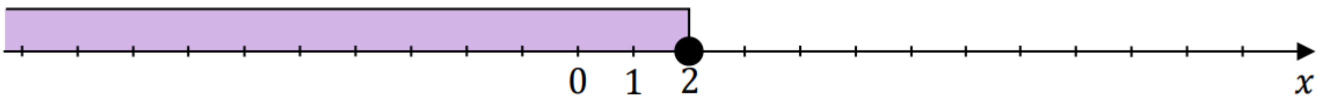
B.



C.



D.



Wyjaśnienie:

Zadanie 18. (0–3)

Dane jest równanie

$$\frac{2}{2x+1} = \frac{x-1}{x+2}$$

Wyznacz dziedzinę tego równania. Rozwiąż to równanie.

Wyjaśnienie:

Zadanie 21. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -4x - 8y = -4 \end{cases}$

A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Wyjaśnienie:

Zadanie 22. (0–2)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	2	0	1	0	2	1

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe.	**P**	**F**
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f jest symetryczny względem osi Oy.	**P**	**F**
Największa wartość funkcji f jest równa 3.	**P**	**F**

Wyjaśnienie:

Zadanie 23. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m + 7)x + 5$ oraz $g(x) = 3x$ nie mają punktów wspólnych dla

A. $m = -2$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

Wyjaśnienie:

Zadanie 24. (0–1)

Dana jest funkcja f określona wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 6 & \text{dla } x \leq 2 \\ x - 4 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

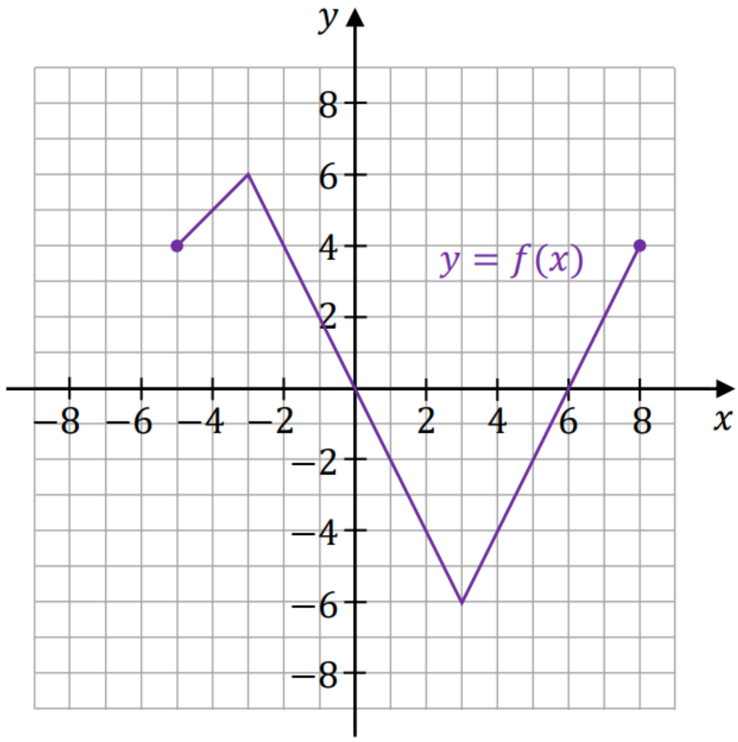
Miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. (-6) **B.** (-4) **C.** 3 **D.** 4

Wyjaśnienie:

Zadanie 27.

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Zadanie 27.1. (0–1)

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór rozwiązań nierówności $f(x) > 2$.

....

Zadanie 27.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca w przedziale

A. $[-5, -3]$ **B.** $[3, 8]$ **C.** $[0, 6]$ **D.** $[-3, 3]$

Zadanie 27.3. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach tak, aby zdania były prawdziwe.

1. Największa wartość funkcji f jest równa ....

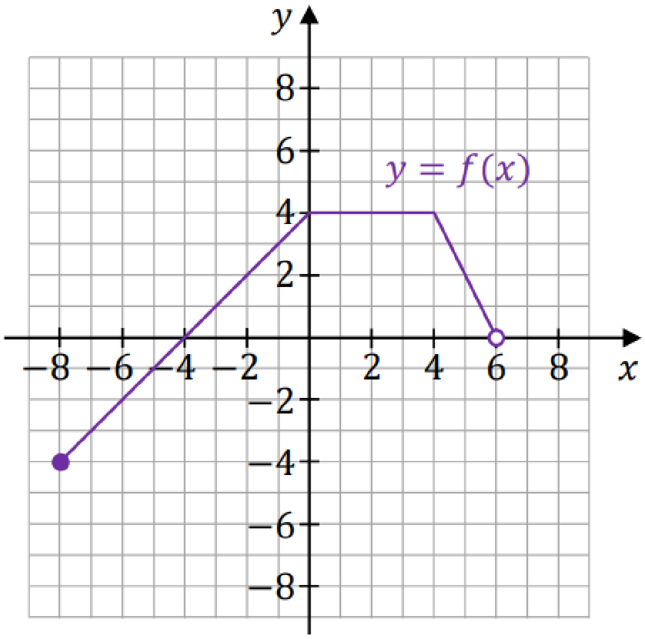
2. Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $[6, 8]$ jest równa ....

Zadanie 28. (0–4)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{dla } x \in [-8, 0] \\ 4 & \text{dla } x \in (0, 4] \\ -2x + 12 & \text{dla } x \in (4, 6) \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.

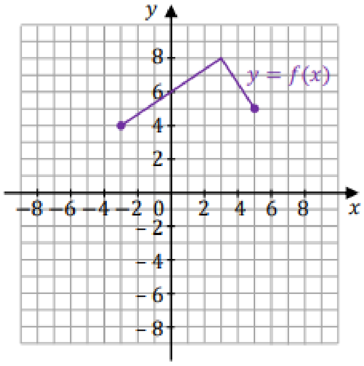


Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach tak, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział ....
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział ....
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział ....
4. Zbiorem wszystkich rozwiązań równania $f(x) = 4$ jest przedział ....

Wyjaśnienie:

Zadanie 29. (0–2)



Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.

Funkcje g oraz h są określone za pomocą funkcji f następująco:

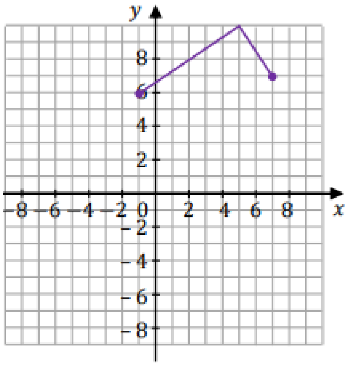
$$y = g(x) = f(x+2) \qquad y = h(x) = f(x) + 2$$

Na rysunkach A–F przedstawiono wykresy różnych funkcji – w tym wykresy funkcji g oraz h.

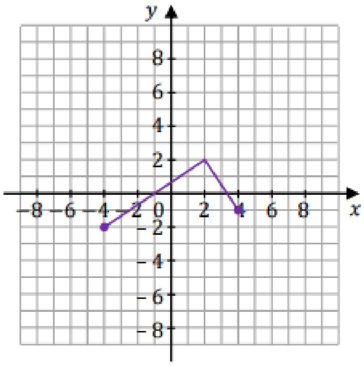
Każdej z funkcji $y = g(x)$ oraz $y = h(x)$ przyporządkuj jej wykres. Wpisz obok symboli funkcji w tabeli poniżej właściwe odpowiedzi wybrane spośród A–F.

Nr zadania	Funkcja	Rysunek
29.1.	$y = g(x)$	
29.2.	$y = h(x)$	

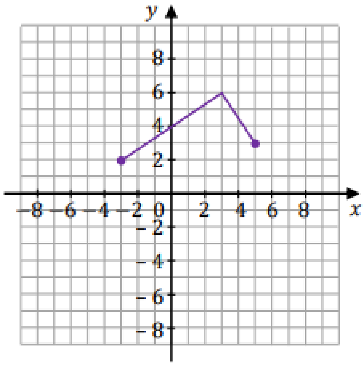
A.



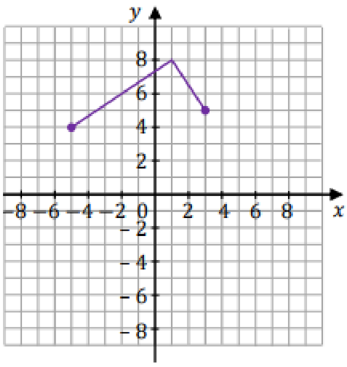
B.



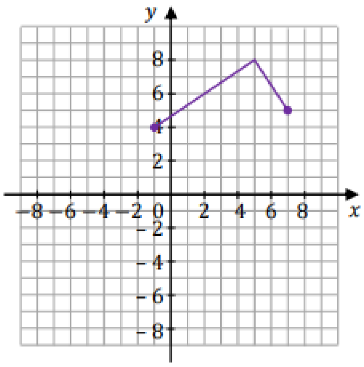
C.



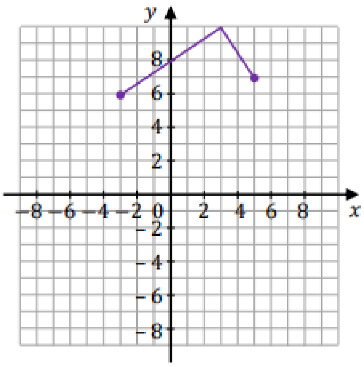
D.



E.



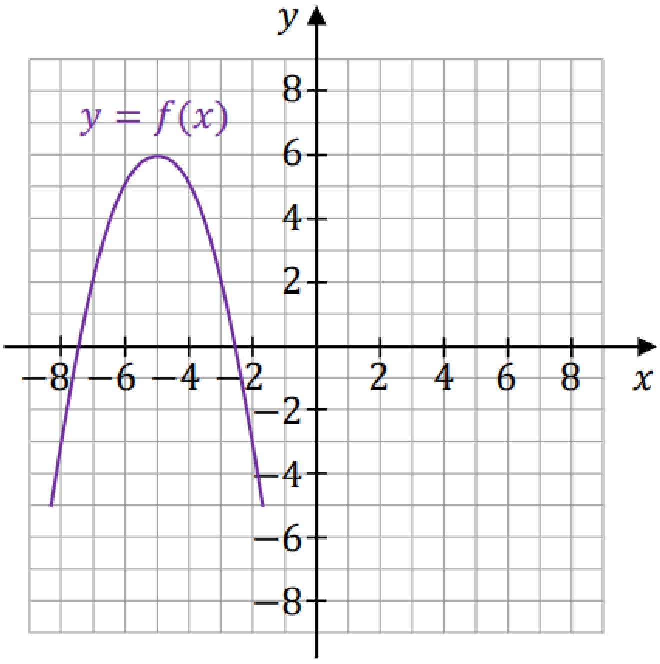
F.



Wyjaśnienie:

Zadanie 30. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $y = f(x)$, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych, jeżeli wiadomo, że jeden ze wzorów podanych w odpowiedziach A–D to wzór funkcji f.

Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ jest określona wzorem

A. $y = -(x+5)^2 - 6$

B. $y = -(x+5)^2 + 6$

C. $y = -(x-5)^2 - 6$

D. $y = -(x-5)^2 + 6$

Wyjaśnienie:

Zadanie 34. (0–2)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n + 4 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1$$

Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n).

Wyjaśnienie:

Zadanie 36. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

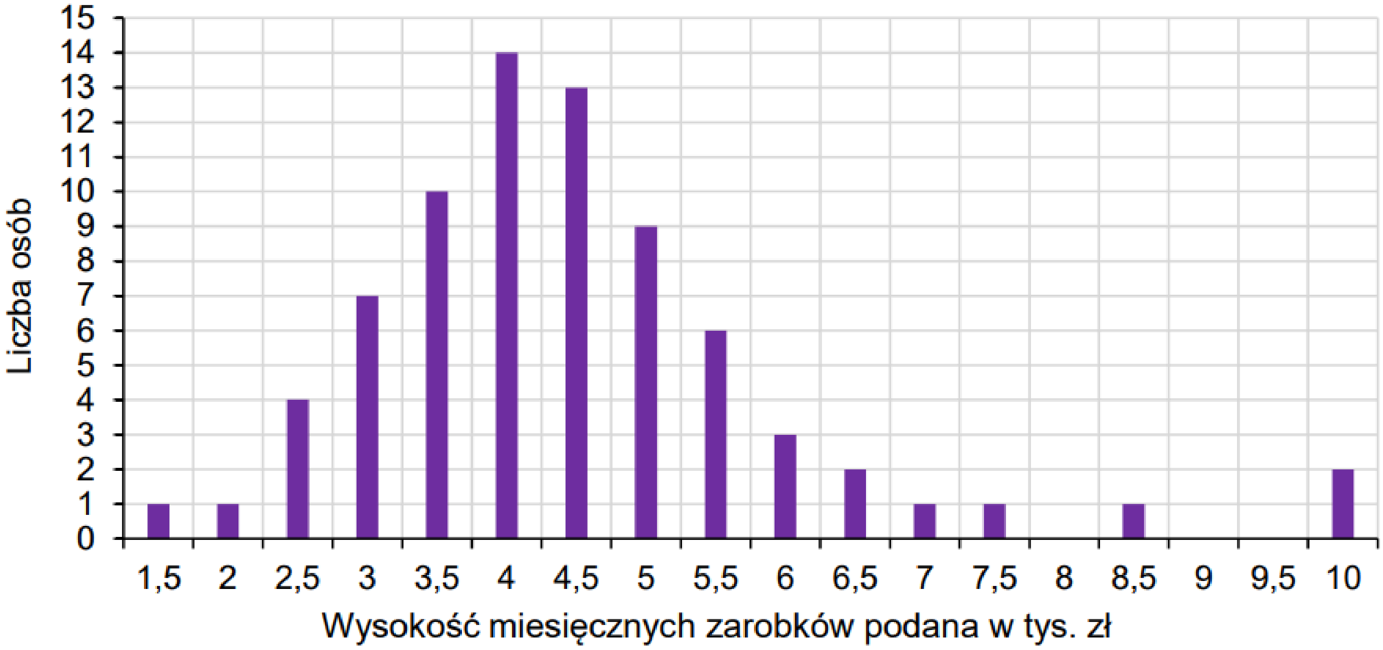
Ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ jest

A.	rosnący,	ponieważ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$	**1.**	różnica $a_{n+1} - a_n$ jest liczbą ujemną.
B.	malejący,		**2.**	różnica $a_{n+1} - a_n$ jest równa zero.
C.	stały,		**3.**	różnica $a_{n+1} - a_n$ jest liczbą dodatnią.

Wyjaśnienie:

Zadanie 65.

Na wykresie słupkowym poniżej podano rozkład miesięcznych zarobków wszystkich pracowników w pewnej firmie $\mathcal{F}$. Na osi poziomej podano – wyrażone w tysiącach złotych – miesięczne wynagrodzenie netto pracowników firmy $\mathcal{F}$, a na osi pionowej przedstawiono liczbę osób, która osiąga podane zarobki.



Zadanie 65.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominantą miesięcznych zarobków w firmie $\mathcal{F}$ jest

A.	10 tys. zł,	ponieważ	**1.**	tę wartość zarobków osiąga najwięcej osób w firmie $\mathcal{F}$.
B.	4,5 tys. zł,		**2.**	ta wartość zarobków jest największa w firmie $\mathcal{F}$.
C.	4 tys. zł,		**3.**	iloczyn tej wartości zarobków i liczby osób z takimi zarobkami jest największy w firmie $\mathcal{F}$.

Wyjaśnienie:

Zadanie 65.2. (0–1)

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Medianą miesięcznych zarobków w firmie $\mathcal{F}$ jest .... tys. zł.

Zadanie 65.3. (0–2)

Oblicz średnią miesięcznego wynagrodzenia netto wszystkich pracowników firmy $\mathcal{F}$. Wynik podaj bez zaokrąglania.

jeszcze jedno zadanie tutaj