

# dp选讲

grass8cow

# P3349 [ZJOI2016] 小星星

题意：

给定一个图和一棵树。

计算有多少个排列  $p$  满足：如果  $(u,v)$  是树上的一条边，那么  $(p[u],p[v])$  是图中的一条边。

$n \leq 17$ 。

tips: “ $p$  是排列”可以表达成：每种值都在  $p$  中出现至少一次。

# AGC032D Rotation Sort

给定一个排列，现在你可以做两种操作：

1. 让一个数移动它右边任意一个位置，代价为  $A$ 。
2. 让一个数移动它左边任意一个位置，代价为  $B$ 。

求让排列升序的最小代价。  $n \leq 5000$

tips:  $A=B$  怎么做？会对同一个数操作多次吗？

# CF1523F Favorite Game

平面上有  $n$  个传送门和  $m$  个任务点，给出它们的坐标，以及任务点出现的时间。

任务点只出现一瞬间，如果你此时恰好在这个点上，就算完成了这个任务。

传送门一开始都没有激活，只有你走到传送门前，才能激活它。

你在传送门可以瞬移到其他传送门。

时刻 0 你可以选择任何一个位置降落，之后每一秒你只能往四个方向移动一步/不移动。求最多能完成多少任务。 $n \leq 14$   $m \leq 100$

tips: 减少无效状态，交换下标和值域

# qoj7504 HearthStone

题意：给定正整数序列  $a$ 。

你可以对其进行操作，每次可以将一个位置加 1/减 1。

我们定义一个序列是合法的，当且仅当：令序列最大值是  $M$ ，则  $1, 2, 3, \dots, M$  都在序列中出现过至少一次。

求最小操作次数使序列合法， $n \leq 10^6$ 。

tips1:  $n^2$ ? tips2: slope-trick

# qoj8528 Chords

从前有一个圆，圆上分布了  $2n$  个点。

这些点之间有  $n$  条连线，每条线两个端点的编号在输入中给出。

保证不存在一个点是两条线的端点。

现在你希望选出尽量多条线，满足它们两两不交。

$n \leq 10^5$ 。保证数据随机。

tips1:  $O(n^2)$  怎么做

tips2: 数据随机，答案会很大吗？

# CF1616G Just Add an Edge

给定一张有向图。

保证一条  $u$  指向  $v$  的边满足  $u < v$ 。

你想知道有多少对  $x, y$  满足：

$1 < x < y \leq n$ ；原图添加  $y$  指向  $x$  的边后存在哈密顿路径。

$n, m \leq 150000$ 。

tips：可以先想想高复杂度的做法。

# CF1781F Bracket Insertion

进行  $n$  次操作构建一个括号序列：

等概率随机选择一个空位（若当前有  $k$  个字符，则有  $k+1$  个空位）。

以  $p$  的概率插入  $()$ ；或以  $1-p$  的概率插入字符串  $)($ ，操作后字符串长度增加 2。

给定  $n, p$ ，求出得到一个合法括号序列的概率，对 998244353 取模。

$n \leq 500$

tips: 观察前缀和数组。



# P9824 Fountains

给定正整数序列  $a$ ，定义  $C(l,r)$  是  $a[l]$  到  $a[r]$  的和。

你需要对  $1 \leq k \leq n(n+1)/2$  求出：

选择  $k$  个二元组，令第  $i$  个二元组为  $l[i], r[i]$ 。

定义  $W(L,R)$  为满足  $L \leq l[i] \leq r[i] \leq R$  的  $C(l[i], r[i])$  最大值，如果没有则为 0。

求  $W(L,R)$  之和的最大值。 $n \leq 9$ 。

tips：轮廓线。

# qoj8049 Equal Sums

给出两个长度为  $n$  的序列  $x_l, x_r$  , 满足  $1 \leq x_l[i] \leq x_r[i] \leq 500$

定义序列  $x$  是合法的, 当且仅当  $x_l[i] \leq x[i] \leq x_r[i]$ 。

同理给出长度为  $m$  的序列  $y_l, y_r$  , 要求  $y_l[i] \leq y[i] \leq y_r[i]$ 。

现在想知道  $\sum x[i] = \sum y[i]$  的  $(x, y)$  个数。对 998244353 取模。

$n, m \leq 500$

tips: 抓住想求的东西, 观察转移, 减少状态

# P1220 关路灯 （线性做法！）

数轴上排列了  $n$  盏灯，每盏灯有功率和坐标。

定义一盏灯的耗电量是其亮着的时间乘上其功率。

一个人要关掉所有灯， he 可以从任意位置出发在数轴上所有移动。

走到灯前可以在一瞬间关掉灯。求总耗电量的最小值。

tips: 神奇的势能设计