

NOI 模拟赛 Day1

题目名称	互质序列	树的搜索	卡牌游戏
题目类型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	sequence	search	card
输入文件名	sequence.in	search.in	card.in
输出文件名	sequence.out	search.out	card.out
时间限制	0.5 秒	2.0 秒	3.0 秒
内存限制	512 MiB	1024 MiB	512 MiB
测试点数目	20	25	10
测试点等分	是	是	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	sequence.cpp	search.cpp	card.cpp
-----------	--------------	------------	----------

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++14
-----------	--------------------

1. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 0。
2. 若无特殊说明，输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格进行分隔。
3. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
4. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
5. 在终端下可使用命令 `ulimit -s unlimited` 将栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目限制。
6. 对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。
7. 考试过程中若对题目有疑问，请联系出题人。
8. 题目很简单，AK 了请勿大声喧哗。

互质序列 (sequence)

【题目描述】

给定一个数 n 。定义一个长度为 m 的序列是合法的，当且仅当任意 $i \in [1, m]$ ，满足 $a_i | n$ ，并且对于任意 $i \in [1, m]$ ， $\gcd(a_i, a_{i+1}) > 1$ 。

有 q 次询问，每次给定一个整数 m ，求长度为 m 的合法 a 序列数量。对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

第一行两个正整数 n, q ，含义见题目描述。

接下来 q 行每行一个正整数 m ，表示询问的序列长度。

【输出格式】

q 行每行一个数表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 12 3
2 1
3 2
4 3
```

【样例 1 输出】

```
1 6
2 21
3 91
```

【样例 2】

见选手目录下 *sequence2.in* 与 *sequence2.ans*，该样例满足测试点 3 ~ 4 的性质。

【样例 3】

见选手目录下 *sequence3.in* 与 *sequence3.ans*, 该样例满足测试点 13 ~ 16 的性质。

【子任务】

对于全部的数据, $1 \leq n \leq 10^{16}, 1 \leq q \leq 150, 1 \leq m \leq 10^{18}$ 。

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	$q \leq$
1 ~ 2	10^6	100	150
3 ~ 4	10^{10}	100	150
5 ~ 7	10^{16}	100	150
8 ~ 9	10^4	10^{18}	1
10 ~ 12	10^8	10^{18}	1
13 ~ 16	10^{16}	10^{18}	1
17 ~ 20	10^{16}	10^{18}	150

树的搜索 (search)

【题目描述】

给定一个 n 个点的有根，每个点有点权。对于一组 $x, y (y \in \text{subtree}(x))$ 进行以下操作：

1. 将 x 放入栈。
2. 判断栈顶元素 w 是否为 y ，如果是那么结束操作。否则如果 w 有至少一个未被访问过的儿子节点，在其中等概率随机选择一个放入栈中。
3. 重复步骤 2 知道不存在未被访问过的儿子节点。
4. 弹出栈顶元素。
5. 重复步骤 2 直到栈为空。

上述操作进行了对 x 子树的一个随机 dfs 过程，定义 $f(x, y)$ 为进入过栈的所有节点对应 a_u 的最小值的期望值。求所有合法 x, y 组对应的 $f(x, y)$ 之和。对 998244353 取模。

【输入格式】

第一行两个数 n, r ，表示点数和根节点编号。

第二行 n 个数 $a_1 \sim a_n$ ，表示每个点点权。

接下来 $n - 1$ 行每行两个数，表示树上一条边 u, v 。

【输出格式】

一行一个数表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 5 1
2 5 4 3 2 1
3 1 2
4 1 3
5 3 4
6 3 5
```

【样例 1 输出】

```
1 499122202
```

【样例 2】

见选手目录下 *search2.in* 与 *search2.ans*, 该样例满足测试点 2 ~ 3 的性质。

【样例 3】

见选手目录下 *search3.in* 与 *search3.ans*, 该样例满足测试点 13 ~ 14 的性质。

【样例 4】

见选手目录下 *search4.in* 与 *search4.ans*, 该样例满足测试点 15 ~ 16 的性质。

【子任务】

对于全部的数据, $1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 1 \leq u, v, r \leq n, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	100	无
2 ~ 3	500	无
4	5000	D
5 ~ 6	5000	无
7	5×10^5	A
8	5×10^5	BD
9	5×10^5	B
10	5×10^5	CD
11 ~ 12	5×10^5	C
13 ~ 14	5×10^5	E
15 ~ 16	10^5	D
17 ~ 19	10^5	无
20 ~ 22	5×10^5	D
23 ~ 25	5×10^5	无

特殊性质 A: 保证树是一条以 r 为根的链。

特殊性质 B: 保证树是一个以 r 为根的菊花图。

特殊性质 C: 保证 $r = 1$, 对于 $\forall i \in [2, n]$, i 的父亲在 $[1, i - 1]$ 中随机选取。

特殊性质 D: 保证 a_i 是一个 $1 \sim n$ 的排列。

特殊性质 E: 保证 $a_i \leq 10$ 。

卡牌游戏 (card)

【题目描述】

你的面前有 n 张卡牌, 第 i 张上面有数字 a_i 。你需要拿出其中的若干张, 保持它们的相对顺序不变, 形成一个新的卡牌序列。

设新的卡牌序列长度为 m , 第 i 张卡牌上数字为 b_i , 那么定义其权值为 $\sum_{i=1}^{m-1} \lfloor \frac{S}{\text{lcm}(b_i, b_{i+1})} \rfloor \times \text{lcm}(b_i, b_{i+1})$ 。

其中 $\text{lcm}(x, y)$ 表示 x, y 的最小公倍数。你想要最大化新卡牌序列的权值。

但这个问题太简单了, 所以出题人自作主张帮你禁掉了一张卡牌, 但你并不知道禁掉的是哪张卡牌。所以你需要对于每张卡牌 i , 求出如果不能选择第 i 张进入新的卡牌序列, 你能得到的最大权值为多少, 记为 ans_i 。为了减小输出量, 你只需要输出 $\oplus_{i=1}^n i \times ans_i$ 。

【输入格式】

第一行四个正整数 n, S, tp, id , 其中 n, S 含义见题目描述, $tp = 0/1$ 表示数据类型 (具体见输出格式), id 表示子任务编号。

第二行 n 个正整数, 第 i 个表示 a_i 。

【输出格式】

如果 $tp = 0$, 输出一行一个正整数表示最大权值。

如果 $tp = 1$, 输出一行两个正整数, 分别表示最大权值和 $\oplus_{i=1}^n i \times ans_i$ 。

【样例 1 输入】

```
1 5 10 1 1
2 3 2 1 4 5
```

【样例 1 输出】

```
1 26 18
```

【样例 2】

见选手目录下 `card2.in` 与 `card2.ans`, 该样例满足子任务 2 的性质。

【样例 3】

见选手目录下 *card3.in* 与 *card3.ans*, 该样例满足子任务 6 的性质。

【样例 4】

见选手目录下 *card4.in* 与 *card4.ans*, 该样例满足子任务 9 的性质。

【子任务】

对于全部的数据, $1 \leq n, S \leq 5 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9, 1 \leq id \leq 10, tp \in \{0, 1\}$ 。

子任务编号	$n \leq$	$S \leq$	$tp =$	特殊性质	分值
1	10^3	10^5	1	无	5
2	10^4	10^5	1	无	5
3	10^5	3×10^5	1	A	10
4	10^5	3×10^5	1	B	10
5	10^5	10^5	0	无	10
6	10^5	10^5	1	无	10
7	3×10^5	3×10^5	0	无	10
8	3×10^5	3×10^5	1	无	10
9	5×10^5	5×10^5	0	无	15
10	5×10^5	5×10^5	1	无	15

特殊性质 A: 保证 a_i 在 $[1, S]$ 内随机生成。

特殊性质 B: 保证 $a_i \leq 100$ 。