

【2025SD省队第二轮(平邑)集训第二场】

2025.5.1

题目名称	MEX 求和	最大异或和	前缀最值
题目类型	传统型	传统型	传统型
输入文件名	mex.in	xor.in	history.in
输出文件名	mex.out	xor.out	history.out
时间限制	1s	1s	4s
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB
子任务数目	6	8	5
子任务是否等分	否	否	是

注意事项

- 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
- 编译选项：`-lm -std=c++14`。
- C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 `0`。
- 若无特殊说明，输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格分隔。
- 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
- 每道题目的栈空间与所给的空间限制一致。
- 原则上，每个测试点时限为标准程序在该测试点上的运行时间的 2 倍及以上。

MEX 求和 (mex)

题目描述

对于一个非负整数序列 A ，定义 $MEX(A)$ 为最小的不在 A 中出现的非负整数。

现在给定非负整数序列 B_1, B_2, \dots, B_n ，求所有满足 $0 \leq A_i \leq B_i$ ($i = 1, \dots, n$) 的非负整数序列 A 的 $MEX(A)$ 之和，答案对 $10^9 + 7$ 取模。

输入格式

第一行：一个正整数 n 。

第二行： n 个整数 B_1, B_2, \dots, B_n 。

输出格式

一个整数，表示答案。

样例输入1

```
5
6 8 3 2 1
```

样例输出1

```
2824
```

样例输入2

```
8
3 7 1 11 0 4 1 9
```

样例输出2

```
208746
```

数据范围

对于所有数据，满足 $1 \leq n \leq 5000$, $0 \leq B_i \leq 10^9$ 。

子任务编号	分值	$n \leq$	$B_i \leq$
1	10	7	7
2	15	18	10^9
3	15	300	300
4	20	300	10^9
5	20	5000	5000
6	20	5000	10^9

最大异或和 (xor)

题目描述

给定整数 N, M, X , 以及 K 个正整数 b_1, b_2, \dots, b_K , 求有多少长为 M 的整数序列 a_1, a_2, \dots, a_M , 满足:

- $0 \leq a_i < 2^N$ 。
- 存在一个子序列 $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ ($1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq M$), 使得 $a_{i_1} \oplus a_{i_2} \oplus \dots \oplus a_{i_k} \geq X$ 。
- 对于每个 $j = 1, \dots, K$, 存在一个子序列 $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ ($1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq M$) , 使得 $a_{i_1} \oplus a_{i_2} \oplus \dots \oplus a_{i_k} = b_j$ 。

其中 \oplus 表示异或。答案对 $10^9 + 7$ 取模。

输入格式

第一行: 三个整数 N, M, K 。

第二行: 一个长为 N 的 01 串, 为 X 从高位到低位的二进制表示。

接下来 K 行: 第 i 行一个长为 N 的 01 串, 为 b_i 从高位到低位的二进制表示。

输出格式

一个整数, 表示答案。

样例输入1

```
4 4 1
0101
0010
```

样例输出1

```
39060
```

样例输入2

```
8 10 3
00000000
01101101
11001001
11101111
```

样例输出2

```
3836934
```

样例输入 3

```
8 10 0
10010110
```

样例输出 3

808800473

样例输入4

8 20 8
11101010
01010100
00110110
11100011
11100100
11100011
01010101
10110000
00000111

样例输出4

443121994

数据范围

对于所有数据，满足 $1 \leq N \leq 5000$, $1 \leq M \leq 10^9$, $0 \leq K \leq 1000$, $0 \leq X < 2^N$, $1 \leq b_i < 2^N$ 。

子任务编号	分值	$N \leq$	$M \leq$	$K \leq$	X
1	10	4	4	10	
2	10	8	5000	1000	
3	15	300	5000	0	
4	15	300	5000	500	$= 0$
5	10	300	5000	500	
6	15	5000	10^9	0	
7	15	5000	10^9	1000	$= 0$
8	10	5000	10^9	1000	

前缀最值 (history)

题目描述

给定一个长度为 n 的序列 a_1, a_2, \dots, a_n 。另有一序列 b_1, \dots, b_n ，初始时 $b_i = \max_{1 \leq j \leq i} a_j$ 。

接下来进行 m 次操作，每个操作为以下两种之一：

- `1 l r x`：对每个 $l \leq i \leq r$ ，令 $a_i \leftarrow a_i + x$ ；再对每个 $1 \leq i \leq n$ ，令 $b_i \leftarrow \min \left(b_i, \max_{1 \leq j \leq i} a_j \right)$ 。
- `2 k`：询问 b_k 。

由于某种原因，本题要求强制在线。

输入格式

第一行：三个整数 n, m, o 。

第二行： n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n 。

接下来 m 行：每行一个操作，格式为以下两种之一：

- `1 l' r' x`：表示操作 `1 l r x`，其中 $l = 1 + (l' - 1 + o \times lastans) \bmod n$ ， $r = 1 + (r' - 1 + o \times lastans) \bmod n$ 。
- `2 k'`：表示操作 `2 k`，其中 $k = 1 + (k' - 1 + o \times lastans) \bmod n$ 。

$lastans$ 为上一次询问的答案（不存在则为 0）。

输出格式

对于每个询问，输出一行表示答案。

样例输入1

```
15 20 0
0 1 3 3 4 5 6 8 15 17 14 20 5 2 4
1 10 14 -3
2 10
2 11
2 10
2 10
1 2 2 -4
2 2
1 2 15 -4
2 8
2 6
1 2 2 1
1 14 15 -2
2 15
2 14
1 14 15 2
1 10 14 1
1 2 15 1
1 9 15 -3
2 14
1 9 15 1
```

样例输出1

```
15
15
15
15
0
4
1
13
13
12
```

样例输入2

```
15 15 1
20 6 6 13 17 5 12 14 12 11 4 18 3 7 16
2 8
2 11
1 1 9 -13
1 14 14 -7
2 6
2 9
1 11 15 -2
2 11
1 4 7 -12
1 13 15 -13
2 6
2 10
1 1 8 -4
2 10
1 5 8 -6
```

样例输出2

```
20
20
20
20
18
15
15
11
```

数据范围

对于所有数据, 满足 $1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$, $o \in \{0, 1\}$, $1 \leq l \leq r \leq n$, $1 \leq k \leq n$, $|x| \leq 10^8$, 保证任意时刻 $|a_i| \leq 10^8$ 。

子任务编号	分值	$n, m \leq$	$o =$
1	20	10^4	1
2	20	10^5	0
3	20	10^5	1
4	20	5×10^5	0
5	20	5×10^5	1