

# 树上题目选讲

by tsx

# CF1394D

- ▶ 有一棵  $n$  个点的树，第  $i$  个点有参数  $a_i, b_i$ 。 ( $1 \leq a_i, b_i \leq 10^6$ )
- ▶ 现在要求把这棵树剖分成若干条链（链包括端点），使每条边恰好出现在一条链中，且要求链上的点的  $b_i$  单调不降或单调不增。一条链的权值定义为链上所有点的  $a_i$  之和。
- ▶ 求在所有剖分方案中，链的权值之和最小为多少。
- ▶  $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ 。

# loj6669

- ▶ 这天，她创造了一个有  $n$  个节点的二叉树。节点的编号从 1 到  $n$ ，其中 1 是二叉树的根节点。
- ▶ 不过，她不记得这棵二叉树具体长什么样子了，她只记录了二叉树上任意两个节点之间的距离。你可以通过向她询问有关距离的信息来还原这棵二叉树，两个节点之间的距离定义为它们之间最短路上的边数。
- ▶ 你可以向 Nauuo 询问不超过 30000 次有关距离的信息。你只需要告诉她  $2 \sim n$  号节点的父亲的编号就可以了。
- ▶  $n \leq 3000$ 。

# uoj618

- ▶ 河狸们居住在  $N$  个岛上。这些岛从 1 到  $N$  编号，并通过  $N - 1$  座双向连接的桥连通。这些桥的编号为 1 到  $N - 1$ 。桥  $i$  连接岛  $A_i$  和  $B_i$ 。通过桥可以在任意岛之间穿梭。每个岛上有一只河狸定居。
- ▶ 有时，在某些岛上居住的河狸们要聚集到一个岛上开会。当一场会议的出席者确定了之后，满足以下条件的一个岛就被选为开会地址：
- ▶ 参会者为了到达这个岛开会所需要经过桥的数量的总和是最小的。
- ▶ 这里，当会议的出席者确定时，每位出席者都会经过最少数量的桥前往开会所在岛。
- ▶ 会议出席者都希望会议的候选岛很多。当一场会议的出席者确定时，这场会议的期待值等于满足以上条件的岛的个数。对于每个从 1 到  $N$  的整数  $j$ （包括两端），你想知道当有  $j$  位河狸参会时，这场会议的最大期待值是多少。
- ▶ 给定这些岛的信息，写一个程序计算对每一个参会河狸数，这场会议的最大期待值是多少。
- ▶  $1 \leq N \leq 2 \times 10^5$ 。

# uoj33

- ▶ 有一棵  $n$  个结点的有根树  $T$ 。结点编号为  $1, \dots, n$ ，其中根结点为 1。树上每条边的长度为 1。我们用  $d(x, y)$  表示结点  $x, y$  在树上的距离， $LCA(x, y)$  表示  $x, y$  的最近公共祖先。
- ▶ 对于结点  $u, v$  ( $u \neq v$ )，令  $a = LCA(u, v)$ ，定义  $f(u, v) = \gcd(d(u, a), d(v, a))$ 。
- ▶ 对于所有  $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ ，求出有多少对  $(u, v)$  ( $u < v$ )，满足  $f(u, v) = i$ 。
- ▶  $n \leq 2 \times 10^5$ 。

# CF830E

- ▶ 有  $n$  台机器，每个机器有一个设定值  $d_i$ ，它可以定为任意非负整数。当某一台机器的设定值为  $d_i$  时，它每秒会消耗  $d_i^2$  的能量，如果某一对机器  $y, z$  通过电线直接连接，每秒会产生  $d_y \times d_z$  的能量。
- ▶ 现在，给出机器和电线的连接情况，试问是否存在一种设定  $n$  个机器的设定值的方案，使得  $\exists i, d_i \neq 0$  且能量的总生产值大于等于总消耗值。
- ▶ 若存在给出一组方案，你需要保证  $d_i \in [0, 10^6]$ ，可以证明若存在非负整数解，一定存在保证  $d_i \in [0, 10^6]$  的解。
- ▶  $n, m \leq 10^5$ 。

# uoj576

- ▶ 在大漠中奔波数周修好电站之后，你以迅雷不及掩耳之势在三天内搭好了“跳找”的基本框架。
- ▶ 现在你开始思考“跳找”服务器的部署和联动问题。
- ▶ “跳找”计划布置  $n$  个服务器，编号  $1 \sim n$ 。
- ▶ 这  $n$  个服务器被  $n - 1$  条网络线路连接，即线路形成一个树形结构。树以 1 号服务器为根。
- ▶ 每个服务器  $u$  都有一个组别  $val_u$ ，组别有  $m$  个，分别为  $1 \sim m$ 。
- ▶ 每条网络线路都有一定的延时，定义  $dis(u, v)$  为服务器  $u, v$  之间线路延时的和，即树上  $u, v$  间简单路径的边权和。
- ▶ 定义服务器  $u$  的延时为  $\sum_{k=1}^m \max_{val_v=k} dis(u, v)$ ，也即对每个组别的最大延迟求和。
- ▶ 为了测试整个服务器网络的性能，需要完成下列  $q$  个操作：
  - ▶ 修改服务器  $u$  的组别；
  - ▶ 查询  $u$  子树内所有服务器的延时总和。
- ▶  $n, m, q \leq 2 \times 10^5$ 。