

# 最小表示法

宁华

# #1438. [POJ1509] Glass Beads

- Description
- 给你  $n$  个环形字符串，对于每一个串，让你找个位置切开。问：在第几个字符前切开，可以使得到的字符串的字典序最小？
- Sample Input
- 4
- helloworld
- amandamanda
- dontcallmebfu
- aaabaaa

- Sample Output

- 10

- 11

- 6

- 5

# 最朴素算法

- 4
- helloworld
- amandamanda
- dontcallmebfu
- aaabaaa

# 最小表示法

- 最小表示法，又称最小循环表示，在搜索判重、判断图的同构等很多问题中有着重要的应用。
- 给定一个字符串 $S[1\sim n]$ ，如果我们不断把它的最后一个字符放到开头，会得到 $n$ 个字符串，称这 $n$ 个字符串是循环同构的。这些字符串中字典序最小的一个，称为字符串 $S$ 的最小表示法。
- 例如 $S = \text{"abca"}$ ，则它的4个循环同构字符串为：
  - $\text{"abca"}$ ,  $\text{"aabc"}$ ,  $\text{"caab"}$ ,  $\text{"bcaa"}$ 。
  - $S$ 的最小表示为 $\text{"aabc"}$ 。

- 一个与S循环同构的字符串可以用该字符串在S中的起始下标表示, 我们就用B[i]来表示从 S[i] 开始的循环同构字符串:  $S[i..n]+S[1..i-1]$
- 例如S = "abca", 则它的4个循环同构字符串:
  - B[1] = "abca"
  - B[2] = "bcaa"
  - B[3] = "caab"
  - B[4] = "aabc"

# 如何求一个字符串的最小表示?

- 方法1: 朴素方法
- 得到所有的 $B[i]$ , 排序
- 复杂度?

# 如何求一个字符串的最小表示?

- 方法2: 假如  $S = \text{"bacacabc"}$ , 求出最小表示  $B[i]$  的  $i$ ?

[illegible]



# 最小表示法

- 1. 初始化  $i \leftarrow 1, j \leftarrow 2, n \leftarrow \text{Length of } S, SS \leftarrow S + S$ ;
- 2. 通过直接向后扫描的方法, 比较  $B[i]$  与  $B[j]$  两个循环同构串。
- 令  $k \leftarrow 0$
- (1) 如果  $SS[i+k] == SS[j+k]$  则  $k++$
- (2) 如果直到  $k == n-1$  一直相等, 即扫描了  $n$  个字符  $SS[i+k]$  与  $SS[j+k]$  一直相等, 说明原字符串  $S$  只由一种字符构成, 任意  $B[i]$  都是它的最小表示。
- (3) 如果在  $i+k$  与  $j+k$  处发现不相等:
  - 如果  $SS[i+k] > SS[j+k]$  令  $i = i+k+1$ , 若此时  $i == j$ , 则令  $i = i+1$ ; 如果  $i > n$ ,  $B[j]$  为最小表示
  - 如果  $SS[i+k] < SS[j+k]$  令  $j = j+k+1$ , 若此时  $i == j$ , 则令  $j = j+1$ ; 如果  $j > n$ ,  $B[i]$  为最小表示
- 3. 重复第2步

# 线性时间 $O(n)$ 求最小表示

- $S = \text{"bacacabc"}$ ,  $i=2$ ,  $j=4$ ,  $k=3$
- $SS = \text{"bacacabc bacacabc"}$

下标	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	i															
SS	b	a	c	a	c	a	b	c	b	a	c	a	c	a	b	c
SS	b	a	c	a	c	a	b	c	b	a	c	a	c	a	b	c
		j														

- 如果在  $i+k$  与  $j+k$  处发现不相等, 假设  $ss[i+k] > ss[j+k]$ , 那么我们当然可以得知  $B[i]$  不是最小表示(因为存在一个更小的循环同构字符串  $B[j]$ ). 除此之外, 我们还可以知道  $B[i+1]$ ,  $B[i+2]$  ...  $B[i+k]$  也都不是最小表示, 因为对于  $1 \leq p \leq k$ , 存在一个比  $B[i+p]$  更小的循环同构串  $B[j+p]$ ,  $B[i+p] > B[j+p]$ ;
- 同理如果  $ss[i+k] < ss[j+k]$ , 那么  $B[j]$ ,  $B[j+1]$  ....  $B[j+k]$  都不是  $S$  的最小表示, 直接跳过这些位置, 一定不会遗漏最小表示.

# HDU2609 How many

- 写出代码

# 主函数

```
• int main()  
• {  
•     int n;  
•     while(~scanf("%d",&n))  
•     {  
•         set<string>st;  
•         while(n--)  
•         {  
•             scanf("%s",s);  
•             int len=strlen(s);  
•             int i=MinStr(s);  
•             for(int k=0;k<len;k++)  
•                 t[k]=s[(i+k)%len];  
•             t[len]='\0';  
•             st.insert(t);  
•         }  
•         printf("%d\n",st.size());  
•     }  
•     return 0;  
• }
```

# 最小表示法参考代码

```
• int MinStr(char *s)
• {
•     int len=strlen(s), i=0, j=1, k=0;
•     while(i<len&& j<len&& k<len)
•     {
•         int tmp = s[(i+k)%len] - s[(j+k)%len];
•         if(!tmp) k++;
•         else
•         {
•             if(tmp>0) i=i+k+1;
•             else j=j+k+1;
•             if(i==j)j++;
•             k=0;
•         }
•     }
•     return min(i,j);
• }
```

# 题单

- #1438. [POJ1509] Glass Beads
- #1439. [洛谷P1368] 【模板】最小表示法
- #1440. [HDU2609] How many

# 拓展

- 最大表示法?