

Physikalisches Praktikum für Nebenfach Physik

Dr. Jens Weingarten, Prof. Dr. Arnulf Quadt

1. Februar 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Stoss	1
2	Drehschwingungen	7
3	Kapillarität und Auftrieb	11
4	Innere Reibung von Flüssigkeiten	17
5	Spezifische Wärmekapazität	21
6	Molare Wärmekapazität von Luft	25
7	Linsengesetze	29
8	Mikroskop	35
9	Brechungsindex von Glas	39
10	Beugung am Gitter	43
11	Thermoelement	47
12	Kennlinien verschiedener Leiter	51
13	Elektrische Netzwerke	55
14	Nichtstationäre Diffusion	61
15	Wechselstrom und R-C-Kreis	65
16	Spule und Transformator	75
17	Solarzelle und Halbleiterdiode	81
18	Transistor	89
19	Künstliche Radioaktivität	93
20	Spezifische Elektronenladung e/m	99

Versuch 1

Stoss

In diesem Versuch werden die Grundlagen des inelastischen Stoßes am Beispiel eines Fadenpendels studiert. Das Fadenpendel ist auch heute noch eines der genauesten Instrumente zur Bestimmung der Erdbeschleunigung.

1.1 Stichworte

Hubarbeit; Fadenpendel; pot. und kinet. Energie; Energiesatz; Impulssatz; elast. und inelast. Stoß.

1.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 1.4.2/3, 1.5.2 bis 1.5.9; Demtröder, Kapitel 2.1, 2.2, 4.2

1.3 Anwendungsbeispiele

Beim inelastischen Stoß zweier Körper wird ein Teil der zur Verfügung stehenden Energie (die Summe der kinetischen Energien der beiden Körper vor dem Stoß) in Innere Energie der Körper umgewandelt. Das kann durch Erwärmung oder Verformung der Körper geschehen.

Beispiele für solche inelastischen Stoßvorgänge sind die Formung chemischer Verbindungen aus mehreren Atomen oder Molekülen in Gasen oder Flüssigkeiten, das Auffalten von Gebirgen beim Zusammenstoß tektonischer Platten oder auf kleineren Skalen der Blechschaden beim Zusammenstoß von Fahrzeugen. Ein weiteres Beispiel ist die mit der Zeit abnehmende Sprunghöhe eines elastischen Balls, der vom Boden abprallt.

Wir betrachten inelastische Stöße am Beispiel des Fadenpendels, anhand dessen sehr viele Eigenschaften von schwingenden Systemen verdeutlicht werden können. Einer der interessantesten Aspekte ist zum Beispiel die Unabhängigkeit der Schwingungsdauer des Pendels von der Masse des schwingenden Körpers, s. Pendeluhren oder Spiderman.

Auch wenn die theoretische Einleitung etwas länger ist als bei anderen Versuchen, ist es doch sinnvoll sich mit den Grundlagen der Bewegung von Massepunkten (geworfene Bälle, Sie, Autos, etc.) zu beschäftigen. Diese Gesetzmäßigkeiten betreffen nicht nur jeden einzelnen von uns im Alltag, sondern bilden die Grundlagen für Effekte in allen Naturwissenschaften.

1.4 Theoretischer Hintergrund

1.4.1 Die Kinematik von Massepunkten

Die Kinematik ist die Lehre der Bewegung von Punkten und Körpern im Raum, beschrieben durch die Größen Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung.

Den Größen Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung bei einer geradlinigen Bewegung entsprechen bei einer Drehbewegung die Größen Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung.

Die Position eines Punktes wird durch drei Koordinaten im dreidimensionalen Raum festgelegt. Bei einem starren Körper (der sich nicht verformt) genügen drei weitere Freiheitsgrade für die Rotation (Drehungen im dreidimensionalen Raum), um die Lage des gesamten Körpers zu beschreiben. Die drei Koordinaten eines Ortes stellt man durch die drei Komponenten eines Vektors dar:

Die Koordinaten (x, y, z) entsprechen dem Ort $\vec{x} = (x, y, z)$. Mit der Schreibweise $\vec{x}(t)$ bezeichnet man den Ort des Körpers zu einer bestimmten Zeit t . Trägt man nun diese Funktion gegen die Zeit t auf, so bekommt man die sogenannte *Bahnkurve* des Körpers. Geschwindigkeit und Beschleunigung sind definiert als Ableitungen der Ortskurve nach der Zeit:

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{x}}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right) \quad (1.1)$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{\vec{x}}(t) = \frac{d^2\vec{x}(t)}{dt^2} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right) \quad (1.2)$$

1.4.2 Grundlagen von Schwingungen

Verschiebt man einen elastisch gebundenen Körper aus seiner Ruhelage (z. Bsp. an einer Feder herabhängende Masse nach oben oder unten, die Masse eines Fadenpendels zur Seite), dann bewegt er sich nach dem Loslassen beschleunigt auf seine Ruhelage zu und läuft aufgrund seiner Trägheit über diese hinaus. Nach dem Durchgang durch die Ruhelage wirkt die rücktreibende Kraft verzögernd, da sie jetzt der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist und der Körper kommt schließlich zur Ruhe (Umkehrpunkt). Jetzt wiederholt sich der Bewegungsablauf in umgekehrter Richtung, bis der Ausgangspunkt erreicht ist (wenn Reibung vernachlässigt wird).

Diesen periodisch wiederkehrenden Vorgang nennt man Schwingung, die Zeit T , die verstreicht bis sich ein Bewegungszustand (bestimmt durch Ort, Betrag und Richtung der Geschwindigkeit) wieder einstellt, heißt Schwingungsdauer. Die Frequenz einer Schwingung ist definiert durch

$$f = 1/T, \quad (1.3)$$

ihre Kreisfrequenz ω , auch Winkelfrequenz genannt, durch

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T. \quad (1.4)$$

Hinweis: Winkel werden entweder in Einheiten von Grad oder von Radiant angegeben. In der alltäglich gebräuchlicheren Einheit entspricht eine volle Umdrehung um eine Achse 360° (Grad).

Das Rechnen mit Winkeln wird allerdings sehr viel einfacher, wenn man diese in der dimensionslose Einheit von Radiant angibt. In dieser Einheit entspricht eine volle

Umdrehung 2π rad. Die Umrechnung von Winkeln in Grad nach Radiant ist gegeben durch

$$\varphi[\text{rad}] = \varphi[\text{grad}] \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} . \quad (1.5)$$

Die oben eingeführte Frequenz f gibt an, wie oft pro Sekunde ein kompletter Schwingungsvorgang durchlaufen wird. Beim Fadenpendel zum Beispiel, wie oft sich das Pendel vom linken Umkehrpunkt zum rechten und zurück bewegt. Die Kreisfrequenz ω hingegen gibt an, welcher Anteil des gesamten Schwingungsvorgangs pro Sekunde zurückgelegt wird.

Die Einheit der Frequenz ist das *Hertz*, mit $1\text{H} = 1/\text{s}$, während die Einheit der Kreisfrequenz *Radiant pro Sekunde* ist.

Man unterscheidet zwischen harmonischen und anharmonischen Schwingungen, je nachdem, ob die rücktreibende Kraft linear oder nichtlinear von der Auslenkung abhängt. Eine Schwingung, deren Amplitude durch Energieverlust (zum Beispiel aufgrund von Reibung) monoton abnimmt, heißt gedämpfte Schwingung. Sie ist kein periodischer Vorgang, da der Ausgangspunkt der Bewegung nicht wieder erreicht wird. Erzwungene Schwingungen sind solche, bei denen durch Energiezufuhr von außen ein System zum schwingen angeregt bzw. trotz Dämpfung in einem stationären Schwingungszustand gehalten wird.

Man kann auch die Energie des Pendels im Verlauf einer Pendelschwingung betrachten. Wird das Pendel ausgelenkt, so wird der Körper dadurch ein wenig angehoben. Da dabei Arbeit gegen die Schwerkraft verrichtet wird, hat der Körper im angehobenen Zustand, also wenn das Pendel ausgelenkt ist, eine größere potenzielle Energie, als wenn es nicht ausgelenkt ist. Die zusätzliche potenzielle Energie beträgt $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot l(1 - \cos \varphi)$. In diesem Moment bewegt sich der Körper nicht, so dass er keine kinetische Energie besitzt.

Wird der Körper nun losgelassen wird er in einer beschleunigten Bewegung auf die Ruhelage zu fallen. In dem Moment, wo der Körper die Ruhelage passiert, seine Höhe über dem Erdboden also wieder dieselbe ist wie vor der Auslenkung, hat er keine zusätzliche potenzielle Energie mehr. Stattdessen bewegt er sich hier mit seiner maximalen Geschwindigkeit v_{max} . Demnach hat er die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2$.

Die gesamte zusätzliche potenzielle Energie, die der Körper in der ausgelenkten Position hatte, ist in diesem Moment komplett in kinetische Energie verwandelt.

1.4.3 Das Fadenpendel

Das Fadenpendel besteht aus einer Kugel der Masse m , die an einem Faden der Länge L (gemessen zwischen Aufhängepunkt und Mittelpunkt der Kugel) hängt. Wenn die Masse des Fadens vernachlässigbar ist gegen m und der Durchmesser der Kugel sehr klein gegenüber der Fadenlänge L ist, heißt die Anordnung *mathematisches Pendel*, weil m als Punktmasse behandelt werden kann.

Die Bewegung des Pendels unter dem Einfluss der Schwerkraft kann man sich wie folgt klarmachen:

An der aus der Ruhelage um den Winkel φ herausgedrehten Kugel greift die Schwerkraft $\vec{F}_s = m\vec{g}$ an. Man zerlegt die Schwerkraft in zwei Komponenten

- eine radiale Komponente F_r , die im gespannten Faden eine gleich groß, entgegengerichtete Kraft hervorruft und deshalb nichts zur Beschleunigung beiträgt,
- eine tangentielle Komponente $F_t = -m \cdot g \cdot \sin \varphi$, die eine Tangentialbeschleunigung $a_t = -g \cdot \sin \varphi$ bewirkt. Dies ist die rücktreibende Kraft.

In ebenen Polarkoordinaten lautet die Bewegungsgleichung des Pendels:

$$m \cdot g \cdot \sin \varphi = -m \cdot L \cdot \ddot{\varphi} \quad (1.6)$$

Entwickelt man $\sin \varphi$ in die Taylorreihe

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots$$

so kann man für genügend kleine Werte von φ die höheren Glieder vernachlässigen. Damit wird die Bewegungsgleichung zu:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{L} \cdot \varphi. \quad (1.7)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist die Funktion

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \sin \omega t. \quad (1.8)$$

φ_0 ist dabei die ursprüngliche Winkelauslenkung. Die Kreisfrequenz der Schwingung ist dabei $\omega = \sqrt{g/L}$, die Schwingungsdauer oder *Periode* der Schwingung wird $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}$. Wie man sieht, ist die Periode also nicht von der Auslenkung oder der Masse abhängig, sondern nur von der Fadenlänge und der Erdbeschleunigung.

Diese Tatsache ist die Grundlage der Funktion von Pendeluhren, welche im 18. Jahrhundert besonders in der Seefahrt eine große Rolle spielten, weil sie zum die objektive Zeitmessung auf hoher See, und damit die genaue Bestimmung des Längengrades erlaubten. Das englische Parlament hatte im Jahr 1714 ein Preisgeld von 20.000 Pfund für die Lösung des sogenannten Längenproblems (die genaue Bestimmung des aktuellen Längengrades) ausgesetzt, welches sich der Tischler, Erfinder und autodidaktische Uhrmacher John Harrison erst im Jahre 1765 nach langem Streit teilweise ausgezahlt bekam. Die von ihm erfundene Uhr erreichte eine damals enorm hohe Genauigkeit (etwa 1 Sekunde Abweichung pro Monat).

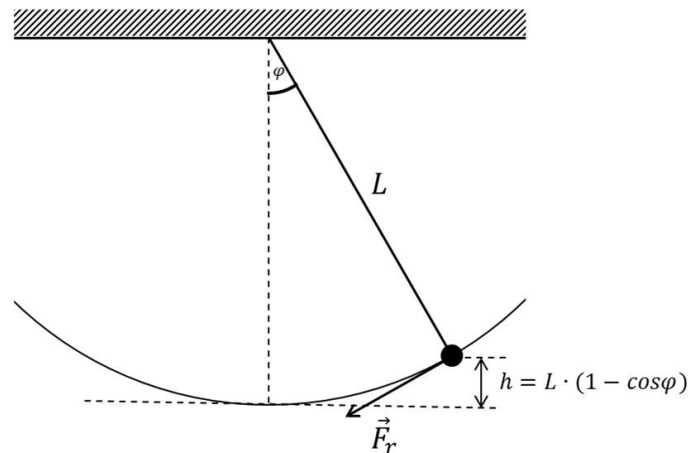


Abbildung 1.1: Fadenpendel

1.4.4 Stöße zwischen zwei Körpern

Ein Stoß ist eine sehr kurzzeitige Wechselwirkung zwischen zwei Körpern. Vor und nach dem Stoß bewegen sich beide, ohne einander zu beeinflussen. Obwohl die Gesamtenergie der beiden Stoßpartner immer erhalten ist, kann häufig ein Teil der kinetischen Energie beim Stoß in andere Energieformen, z.B. in potenzielle Energie oder in Wärmeenergie umgewandelt werden. Der Gesamtimpuls der beiden bleibt jedoch beim Stoß immer erhalten.

Die Grundgleichungen für Stoßprozesse zwischen zwei Körpern lassen sich also schreiben als:

$$\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad \text{Impulssatz} \quad (1.9)$$

$$\frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} \quad \text{Energiesatz} \quad (1.10)$$

Hierbei bezeichnen gestrichene Größen (z.B. \vec{p}_1') auf die Größ nach dem Stoss. Beachten Sie, dass wir bei dieser klassischen Form des Energiesatzes die innere Energie nicht berücksichtigt haben.

Hinweis: Es sei an die Definitionen von kinetischer Energie und Impuls erinnert:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (1.11)$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1.12)$$

Anhand der Energien der beiden Stoßpartner unterscheidet man drei Situationen:

1. **Elastischer Stoß:**

Die kinetische Energie beider Stoßpartner ist nach dem Stoß genauso groß wie davor. Beispiele hierfür sind die meisten Zusammenstöße von Molekülen, roten Blutkörperchen oder ähnlichem, die Rammbockkämpfe vieler Tierarten, oder die Brown'sche Bewegung.

2. **Inelastischer Stoß:**

Ein Teil der kinetischen Energie der Stoßpartner wird dauerhaft in eine andere Energieform überführt, wie zum Beispiel Erwärmung oder Verformung. Beispiele hierfür wären die Überdehnung einer Sehne oder der Bruch eines Knochens, chemische Reaktionen, oder das Hämmern eines Spechts.

3. **Vollständig inelastischer Stoß:**

Hierbei verbinden sich die Stoßpartner miteinander, sodass sie sich im Folgenden mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit weiterbewegen. Beispiele sind die Untereinheiten von Ribosomen, die sich miteinander verbinden, sowie die beiden Metallkugeln im Versuch, welche nach dem Stoß durch die Knetmasse verbunden sind.

1.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Welche mechanischen Größen benötigt man, um die Bewegung eines Körpers zu beschreiben?
2. Wie stehen Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Körpers im Zusammenhang?
3. Wie lauten die Formeln für die kinetische und die potentielle Energie?
4. Warum gilt beim inelastischen Stoss nur der Impuls-, nicht aber der Energiesatz?
5. Wie kommt die Formel $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$ zustande?
6. Wie lautet das Gravitationsgesetz?

1.6 Durchführung

Die Masse der großen Kugel beträgt $M = 2,10 \text{ kg}$, die der kleinen Kugel beträgt $m = 0,11 \text{ kg}$.

1. Bestimmen Sie die Schwingungsdauer T des Pendels, indem Sie fünfmal die Zeit für 10 ganze Schwingungen messen. Die horizontale Auslenkung des Pendels soll dabei nicht größer sein als etwa 40 cm. Warum? Wie groß ist der Fehler Ihrer Messung?
2. An der großen Kugel wird die Knetmasse so befestigt, dass die ausgelenkte kleine Kugel zentral auf die Knetmasse stößt und dann beide Kugeln samt Knetmasse nach dem unelastischen Stoß gemeinsam ausschlagen. Die Auftreffgeschwindigkeit der kleinen Kugel wird variiert, indem man die Fallhöhe h verändert ($h = 3, 4, 5, 6 \text{ cm}$). In Abhängigkeit von der Fallhöhe h der kleinen Kugel ist dann der maximale Ausschlag x_0 der beiden Kugeln samt Knetmasse nach dem zentralen Stoß zu messen. Schätzen Sie den Fehler Ihrer Messung ab.
3. Messen Sie die Masse der Knetmasse m_k . Wie groß ist die Unsicherheit?
4. Notieren Sie die Länge des Fadens, an dem der Pendelkörper aufgehängt ist. Diese können Sie als genau bekannt annehmen.

1.7 Auswertung

1. Berechnen Sie aus der Messung 1 die Erdbeschleunigung g . Wie groß ist der Fehler Ihrer berechneten Größe? Vergleichen Sie diese mit dem Literaturwert und diskutieren Sie Gründe möglicher Abweichungen.
2. In Abhängigkeit von der Fallhöhe h berechne man die Geschwindigkeit v_m der kleinen Kugel beim Auftreffen auf die große Kugel.
3. Nach dem inelastischen Stoß bewegen sich alle Massen (einschließlich Knete!) mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit v_{th} . Berechnen Sie diese Geschwindigkeit mithilfe des Impulssatzes

$$(M + m + m_k) \cdot v_{th} = m \cdot v_m . \quad (1.13)$$

(Machen Sie sich klar, dass Gleichung 1.13 wirklich dem Impulssatz entspricht.)

4. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_{exp} der beiden Massen samt Knete aus dem maximalen Ausschlag x_0 in Messung 2 für alle Fallhöhen. Benutzen Sie die Beziehung:

$$v_{exp} = \frac{2\pi}{T} \cdot x_0 \quad (1.14)$$

5. Vergleichen Sie die experimentellen und die theoretischen Geschwindigkeiten v_{exp} und v_{th} miteinander und geben Sie eine Erklärung für auftretende Differenzen (= Fehlerbetrachtung).

Versuch 2

Drehschwingungen

In diesem Versuch lernen Sie die Grundlagen der Rotation starrer (nicht verformbarer) Körper kennen.

2.1 Stichworte

Lineare (harmonische) Schwingungen; Drehschwingungen; Winkelgeschwindigkeit; Drehimpulserhaltung; Trägheitsmoment; Drehmoment; Steinerscher Satz;

2.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 1.4.2/3, 2.1 und 2.2; Demtröder, Kapitel 2.4.1, 2.8, 4.5, 5.5

2.3 Anwendungsbeispiele

Die Rotation starrer Körper und die dabei verwendeten Trägheitsmomente der Körper beschreiben nicht nur die Vorgänge bei der Rotation eines Spielzeugkreisels oder des Gyroskopstabilisators von Schiffen, sondern auch die Rotation von Atomen und Molekülen, bei denen manche Achsen (Hauptträgheitsachsen) bevorzugt sind. Die Rotation der Erde um ihre eigene Achse wird ebenso beschrieben wie die Umdrehung von Fahrradreifen oder die Rotation des Arms in der Schulter.

2.4 Theoretischer Hintergrund

2.4.1 Das Trägheitsmoment

Wir betrachten einen starren Körper, der um eine feststehende Achse rotiert. Um die gesamte kinetische Energie des Körpers aufgrund seiner Rotation berechnen zu können, unterteilen wir den Körper in sehr kleine würfelförmige Elemente, die die kleine Masse dm_i (*Massenelement*) haben. Diese Massenelemente haben den senkrechten Abstand r_i von der Drehachse. Somit können wir die gesamte kinetische Energie schreiben als:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \sum dm_i v_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum dm_i r_i^2 \quad (2.1)$$

mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = r \cdot v$.

Bei einem kontinuierlichen Körper können wir das Massenelement dm_i über die Dichte des Körpers ausdrücken als $dm_i = \rho \cdot dV$. Lassen wir nun die Würfel, aus denen wir den Körper zusammensetzen, unendlich klein (infinitesimal) werden, so geht die Summe in Gleichung 2.1 in das Integral über:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \omega^2 \int \rho r^2 dV \quad (2.2)$$

Wir lassen die Dichte ρ unter dem Integral, weil sie von Ort zu Ort verschieden sein kann.

Betrachten wir den in Gleichung 2.2 auftretenden Ausdruck

$$J = \sum dm_i r_i^2 = \int \rho r_i^2 dV, \quad (2.3)$$

das *Trägheitsmoment* des Körpers. Er besagt, dass sich die einzelnen Masseteile in der Rotation umso mehr auswirken, je weiter sie von der Rotationsachse entfernt sind. Dementsprechend hängt J sowohl von der genauen Form des Körpers ab, als auch davon, wo die Rotationsachse des Körpers liegt. Beispielsweise betragen die Trägheitsmoment einiger einfacher Körper:

- Kreisscheibe oder Zylinder, Achse durch die Symmetrieachse:

$$J = \frac{1}{2} M R^2 \quad (2.4)$$

- Hohlzylinder (Innenradius R_i , Aussenradius R_a), Achse durch Symmetrieachse:

$$J = \frac{1}{2} M (R_a^2 + R_i^2) \quad (2.5)$$

- Vollkugel, Achse durchs Zentrum:

$$J = \frac{2}{5} M R^2 \quad (2.6)$$

- Würfel der Kantenlänge a , für jede Achse, die durch den Schwerpunkt geht:

$$J = \frac{1}{6} M a^2 \quad (2.7)$$

- Stab der Länge L , Achse senkrecht zum Stab durch den Schwerpunkt:

$$J = \frac{1}{12} M L^2 \quad (2.8)$$

2.4.2 Der Steiner'sche Satz

Wenn man das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine durch seinen Schwerpunkt gehende Achse A' kennt, liefert der *Steiner'sche Satz* das Trägheitsmoment in Bezug auf eine andere dazu parallele Achse A . Der Abstand zwischen den beiden Achsen sei a :

$$J_A = J_{A'} + M a^2 \quad (2.9)$$

Wie man leicht nachrechnen kann, ergibt sich damit für das Trägheitsmoment eines Stabes, bei dem die Drehachse einen Abstand b zum Schwerpunkt hat:

$$J = \frac{1}{12} M L^2 + m b^2. \quad (2.10)$$

2.4.3 Drehschwingungen

Eine Spiralfeder übt ein Drehmoment \vec{T} aus, das dem Auslenkungswinkel aus der Ruhelage proportional und entgegengerichtet ist:

$$\vec{T} = -D^* \cdot \varphi \cdot \hat{e}_\varphi. \quad (2.11)$$

D^* heißt *Winkelrichtgröße* oder *Richtmoment* und ist eine Eigenschaft der gewählten Feder. Unter der Wirkung eines solchen Moments führt ein an der Spiralfeder befestigter Körper entsprechend der Bewegungsgleichung

$$\vec{T} = -D^* \cdot \varphi \cdot \hat{e}_\varphi = \dot{\vec{L}} = J\ddot{\varphi} \cdot \hat{e}_\varphi \quad (2.12)$$

Drehschwingungen aus. Das Symbol $\dot{\vec{L}}$ bezeichnet dabei die zeitliche Änderung des Drehimpulses $\vec{L} = m \cdot \vec{r} \times \vec{p}$. Analog zu den Translationsschwingungen aus Versuch 1 ergibt sich für die Frequenz der Schwingung:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D^*}{J}} \quad (2.13)$$

T ist hierbei die Schwingungsdauer.

2.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Welche Größen beschreiben eine Drehbewegung?
2. Wie lautet der Steiner'sche Satz?
3. Was ist eine harmonische Schwingung?
4. Gilt die Energie-Erhaltung bei der Spiralfeder? Beschreiben Sie die Energieverhältnisse während der Drehschwingung.
5. Wie ist das Drehmoment definiert? (Formel und Einheit)
6. Wie ist der Drehimpuls definiert? (Formel und Einheit)

2.6 Durchführung

1. Der Halter wird so eingespannt, dass die Drehachse horizontal liegt. An der aufgesteckten Scheibe wird die Schnur befestigt. Für verschiedene an die Schnur gehängte Massen ($m = 10, 15, 20, 30, 40$ g) wird der Winkelausschlag Φ im Uhrzeigersinn und entgegengesetzt abgelesen. Achten Sie darauf, dass die Feder nicht an den Rahmen anschlägt!
2. Messen Sie den Radius r der Scheibe.
3. Tragen Sie für jede Masse M den entsprechenden Winkelausschlag Φ im Bogenmaß auf. Bilden Sie dazu jeweils den Mittelwert aus der Auslenkung im und gegen den Uhrzeigersinn und bestimmen Sie die Fehler auf diese Mittelwerte.
4. Messen Sie bei vertikaler Lage der Drillachse für jeden Versuchskörper dreimal die Zeit für jeweils 10 Drehschwingungen. Beim Würfel sind zwei verschiedene Drehachsen zu wählen. Beim Stab werden zwei parallele Achsen gewählt; eine davon geht durch den Schwerpunkt, die andere liegt am Ende des Stabes.
5. Messen Sie die geometrischen Daten der Versuchskörper (Radien, Kantenlängen). Die Masse M der Versuchskörper ist jeweils auf den Körpern in Gramm angegeben.

2.7 Auswertung

1. Berechnen Sie aus der Steigung der Funktion $\Phi(M)$ das Richtmoment (Winkelrichtgröße) D^* der Feder nach der Formel:

$$D^* = \frac{M}{\Phi} \cdot g \cdot r . \quad (2.14)$$

Berechnen Sie auch den Fehler auf das Richtmoment.

2. Berechnen Sie die Trägheitsmomente J_{exp} der verschiedenen Versuchskörper aus den gemessenen Schwingungsdauern T . Benutzen Sie:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_{exp}}{D^*}} . \quad (2.15)$$

Fehlerrechnung nicht vergessen!

3. Berechnen Sie aus den geometrischen Daten der Versuchskörper die theoretischen Trägheitsmomente J_{th} inklusive ihrer Fehler. Benutzen Sie die Gleichungen 2.4 bis 2.10.
4. Vergleichen Sie die gemessenen und berechneten Werte J_{exp} und J_{th} für die verschiedenen Versuchskörper. Geben Sie eine Erklärung für mögliche Differenzen zwischen den Werten.

Versuch 3

Kapillarität und Auftrieb

In diesem Versuch lernen Sie, wie man die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten misst, sowie eine Methode zur Bestimmung der Dichte einer unbekannten Flüssigkeit.

3.1 Stichworte

Oberflächenspannung; Kapillarität; Auftrieb; Mohr'sche Waage; Drehmoment.

3.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 3.1.4 und 3.2; Walcher, Kapitel 2.3 und 2.5

3.3 Anwendungsbeispiele

Eine Kapillare ist ein sehr feiner, langgestreckter Hohlraum. Das Wort leitet sich vom lateinischen Wort *capillus* (das Haar) ab.

Der Kapillareffekt (oder die Kapillarität) beschreibt das Verhalten einer Flüssigkeit in einer solchen Kapillare, wo die Flüssigkeit aufgrund der Oberflächenspannung an den Wänden der Kapillare "hinaufkriecht". Der Effekt wird zum Beispiel von Pflanzen benutzt, um Wasser von den Wurzeln, entgegen der Schwerkraft, zu den Blättern zu transportieren. In der Papierchromatographie wird eine Lösung auf Spezialpapier getropft, wo sie aufgrund der Kapillarität aufsteigt und Bestandteile der Lösung mit sich trägt. Aufgrund der Laufweiten können die Stoffe getrennt werden. Auch in Gesteinen treten Kapillareffekte auf, die Wasser durch das Gestein bewegen.

3.4 Theoretischer Hintergrund

3.4.1 Dichtemessung

Die Dichte eines homogenen Körpers der Masse M und des Volumens V ist definiert als das Verhältnis

$$\rho = \frac{M}{V} . \quad (3.1)$$

Die Masse eines Körpers läßt sich im Allgemeinen durch Wiegen sehr genau ermitteln. Das Volumen eines unregelmäßig geformten Körpers ist hingegen nicht einfach direkt zu bestimmen. Zur mittelbaren Bestimmung des Volumens eignet sich in vielen Fällen der Auftrieb F_A , den ein Körper erfährt, wenn man ihn in eine Flüssigkeit der Dichte ρ_{Fl} taucht. Die Auftriebskraft ist gegeben durch

$$F_A = g \cdot \rho_{Fl} \cdot V. \quad (3.2)$$

Andererseits ist die Auftriebskraft gegeben durch die Differenz der Gewichtskraft F_g^L , die der Körper in Luft erfährt, und der Gewichtskraft F_g^{Fl} , die er in der Flüssigkeit erfährt:

$$F_A = F_g^L - F_g^{Fl}. \quad (3.3)$$

Mithilfe der obigen Gleichungen findet man nun einen Ausdruck für die Dichte des Körpers:

$$\rho = \rho_{Fl} \frac{F_g^L}{F_g^L - F_g^{Fl}}. \quad (3.4)$$

3.4.2 Die Mohr'sche Waage

Mißt man die Dichte eines Probekörpers zweimal nacheinander in verschiedenen Flüssigkeiten, so sind in Gleichung 3.4 die beiden Größen ρ und F_g^L konstant. Für das Verhältnis der Dichten (die *relative Dichte*) ergibt sich

$$\frac{\rho_{Fl,1}}{\rho_{Fl,2}} = \frac{F_A^{Fl,1}}{F_A^{Fl,2}}. \quad (3.5)$$

Die Gewichtskräfte, die auf den Probekörper in den beiden Flüssigkeiten wirken, bestimmt man mit der Mohr'schen Waage.

Hierbei wird der Probekörper in Luft an die Waage gehängt, und diese über das verschiebbare Eichgewicht wieder ins Gleichgewicht gebracht. Wird der Probekörper nun in Flüssigkeit getaucht, so übt die Auftriebskraft ein Drehmoment auf den Arm der Waage aus, welches diesen nach oben drückt. Durch Auflegen der gebogenen Gewichte in die verschiedenen Positionen des Waagenarms lässt sich das Gleichgewicht wiederherstellen.

Damit ergibt sich:

$$\rho_{Fl,1} = \rho_{Fl,2} \frac{\sum_{i=1}^n m_i^{Fl,1} \cdot r_i}{\sum_{j=1}^n m_j^{Fl,2} \cdot r_j} \quad (3.6)$$

3.4.3 Oberflächenspannung und Kapillarität

Zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit wirken die van der Waals-Kräfte. Die effektive Reichweite der van der Waals-Kräfte ist so klein ($F \sim r^{-6}$), daß auf ein bestimmtes Molekül in der Flüssigkeit nur die nächsten Nachbarn Kräfte ausüben. Im Inneren der Flüssigkeit sind die Moleküle homogen verteilt, sodass auf ein bestimmtes Molekül in alle Richtungen die gleiche Kraft wirkt. Diese heben sich damit auf. Die Moleküle an der Oberfläche der Flüssigkeit haben nun in einer Richtung (aus der Flüssigkeitsoberfläche hinaus) keine Nachbarn, sodass sich eine nach Innen gerichtete Gesamtkraft ergibt. Diese Kraft führt dazu, dass die Oberfläche einer Flüssigkeit dazu tendiert, eine Kugelform einzunehmen (s. Seifenblase).

Taucht man nun eine Kapillare vom Durchmesser $2r$ in eine Flüssigkeit der Dichte ρ , so dass sie ganz von der Flüssigkeit benetzt ist, so steigt diese in der Kapillare bis zu einer Höhe h hoch. Die Flüssigkeitssäule hat die Gewichtskraft

$$F_g = \rho V g = \rho \pi r^2 h g \quad (3.7)$$

und hängt an einer ringförmigen Lamelle, die die Kraft

$$F_s = \sigma 2 \pi r \quad (3.8)$$

überträgt. Damit folgt für die Oberflächenspannung:

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho g r h . \quad (3.9)$$

3.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Welche Kräfte wirken zwischen Molekülen in einer Flüssigkeit?
3. Was sind van der Waals-Kräfte?
4. Wodurch entsteht die Oberflächenspannung?
5. Warum erfährt ein Körper in einer Flüssigkeit Auftrieb?
6. Wie lautet das Archimedische Prinzip?
7. Warum ragt ein Eisberg aus dem Wasser?
8. Wie funktioniert die Mohr'sche Waage?

3.6 Durchführung

Zu Beginn werden von der Versuchsgruppe drei verschiedene Kapillaren ausgewählt. Die Kapillare sind mit einem farbigen Rand versehen (Rot, Blau, Grün) - jede Gruppe benötigt jeweils alle drei Farben.

Jede der Kapillaren wird mit der Einrichtung im Raum gesäubert. Dazu gehören alle drei Stufen: 1. Lösungsmittel, 2. Weichwasser und 3. Trocknung.

1. Messen Sie die Kapillarradien mit dem Messmikroskop:
Zuerst wird die Kapillare, mit dem Ausflussende zum Experimentator zeigend, auf das Mikroskop gelegt. Dort wird durch vor-/zurückschieben der Kapillaren ein scharfes Bild eingestellt. Durch den Schattenwurf der Kapillaren entstehen mehrere Ringe - der innerste ist hier die zu vermessende Öffnung. Das Fadenkreuz wird auf den linken Rand eingestellt und auf der Skala abgelesen. Nun wird auf den rechten Rand der Kapillaren gefahren und wiederum die Skala abgelesen. Es müssen jeweils 5 Werte aufgenommen werden.
Beachten Sie: Da die Kapillaren nicht perfekt rund sind, muss die Kapillare für ein neues Wertepaar leicht gedreht werden.

TIPP: Da das Praktikum nur 2 Messapparate bietet, kann man sich zum Beispiel auch schon mal um die nachfolgenden Versuchsteile kümmern.

2. Wiegen Sie das leere Auffanggefäß und die Probekörper (jeweils einmal).

3. Füllen Sie das Becherglas mit dem schrägen Auslass bis zu dessen Oberkante mit Wasser. Lassen Sie nun den Metallklotz in das Wasser und messen danach die Masse des Wassers im Auffanggefäß.

Füllen Sie das Becherglas erneut bis zur Oberkante und lassen Sie den Holzklotz in das Wasser. Da er nicht komplett untergeht müssen Sie neben der Masse des ausgelaufenen Wassers auch die Eintauchtiefe und die Kantenlänge des Koltzes messen.

TIPP: In den nachfolgenden Versuchsteilen (3 & 4) geht es viel schneller wenn man jeweils die Versuche Steighöhen messen und Mohr'sche Waage hintereinander mit einer Flüssigkeit durchführt.

Hier soll mit drei verschiedenen Flüssigkeiten gemessen werden: Wasser, Äthylenglykol, Methylalkohol. Die letzten beiden befinden sich im Eingangsbereich des Versuchsraums.

4. Die Kapillare mit dem mittleren Radius wird tief in die Flüssigkeit getaucht. Damit ist die Innenseite der Kapillaren benetzt. Dann wird sie bis zur unteren schwarzen Markierung an der Kapillaren aus der Flüssigkeit gezogen. Hier ist die Steighöhe (innerhalb der Kapillaren) der Flüssigkeit abzulesen (1 Strich = 1 mm). Danach wird die Kapillare wieder komplett eingetaucht und erneut für eine Messung herausgezogen. Es müssen hier 5 Werte für die Steighöhe für alle 3 Flüssigkeiten bestimmt werden.
5. Bestimmen Sie die Dichten ρ_{Fl} der drei Flüssigkeiten mithilfe der Mohr'schen Waage:
 - Zuerst muss die Waage justiert werden. Dazu wird das Eichgewicht ganz langsam und vorsichtig so geschraubt, dass die Waage mit angehängtem Probekörper wieder im Gleichgewicht ist.
 - Danach wird der Probekörper ganz (inkl. Öse) in die zu untersuchende Flüssigkeit getaucht. Beachten Sie dabei, dass der Probekörper nicht an die Wand des Gefäßes stößt.

Der Körper steigt aufgrund seines Auftriebs nach oben und bringt die Waage aus dem Gleichgewicht. Bringen Sie nun solange mit der Pinzette die gebogenen Gewichte an die verschiedenen Positionen des Waagenarms an, bis die Waage wieder im Gleichgewicht ist. Notieren Sie Lage (in cm) und Masse (in mg) der Gewichte.

Beachten Sie, dass der Probekörper zwischen den Messungen mit verschiedenen Flüssigkeiten gründlich getrocknet werden muss. Warum?

3.7 Auswertung

1. Bestimmen Sie die mittleren Radien r_k der drei Typen von Kapillaren (blau, rot, grün) inklusive deren Fehler.
2. Berechnen Sie die Dichte ρ_M des Metallkörpers inklusive Fehler.
3. Berechnen Sie die Dichte ρ_H des Holzkörpers inklusive Fehler.
4. Berechnen Sie die Dichten ρ_{Fl} von Äthylenglykol und Methylalkohol inklusive Fehler.
5. Bestimmen Sie die Oberflächenspannungen σ von destilliertem Wasser, Methylalkohol und Äthylenglykol nach:

$$\sigma = -\frac{1}{2} g h \rho_{Fl} r_k \quad (3.10)$$

und bestimmen Sie den Fehler von σ aus den statistischen Messfehlern mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung.

Versuch 4

Innere Reibung von Flüssigkeiten

In diesem Versuch lernen Sie die Grundlagen der Reibung in Flüssigkeiten kennen.

4.1 Stichworte

Innere Reibung; dynamische Viskosität; laminare Strömung; Hagen-Poiseuillesches Gesetz.

4.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 3.3.2 und 3.3.3; Walcher, Kapitel 2.6.0 und 2.6.1

4.3 Anwendungsbeispiele

Die Viskosität ist ein Maß für die Zähflüssigkeit eines Fluids, je höher die Viskosität, desto zähflüssiger. Die Viskosität spielt in allen Bereichen, wo fließende Flüssigkeiten auftreten eine Rolle:

Motorenöl ersetzt die Reibung von Metall auf Metall durch innere Reibung im Öl, mit kleinen Radiusänderungen der Adern erreicht der Körper eine Regelung der Durchflussmenge im Blutkreislauf in weiten Grenzen, das Durchmischungsverhalten von Flüssigkeiten ist sowohl bei Lösungen im Labor, als auch bei der Herstellung von Lacken etc. wichtig.

4.4 Theoretischer Hintergrund

4.4.1 Innere Reibung

Zwischen einer festen Wand und einer dazu parallelen, bewegten Platte befinde sich eine dünne Flüssigkeitsschicht der Dicke z . Um die Platte der Fläche A mit konstanter Geschwindigkeit \vec{v} parallel zur Wand zu verschieben, braucht man eine Kraft

$$\vec{F} = \eta A \frac{\vec{v}}{z}. \quad (4.1)$$

Die dynamische Viskosität η beschreibt die Eigenschaften der Flüssigkeit. Dass in Gleichung 4.1 A und \vec{v} im Zähler stehen, ist leicht einzusehen. Warum aber steht die Schichtdicke z im Nenner?

Hierzu muss man sich klar machen, dass es sich bei der Gegenkraft zu \vec{F} nicht um die

Reibung zwischen Festkörper und Flüssigkeit handelt. Das liegt daran, dass die direkt an die Wände angrenzenden Flüssigkeitsschichten an diesen haften. Vielmehr kommt die Gegenkraft durch die Reibung zwischen verschiedenen Schichten in der Flüssigkeit zustande. Zwischen Wand und Platte bildet sich in der Flüssigkeit ein Geschwindigkeitsprofil aus, bei dem die Geschwindigkeit der einzelnen Flüssigkeitsschichten mit wachsendem Abstand von der Wand linear ansteigen. Je kleiner z bei einer gegebenen Geschwindigkeit der Platte ist, desto schneller müssen also die einzelnen Molekülschichten der Flüssigkeit übereinander weggleiten.

Die durch die Kraft \vec{F} von aussen zugeführte Energie wird komplett in Wärme umgewandelt. Diesen Zustand der Flüssigkeit nennt man *laminare Strömung*.

Steigert man \vec{v} , so tritt im Allgemeinen beim Überschreiten eines kritischen Wertes v_{krit} ein weiterer Anteil zur Reibungskraft hinzu: Die Flüssigkeit zwischen Wand und Platte wird in wirbelnde Bewegung versetzt. Die von aussen zugeführte Energie wird nun zum Teil in kinetische Energie der Flüssigkeit umgesetzt. Diesen Zustand nennt man *turbulente Strömung*.

Analoge Überlegungen gelten natürlich auch für strömende Flüssigkeiten zwischen ruhenden Wänden, z.B. Blut in Adern, Motoröl, etc.

Die Viskosität von Flüssigkeiten nimmt mit steigender Temperatur sehr stark ab (das Medium wird 'dünn-flüssiger'). Für viele Flüssigkeiten gilt in guter Näherung $\eta = \eta_{inf} e^{b/T}$.

Ist die Viskosität unabhängig von der Geschwindigkeit v , so spricht man von einer *Newton'schen Flüssigkeit*. Die meisten reinen Flüssigkeiten sind Newton'sch. Für bestimmte Mischungen hingegen lässt sich die innere Reibung nicht mehr einfach durch das *Newton'sche Reibungsgesetz*, s. Gl. 4.1, beschreiben, die Fließeigenschaften ändern sich, wenn zum Beispiel eine äußere Kraft auf die Flüssigkeit einwirkt. Beispiele für solchen nichtnewtonsche oder anomalviskose Flüssigkeiten sind Blut, Zementleime, Treibsand oder Ketchup.

4.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie ist der Druck definiert? (Einheiten)
3. Was heißt hydrostatischer Druck?
4. Welche Strömungstypen gibt es?
5. Was ist Viskosität? Wodurch entsteht sie?
6. Welche Einheit hat die Viskosität?
7. Wie verhält sich die Viskosität bei steigender Temperatur?
8. Unter welchen Voraussetzungen gilt das Hagen-Poiseuillesche Gesetz?
9. Wie lautet das Hagen-Poiseuillesche Gesetz?
10. Worauf bezieht sich die Druckdifferenz Δp im Hagen-Poiseuilleschen Gesetz?

4.6 Durchführung

1. Messen Sie die Auslaufzeit t in Sekunden von $h = 45$ cm auf $h = 35$ cm für alle drei Kapillaren. Wiederholen Sie die Messung für jede Kapillare dreimal.
2. Messen Sie für die Kapillare mit mittlerem Durchmesser die Auslaufzeit in Abhängigkeit von der Flüssigkeitshöhe h . Notieren Sie dazu bei durchlaufender Stoppuhr jeweils die Zeit, bei der die Flüssigkeitssäule um weitere 5 cm gesunken ist. Messen Sie die Zeit im Intervall zwischen $h = 50$ cm und $h = 10$ cm.
Bereiten Sie eine Tabelle wie folgt vor:

h_i [m]	t_i [s]	h_i/h_0	$\ln(h_i/h_0)$
0,5	0		

3. Messen Sie die Länge l der Kapillaren, den Radius R_V des Vorratsbehälters, sowie die Temperatur des (destillierten ?) Wassers.

4.7 Auswertung

1. Berechnen Sie den Druckunterschied zwischen der Ober- und Unterseite der Kapillare aus der mittleren Wasserhöhe. Benutzen Sie hierfür

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h_{\text{mittel}} . \quad (4.2)$$

2. Berechnen Sie die Viskosität η von Wasser nach dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz

$$\frac{V}{t} = \frac{\Delta p \cdot \pi}{8\eta l} r_k^4 \quad (4.3)$$

für die drei Kapillaren. Berechnen Sie die Fehler mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

3. Tragen Sie den Logarithmus der relativen Wasserhöhe $\ln(h_i/h_0)$ als Funktion der Auslaufzeit t auf. Bestimmen Sie die Steigung m der Gerade inklusive ihres Fehlers (Anlegen von Grenzgeraden).

Herleitung:

Es gilt: $\Delta p(t) = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{\rho g \cdot h(t) \pi R_V^2}{\pi R_V^2} = \rho g \cdot h(t) .$

Damit wird das Hagen-Poiseuillesche Gesetz zu

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi r_K^4}{8\eta l} \Delta p(t) = \frac{\rho g \pi r_K^4}{8\eta l} h(t) := C_1 \cdot h(t) . \quad (4.4)$$

Das Flüssigkeitsvolumen im Vorratsbehälter beträgt $dV = \pi R_V^2 dh$, damit wird Gleichung 4.4 zu

$$\frac{dh}{dt} = \frac{C_1}{\pi R_V^2} h(t) := C \cdot h(t) . \quad (4.5)$$

Separation der Variablen ergibt $\frac{dh}{h(t)} = m \cdot dt$.

Integrieren wir diese Formel in den gemessenen Grenzen $\int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h(t)} = m \int_0^{t_1} dt$ so ergibt sich

$$\ln \left(\frac{h_1}{h_0} \right) = m \cdot t_1 = \frac{\rho g r_K^4}{8\eta l R_V^2} \cdot t_1 \quad (4.6)$$

4. Berechnen Sie aus der Steigung der Geraden die Viskosität η nach

$$\eta = -\frac{\rho g r_K^4}{8 l R_V^2} \frac{1}{m} . \quad (4.7)$$

Bestimmen Sie den Fehler der Viskosität aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

5. Stimmen die in den Aufgaben 2 und 4 gemessenen Werte mit dem Literaturwert für die Viskosität mit Wasser überein? Wenn nicht, diskutieren Sie Quellen für Abweichungen vom Literaturwert (z.B.: Welche Annahmen sind gemacht worden?).

Versuch 5

Spezifische Wärmekapazität

In diesem Versuch lernen Sie Messmethoden zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität verschiedener Stoffe kennen.

5.1 Stichworte

Temperatur; Wärme; Wärmemenge; (spezifische) Wärmekapazität; Regel von Dulong-Petit; Kalorimeter.

5.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 5.1.1 und 5.1.5/6

5.3 Anwendungsbeispiele

Die spezifische Wärmekapazität ist eine Stoffeigenschaft die angibt, wie viel Wärme von einem Körper aufgenommen werden muss, damit sich die Temperatur von 1 kg des Stoffes um 1° ändert. Die spez. Wärmekapazität spielt also immer dann eine Rolle, wenn Stoffe erwärmt oder abgekühlt werden sollen:

Wie lange dauert es, eine biologische Probe einzufrieren, oder einen Braten zuzubereiten? Welche Leistung muss ein Klimasystem (z. Bsp. Klimaanlage, Heizung) haben, um Stoffe auf die gewünschte Temperatur bringen zu können? Wieso ändert sich die Temperatur am Meer weniger als im Landesinneren?

5.4 Theoretischer Hintergrund

5.4.1 Eine kurze Einführung in die Wärmelehre

Die ganze Wärmelehre lässt sich in wenigen kurzen Sätzen zusammenfassen:

- Wärme ist die ungeordnete Bewegung von Molekülen.
- Wärmeenergie ist die Energie dieser Bewegung.
- Temperatur ist ein Maß für den Mittelwert dieser kinetischen Energie.

Wenn man nur die kinetische Energie der Translationsbewegung der Moleküle betrachtet (Welche Bewegungen/Energien gibt es noch?), so kann man die Temperatur über deren Mittelwert definieren:

$$\bar{E}_{trans} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT. \quad (5.1)$$

Die Konstante k , die sogenannte *Boltzmann-Konstante*, hat den Wert $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$. Die Temperatur wird in K (Kelvin, nicht in Grad Kelvin) gemessen. Man erkennt in Gleichung 5.1, dass es einen nichtunterschreitbaren absoluten Nullpunkt der Temperatur gibt, bei dem die Moleküle völlig ruhen, also E und T Null sind. Von hier aus zählt man die absolute oder Kelvin-Temperatur.

Ihre Einheit, 1 K, ist ebenso groß wie 1°C , das als $\frac{1}{100}$ des Abstandes zwischen dem Gefrier- und dem Siedepunkt des Wassers bei einem Druck von 1,013 bar definiert ist. Bei diesem Druck liegt der Gefrierpunkt des Wassers bei 273,2 K, sein Siedepunkt bei 373,2 K.

Moleküle können nicht nur Translationsenergie haben, sondern auch Rotationsenergie. Außerdem können ihre Bestandteile, Atome, Ionen und sogar Elektronen, gegeneinander schwingen. Jede solche unabhängige Bewegungsmöglichkeit nennt man einen *Freiheitsgrad*. Eine Translationsbewegung hat drei Freiheitsgrade, nämlich die drei unabhängigen Raumrichtungen. Auch die Rotation hat drei Freiheitsgrade, entsprechend der drei unabhängigen Rotationsachsen. Bei bestimmten Körpern kann es jedoch sein, dass einer oder mehrere solcher Rotationsbewegungen nicht zur Energiebilanz beitragen. Ein Beispiel wäre ein zweiatomiges Molekül, welches um die Achse zwischen den beiden Atomen rotiert. Dann fällt einer oder mehrere der Freiheitsgrade weg. Ein Beispiel, bei dem mehr als ein Rotationsfreiheitsgrad wegfällt, wäre ein kugelsymmetrisches Atom. Bei diesem trägt keine der Rotationsachsen, welche durch den 'geometrischen' Mittelpunkt des Atoms geht, zur Energiebilanz bei.

Wenn ein Atom in ein Kristallgitter eingebaut ist, kann es meist nicht mehr rotieren, aber Schwingungen in alle drei Raumrichtungen sind möglich, welche ebenfalls Freiheitsgrade darstellen.

Auf jeden dieser Freiheitsgrade entfällt im thermischen Gleichgewicht die gleiche mittlere Energie, und zwar für jedes Molekül $\bar{E}_{FG} = \frac{1}{2} kT$. Damit wird die Gesamtenergie für ein Molekül mit f Freiheitsgraden

$$\bar{E}_{mol} = \frac{f}{2} kT. \quad (5.2)$$

5.4.2 Wärmekapazität

Um einen Körper von der Temperatur T_1 auf die Temperatur T_2 zu erwärmen, muss man ihm Energie zuführen. Die benötigte Energie folgt direkt aus Gleichung 5.2, wenn man weiss, wieviele Moleküle der Körper enthält. Ein homogener (aus lauter gleichen Molekülen zusammengesetzter) Körper der Masse M enthält M/m Moleküle der Masse m . Die benötigte Energie beträgt also

$$\Delta E = \frac{M}{m} \frac{f}{2} k \Delta T. \quad (5.3)$$

Man nennt das Verhältnis

$$C = \frac{\Delta E}{\Delta T} = \frac{M}{m} \frac{f}{2} k \quad (5.4)$$

die *Wärmekapazität* des Körpers. Bezogen auf 1 kg eines bestimmten Stoffes erhält man dessen *spezifische Wärmekapazität*

$$c = \frac{\Delta E}{M \Delta T} = \frac{f k}{2m}. \quad (5.5)$$

Bezogen auf ein mol eines Stoffes erhält man genauso dessen *molare Wärmekapazität*. Da die Anzahl der Moleküle in einem mol eines Stoffes bekanntermaßen immer der Avogadro-Konstanten N_A entspricht, können wir die für einfach Stoffe wie Gase oder feste Metalle, bzw. allgemeine Elementkristalle mit $f = 6$ die molare Wärmekapazität entsprechend der *Regel von Dulong-Petit* schreiben als

$$C_{mol} = N_A \frac{f}{2} k = 3 N_A k = 24,9 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} . \quad (5.6)$$

5.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie lautet der erste Hauptsatz der Wärmelehre und gilt für ihn die Energieerhaltung?
3. Wie ist die Wärmekapazität definiert und was beschreibt sie?
4. Wodurch unterscheiden sich spezifische und molare Wärmekapazität?
5. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Kalorie und Joule?
6. Was ist ein Dewar-Gefäß (Kalorimeter)? Wie bestimmt man im Versuch seine Wärmekapazität?
7. Was besagt die Regel von Dulong-Petit, wie kommt sie zu Stande, welchen Zusammenhang gibt es zu den Freiheitsgraden in Festkörpern?
8. Wie funktioniert ein Druckkochtopf?

5.6 Durchführung

Vor jedem Mischversuch sind die Masse und Temperatur des Wassers im Kalorimeter zu bestimmen. Um eine homogene Temperaturverteilung im Kalorimeter zu erzielen, sollte der Rührer bei jeder Temperaturmessung hinzugeschaltet werden. Schalten Sie das Rührwerk nach Ende der Messung bitte wieder ab.

Achtung: Bitte mit den heißen Gegenständen im Versuch vorsichtig umgehen!

1. Bereiten Sie eine Tabelle für die folgende Messung vor.
2. Erhitzen Sie den Al-Körper in kochendem Wasser auf 100°C . Messen Sie währenddessen die Temperatur des isolierten Wasserbades (Kalorimeter) mit kaltem Wasser für 5 Minuten alle 20 Sekunden. Bringen Sie nun den erhitzten Metallkörper in das Wasserbad und messen Sie über die nächsten zwei Minuten die Temperatur möglichst alle 5 Sekunden, danach für drei Minuten alle 20 Sekunden.
3. Tragen Sie den Temperaturverlauf des Wassers über die gesamte Messdauer von zehn Minuten grafisch auf. Bestimmen Sie die Anfangs- und Misch-Temperatur durch Extrapolation der gemessenen Werte. Überlegen Sie sich eine sinnvolle Abschätzung des Fehlers des Temperaturunterschiedes.
4. Für den Cu und den Fe-Körper wird die Prozedur vereinfacht wiederholt. Messen Sie für diese nur die Anfangstemperatur vor dem Einbringen des 100°C heißen Metallkörpers und die Endtemperatur des Kalorimeters wenn dieses im thermischen Gleichgewicht ist.

5. Führen Sie einen einfachen Mischversuch durch, um die Wärmekapazität des Kalorimeters berechnen zu können. Dazu gießen Sie heißes Wasser in das kalte Wasser des Kalorimeters. Messen Sie alle benötigten Temperaturen und Massen.
6. Bestimmen Sie die Massen der drei Metallkörper mit der Waage (jedes Stück nur einmal).

5.7 Auswertung

1. Bestimmen Sie die Wärmekapazität des Kalorimeters. Beachten Sie die Messfehler.
2. Bestimmen Sie die spezifische Wärmekapazität von Al, Cu und Fe inklusive ihrer Fehler.
3. Überprüfen Sie die Gültigkeit der Regel von Dulong-Petit für die drei Metalle.

Versuch 6

Molare Wärmekapazität von Luft

Im Versuch soll die Wärmekapazität eines Gases (hier: Luft) bestimmt werden.

6.1 Stichworte

Allgemeine Gasgleichung; molare Wärmekapazitäten C_P und C_V ; 1. Hauptsatz der Thermodynamik; Energie des geladenen Kondensators

6.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 5.1.5 und 5.2.2 bis 5.2.4

6.3 Anwendungsbeispiele

In jeder Beschreibung von chemischen Prozessen fester, flüssiger oder gasförmiger Stoffe spielt die Thermodynamik eine herausragende Rolle. Sie wird deshalb im Studium der Chemie und Biologie ausführlicher an anderer Stelle eingeübt. Ein Gesichtspunkt soll hier genauer untersucht werden: Eine große Anzahl von Maschinen und Motoren nutzt die Expansion von Gasen aus, um einen Kolben zu bewegen (früher in Dampfmaschinen, heute in den Explosionsmotoren der Autos).

6.4 Theoretischer Hintergrund

6.4.1 Die Zustandsgleichung idealer Gase

Die Zustandsgleichung eines Systems gibt an, wie seine messbaren Eigenschaften voneinander abhängen. Der Zustand einer Gasmasse M wird durch drei Größen vollständig beschrieben: Temperatur T , Druck p und Volumen V . Zwei davon können unabhängig voneinander variiert werden, die dritte ist dann eindeutig bestimmt. Dieser Zusammenhang ist gegeben durch die *allgemeine Gasgleichung*:

$$pV = Nk_bT = \nu RT. \quad (6.1)$$

Hierbei ist N die Anzahl von Molekülen in der Gasasse, ν beschreibt die Menge des Gases in mol. Die Gaskonstante ist definiert als: $R = N_A k_b = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

Diese Gasgleichung gilt, aufgrund ihrer Herleitung, eigentlich nur für *ideale Gase*, in denen Teilchen abgesehen von kurzzeitigen Stößen keine Kräfte aufeinander ausüben und selbst kein messbares Eigenvolumen haben. Viele reale Gase verhalten sich allerdings relativ ähnlich zu einem idealen Gas, so dass auch hier die Gasgleichung als Näherung benutzt werden kann.

Folgerungen aus der Gasgleichung sind

- das *Gesetz von Boyle-Mariotte*: Bei konstanter Temperatur ist der Druck umgekehrt proportional zum Volumen: $p \sim V^{-1}$ ($T = \text{const.}$)
- das *Gesetz von Gay-Lussac*: Bei konstantem Volumen steigt der Druck mit der Temperatur: $p \sim T$ ($V = \text{const.}$)
- das *Gesetz von Charles* (oft auch nach *Gay-Lussac* benannt: Bei konstantem Druck steigt das Volumen wie die Temperatur: $V \sim T$ ($p = \text{const.}$))

6.4.2 Der 1. Hauptsatz der Wärmelehre

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik, der nur eine Umformulierung des Energieerhaltungssatzes ist, beschreibt, was passiert wenn man einem System von außen Wärmeenergie zuführt:

Die Wärmeenergie ΔQ wird teilweise in mechanische Arbeitsleistung ΔW verbraucht. Der Rest von ΔQ führt zu einer Steigerung der inneren Energie U des Systems um ΔU :

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W \quad (6.2)$$

Bei idealen Gasen entspricht die innere Energie der Bewegungsenergie der Moleküle, ist also proportional zur Temperatur des Gases (s. Gleichung 5.5). Die mechanische Arbeitsleistung besteht aus der Druckarbeit $\Delta W = p \Delta V$. Für ein Gas lautet also der Energieerhaltungssatz:

$$dQ = dU + p dV \quad (6.3)$$

Hierbei bezeichnen dQ , dU und dV infinitesimale Änderungen der jeweiligen Größen, sie sind also die Verallgemeinerung der vorher betrachteten großen Änderungen ΔQ , ΔU und ΔV .

6.4.3 Die molare Wärmekapazität von Luft

Wie man aus Gleichung 5.5 sieht, ist die molare Wärmekapazität von Luft definiert als

$$C_{mol} = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}, \quad (6.4)$$

wobei n die Gasmenge in mol angibt.

Unter isochoren Bedingungen ($dV = 0$) kann man diese Definition, unter Benutzung von Gleichung 6.3, umschreiben zu

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT}. \quad (6.5)$$

C_V steht dabei für die molare Wärmekapazität bei konstantem Druck: $C_V \hat{=} C_{mol}(p = \text{const.})$

Dies lässt sich mit der Dulong-Petite'schen Regel (s. Gleichung 5.6) und der Gaskonstanten R schreiben als

$$C_V = \frac{f}{2} R. \quad (6.6)$$

6.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie lautet das ideale Gasgesetz? Welche Einschränkungen liegen ihm zugrunde?
3. Was und wie gross ist R (mit Einheit) ?
4. Wie ist die Temperaturskala definiert? (Umrechnung Kelvin in Celsius)
5. Was für Bewegungsmöglichkeiten haben Moleküle in Gasen?
6. Welche Unterscheidung muss bei der Betrachtung der Wärmekapazität bei Gasen gemacht werden? Warum ist das bei Festkörpern nicht nötig?
7. In welchem Zusammenhang stehen c_v und c_p im Fall von idealen Gasen?
8. Wie stehen die Bewegungsmöglichkeiten mit den Freiheitsgraden in Zusammenhang?
9. Wie hängt c_v mit den Freiheitsgraden zusammen?
10. Wie wird c_v von Luft im Praktikum bestimmt?

6.6 Durchführung

Die Luft befindet sich in einem Plexiglaszylinder (dessen Innen-Volumen man durch Ausmessen bestimmen kann). Sie wird kurzzeitig durch einen Draht erhitzt. Im Gas erhöht sich der Druck, der in einem Wassermanometer die Wassersäule ansteigen lässt. Das kann man beobachten und ausmessen. Die Energie, mit der man den Heizdraht erhitzt, kommt aus einem Kondensator, der mit verschieden hoher Spannung aufgeladen werden kann. Man heizt also die Luft in einem bekannten, konstanten Volumen auf verschiedene Temperaturen auf und misst den dazugehörigen Druckanstieg.

Zubehör: Zylinder mit Heizdraht und Wassermanometer, Gleichspannungsquelle mit Potentiometer und Voltmeter (0 - 600 Volt), Kondensator, Messlatte.

1. Messen Sie jeweils drei Mal die Ausdehnung der Luft bei Erwärmung, für Ladespannungen am Kondensator von 150 V bis 500 V in Schritten von 50 V nach dem folgenden Rezept:
 - Stellen Sie die Spannung am Kondensator ein. Verschliessen Sie das enge Rohr des Wassermanometers mit einem Finger.
 - Messen Sie den maximalen Ausschlag des Manometers, wenn Sie nun den Kondensator mit Hilfe des Tasters entladen und damit die Luft erwärmen.
 - Entfernen Sie den Finger vom Manometer, damit sich Druck und Temperatur im Messzylinder ausgleichen können.
 - Wiederholen Sie diese Messung noch zwei Mal, bevor Sie zur nächsten Spannung übergehen.
2. Messen Sie zum Abschluss die Innenmaße des Zylinders (Länge und Durchmesser), um das Luftvolumen berechnen zu können. Wie groß ist die Messungenauigkeit?

6.7 Auswertung

Benutzen Sie für die Auswertung folgende Angaben:

Kapazität des Kondensators $C = 20 \mu\text{F}$

Avogadrozahl $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Die Radien der beiden Schenkel des Wassermanometers verhalten sich wie $r_1 : r_2 = 1 : 4,5$.

1. Berechnen Sie das Volumen V des Zylinders inklusive seines Fehlers.
2. Tragen Sie den Mittelwert des maximalen Ausschlags h_1 am Wassermanometer graphisch gegen das Quadrat der Kondensatorspannung U auf.
3. Berechnen Sie die molare Wärmekapazität C_V von Luft aus der Steigung der Geraden $h_1 = f(U^2)$. Benutzen Sie die Beziehung

$$h_1 = \text{const} \cdot \frac{1}{C_V} U^2 . \quad (6.7)$$

Leiten Sie die Formel her und berechnen Sie die Konstante

$$\text{const} = \frac{R \cdot C}{\rho \cdot g \cdot V \cdot 1,05 \cdot 2} . \quad (6.8)$$

4. Schätzen Sie den Fehler von C_V aus der Grenzgeraden der Auftragung aus 2 sowie dem Fehler des Volumens ab.
5. Berechnen Sie die Boltzmann Konstante k (mit Fehler) aus der Beziehung

$$C_V = \frac{5}{2} k \cdot N_A . \quad (6.9)$$

Versuch 7

Linsengesetze

Der praktische Umgang mit Linsen und Linsensystemen soll geübt werden.

7.1 Stichworte

Grundbegriffe und Gesetze der geometrischen Optik; Gauss'sche Linsenformel; Besselsches Verfahren; Bildkonstruktion.

7.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 9.1.3 und 9.2.2

7.3 Theoretischer Hintergrund

Bezeichnet man mit g und b jeweils die Abstände eines abzubildenden Gegenstandes und seines Bildes von der abbildenden Linse, sowie mit G und B die Größe des Gegenstandes bzw. des Bildes, so beschreiben zwei Gleichungen die Abbildung komplett.

Die erste Gleichung gibt den Abbildungsmaßstab γ an:

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \gamma . \quad (7.1)$$

Die zweite Gleichung, die sogenannte Gauss'sche Linsenformel, setzt Gegenstands- und Bildweiten in Verbindung mit der Brennweite f der Linse:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} . \quad (7.2)$$

Zur Lösung dieses Gleichungssystems gibt es ein bewährtes, physikalisch interpretierbares graphisches Verfahren. Diese Bildkonstruktion benutzt zwei der drei Strahlen Parallelstrahl, Mittelpunktstrahl und Brennpunktstrahl.

Im folgenden wird angenommen, dass das Medium vor und hinter der Linse dasselbe ist. Warum ist das wichtig?

7.3.1 Bildkonstruktion

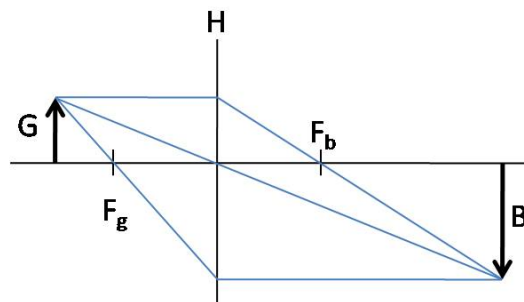
Dünne Linsen

Bei dünnen Linsen führt man die Bildkonstruktion mit zwei Strahlen durch:

Ein vom Gegenstand kommender Strahl parallel zur optischen Achse des Aufbaus, welcher in der Mittelebene der Linse H so gebrochen wird, dass er durch den bildseitigen Brennpunkt f_b der Linse geht.

Ein vom Gegenstand kommender Strahl, der durch den gegenstandsseitigen Brennpunkt f_g geht, wird in H so gebrochen, dass er parallel zur optischen Achse weiterläuft. Die bild- und gegenstandsseitigen Brennweiten sind gleich.

Darüber hinaus existiert ein Mittelpunktstrahl, der Gegenstand und Bild durch den Linsenmittelpunkt geradlinig verbindet.



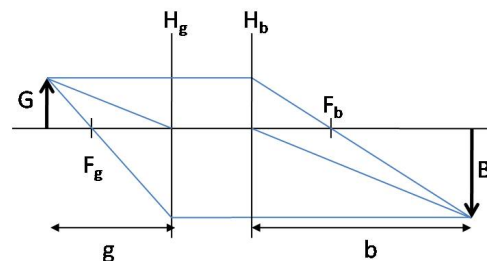
Dicke Linsen und Linsensysteme

Anders als bei dünnen Linsen gibt es hier keine Mittelebene mit den oben erwähnten Eigenschaften. Es existieren jedoch zwei sogenannte Hauptebenen H_g und H_b mit folgenden Eigenschaften.

Ein vom Gegenstand kommender, achsenparalleler Strahl wird in H_b so gebrochen, dass er durch den bildseitigen (System-)Brennpunkt F_b geht.

Ein vom Gegenstand durch den gegenstandsseitigen Brennpunkt F_g verlaufender Strahl wird in H_g so gebrochen, dass er achsenparallel weiterläuft.

H_g und H_b sind Hilfsmittel zur einfachen Bildkonstruktion, sie müssen nicht mit den Linsenebenen übereinstimmen. Sie können im Extremfall ausserhalb des Linsensystems liegen oder sogar vertauscht sein.



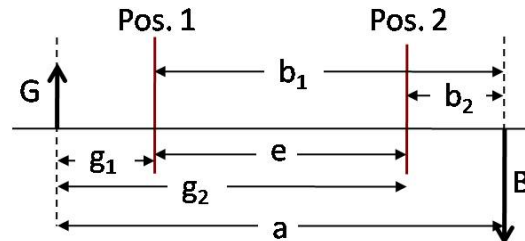
Der Abstand zwischen Brennpunkt und zugehöriger Hauptebene $[F_i, H_i]$ ist auf beiden Seiten des Systems gleich und definiert die Brennweite des Systems:

$$[F_g, H_g] = [F_b, H_b] = f .$$

Ein Anleitung zur zeichnerischen Bestimmung der System-Brennpunkte F_g, F_b und Hauptebenen H_g, H_b findet sich im Anhang.

7.3.2 Das Besselsche Verfahren

Auf einer optischen Bank sind im Abstand a ein Dia (Gegenstand) und eine Mattscheibe (Bild) aufgebaut. Das Dia wird durch eine innerhalb von a verschiebbare Linse auf die Mattscheibe abgebildet. Es ergeben sich zwei Linsenstellungen I und II mit dem Abstand e , bei denen ein reelles, scharfes Bild entsteht.



Mit der Linsenformel lässt sich die Formel ableiten

$$4f = \frac{a^2 - e^2}{a}, \quad (7.3)$$

mit der die Brennweite f der Linse oder eines Linsensystems bestimmt werden kann, falls $a \geq 4f$ ist.

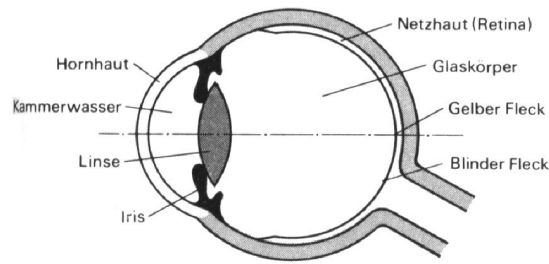
Der Vorteil des Bessel Verfahrens gegenüber der einfachen Bestimmung der Brennweite einer Linse aufgrund der Linsenformel 7.2 besteht darin, dass für dicke Linsen die Lage der Hauptebenen der Linse nicht bekannt sein müssen. Diese können mit dem etwas aufwendigeren Verfahren nach Abbe jedoch auch bestimmt werden.

7.3.3 Anwendung: Menschliches Auge und Sehfehler

(aus: Winkler/Hintermann: Physik - Repetitorium der Physik, Teil II, Diesterweg, 1978)

Das menschliche Auge ist im wesentlichen ein System aus zwei Linsen. Die erste Linse besteht aus der Hornhaut und die zweite aus der verformbaren Kristall-Linse. Durch die kombinierte Wirkung dieser beiden Linsen wird das Bild des Gegenstandes, den wir betrachten, auf die hintere Wand des Augapfels geworfen. Diese Wand ist von lichtempfindlichen Nerven bedeckt. Sie wird die *Netzhaut* oder *Retina* genannt. Die Muskeln, welche die Linse tragen, können sie nach Belieben krümmen. Dadurch wird es möglich, dass das Auge Gegenstände in unterschiedlicher Entfernung scharf sehen kann. Es gibt jedoch im menschlichen Auge keine Muskeln, mit denen die Linsenkrümmung verringert werden kann. Wenn das normalsichtige Auge völlig entspannt ist, liegt sein Fernpunkt im Unendlichen, d.h. dass von allen weit entfernten Gegenständen auf der Netzhaut ein scharfes Bild entsteht. Zur Betrachtung von nahen Gegenständen muss durch die Augenmuskeln die Augenlinse stärker gekrümmt werden, damit die Brennweite verkürzt wird.

Beim kurzsichtigen Auge ist meistens die Distanz Linse - Netzhaut zu groß, seltener ist die Linse zu stark gekrümmt. Da das menschliche Auge keine Muskeln zur Verringerung der Linsenwölbung des entspannten Zustandes besitzt, besteht in diesem Fall keine Möglichkeit zur Akkomodation. Beim weitsichtigen Auge liegen die Verhältnisse umgekehrt. Im entspannten Zustand können selbst ferne Gegenstände nicht scharf gesehen werden. Die Linse des weitsichtigen Auges steht deshalb, selbst beim Blick in die Ferne, stets unter



Der Aufbau des menschlichen Auges

einem Druck der Augenmuskeln, was zu rascher Ermüdung führt.

Durch die entsprechenden Linsen können die Sehfehler korrigiert werden:

Zustand des Auges Art des Sehfehlers	entspannt	akkommodiert	akkommodiert und korrigiert
kein Sehfehler			
kurzsichtig			
weitsichtig			

b = Akkommodationsbreite

Bildebenen: f ferner Gegenstand, n naher Gegenstand, s sehr naher Gegenstand

Die Korrektur der Kurz- und Weitsichtigkeit des menschlichen Auges

7.4 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Welche Linsentypen unterscheidet man?
3. Wie kann die Vergrößerung einer Linse aus Bildgröße B und Gegenstandsgröße G berechnet werden?
4. Was ist ein virtuelles/reales Bild?

5. Wie lautet die Linsenformel (mit Strahlengang)?
6. Wie berechnet man die Brennweite einer Linsenkombination?
7. Was ist eine Dioptrie?
8. Wozu dient das Besselverfahren?
9. Wann existieren a) eine Linsenstellung, b) zwei Linsenstellungen und c) keine Linsenstellung, bei denen ein Gegenstand scharf abgebildet wird? (Die Frage bezieht sich auf das Besselverfahren)

7.5 Durchführung

Für jedes a ist e jeweils fünfmal zu messen.

1. Stellen Sie für die Sammellinse den Gegenstandsabstand ein auf jeweils $a = 45, 50, 60, 70, 80$ cm.
2. Für die Kombination aus Sammel- und Zerstreuungslinse messen Sie nur für $a = 100$ cm.

7.6 Auswertung

Bemerkung: Die benötigten Formeln für Mittelwert, Standardabweichung des Mittelwerts, Fehlerfortpflanzung, etc. sind der Anleitung zur 'Fehlerrechnung im Nebenfachpraktikum' zu entnehmen.

1. Berechnen sie den Mittelwert \bar{e} von e für jede Basislängen a und bestimmen sie den dazugehörigen Fehler über die **Standardabweichung des Mittelwerts**.
2. Errechnen sie die Brennweiten f_s der Sammellinse für die verschiedenen Einstellungen der Basislänge a und die Brennweite f_k der Linsenkombination über

$$f_{s,k} = \frac{a^2 - e^2}{4a}$$

Verwenden sie dafür die jeweils berechneten Werte von \bar{e} .

3. Ermitteln sie die Fehler $\Delta f_{s,k}$ der Brennweiten (f_s und f_k). Nutzen sie dafür die Fehlerfortpflanzung und bedenken sie, dass sowohl \bar{e} als auch a fehlerbehaftet Größen sind. Rechnen sie die für die Fehlerfortpflanzung nötigen Ableitungen explizit aus! Nehmen sie als Fehler für a $\Delta a = 0,5$ mm an. Warum ist diese Annahme sinnvoll? Tip: Fehler für Sammellinse und Kombination:

$$\Delta f_{s,k} = \sqrt{\left(\frac{\partial f_{s,k}}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial f_{s,k}}{\partial e} \Delta e\right)^2}$$

4. Berechnen sie aus den Brennweiten der Sammellinse und den dazugehörigen Fehlern das **gewichtete** Mittel \bar{f}_s und den entsprechenden Fehler $\Delta \bar{f}_s$.
5. Bestimmen sie aus \bar{f}_s und f_k die Brennweite der Zerstreuungslinse f_z und dessen Fehler Δf_z über die Fehlerfortpflanzung, nutzen sie dazu:

$$f_z = \frac{1}{\frac{1}{f_k} - \frac{1}{\bar{f}_s}}$$

Rechnen sie auch hier die für die Fehlerfortpflanzung nötigen Ableitungen explizit aus.

Achtung: hier ist nicht nach $\Delta \frac{1}{f_z}$ gefragt!

6. Diskutieren sie entscheidende Fehlerquellen in diesem Versuch.

Versuch 8

Mikroskop

Der Versuch erklärt die Funktionsweise des Lichtmikroskops, indem er die Beobachtung des reellen Zwischenbildes und des virtuellen Gesamtbildes ermöglicht. Auch das Grössenverhältnis von Bild und Gegenstand kann vermessen werden.

8.1 Stichworte

Reelles und virtuelles Bild; Vergrößerung; Okular, Objektiv; Numerische Apertur; Auflösungsvermögen.

8.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 9.1.1/2, 9.2.4 bis 9.2.6 und 10.1.5

8.3 Theoretischer Hintergrund

Beim Mikroskop multiplizieren sich die Wirkungen zweier Linsen oder Linsensysteme. Das *Objektiv* erzeugt ein möglichst großes reelles Zwischenbild des gut beleuchteten Gegenstandes. Im Prinzip könnte man schon dieses Bild beliebig groß machen, indem man den Gegenstand immer näher an die Brennebene der Objektivlinse rückt, was jedoch einige Nachteile hat:

- Je größer das Zwischenbild wird, desto lichtärmer wird es. Damit wird es, selbst im dunklen Tubus des Mikroskops schwer zu erkennen.
- Nach Gleichung 7.1 wird bei gegebener Gegenstandsweite g und -größe G für eine große Bildgröße B die Bildweite $b = t$, und damit die Länge des Tubus' t sehr groß, was die Handhabung sehr unbequem macht.
- Die Abbildungsfehler (sphärische und chromatische Aberration, Astigmatismus) werden größer.

Der Gegenstand liegt also ganz knapp außerhalb der Objektivbrennweite f_1 , so dass für den Abbildungsmaßstab gilt:

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{t}{f_1} \quad (8.1)$$

Offenbar muss also das Objektiv eine kleine Brennweite haben, damit das Zwischenbild groß wird. Hier liegt auch der Unterschied zum Teleskop, welches eine große Objektivbrennweite hat (Wieso?).

Dieses Zwischenbild betrachtet man mit dem *Okular* als Lupe und erzielt somit eine nochmalige Vergrößerung $V_{ok} = s_0/f_2$, wobei $s_0 = 25$ cm der Abstand eines Gegenstandes vom Auge ist, bei dem man diesen mit entspanntem Auge noch scharf sehen kann. Das Zwischenbild muss dazu um die Brennweite f_2 hinter dem Okular sitzen.

Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops ergibt sich aus dem Abbildungsmaßstab des Objektivs multipliziert mit der Lupenvergrößerung des Okulars zu

$$V_{ges} = \frac{B}{G} = \frac{t}{f_1} \frac{s_0}{f_2} \quad (8.2)$$

8.3.1 Das Auflösungsvermögen optischer Geräte

Jede Linse, begrenzt durch ihren Rand oder ihre Fassung, wirkt als beugende Öffnung (vgl. Versuch 10). Das bedeutet, dass sie auch von einem unendlich weit entfernten Punkt (z. Bsp. einem Stern) keinen absolut scharfen Bildpunkt erzeugt, sondern vielmehr ein *Beugungsbild*. Die Breite des *Hauptmaximums* der Intensität des Beugungsbildes hat einen Winkeldurchmesser von $1,22 \frac{\lambda}{r}$, mit dem Radius r der Linse. Zwei nahe beieinanderstehende Sterne lassen sich im Fernrohr nur als zwei getrennte Objekte erkennen, wenn ihre Beugungsscheibchen sich nicht überdecken.

Beim Mikroskop ist das Licht, das durch das Objektiv fällt, natürlich nicht parallel. Betrachtet man als Objekt einen hellen Punkt, so hat das Bündel der Lichtstrahlen, die durch das Objektiv treten einen Öffnungswinkel φ mit der *numerischen Apertur*

$$\sin \varphi = \frac{r}{f}, \quad (8.3)$$

mit dem Radius r der Objektivblende und dem Abstand f zwischen Objekt und Objektiv, welcher ja fast gleich der Brennweite des Objektivs ist.

Der leuchtende Punkt erzeugt in der Zwischenbildebene ein Beugungsscheibchen mit einem Öffnungswinkel von $1,22 \frac{\lambda}{r}$. Ein anderer leuchtender Punkt muss also mindestens um diesen Winkel, d.h. in der Objektebene um den Abstand $x_{min} = 1,22 f \lambda / r$ davon entfernt sein, damit die Scheibchen nicht verschmelzen. Mit der numerischen Apertur (s. Gleichung 8.3) kann man auch schreiben

$$x_{min} \approx \frac{\lambda}{\sin \varphi}. \quad (8.4)$$

Ein Mikroskop löst also umso besser auf, je kleiner die Wellenlänge λ und je größer φ ist. Um die Vergrößerung kurzbrennweitiger Objektive auszunutzen, bringt man zwischen Objekt und Objektiv ein brechendes Medium (Immersionsöl), das die Wellenlänge auf λ/n verringert. Dann ist

$$x_{min} = \frac{\lambda}{n \sin \varphi}, \quad (8.5)$$

die numerische Apertur vergrößert sich auf $n \sin \varphi$.

Diese *Beugungsbegrenzung* des Auflösungsvermögens wird als *Auflösungsbegrenzung* oder *Abbe-Limit* bezeichnet, nach Ernst Abbe, der diese Beziehung im 19. Jahrhundert beschrieb. Neuere Mikroskopieverfahren erreichen Auflösungen, die wesentlich unter diesem Abbe-Limit liegen, indem sie Details eines Präparates, die zu dicht nebeneinanderliegen, um optisch aufgelöst zu werden, nacheinander aufnehmen und das gesamte Bild im Nachhinein wieder zusammensetzen¹. Dies bedeutet jedoch auf keinen Fall, dass das Abbe-Limit

¹Z. Bsp. Nobelpreis für Chemie, 2014, Stefan Hell zusammen mit Eric Betzig und William E. Moerner „for the development of super-resolved fluorescence microscopy“

nicht mehr gilt, wie man manchmal hört. Vielmehr wird es nur in cleverer Art und Weise umgangen.

8.4 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie ist die Vergrößerung einer Linse definiert?
3. Aus welchen Teilen ist ein optisches Mikroskop aufgebaut ? (kein Strahlengang)
4. Wieso macht man nicht schon das Zwischenbild sehr groß indem man den Gegenstand immer näher an die Brennebene des Objektivs heranrückt? Welche Probleme würden auftreten?
5. Beschreiben Sie das Prinzip eines Elektronenmikroskops.
6. Beschreiben Sie das Prinzip eines Raster Tunnelmikroskops (RTM).
7. Konstruieren Sie den Strahlengang an der Lupe.
8. Konstruieren Sie den Strahlengang im Mikroskop. Was ist beim Fernrohr anders?

8.5 Durchführung

1. Messung der Gesamtvergrößerung V_{ges} des Mikroskops:
Betrachten Sie mit einem Auge einen Gegenstand G (Objektmaßstab) bekannter Größe. Vergleichen Sie das Bild mit einem Maßstab B , der mit dem zweiten Auge neben dem Mikroskop zu sehen ist. Das Größenverhältnis von B zu G liefert die Vergrößerung:

$$V_{ges} = \frac{B}{G}$$

Wiederholen Sie die Messung drei Mal.

2. Messung der Objektivvergrößerung V_{obj} :
Stellen Sie das Mikroskop so ein, dass der Objektmaßstab scharf abgebildet wird. Ändern Sie diese Einstellung danach nicht mehr!
Benutzen Sie nun das geneigte Okular mit dem kurzen verschiebbaren Tubus mit Mattscheibe. Verschieben Sie die Mattscheibe, bis das reele Zwischenbild scharf ist. Hierzu verdunkeln Sie am besten den Raum. Messen Sie die Größe des Zwischenbildes, B_Z , mit der Schieblehre. Die Objektivvergrößerung ergibt sich nach:

$$V_{obj} = \frac{B_Z}{G}$$

Wiederholen Sie die Messung drei Mal.

3. Bestimmung der Objektivbrennweite f_{obj} :
Benutzen Sie das Objektiv als Sammellinse und messen Sie die Größe des Zwischenbildes B_Z für zwei Scharfeinstellungen auf der Mattscheibe:
 - (a) mit dem kurzen Tubus: Setzen Sie den kurzen verschiebbaren Tubus mit Mattscheibe ein und messen Sie die Zwischenbildgröße B_Z^{kurz} nachdem Sie das Bild scharf gestellt haben.

$$V_{kurz} = \frac{B_Z^{kurz}}{G}$$

- (b) mit dem langen Tubus: Setzen Sie nun den langen Tubus mit Mattscheibe ein und messen Sie die Zwischenbildgröße B_Z^{lang} nach erneuter Scharfstellung.

$$V_{lang} = \frac{B_Z^{lang}}{G}$$

- (c) Messen Sie die Tubuslängen t_1 und t_2 .

4. Bestimmung der Dicke eines Haares:

Setzen Sie den kurzen verschiebbaren Tubus mit Mattscheibe ein und messen Sie die Zwischenbildgröße eines Haares mit der Schieblehre.

8.6 Auswertung

1. Zeichnen Sie den Strahlengang im Mikroskop. Beschriften sie alle Brennpunkte, Gegenstands- und Bildgröße sowie die dazugehörige Gegenstands- und Bildweite. Tip: Nutzen sie zur Konstruktion des Strahlengangs nur Parallel- bzw. Brennpunkt- und Mittelpunktstrahlen.

2. Berechnen Sie aus der Gesamtvergrößerung $V_{ges} = V_{obj} \cdot V_{ok}$ nun die Okularvergrößerung.

Berechnen sie die Fehler ΔV_{ges} und ΔV_{obj} über die Standardabweichung des Mittelwerts. Berechnen sie nun ΔV_{ok} mithilfe der Fehlerfortpflanzung. Leiten sie die dafür nötigen Ableitungen explizit her!

3. Berechnen Sie die Brennweite des Objektivs mit:

$$f_{obj} = (t_2 - t_1) \cdot (V_{lang} - V_{kurz})$$

Berechnen Sie den Fehler auf die Brennweite.

4. Berechnen Sie die Dicke des Haares mithilfe der gemessenen Vergrößerung V_{kurz} .
5. Diskutieren sie entscheidende Fehlerquellen in diesem Versuch.

Versuch 9

Brechungsindex von Glas

In diesem Versuch betrachten Sie die Brechung und Reflexion von Licht im Medium am Beispiel eines Glasprismas.

9.1 Stichworte

Reflexion; Brechungsgesetz; Totalreflexion; Dispersion; Brechungsindex; Minimalablenkwinkel.

9.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 9.1.2 - 9.1.5

9.3 Anwendungsbeispiele

Optische Instrumente wie Linsen, Lichtleiter und Prismen werden seit jeher aus Glas oder Glas-ähnlichen Stoffen hergestellt. Ihre Funktion als optische Instrumente beruht dabei auf der Ausnutzung der unterschiedlichen Lichtgeschwindigkeit in Medien mit unterschiedlichem Brechungsindex n .

Luft wird dabei im Praktikum vereinfachend der Brechungsindex $n_{Luft} = 1$ zugeordnet. Dass diese Annahme nicht immer stimmt sehen Sie am Flimmern der Luft über einer Flamme oder heißen Oberfläche, bzw. am Phänomen der Fata Morgana.

9.4 Theoretischer Hintergrund

Fällt Licht auf die Grenzfläche zwischen zwei Medien (z.B. Luft und Glas), so kann es entweder reflektiert werden oder es dringt unter Änderung von Richtung, Geschwindigkeit und Wellenlänge ein. Ein Maß für diese Änderung ist der Brechungsindex n . Die Tatsache, dass n für verschiedenfarbiges Licht verschieden ist, bezeichnet man als Dispersion; d.h. violettes Licht (kurze Wellenlänge) wird stärker abgelenkt als rotes Licht.

9.4.1 Das Huygens-Fresnel'sche Prinzip

Die Wellenausbreitung im homogenen Medium und auch in komplizierteren Fällen lässt sich relativ intuitiv verstehen, wenn man sich nach *Huygens* vorstellt, dass in jedem Punkt einer Wellenfront ein Streuzentrum sitzt, von welchem Kugelwellen (*Elementarwellen*) ausgehen. Diese überlagern sich dann zu einer neuen Wellenfront.

Fällt eine ebene Welle schräg auf die ebene Grenze zwischen zwei Medien, in denen die Wellen unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten c_1 und c_2 haben, so haben die Elementarwellen in den beiden Medien nach einer bestimmten Zeit unterschiedliche Radien, welche sich wie c_1/c_2 verhalten. Damit nehmen die Überlagerungen der Elementarwellen, welche in dem jeweiligen Medium wieder ebene Wellenfronten bilden, verschiedene Winkel zum Lot auf die Grenzfläche ein. Damit erhalten wir das allgemeingültige Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} \quad (9.1)$$

9.4.2 Brechungsindex und Snellius'sches Brechungsgesetz

Der Brechungsindex n eines Mediums kann über die Geschwindigkeit der Lichtwellen in diesem Medium definiert werden als:

$$n = \frac{c_0}{c_m}, \quad (9.2)$$

wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum bezeichnet und c_m die Lichtgeschwindigkeit im Medium.

Mit dieser Definition wird aus Gleichung 9.1 das *Snellius'sche Brechungsgesetz*

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (9.3)$$

9.4.3 Ein paar Worte zum Prisma

Wenn ein Lichtstrahl symmetrisch durch das Prisma hindurchgeht, d.h. parallel zur Grundkante, erfährt er die kleinste Ablenkung (Minimal-Ablenkungswinkel). In diesem Fall lässt sich eine geometrische Beziehung zwischen dem Brechungsindex n des Prismas, dem brechenden Winkel γ des Prismas und dem Minimalablenkungswinkel δ aufstellen:

$$n = \frac{\sin \left(\frac{\delta + \gamma}{2} \right)}{\sin \left(\frac{\gamma}{2} \right)} \quad (9.4)$$

9.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Welchen physikalischen Vorgang beschreibt das Snellius'sche Brechungsgesetz?
3. Wie ist der Brechungsindex definiert? (Tip: Lichtgeschwindigkeit)
4. Wie hängen Wellenlänge und Frequenz einer Lichtwelle zusammen?
5. Was ist Dispersion?
6. Wann kann man Totalreflexion beobachten?

7. Wie lässt sich der Winkel für die Totalreflexion aus dem Snellius'schen Brechungsgesetz ableiten?
8. Was für eine Größe soll im Versuch bestimmt werden?
9. Wird im Prisma rotes oder blaues Licht stärker abgelenkt?

9.6 Durchführung

Im Versuch wird der Brechungsindex n eines Glasprismas bestimmt, das auf einer Apparatur steht, mit der man Winkel zwischen Lichtstrahlen sehr genau messen kann.

Das Fernrohr kann geschwenkt und die Stellung auf einer Gradeinteilung abgelesen werden. Die Einteilung der Scheibe ist auf $0,50^\circ$ genau. Der Nonius umfasst 30 Skalenteile, so dass man auf eine Bogenminute genau ablesen kann.

Der Spalt sollte aus Intensitätsgründen nicht zu eng eingestellt werden. Der Spalt sollte breiter sein als das Fadenkreuz im Fernrohr.

1. Verschieben Sie den Tubus des Spaltes so lange, bis Sie mit dem Fernrohr ein scharfes Bild des beleuchteten Spaltes sehen.
2. Messen Sie den (doppelten) brechenden Winkel 2γ des Prismas mit reflektiertem Licht (s. Abb. 9.1). Wiederholen Sie die Messung drei Mal.
3. Messen Sie den (doppelten) minimalen Ablenkwinkel 2δ für die rote H_2 -Linie ($\lambda = 656,7 \text{ nm}$) und die blaue H_2 -Linie ($\lambda = 486,1 \text{ nm}$). Wiederholen Sie die Messungen jeweils drei Mal. S. Abb. 9.2.

Den minimalen Ablenkwinkel erkennt man wie folgt: Beobachtung der roten H_2 -Linie. Das Prisma wird in eine Richtung gedreht. Dabei erkennt man, dass diese Linie über eine bestimmte Stelle nicht hinauswandert. Diese Stelle ist diejenige, die dem Winkel der Minimalablenkung zugeordnet werden kann.

9.7 Auswertung

1. Berechnen Sie den Mittelwert des brechenden Winkels $\bar{\gamma}$ inklusive seines Fehlers. Beachten Sie, dass Sie für die Berechnung des Fehlers den Winkel im Bogenmaß benutzen müssen.
2. Berechnen Sie die Mittelwerte des minimalen Ablenkwinkels $\bar{\delta}$ für die rote und die blaue Wasserstofflinie inklusive der Fehler.
3. Nehmen Sie an, dass der Brechungsindex von Luft $n = 1,0$ beträgt. Berechnen Sie den Brechungsindex des Glases für die rote und die blaue Wasserstofflinie, inklusive des jeweiligen Fehlers. Rechnen Sie dafür im Bogenmaß.

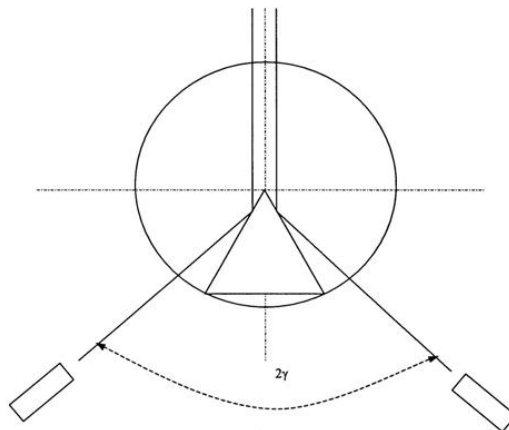


Abbildung 9.1: Strahlengang des reflektierten Lichts, zur Bestimmung des brechenden Winkels γ .

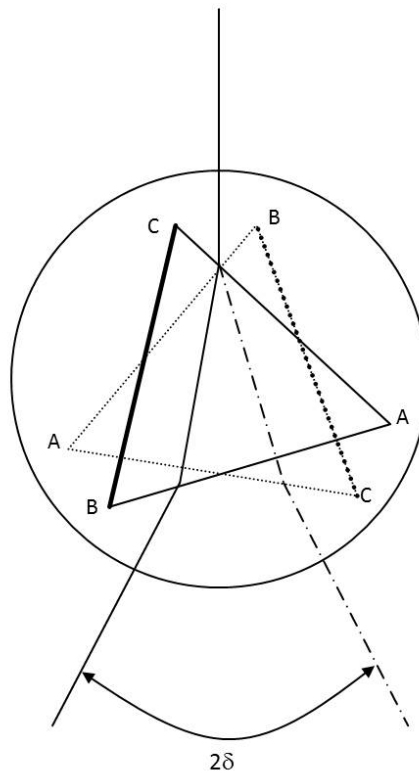


Abbildung 9.2: Bestimmung des minimalen Ablenkungswinkels.

Versuch 10

Beugung am Gitter

In diesem Versuch benutzen Sie den Effekt der Beugung von Licht an einem optischen Gitter, um die Spektrallinien von Quecksilber zu betrachten, sowie die Wellenlänge der grünen Linie zu messen.

10.1 Stichworte

Kohärenz; Interferenz; Huygens'sches Prinzip; Gitterkonstante; Interferenzfilter; Beugung am Gitter.

10.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 10.1.1-10.1.3, 10.1.12

10.3 Anwendungsbeispiele

Wann immer Licht durch eine endlich große Öffnung (Linse, Beleuchtungsspalt, etc) fällt, tritt an den Rändern dieser Öffnung Beugung auf. Diese begrenzt zum Beispiel das räumliche Auflösungsvermögen optischer Geräte, ruft die Regenbogenmuster auf der beschriebenen Seite von CDs und den Halo um Sonne und Mond in dunstiger Atmosphäre hervor. Beugung ist nicht auf Lichtwellen beschränkt, jede Art von Welle unterliegt dem Effekt. So kann zum Beispiel Schall das Ohr erreichen, auch wenn es keine direkte Sichtlinie zwischen Sprecher und Hörer gibt, oder Oberflächenwellen im Wasser erscheinen, obwohl der direkte Weg zum Verursacher der Wellen (vorbei fahrendes Schiff) versperrt ist.

Die Beugung von Erdbebenwellen kann benutzt werden, um Strukturuntersuchungen zwischen Erdkruste und Erdkern durchzuführen. Diese geben Auskunft über beispielsweise die Lage von Kohleflözen oder den Schalenaufbau der Erde.

10.4 Theoretischer Hintergrund

Die Kenntnis des Aufbaus der Atome gehört heute zu den gesicherten Bestandteilen von Physik und Chemie und ermöglicht ein Verständnis der Bindung in Molekülen und Festkörpern. Für die Aufklärung des Atombaus war die genaue Vermessung des von Atomen ausgesandten Lichtes von ganz wesentlicher Bedeutung.

Angeregte Atome senden Licht in Form von Spektrallinien aus, die für den Aufbau der äußeren Elektronenschalen und die chemischen Eigenschaften charakteristisch sind. Das einfachste Atom ist das Wasserstoffatom mit der bekannten Linienfolge der Balmerserie. Das im Periodensystem folgende Heliumatom besitzt zwei Elektronen, die wegen des Elektronenspins auf verschiedene Weise koppeln können. Es ist interessant zu beobachten, dass das Spektrum der Spektrallinien des Quecksilberatoms mit seinen 80 Elektronen dem Spektrum des Heliumatoms in gewisser Weise ähnlich ist und dass man charakteristische Unterschiede auf die Relativitätstheorie zurückführen kann.

Das im Versuch vorgestellte Beugungsgitter ist ein einfaches, aber doch recht leistungsfähiges Gerät zur Sichtbarmachung von Spektrallinien und zur Vermessung von Wellenlängen.

10.4.1 Interferenz

Der Begriff der Interferenz bezeichnet die Überlagerung von zwei Wellenzügen. Je nachdem, ob die Auslenkung der beiden Wellen dasselbe Vorzeichen haben oder unterschiedliche, addieren oder subtrahieren sich ihre Auslenkungen zur überlagerten Welle. Man spricht dann von *konstruktiver* oder *destruktiver* Interferenz.

Damit ein sowohl räumlich (z.B. auf einem Schirm) als auch zeitlich stabiles Interferenzmuster entsteht, müssen die zwei oder mehr überlagerten Wellen *kohärent* sein. Das ist dann der Fall, wenn die Zeitabhängigkeit der Amplitude in ihnen bis auf eine Phasenverschiebung die gleich ist. Bei rein harmonischen Wellen (Sinus-förmig), wie z.B. Lichtwellen, heißt das, dass die Frequenzen übereinstimmen müssen; die Phasen dürfen eine konstante Differenz gegeneinander haben.

10.4.2 Beugung am Spalt

Die Beugung von Licht an einem Spalt können Sie sich leicht mit dem Huygens'schen Bild der Elementarwellen klar machen. Betrachten Sie dabei jeden Punkt des Spaltes als Quelle von elementaren Kugelwellen, die sich in großem Abstand wieder zu einer ebenen Wellenfront überlagern. Zur Verinfachung betrachten wir nur die Kugelwellen, die an den Kanten des Spaltes der Breite d entstehen.

Betrachten Sie den Spalt unter einem Winkel α , so müssen die Wellenfronten der beiden Seiten des Spaltes unterschiedlich lange Wege zurücklegen, um an Ihr Auge zu gelangen. Dieser *Gangunterschied* beträgt, wie man Abbildung 10.1 entnimmt:

$$\Delta s = d \cdot \sin \alpha . \quad (10.1)$$

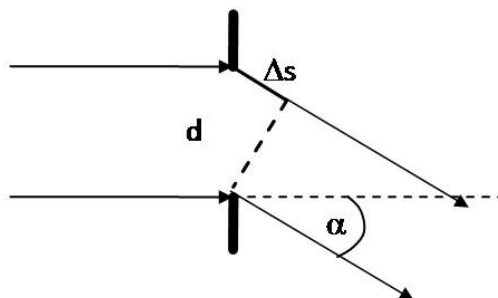


Abbildung 10.1: Beugung am Spalt

Beträgt der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, so tritt konstruktive Interferenz auf, auf dem Schirm sieht man einen hellen Bereich, ein sog. *Interferenzmaximum*. Mit der Definition des Gangunterschiedes ergibt sich also als Bedingung

für die Beobachtung eines Interferenzmaximums:

$$\sin \alpha_{max} = \frac{n \cdot \lambda}{d}. \quad (10.2)$$

Den Faktor n bezeichnet man die *Ordnung des Maximums*.

Offenbar hängt die Richtung, unter der man ein Interferenzmaximum beobachtet, von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes ab.

10.4.3 Beugung am Gitter

Ein (optisches) Gitter ist eine Anordnung aus vielen schmalen Spalten, die den (konstanten) Abstand d voneinander haben. d bezeichnet man als *Gitterkonstante*.

Für die Beugung am Gitter gelten dieselben Überlegungen wie beim einzelnen Spalt (oder beim Doppelspalt). Aus Gleichung 10.2 kann man den Abstand δ zwischen zwei Interferenzmaxima bestimmen. Wenn der Beobachtungsschirm im Abstand L vom Spalt oder Gitter steht, so gilt

$$\frac{n \cdot \lambda}{d} = \sin \alpha = \frac{\delta}{L}. \quad (10.3)$$

Diesen Zusammenhang kann man benutzen, um aus den messbaren Größen L und δ , mit Kenntniss der Gitterkonstante d , die Wellenlänge des einfallenden Lichtes zu messen:

$$\lambda = \delta \cdot \frac{d}{L}. \quad (10.4)$$

10.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Was besagt das Huygens'sche Prinzip?
3. Was ist Interferenz?
4. Welche Bedingungen müssen für die Beobachtung von Interferenzerscheinungen erfüllt sein?
5. Was bezeichnen die Gitterkonstante und der Gangunterschied?
6. Wird am Gitter rotes oder blaues Licht stärker abgelenkt?
7. Welche Größe wird im Praktikum gemessen, welche Größe wird daraus berechnet?

10.6 Durchführung

Das von einer Hg-Lampe erzeugte Licht wird mittels einer Kondensorlinse auf einen engen Spalt fokussiert und mittels einer zweiten Linse L2 parallel gemacht. Ein Grünfilter lässt die grüne Spektrallinie des Hg durch. Auf diese Art wird ein kohärentes, paralleles, nahezu monochromatisches Lichtbündel erzeugt, mit dem ein Strichgitter der Gitterkonstanten d beleuchtet wird.

1. Bestimmen Sie die Gitterkonstante d , indem Sie den Abstand von 10 bis 20 Drähten des Drahtgitters mit der Messlupe fünf Mal messen. Beachten Sie den "toten Gang" der Messlupe.
2. Stellen Sie das Fadenkreuz im Okular vor einem strukturlosen Hintergrund scharf. Stellen Sie danach das Fernrohr am offenen Fenster auf Unendlich ein.

3. Stellen Sie mit der Hg-Lampe, den beiden Linsen und dem Spalt paralleles Licht her. Verschieben Sie dafür die zweite Linse so lange, bis der Spalt im Fernrohr scharf zu sehen ist.
Seien Sie sehr sorgfältig bei diesem Teil, da ansonsten der Versuch nicht gelingen kann!
4. Bringen Sie das Gitter in den Strahlengang und bestimmen Sie die Stellung x (in mm) des Hebelarms für die Maxima der ersten bis fünften Ordnung beidseitig des Hauptmaximums.

10.7 Auswertung

1. Zeichnen Sie den Strahlengang.
2. Berechnen Sie den Mittelwert \bar{d} der Gitterkonstanten mitsamt seines Fehlers.
3. Tragen Sie die Stellung x des Hebelarms in mm für das n -te Maximum als Funktion der Ordnung n auf.
4. Berechnen Sie aus der Steigung der Geraden aus Aufgabe 3, mithilfe der Gitterkonstanten \bar{g} , die Wellenlänge der grünen Hg-Linie.
 - Für das Maximum der Ordnung n gilt Gleichung 10.3.
 - Das Fernrohr ist auf einem Hebelarm der festen Länge $l = 40$ cm angebracht.
 - Aus der Stellung x des Fernrohrs relativ zur Position des Hauptmaximums x_0 kann $\sin \alpha$ berechnet werden:

$$\sin \alpha = \frac{x - x_0}{l} \quad (10.5)$$

Aus den Gleichungen 10.3 und 10.5 folgt

$$x = x_0 + \frac{l \cdot \lambda}{\bar{d}} n \quad (10.6)$$

Dies ist eine Geradengleichung mit der Steigung $m = \frac{l \cdot \lambda}{\bar{d}}$.

- Bestimmen Sie den Fehler der Wellenlänge λ mittels Fehlerfortpflanzung.
5. Vergleichen Sie ihre Ergebnis mit den Literaturwerten in Tabelle 10.1. Diskutieren Sie Gründe für Abweichungen.

λ in nm	rel. Int.	Farbe
623,44	schwach	rot
579,06	sehr stark	gelb
576,96	sehr stark	gelb
546,07	stark	grün
491,60	mittel	blaugrün
435,84	stark	blau
407,78	mittel	violett
404,66	mittel	violett

Tabelle 10.1: Die intensivsten Spektrallinien der Hg-Dampflampe

Versuch 11

Thermoelement

Ein Thermoelement wandelt Wärme in elektrische Energie um. In diesem Versuch soll das Thermoelement zur Messung einer Temperatur benutzt werden.

11.1 Stichworte

Metallbindung; Austrittsarbeit; Fermienergie; Kontaktspannung; Thermospannung; Thermoelement; Wärmebad.

11.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 6.6.1, 8.1.1, 14.1.5, 14.3.1/2

R. Pelster, R. Pieper, I. Hüttl, *Thermospannungen - Viel genutzt und fast immer falsch erklärt!*, PhyDid 1/4 (2005)

11.3 Anwendungsbeispiele

Thermoelemente werden zur Temperaturmessung in vielen verschiedenen Umgebungen benutzt, z. Bsp. in Flüssigkeiten verschiedenster Ph-Werte, in industriellen Anwendungen mit extremen Temperaturen und Atmosphären Zusammensetzungen. Sie werden aber auch zur hochgenauen Temperaturmessung im Labor verwendet.

11.4 Theoretischer Hintergrund

Thomas Johann Seebeck löttete 1821 zwei Drähte aus verschiedenen Metallen zu einem Ring zusammen und fand, dass eine Temperaturdifferenz zwischen den beiden Lötstellen einen Strom antreibt.

In vielen Lehrbüchern, auch für Experimentalphysiker, sowie in älteren Versionen dieses Skripts, wird dieses Phänomen fälschlicherweise durch die unterschiedliche Auslösearbeit der Elektronen in den beiden Metallen erklärt. In Wirklichkeit liefert diese jedoch nur einen kleinen Beitrag zum gesamten Effekt. Hier legen wir eine vereinfachte, jedoch komplette Behandlung, dar, wie sie von Pelster et al. vorgestellt wurde.

11.4.1 Thermodiffusion

Betrachten wir zunächst einen Metallstab bei konstanter Temperatur. Die freien Ladungsträger, in diesem Fall Elektronen, sind homogen im Stab verteilt und führen eine ungeordnete Wärmebewegung (s. Browne'sche Bewegung, Maxwell Verteilung). Der Betrag der mittleren Geschwindigkeit hängt dabei von der Temperatur ab: Je wärmer der Körper, desto schneller bewegen sich die Elektronen.

Haben die Stabenden nun unterschiedliche Temperaturen, so ist die Geschwindigkeit der Elektronen am heißen Ende höher, als am kalten Ende. Dies führt zu einer gerichteten Netto-Bewegung der Elektronen vom warmen zum kalten Ende des Stabes (vgl. Diffusion). Passenderweise nennt man diese Bewegung Thermodiffusion. Sie führt dazu, dass sich das kalte Ende des Stabes gegenüber dem warmen negativ auflädt. Die Aufladung wächst solange an, bis das sich aufbauende elektrische Feld stark genug ist, die Diffusion zu kompensieren: Der Diffusionsstrom kommt zum Erliegen.

Die Spannung zwischen den beiden Stabenden, die sogenannte Thermodiffusionsspannung, ist in erster Näherung proportional zur Temperaturdifferenz zwischen den Stabenden:

$$U_{TD} = -Q \cdot \Delta T \quad (11.1)$$

Der Proportionalitätsfaktor Q , der Seebeck-Koeffizient, ist materialspezifisch, d.h. es ergeben sich unterschiedlich große Spannungen je nachdem, welches Metall (oder Halbleiter) man betrachtet.

11.4.2 Thermoelement

Fügt man zwei Teilstücke aus unterschiedlichen Materialien zu einem Ring zusammen, so ergibt sich eine Schleife mit einem thermoelektrischen Kreisstrom. Beim Thermoelement ist ein Voltmeter in die Schleife geschaltet, so dass praktisch kein Strom fließt. Das Voltmeter zeigt dann die Thermospannung, i.e. die Differenz der beiden Thermodiffusionsspannungen:

$$U_{Thermo} = U_{TD}^A - U_{TD}^B. \quad (11.2)$$

Entfernt man das Voltmeter und schliesst den Kreis, so treibt diese Thermospannung einen Kreisstrom an. Dabei bestimmt das Material mit der größeren Thermodiffusionsspannung die Stromrichtung (ähnlich wie in einem Stromkreis mit zwei ungleichen gegeneinandergeschalteten Batterien).

11.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Welche Kraft wirkt auf eine elektrische Ladung in einem elektrischen Feld? Wovon hängt die Kraft ab?
3. Welche Bedeutung hat die Austrittsarbeit? Ist sie bei allen Metallen gleich?
4. Warum tritt eine Kontaktspannung auf, wenn sich zwei unterschiedliche Metalle berühren?
5. Wie ist ein Thermoelement aufgebaut? Wie erzeugt es die Thermospannung?

11.6 Durchführung

1. Tauchen Sie die Lötstellen des Thermoelements in Eiswasser. Messen Sie die Thermospannung.
2. Erhitzen Sie nun das Wasserbad langsam bis das Wasser siedet. Messen Sie während des Erhitzens die Thermospannung für Temperaturen in Schritten von 5°C .

Beachten Sie: Die Herdplatte wird kurz auf Stufe 12 betrieben. Der komplette Versuch ist schon fertig aufgebaut, es muss nichts mehr angeschlossen werden! Stellen Sie das Thermometer nicht auf den Gefäßboden! Die Kabel dürfen die Herdplatte nicht berühren.

Eine langsamere Erwärmung des Wassers erlaubt eine genauere Messung.

3. Setzen Sie die Messung fort, während das Wasser wieder abkühlt. Der Abkühlungsprozess kann durch Zugabe von Eisstücken beschleunigt werden.

Beachten Sie: Das Wasser muss zur gleichmäßigen Temperaturänderung mit einem Glasstab in Bewegung gehalten werden.

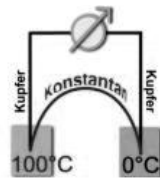


Abbildung 11.1: Messaufbau

11.7 Auswertung

1. Stellen Sie die Thermospannung in mV als Funktion der Temperatur T grafisch dar. Tragen Sie die Kurven für Aufwärmung und Abkühlung des Wasserbades getrennt auf.
2. Lesen Sie aus der Auftragung die Empfindlichkeit des Thermoelementes ab. Schätzen Sie ihren Fehler aus den Grenzgeraden ab. Alle Geraden, auch die Grenzgeraden, müssen dabei durch den Ursprung gehen. Wieso?
3. Berechnen Sie den gewichteten Mittelwert der Empfindlichkeit des Thermoelementes. Die Formeln finden Sie im Skript.
4. Warum liegen die Geraden aus Aufgabe 1 nicht aufeinander?
5. Diskutieren Sie die Fehlerquellen in Ihrer Messung.

Versuch 12

Kennlinien verschiedener Leiter

Die Kennlinie eines Leiter gibt an, wieviel Strom für eine bestimmte angelegte Spannung durch diesen Leiter fließt. In diesem Versuch werden Sie die Kennlinien einiger der meistgenutzten Leiter vermessen.

12.1 Stichworte

Spannung und Strom; Widerstand; Ohm'sche Gesetze; Temperaturabhängigkeit von Widerständen; Leiter, Halbleiter und Isolatoren.

12.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 6.1.2, 6.3.1 - 6.3.4, 6.4.3, 14.3.4, 14.4.1

12.3 Anwendungsbeispiele

So ähnlich wie das Thermoelement aus dem vorherigen Versuch werden temperaturempfindliche Widerstände zur schnellen Messung von Temperaturen benutzt. Einer der Vorteile gegenüber dem Thermoelement ist, dass diese auch als *Widerstandsthermometer* bezeichneten Meßgeräte keine konstante Vergleichstemperatur brauchen.

Man kann hierzu Widerstände benutzen, bei denen der Widerstand mit der Temperatur steigt (*Kaltleiter*, *PTC*) oder fällt (*Heißleiter*, *NTC*)

12.4 Theoretischer Hintergrund

12.4.1 Elektrischer Widerstand und das Ohm'sche Gesetz

Bei allen Leitern gibt es einen Zusammenhang zwischen der Spannung U , die an den beiden Polen des Leiters angelegt wird, und der Stromstärke I des durch den Leiter fließenden Stroms.

$$U = R \cdot I . \quad (12.1)$$

Den Proportionalitätsfaktor R nennt man den (ohmschen) *Widerstand* des Leiters.

Ausser dem rein ohmschen Widerstand gibt es noch weitere Faktoren, zusammengefasst unter dem Begriff *Impedanz*, die die Kennlinie $I = f(U)$ des Leiters beeinflussen. Diese

wollen wir hier allerdings außer Acht lassen (auch wenn ihre Behandlung sehr ähnlich zu den ohmschen Widerständen ist).

Bei einem homogenen ohmschen Material (Z. Bsp. ein Stück Kupferdraht) ist der Widerstand R proportional zur Länge l und umgekehrt proportional zum Querschnitt A des Leiters:

$$R = \frac{\rho l}{A} . \quad (12.2)$$

ρ heißt *spezifischer Widerstand* des Materials.

Metalle leiten um so schlechter, je heißer sie sind, bei Halbleitern ist es umgekehrt. Für kleinere Temperaturbereiche kann man eine lineare Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes annehmen:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T) . \quad (12.3)$$

α heißt Temperaturkoeffizient des Widerstandes. Er ist positiv für Metalle (PTC- oder Kaltleiter) und negativ für Halbleiter (NTC- oder Heißleiter).

12.4.2 Energie und Leistung elektrischer Ströme

Wenn sich eine Ladung Q zwischen zwei Orten verschiebt, zwischen denen die Spannung U herrscht, wenn sie also im Potenzial um U absinkt, wird die Energie

$$W = Q \cdot U \quad (12.4)$$

frei. In Leitern geht diese Arbeit in die Wärmeenergie des Leiters oder seiner Umgebung über. Die Leistung, welche den Leiter erhitzt, ergibt sich aus der Definition des Stroms:

$$P = \dot{W} = U \cdot \dot{Q} = U \cdot I . \quad (12.5)$$

Diesen Zusammenhang nennt man das *Gesetz von Joule*.

Für einen ohmschen Leiter kann man, mit Gleichung 12.1, die Leistung auch schreiben als:

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} . \quad (12.6)$$

12.4.3 Halbleiter, Bändermodell, etc.

Wenn sich Atome in einem Kristallgitter befinden, nehmen sie einen sehr kleinen Abstand (wenige Å) zueinander ein. Dann können die Elektronen über viele Atomabstände hinweg miteinander wechselwirken. Dies führt zu einer Aufweitung der (im Einzelatom noch als diskrete Niveaus vorliegenden) möglichen Energiewerte zu ausgedehnten Energiebereichen, den sogenannten Energiebändern. Da die Energiebänder je nach Aufweitung und Atomart verschieden zueinander liegen, können Bänder sich überlappen oder durch Energiebereiche, in der nach der Quantenmechanik keine erlaubten Zustände existieren (Energie- oder Bandlücke), getrennt sein. Das höchste besetzte Band wird *Valenzband* genannt, das nächsthöhere Band heißt *Leitungsband*.

Die Fermienergie ist ein physikalischer Begriff aus der Quantenstatistik. Sie gibt die höchste Energie an, die ein Teilchen in einem Vielteilchensystem gleichartiger Fermionen (sog. Fermi-Gas) haben kann, wenn das System als Ganzes in seinem Grundzustand ist. Alle Zustände mit Energien zwischen dem tiefstmöglichen Niveau und der Fermi-Energie sind dann mit Teilchen voll besetzt, darüber keiner. Damit liegt das Fermi-niveau also genau in der Bandlücke von Halbleitern.

Bei Halbleitern ist die Bandlücke relativ klein (Ge: $\approx 0,7$ eV, Si: $\approx 1,1$ eV, GaAs: $\approx 1,4$ eV, Diamant: $\approx 5,4$ eV). Daraus folgt, dass eine nicht zu vernachlässigende Wahrscheinlichkeit besteht, durch thermische Anregung Elektronen ins Leitungsband anzuregen. Diese Wahrscheinlichkeit ist natürlich proportional zur Temperatur, d.h. für höhere Temperaturen wird die Leitfähigkeit von Halbleitern besser, daher gehören sie zu den Heißleitern.

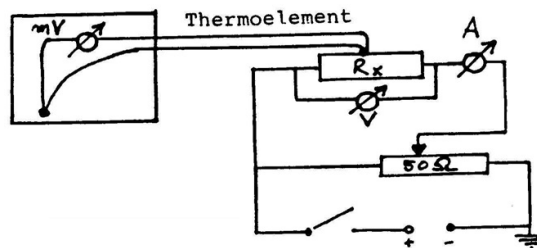
12.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie sind Strom und Spannung definiert? (Erklären Sie: $U_{12} = - \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}$)
3. Wie ist der elektrische (ohmsche) Widerstand definiert?
4. Wie hängt der elektrische Widerstand von den räumlichen Dimensionen des Leiters und vom Material ab?
5. Was mißt ein Ampere-/Voltmeter? Wie wird es in den Stromkreis geschaltet?
6. Wie sieht die Bandstruktur eines Isolators, Halbleiters und Leiters aus? Skizze.
7. Erläutern Sie die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes ρ .
8. Warum (und wie) verändert sich der Widerstand eines Leiters (Metall) bei Veränderung der Temperatur? Was bedeuten PTC und NTC?
9. Warum ist das Verhalten von Halbleitern bei Temperaturveränderung entgegengesetzt dem von Leitern? Erklärung mit Bändermodell.
10. Wie funktioniert eine Spannungsteilerschaltung?

12.6 Durchführung

1. Messen Sie für die Metallfadenlampe die Stromstärke I als Funktion der angelegten Spannung U .
Fahren Sie dazu die Spannung U in Schritten von 1 V von 0 V bis 12 V hoch und lesen Sie die Stromstärke $I(U)$ ab.
In diesem Versuchsteil wird das Thermoelement nicht angeschlossen.

Benutzen Sie zur Messung der Kennlinien die folgende Schaltung:



2. Die NTC und PTC Widerstände erwärmen sich signifikant, wenn Strom durch sie fließt. Schliessen Sie daher für die Messung ihrer Kennlinien das Thermoelement direkt an die schwarzen Buchsen an. Das Thermoelement darf nicht mit dem restlichen Stromkreis verbunden sein.
3. Messen Sie für den NTC und den PTC den Widerstand als Funktion der Temperatur des Bauteils.
Warten Sie nach jeder Einstellungsänderung, bis sich der Strom I bei eingestellter Spannung U nicht mehr ändert (ca. 1 min). Lesen Sie erst dann Strom, Spannung und Thermospannung ab.
 - Stellen Sie für den PTC Spannungen von 0-12 V in 1 V-Schritten ein.
 - Für den NTC verändern Sie die Stromstärke: Beginnen Sie bei einer hohen Stromstärke von 300 mA und gehen Sie in 30 mA-Schritten herunter bis 0 mA.

Achtung: Achten Sie darauf, dass durch den NTC nie mehr als 300 mA fließen! Drehen Sie dazu den Strom zunächst voll auf. Ab ca. 150 mA steigt die Stromstärke sehr schnell an. Regeln Sie dann den Strom entsprechend runter. Beobachten Sie die Messgeräte während dieses Vorganges sehr genau! Lassen Sie den NTC bei eingestelltem Strom ins thermische Gleichgewicht zurückkehren, bevor Sie ihre Messung starten.

4. Messen Sie die Raumtemperatur.

12.7 Auswertung

1. Stellen Sie die Kennlinie der Metallfadenlampe, $I = f(U)$, grafisch dar.
2. Grafische Darstellung des Widerstandes des NTC- und des PTC-Leiters als Funktion der Temperatur.

- Berechnen Sie aus der Thermospannung die Temperatur wie folgt.
Im Idealfall beträgt die Thermospannung bei Raumtemperatur 0 V. Wenn dem nicht so ist, ziehen Sie von ihren Messwerten die bei Raumtemperatur gemessenen Thermospannung $U_{th}(RT)$ ab. Die Eichung des Thermoelementes beträgt $a = 54 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. Damit errechnet sich die Temperatur in $^\circ\text{C}$ zu:

$$T = \frac{U_{th}(T) - U_{th}(RT)}{a} + RT \quad (12.7)$$

- Berechnen Sie aus den U und I Wertepaaren den Widerstand des Leiters.
- Tragen Sie für den NTC-Leiter den natürlichen Logarithmus des Widerstandes $\ln(R)$ als Funktion von $1/T$ auf. Benutzen Sie die Temperatur in Kelvin.
Da die Temperaturabhängigkeit eines Heißleiters einem Exponentialgesetz folgt:

$$R(T) = A \cdot \exp\left(\frac{\Delta E}{2k_b T}\right) \quad (12.8)$$

ergibt diese Auftragung eine Gerade. Die Konstante A hängt von Bauform und Material des Heißleiters ab.

Berechnen Sie aus der Steigung der Geraden die Energielücke ΔE zwischen Valenz- und Leitungsband des Halbleitermaterials, aus dem der Heißleiter aufgebaut ist. Berechnen Sie den Fehler von ΔE aus der bekannten Fehlerfortpflanzung.

Hinweis: $k_b = 8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$

3. Vergleichen Sie die gemessene Energielücke mit Literaturwerten und diskutieren Sie die Fehlerquellen in Ihrer Messung.

Versuch 13

Elektrische Netzwerke

In diesem Versuch lernen Sie grundlegende Schaltungen kennen, die die Bestimmung eines unbekannten ohmschen Widerstandes durch Strom- und Spannungsmessungen erlauben.

13.1 Stichworte

Spannung und Strom; Spannungs- und Strommessung; Widerstand, Ohm'sches Gesetz; Kirchhoff'sche Gesetze; Wheatstone'sche Brückenschaltung; Innenwiderstand; Spannungsteilerschaltung.

13.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 6.1.2, 6.3.1 - 6.3.4

13.3 Anwendungsbeispiele

Strom- und Spannungsmessung, Aufbau aller elektrischen Netzwerke

13.4 Theoretischer Hintergrund

13.4.1 Spannung, Strom und Widerstand

Die elektrische *Spannung* ist die Differenz der Coulombpotenziale an zwei Orten, zum Beispiel zwei Punkten in einem elektrischen Schaltkreis:

$$U = \Phi_A - \Phi_B \quad (13.1)$$

Wie man an dieser Definition sieht, bezieht sich die Angabe einer Spannung immer auf ein Referenzpotenzial, welches entweder explizit angegeben wird ("Spannung zwischen Punkten A und B") oder impliziert wird (typischerweise die sogenannte "Erde"). Daher kann eine Spannung *positiv* oder *negativ* sein, je nachdem ob das Potenzial am beschriebenen Punkt höher oder niedriger als das Referenzpotenzial ist. Bei einer Spannungsquelle in einem elektrischen Schaltkreis nennt man den Anschluß mit dem höheren Potenzial den *Pluspol* und den mit dem niedrigeren Potenzial den *Minuspole*. Bei den Schaltsymbolen in den nachfolgenden Schaltplänen bezeichnet der längere Strich an der Spannungsquelle den

Pluspol.

Diese Potenzialdifferenz erzeugt ein elektrisches Feld ($\vec{E} = -\text{grad}\Phi$), welches auf geladene Teilchen (zum Beispiel Elektronen) eine *Coulombkraft* in Richtung der Feldlinien ausübt und diese damit beschleunigt. Negativ geladene Elektronen werden dabei auf den Pluspol zu beschleunigt. Die resultierende *Drift* der Ladungsträger, zum Beispiel in einem Draht, nennt man dann *Strom*:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (13.2)$$

Die *technische Stromrichtung* ist so definiert, dass Strom vom Pluspol einer Spannungsquelle zum Minuspol fließt (also entgegen der Driftrichtung von Elektronen). In den nachfolgenden Schaltplänen ist teilweise die technische Stromrichtung durch Pfeile gekennzeichnet.

Die Einheiten von Spannung, $[U] = 1 \text{ V}$, und von Strom, $[I] = 1 \text{ A}$, das Volt und das Ampere, sind SI Einheiten.

Der ohmsche Widerstand eines Leiters ist definiert durch das Ohm'sche Gesetz

$$R := \frac{U}{I}, \quad (13.3)$$

seine Einheit $[R] = 1 \Omega$ ist das *Ohm*.

13.4.2 Einfache Netzwerke

Elektrische Netzwerke bestehen aus elektrischen Bauteilen, welche miteinander verbunden werden. In diesem Versuch wollen wir uns mit dem einfachsten passiven Bauteil beschäftigen: dem rein ohmschen Widerstand.

Netzwerke sind aus *Knoten* und *Maschen* aufgebaut. Aufbauend auf der Erhaltung der elektrischen Ladung ($\frac{dQ}{dt} = 0$) kann man das Verhalten von Strom und Spannung durch die *Kirchhoffschen Gesetze* beschreiben:

1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotenregel):

Die Summe aller Ströme, die in eine Knoten hinein bzw. aus einem Knoten herausfließen, ist null.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (13.4)$$

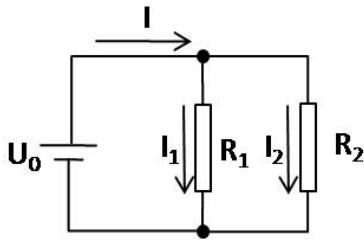
2. Kirchhoffsches Gesetz (Maschenregel):

Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist null.

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0. \quad (13.5)$$

Die Kirchhoffschen Gesetze können benutzt werden, um den Strom durch ein Bauteil und die über ihm abfallende Spannung zu beschreiben. Ein Beispiel ist die Berechnung des Gesamtwiderstandes einer Parallel- oder Serienschaltung von Widerständen.

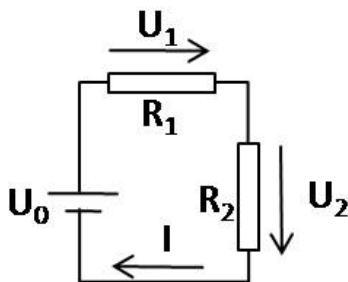
13.4.3 Parallelschaltung



Aus der Knotenregel folgt: $I = I_1 + I_2$.
 Mit dem Ohm'schen Gesetz folgt: $\frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2}$.
 Den Gesamtwiderstand der Parallelschaltung von Widerständen kann man also schreiben als:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \sum_i \frac{1}{R_i}. \quad (13.6)$$

13.4.4 Serienschaltung



Aus der Maschenregel folgt: $U_0 = U_1 + U_2$.
 Mit dem Ohm'schen Gesetz folgt: $I R_{ges} = I R_1 + I R_2$.
 Den Gesamtwiderstand der Serienschaltung von Widerständen kann man also schreiben als:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 = \sum_i R_i. \quad (13.7)$$

13.4.5 Der (unbelastete) Spannungsteiler

In Schaltung 13.4.4 kann man die Spannung U_2 , die über den Widerstand R_2 abfällt auch als Eingangsspannung für eine daran anschliessende Schaltung benutzen. Schaltung 13.4.4 bezeichnet man in diesem Fall als *Spannungsteiler*. Die Spannung U_2 wird dann durch die *Spannungsteilerformel* gegeben, die wir kurz herleiten wollen:
 Fließt ein Strom I durch R_2 , so fällt über den Widerstand die Spannung ab

$$U_2 = I \cdot R_2.$$

Aus der Maschenregel folgt für den Strom:

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2}.$$

Einsetzen ergibt die Spannungsteilerformel:

$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (13.8)$$

13.4.6 Die Wheatstone'sche Brückenschaltung

Widerstände im Bereich von $0,01 \, \Omega$ bis $10 \, \text{M}\Omega$ werden oft mit einer Meßbrückenschaltung nach Wheatstone (siehe Abbildung rechts) gemessen. Der zu messende Widerstand sei R_3 . Er läßt sich bei abgeglicherer Brücke, d.h. wenn kein Strom durch das Amperemeter fließt, aus der Beziehung

$$R_3 = R_4 \frac{R_1}{R_2} \quad (13.9)$$

berechnen. Durch das Amperemeter fließt nämlich nur dann kein Strom, wenn die Punkte C und D auf demselben Potenzial liegen. Es muss also gelten

$$U_{AC} = U_{AD}, \quad (13.10)$$

woraus folgt

$$R_1 I_1 = R_3 I_3. \quad (13.11)$$

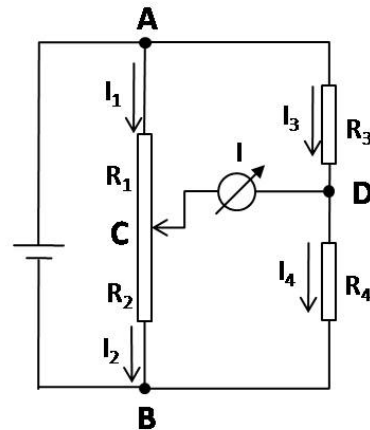
Gleichzeitig muss gelten

$$U_{CB} = U_{DB}, \quad (13.12)$$

woraus folgt

$$R_2 I_2 = R_4 I_4. \quad (13.13)$$

Da bei abgeglichenen Brücke $I_1 = I_2$ und $I_3 = I_4$ ist, folgt für R_3 Gleichung 13.9.



Brückenschaltung nach Wheatstone.

13.5 Fragen zur Vorbereitung

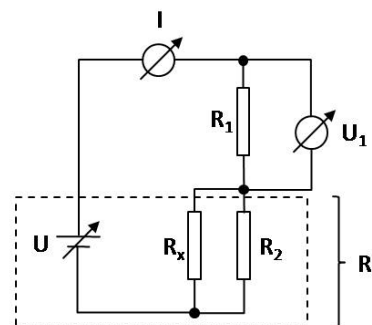
1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wiederholung: Definition von Strom und Spannung
3. Wiederholung: Ohm'sches Gesetz, Schaltung von Messgeräten
4. Wie lauten die Kirchhoff'schen Gesetze? Welche Erhaltungssätze liegen ihnen zugrunde?
5. Wie berechnet man den Gesamtwiderstand bei Reihen- und Parallelschaltungen von Widerständen?
6. Was ist ein Innenwiderstand?
7. Wie funktioniert die Spannungsteilerschaltung (Schaltskizze und Erklärung)?
8. Wie funktioniert die Wheatstone'sche Brückenschaltung (Schaltskizze und Erklärung)? Was kann man mit ihr messen?

13.6 Durchführung

1. Der unbekannte Widerstand R_1 soll mithilfe des Ohm'schen Gesetzes bestimmt werden.

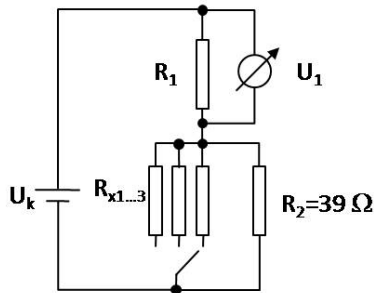
Erhöhen Sie die Ausgangsspannung der regelbaren Spannungsquelle U_1 von 0,5 V bis 6 V in Schritten von 0,5 V. Messen Sie für jede Spannung den Gesamtstrom I mit dem Amperemeter.

Anmerkung: Verändern Sie während der Messung den Widerstand R_x nicht. Dann können R_2 und R_x zum Innenwiderstand R_i zusammengefasst werden, der hier nicht betrachtet werden muss.

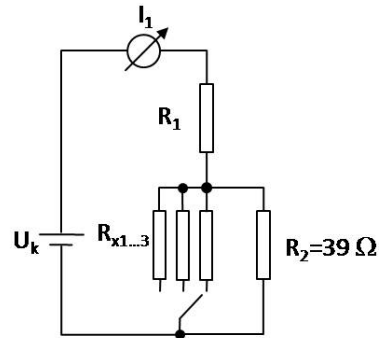


2. Messen Sie die feste Ausgangsspannung U_k mit dem Voltmeter.

3. Die drei unbekannten Widerstände $R_x(1,2,3)$ sollen nach den beiden Schaltungen A und B gemessen werden. Messen Sie dazu in Schaltung A den Spannungsabfall U_1 am Widerstand R_1 und in Schaltung B den Gesamtstrom I_1 .



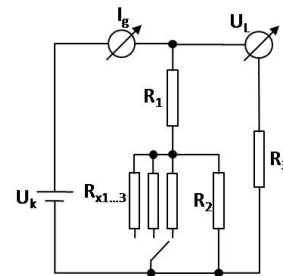
Schaltung A



Schaltung B

4. Die Innenwiderstände der Spannungsquelle und des Amperemeters sollen gemessen werden. Messen Sie dazu in Schaltung C den Gesamtstrom I_g sowie die Spannung über die Lastwiderstände U_L . Die Größe des Widerstandes R_3 kann gegenüber dem großen Innenwiderstand des Voltmeters ($\approx 10 \text{ M}\Omega$) vernachlässigt werden. Dann berechnet sich der Innenwiderstand der Spannungsquelle nach

$$R_i = \frac{U_k - U_L}{I_g}. \quad (13.14)$$



Schaltung C

5. Mithilfe der Wheatstone'schen Brückenschaltung sollen die drei unbekannten Widerstände R_y ($y=1,2,3$) bestimmt werden.

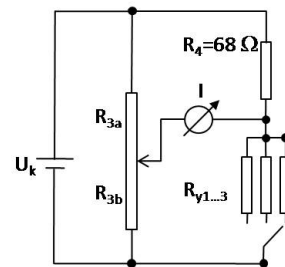
Bauen sie den Versuch auf der rechten Hälfte des Experimentierschaltkreises auf. Betreiben Sie hierbei das Amperemeter im empfindlichsten Bereich.

Verdrehen Sie nun das Potentiometer R_3 so lange, bis kein Strom mehr durch das Amperemeter fließt.

Die Ablesung 'X' am Potentiometer bedeutet

$$\frac{R_{3b}}{R_{3a}} = \frac{X}{100 - X} \quad (13.15)$$

und ist damit nicht direkt der Widerstand.


 Wheatstone'sche
Brückenschaltung

13.7 Auswertung

1. Berechnen Sie den Mittelwert des Widerstands R_1 inkl. seines Fehlers.
2. Leiten Sie die Formel für den Widerstand R_x in Schaltung A her.
Anleitung: Berechnen Sie den Gesamtwiderstand der Parallelschaltung von R_x und R_2 . Zusammen mit der Spannungsteilerformel erhält man schließlich:

$$R_x = R_2 \frac{1 - \frac{U_k}{U_1}}{\frac{U_k}{U_1} - \frac{R_2}{R_1} - 1} \quad (13.16)$$

3. Leiten Sie die Formel für den Widerstand R_x in Schaltung B her.

Anleitung: Drücken Sie U_1 durch den Strom I aus. Danach, wie oben, einfach nach R_x auflösen. Dann finden Sie:

$$R_x = R_2 \frac{R_1 - \frac{U_k}{I}}{\frac{U_k}{I} - R_1 - R_2} \quad (13.17)$$

4. Berechnen Sie nun die Widerstände R_x ($x=1,2,3$) aus Schaltung A und B mit ihrem Fehler. Benutzen Sie eine Ungenauigkeit ($\hat{=}$ Fehler) für die Messungen der Ströme und Spannungen von 1% .

5. Berechnen Sie den Innenwiderstand der Spannungsquelle.

6. Berechnen Sie den Widerstand R_y ($y=1,2,3$) aus der Wheatstoneschen Brückenschaltung.

Hinweis: Aus der Bedingung, dass durch das Amperemeter kein Strom fließt, ergibt sich:

$$R_y = R_4 \frac{R_{3b}}{R_{3a}} . \quad (13.18)$$

Versuch 14

Nichtstationäre Diffusion

In diesem Versuch betrachten Sie, wie ein Farbstoff in Wasser diffundiert. Dabei messen Sie die momentane Konzentration des Farbstoffes mithilfe eines lichtempfindlichen Widerstandes.

14.1 Stichworte

Wheatstone'sche Brückenschaltung; Photowiderstand; Brown'sche Molekularbewegung; stationäre und nichtstationäre Diffusion; Fick'sche Gesetze; Diffusionskoeffizient; Diffusionsgleichung.

14.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 5.2.8 und 5.4

14.3 Anwendungsbeispiele

Diffusion spielt sowohl in der Natur, als auch in zahlreichen technischen Anwendungen eine tragende Rolle.

Zum Beispiel geschieht der Gasaustausch zwischen Lungenbläschen und Blut bei der Lungenatmung durch Diffusion, genauso wie der Transport bestimmter Stoffe durch Membranen (teilweise sog. erleichterte Diffusion).

Beim Sintern von Werkstoffen spielt die Diffusion eine wichtige Rolle beim Zusammenwachsen der Pulverbestandteile, in der Halbleiterindustrie wird sie benutzt, um Dotierungsstoffe in das Halbleitermaterial einzubringen. In der technischen Chemie spielt Diffusion, gekoppelt mit Konvektion und chemischen Reaktionen eine zentrale Rolle im Reaktor- und Katalysatordesign.

14.4 Theoretischer Hintergrund

14.4.1 Diffusion in Gasen und Lösungen

Schichtet man Alkohol vorsichtig über Wasser oder reines Wasser über eine Salzlösung, dann wird die anfangs scharfe Trennfläche allmählich diffuser. Die steile Dichtestufe flacht sich mit der Zeit immer mehr ab. In Lösungen dauert diese Durchmischung Stunden, in

Gasen nur Sekunden.

Diese Diffusion findet immer dann statt, wenn die Konzentration eines gelösten Stoffes, der Druck eines Gases oder der Partialdruck eines Bestandteiles eines Gasgemisches, allgemein also wenn die Teilchenzahldichte n von Ort zu Ort unterschiedlich ist. Der Vorgang endet erst, wenn die Teilchendichte an allen Punkten des zur Verfügung stehenden Volumens gleich groß ist, falls Teilchen dieses nicht verlassen oder von außen hereinkommen können. Zustande kommt diese Bewegung der Teilchen durch ihre thermische Energie (Brown'sche Bewegung).

Der Teilchentransport in der Diffusion wird durch den Gradienten der Teilchenzahldichte, $\text{grad}n$, angetrieben. Die *Teilchenstromdichte* \vec{j}_n , ein Vektor, dessen Betrag die Anzahl von Teilchen darstellt, die pro Sekunde durch die Flächeneinheit treten, ist proportional zum Gefälle von n :

1. Ficksches Gesetz:

$$\vec{j}_n = -D \text{grad}n. \quad (14.1)$$

Der Diffusionsstrom fließt immer in die Richtung, in die n am schnellsten abnimmt. D ist der Diffusionskoeffizient, dessen Einheit $[D] = \text{m}^2/\text{s}$ ist.

Wenn aus einem Volumen mehr Teilchen ausströmen als hineinfließen, nimmt die Teilchenzahl dort ab:

$$\dot{n} = -\text{div}\vec{j}_n. \quad (14.2)$$

Mit Gleichung 14.1) erhält man die allgemeine Diffusionsgleichung

2. Ficksches Gesetz:

$$\dot{n} = D \text{divgrad}n = D \Delta n. \quad (14.3)$$

Diese Art der Diffusion, die durch einen Konzentrationsgradienten getrieben wird, nennt man auch *nichtstationäre Diffusion*. Ihr gegenüber steht die *stationäre Diffusion*, auch Selbstdiffusion genannt, die beschreibt wie sich Teilchen innerhalb derselben Substanz bewegen. Da die Teilchen prinzipiell ununterscheidbar sind, ist die stationäre Diffusion allerdings sehr schwierig zu beobachten.

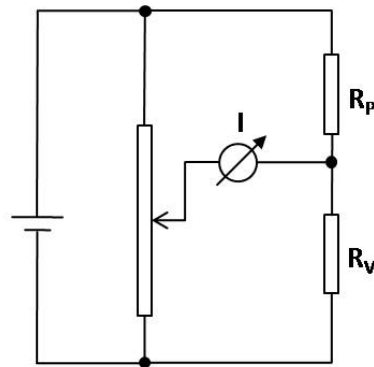
14.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Was ist eine Wheatstone'sche Brückenschaltung? Wie funktioniert sie?
3. Was ist ein Photowiderstand?
4. Was versteht man unter Brown'scher Molekularbewegung? Wodurch entsteht sie?
5. Welcher Effekt wird als Diffusion bezeichnet?
6. Was ist stationäre bzw. nichtstationäre Diffusion?
7. Was ist die Bedeutung der Diffusionskonstanten D (Diffusionsgleichung für stationäre Diffusion) ?
8. Wie wird ein Photowiderstand zusammen mit einer Wheatstone Brücke zur Messung der Diffusion benutzt ?

14.6 Durchführung

1. Bauen Sie zunächst die Wheatstone'sche Brückenschaltung auf.

Der Strom, den das Amperemeter zeigt, hängt bei vorgegebenem Vergleichswiderstand R_V von der Potentiometereinstellung und von dem elektrischen Widerstand des Photowiderstandes R_P ab. Dieser Widerstand ist durch die Lichtmenge bestimmt, die auf den Photowiderstand fällt.



2. Stellen Sie den Strahlengang so ein, dass der Beleuchtungsspalt scharf auf den zweiten Spalt abgebildet wird, hinter dem sich der Photowiderstand befindet. Das Amperemeter in der Brückenschaltung zeigt dann den maximalen Strom an. Fixieren Sie den Strahlengang in dieser Konfiguration.
3. Schieben Sie den Graufilter C016 vor den Photowiderstand und gleichen Sie die Brückenschaltung ab, so dass das Amperemeter keinen Strom mehr anzeigt. Arretieren Sie das Potentiometer in dieser Stellung.
4. Füllen Sie die Diffusionsküvette zu drei Vierteln mit Wasser und bringen Sie sie anstelle des Graufilters in den Strahlengang, so dass die Wasseroberfläche sich auf gleicher Höhe mit dem Lichtstrahl befindet.
5. Geben Sie einige Tropfen Farbstofflösung der Anfangskonzentration C_0 auf das Wasser und starten Sie zur gleichen Zeit die Stoppuhr ($t = 0$).
6. Verschieben Sie nun die Küvette mittels des Höhentriebes so weit, dass sich die Farbzone mit der Konzentration $C = 1/16 C_0$ vor dem Spalt befindet. Diese Farbzone absorbiert Licht genauso stark wie der Graufilter, also zeigt das Amperemeter bei richtiger Einstellung wieder keinen Strom mehr an ($I = 0$). Notieren Sie den Ort x der Farbzone, den man am Höhentrieb ablesen kann.
7. Wiederholen Sie diese Einstellung zu den Zeiten $t = 1, 2, 4, 6, 9, 12, 16, 19, 22, 25, 27, 30, 33, 36$ Minuten und notieren Sie jeweils den Ort der Farbzone.

Hinweise:

- Halten sie während der Messung nicht die Stoppuhr an und verstellen Sie nicht das Potentiometer.
- Verstellen Sie stets nur den Höhentrieb der Küvette. Bei Manipulation im Strahlengang stellen Sie das Amperemeter auf den Messbereich 'grob'.
- Vermeiden Sie größere Erschütterungen des Tisches.
- Reinigen und trocknen Sie bitte nach Ende des Versuchs die Küvette gründlich.

14.7 Auswertung

1. Tragen Sie den Ort x als Funktion von \sqrt{t} graphisch auf.

2. Berechnen Sie aus der Steigung der Geraden den Diffusionskoeffizienten D nach:

$$D = \frac{x^2}{t} \cdot f\left(\frac{C}{C_0}\right) \quad (14.4)$$

Bemerkung:

$f(C/C_0) = f(1/16) = 0,212$ ist ein numerischer Faktor, der die Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten D von der Konzentration der beobachteten Farbzone angibt.

3. Schätzen Sie den Fehler von D aus den Grenzgeraden der Auftragung aus Aufgabe 1) ab.

Versuch 15

Wechselstrom und R-C-Kreis

In diesem Versuch lernen Sie die Grundlagen der Funktion und Bedienung eines Digital-Speicher-Oszilloskops (DSO), sowie die Auf- und Entladekurve eines Kondensators kennen.

15.1 Stichworte

Kathodenstrahl; Braun'sche Röhre; Oszillograph; Ablenkung im elektrischen Feld; Wechselspannung; Kondensator; Kapazität.

15.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 7.5.2/3, 8.2.1, 8.2.3

15.3 Anwendungsbeispiele

R ist die Abkürzung (Symbol) für den elektrischen Widerstand, C für die Kapazität eines Kondensators und L für die Induktivität einer Spule; R-C-Kreise sind Kombinationen aus Widerständen und Kondensatoren, die ein für viele physikalische Vorgänge charakteristisches exponentielles Abklingverhalten zeigen. R-L-Kreise, aus Widerstand und Spule aufgebaut, zeigen auf vereinfachte Weise, was passiert wenn bei den meisten Haushaltsgeräten die Spannung eingeschaltet wird (z. Bsp. Glühlampen).

Eine Zellmembran mit geringer Leitfähigkeit als Grenzschicht zwischen gut leitenden elektrolytischen Flüssigkeiten stellt eine elektrische Parallelschaltung eines Widerstandes (Membranwiderstand) und eines Kondensators (Membrankapazität) dar. Aus der Anwendung entsprechender physikalischer Modellvorstellungen kann ein Verständnis der physiologischen Vorgänge und Messtechniken zur Untersuchung von Zelleigenschaften und interzellulären Vorgängen gewonnen werden.

15.4 Theoretischer Hintergrund

15.4.1 Oszilloskop

Will man schnell laufende Vorgänge, z.B. Wechselspannungen oder Impulse, stetig messen und in Abhängigkeit von der Zeit registrieren, so verwendet man ein Oszilloskop. Dieses stellt Spannungen direkt als Funktion der Zeit dar und ermöglicht so die Beobachtung von Vorgängen mit hoher Frequenz.

Meist benutzt man das Oszilloskop im sogenannten *YT-Modus*, bei dem auf der horizontalen X-Achse des Displays die Zeit t dargestellt wird. Die *Zeitbasis*, d.h. die Skalierung der Zeitachse, kann durch den horizontalen Wahlschalter zwischen 5 ns pro Kästchen und 50 s pro Kästchen einstellen. Die Kästchen werden am Oszilloskop als DIV (für Division) bezeichnet. Weitere Eigenschaften der Zeitachse können in dem Menü eingestellt werden, welches nach Drücken der Taste **HORIZ MENU** angezeigt wird. Für die richtige Wahl der Zeitbasis sollten Sie sich klar machen, mit welcher Frequenz die Spannung am Eingang des Oszilloskops sich verändert.

Auf der vertikalen Y-Achse wird die am Eingang gemessene Spannung dargestellt. Die Skala der Y-Achse kann über den vertikalen Wahlschalter für jeden der vier Kanäle des Oszilloskops getrennt zwischen 20 mV pro Kästchen und 50 V pro Kästchen eingestellt werden. Zur richtigen Wahl des Y-Verstärkungsfaktors sollten Sie sich klarmachen, welche Spannung Sie an der zu messenden Stelle Ihrer Schaltung erwarten.

Kanaleigenschaften Weitere Eigenschaften der Y-Achse können im sogenannten *Kanalmenü* eingestellt werden, welches nach Drücken der Taste **CH MENU** für den entsprechenden Kanal angezeigt wird. Diese Eigenschaften können für die beiden Kanäle unabhängig von einander eingestellt werden.

- **KOPPLUNG:** Es ist möglich, über eine zum Eingang in Reihe geschaltete Kapazität, den Gleichspannungsanteil der Eingangsspannung zu unterdrücken. Dies geschieht, wenn die Kopplung des Kanals auf AC gestellt wird. Dieser Modus ist nützlich, um Spannungsänderungen zu untersuchen und beschleunigt die Arbeit mit dem Oszilloskop erheblich, falls der Gleichspannungsanteil tatsächlich irrelevant ist.

Hinweis: Während des Versuchs stellen Sie die Kopplung bitte auf DC.

- **BANDBREITE:** Die Bandbreiteneinstellung bestimmt die frequenzabhängig Unterdrückung von Eingangssignalen. Wenn Sie Signale in der Größenordnung MHz darstellen wollen, sollten Sie darauf achten, dass die Bandbreite auf den maximalen Wert für den Oszilloskoptyp eingestellt ist, da ansonsten die Signalform stark verzerrt dargestellt wird.

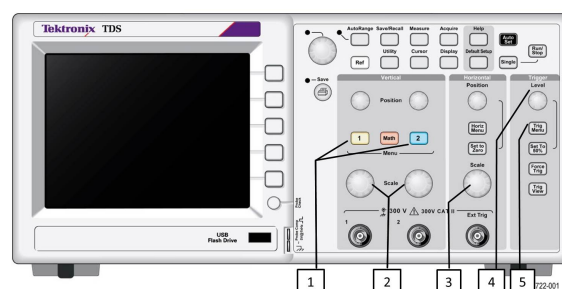


Abbildung 15.1: Front des TDS 2001C.

- **TASTKOPF:** Die Tastköpfe, mit denen Sie Ihre Schaltung untersuchen, können die Eingangsspannung über einen einstellbaren Spannungsteiler um den Faktor 10 unterdrücken. Dies dient dazu, größere Spannungen auf dem Oszilloskop darstellen zu können, als man sicher an den Eingang anschliessen könnte ohne Bauteile im Oszilloskop zu zerstören. Stellen Sie sicher, dass die Unterdrückung des Tastkopfes und die im Kanalmenü eingestellte Unterdrückung übereinstimmen, da Sie ansonsten andere Spannungswerte am Oszilloskop ablesen, als wirklich in der Schaltung anliegen.

Hinweis: Im Versuch stellen Sie bitte sicher, dass keine Unterdrückung (1X) eingestellt ist.

- **INVERTIERUNG:** Hiermit können Sie anstelle der Spannung U die invertierte Spannung $-U$ auf dem Oszilloskop darstellen.

Hinweis: Im Versuch stellen Sie bitte sicher, dass keine Invertierung eingestellt ist.

Trigger Das Oszilloskop stellt die Eingangsspannung auf dem Display dar, wenn die sogenannte *Triggerbedingung* erfüllt ist. Diese stellt man im Trigger Menü ein, welches nach Drücken der Taste TRIG MENU angezeigt wird. Das Oszilloskop stellt mehrere verschiedene Arten von Triggerbedingungen zur Verfügung. So kann, unter anderem auf Pulse bestimmter Breite getriggert werden. Im Praktikum ist allerdings der meistbenutzte Triggertyp der sogenannte *Flankentrigger*. Eine typische Triggerbedingung lautet: Triggere, wenn die Spannung am Kanal 1 einen Wert von 0.1 V überschreitet.

Diese Bedingung besteht aus drei separat einstellbaren Teilen:

1. Die Triggerquelle, d.h. die Spannung welches Kanals soll betrachtet werden? Wird im Triggermenü über den Punkt QUELLE eingestellt.
2. Der Triggertyp, d.h. Eingangsspannung soll den Schwellenwert von unten überschreiten (positive oder steigende Flanke) oder von oben unterschreiten (negative oder fallende Flanke). Wird im Triggermenü über den Punkt FLANKE eingestellt.
3. Der Schwellenwert, d.h. wie groß ist die Spannung, mit der die Eingangsspannung verglichen werden soll? Wird über den Drehknopf LEVEL eingestellt.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Triggers ist der *Triggermodus* (Triggermenü, Punkt MODUS):

- **Triggermodus AUTO:** Das Display wird in regelmäßigen Abständen neu aufgebaut, unabhängig davon, ob die Triggerbedingung erfüllt ist. Dieser Modus eignet sich dafür, eine erste Vorstellung des Signals zu bekommen, während noch kein korrekter Trigger eingestellt ist.
- **Triggermodus NORMAL:** Das Display wird nur dann neu aufgebaut, wenn die Triggerbedingung erfüllt ist. Dieser Modus eignet sich, um schnelle Veränderungen der Eingangsspannung, wie zum Beispiel logische Signale, zu untersuchen. Ist die Triggerbedingung in kurzen Abständen verlässlich erfüllt, verhalten sich NORMAL und AUTO identisch. Sie können also häufig im Modus AUTO verbleiben und nur zu NORMAL wechseln, wenn zwischen zwei Triggern zu viel Zeit vergeht.
- **Triggermodus STOP:** Das Oszilloskop behält die letzte Aufnahme.
- **Triggermodus SINGLE:** Falls Sie eine funktionierende Triggerbedingung haben und sich eine einzige Aufnahme des Eingangssignals anschauen möchten, können Sie auf

SINGLE wechseln. Das Oszilloskop wartet dann auf eine Triggerbedingung, nimmt genau eine Aufnahme auf und wechselt zu STOP.

Betrieb

Da wir nur auf Pos. I messen, wird der Tastkopf bei CH 1 eingesteckt, die zugehörige Massenverbindung erfolgt an der Bananenbuchse daneben.

Mit dem Drehknopf (2) wird die Empfindlichkeit der Y-Achse eingestellt: Stellung 2 V bedeutet, dass jedes Kästchen auf dem Bildschirm 2 V hoch ist.

Alle Oszilloskope (dieser Welt ?) werden nach diesem Schema bedient. Die vielen Knöpfe verführen zum Spielen, und wir möchten alle ermutigen, zu probieren, was die einzelnen Schalter bewirken. Diese Anleitung führt - hoffentlich - wieder zu einer Schalterstellung zurück, die eine richtige Messung ermöglicht.

15.4.2 Wechselspannung und Wechselstrom

Als Wechselspannung bezeichnet man eine periodische Spannung mit sinus- oder kosinusförmigem Verlauf:

$$U(t) = U_0 \sin \omega t \quad (15.1)$$

Die Wechselspannung verursacht an einem Bauteil einen Wechselstrom, der eine zeitliche Versetzung t' (Phasenverschiebung δ) gegenüber der Spannung haben kann:

$$I(t) = I_0 \sin \omega(t - t') = I_0 \sin(\omega t - \delta) \quad (15.2)$$

Wechselspannungen werden technisch meist durch Induktion erzeugt (Dynamogenerator). Wird eine Leiterschleife mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in einem homogenen Magnetfeld gedreht, so wird in dieser auf Grund des Induktionsgesetzes eine Wechselspannung induziert.

In Wechselstromkreisen gibt es unterschiedliche Angaben zur Charakterisierung der Größe von Spannung und Strom: die Amplituden oder Scheitelwerte (U_0 , I_0), die Effektivwerte (U_{eff} , I_{eff}) und die Spitze-Spitze-Werte (U_{SS}):

- Amplitude (Scheitelwert): Die Amplituden geben die Maxima von Spannung oder Strom an; sie entsprechen dem Amplitudenbegriff der trigonometrischen Funktionen.
- Effektivwert: Die Effektivwerte von Spannung und Strom sind charakteristische Werte, deren Produkt (wie im Fall des Gleichstroms) die (mittlere) joulesche Wärmeleistung ergibt:

$$\bar{P} = U_{eff} I_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (15.3)$$

- Spitze-Spitze-Wert: In besonderen Fällen wird für Spannungen die Differenz zwischen größtem und kleinstem Wert als sogenannter Spitze-Spitze-Wert U_{SS} angegeben.

Die Amplituden und U_{SS} können auf dem Oszilloskop direkt beobachtet werden. Die Effektivwerte werden mit Multimetern gemessen, die für Wechselspannungen und -ströme einen eingebauten Gleichrichter enthalten und für diese Messbereiche in Effektivwerten kalibriert sind.

Analog zum ohmschen Widerstand R wird als Wechselstromwiderstand Z (Scheinwiderstand oder Impedanz) das Verhältnis der Amplituden von Spannung und Strom definiert:

$$Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \quad (15.4)$$

Bei ohmschen Widerständen stimmen Gleich- und Wechselstromwiderstand überein. Bei anderen Bauteilen, wie Kondensatoren und Spulen, ist dies nicht der Fall.

15.4.3 Kondensator und R-C-Kreis

Ein Kondensator ist ein Speicher für elektrische Ladung. Die in einem Kondensator befindliche Ladung Q (Q auf der einen Platte und $-Q$ auf der anderen) ist proportional zur "Größe" des Kondensators (Kapazität C) und zur Spannung U (die Kapazität C ist definiert als Verhältnis von Ladung zu Spannung):

$$Q = C \cdot U \quad (15.5)$$

Die Einheit der Kapazität ist:

$$[C] = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}} = 1\text{F} \quad (\text{Farad}) \quad (15.6)$$

Der Strom I_C durch den Kondensator ist die zeitliche Ableitung der Ladung, mit Gleichung (15.5):

$$I_C = \frac{dQ_C}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} . \quad (15.7)$$

Wie man sieht ist der Strom groß, wenn sich die Spannung schnell ändert. Stellt man diese Gleichung nach der Spannung frei

$$U_C = \frac{1}{C} \int I_C dt \quad (15.8)$$

so sieht man, dass sich die Spannung beim Aufladen eines Kondensators verhält wie das Integral über den Strom.

Nun werde ein (geladener) Kondensator der Kapazität C mit einem Widerstand R zu einem geschlossenen Stromkreis verschaltet. Die Spannung am Kondensator (U_C) ergibt

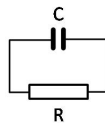


Abbildung 15.2: R-C-Kreis

sich aus Gleichung (15.7), die Spannung am Widerstand aus der Definition

$$U_R = R I_R . \quad (15.9)$$

Nach der Maschenregel muss die Summe aller Ströme in der Masche Null sein. Mit $I = I_C = I_R$ folgt:

$$U_C + U_R = \frac{1}{C} \int I dt + R I = 0 . \quad (15.10)$$

Durch Ableitung nach der Zeit erhält man eine Differentialgleichung für den Strom als Funktion der Zeit:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC} I = 0 . \quad (15.11)$$

Diese Differentialgleichung wird gelöst durch die Funktion

$$I(t) = I_0 e^{-t/RC} \quad (15.12)$$

Beim Entladen entwickelt sich ein exponentiell mit der Zeit abklingender Strom (ebenso beim Aufladen). Das Produkt RC im Exponenten von Gleichung (15.12) bestimmt quantitativ die Abnahme des Stromes und wird als Zeitkonstante bezeichnet.

Betrachten wir nun den Wechselstromwiderstand des Kondensators.

Mit einer Wechselspannung der Form $U(t) = U_0 \cos \omega t$ finden wir den Strom durch den Kondensator gemäß Gleichung (15.7). Mit der Definition des Wechselstromwiderstandes (Gleichung (15.4)) berechnet man die Impedanz des Kondensators zu:

$$Z_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C} . \quad (15.13)$$

Ursache des Widerstandes ist die sich aufbauende Gegenspannung am Kondensator. Die dabei umgesetzte Energie bleibt jedoch als elektrische Feldenergie im Kondensator gespeichert und wird während der Entladephase an den Kreis zurückgegeben. Ein (idealer) Kondensator setzt dem Strom einen Widerstand entgegen, der ohne Energieabgabe nach außen bleibt und deshalb als Blindwiderstand bezeichnet wird.

Wegen der Frequenzabhängigkeit des Wechselstromwiderstandes von Kondensatoren (und von Spulen) können mit diesen Bauteilen sogenannte Filter gebaut werden, die aus einem Wechselspannungsspektrum bestimmte Frequenzbereiche heraussieben. Solche Filter werden oft benötigt, um in elektrischen Mess- und Steuerkreisen die interessierenden Signale auszuwählen und Störsignale mit anderen Frequenzen abzutrennen.

Ein einfaches Beispiel ist die Reihenschaltung eines Kondensators mit einem Widerstand als Spannungsteiler: Eine Teilspannung ist proportional dem Teilwiderstand, über dem sie

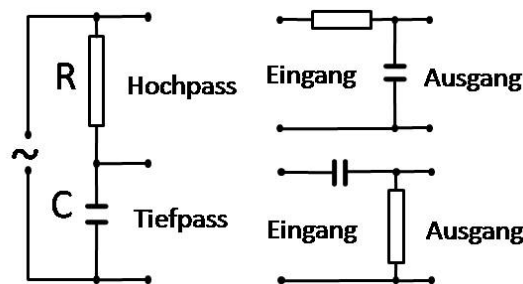


Abbildung 15.3: Hoch- und Tiefpassschaltungen

abgegriffen wird. Für tiefe Frequenzen ist der Widerstand des Kondensators groß, so dass hier der Hauptanteil der Eingangsspannung abfällt. Der Abgriff über dem Kondensator stellt einen *Tiefpass* dar. Für hohe Frequenzen ist umgekehrt der Widerstand des Kondensators klein und der des Widerstandes vergleichsweise groß, so dass der Abgriff über dem Widerstand als *Hochpass* wirkt.

15.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum untersucht werden?
2. Was ist eine Wechselspannung? Wie kann man sie mathematisch beschreiben (Beispiel)?

3. Was versteht man unter der Schwingungsdauer/Periode einer Wechselspannung? Wie lautet der Zusammenhang zwischen Periode und Frequenz?
4. Was versteht man unter einer Effektivspannung/einem Effektivstrom? Wie lautet der entsprechende Zusammenhang für eine sinusförmige Wechselspannung?
5. Was ist ein Kondensator? Wie sieht ein Plattenkondensator aus?
6. Was ist die Kapazität eines Kondensators? Wie hängt sie mit Ladung und Spannung zusammen?
7. Beschreiben Sie anhand einer kleinen Skizze (Spannung in Abhängigkeit der Zeit) die Auf- und die Entladung eines Kondensators über einen ohmschen Widerstand! Wie hängt die Auf-/Entladung des Kondensators von der Größe des Widerstandes ab?
8. Was ist eine Braun'sche Röhre (Skizze und kurze Erklärung)? Stichworte: Wie wird der Elektronenstrahl erzeugt? Wie wird er abgelenkt?
9. Wozu dient ein Oszillograph?
10. Was ist eine Kippspannung? Wozu wird sie im Oszillograph gebraucht? Was wäre auf dem Bildschirm eines Oszillographen zu sehen, wenn man nur eine Wechselspannung anlegt, aber keine Kippspannung?
11. Wie stellt man eine Wechselspannung auf einem Oszillograph dar? (Stichwort: Überlagerung von zu messender Wechselspannung und Kippspannung)
12. Wozu dient der Trigger? Stichworte: Was sind Trigger-Level und Triggerflanke?

15.6 Durchführung

1. In diesem ersten Versuchsteil sollen Sie sich mit dem Oszilloskop vertraut machen. Stellen Sie eine sinusförmige Wechselspannung auf dem Bildschirm des Oszilloskops dar und beobachten die Abbildung bei verschiedenen Einstellungen des Oszilloskops. (Anmerkung: In diesem Versuchsteil werden keine für die Auswertung relevanten Messungen durchgeführt.)

Man wähle den größten Messbereich für die Eingangsspannung (2). Man verbinde den Eingang des Oszilloskops mit dem Ausgang des Netzgeräts mit Hilfe des Anschlusskabels und einer Massenleitung. Man verändere die Zeitauflösung (3) und den Trigger-Level (4) und beobachte das Bild auf dem Bildschirm. Man ändere die Polarität der Triggerflanke (Trig Menu). Man ändere die Ablenkempfindlichkeit (2). Überzeugen Sie sich davon, dass eine Änderung der Ablenkempfindlichkeit bzw. der Zeitauflösung zwar die Auflösung ändert, nicht aber die Spannungsamplitude (in Volt) bzw. die Periode (in Sekunden) der Wechselspannung.

2. Messen Sie mit Hilfe des Vielfachmessgerätes die Werte der Widerstände R_C und R_L in der Versuchsbox "Wechselspannungsversuch". Dazu verbinden Sie die Ausgänge des Vielfachmessgerätes mit den Anschlussbuchsen ober- und unterhalb des Widerstandes R_C (bzw. R_L). Legen Sie keine äußere Spannung an! Diese verfälscht die Messung und kann das Vielfachmessgerät beschädigen.
Bitte notieren Sie die Nummer der Versuchsbox. Anmerkung: Der Widerstand R_L (und die Nummer der Versuchsbox dienen lediglich dem Assistenten als Referenz und werden in der Auswertung nicht benötigt).

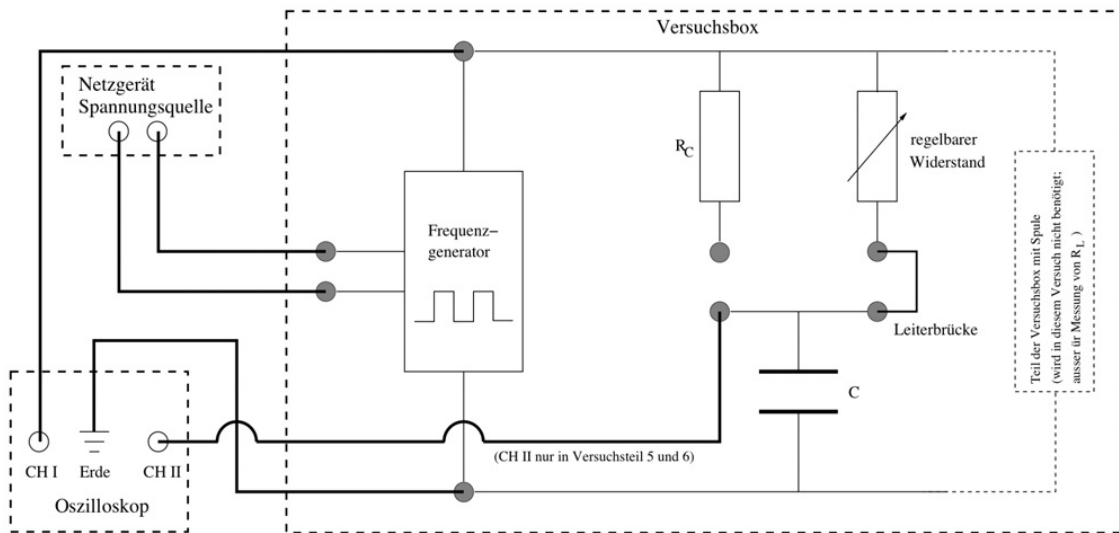
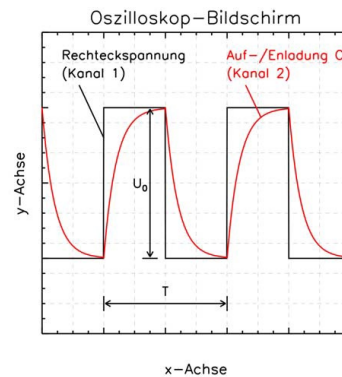


Abbildung 15.4: Schaltskizze für den weiteren Versuchsverlauf.

- Verbinden Sie das Netzteil mit dem Eingang des Frequenzgenerators.

Verbinden Sie das Oszilloskop mit dem Ausgang des Frequenzgenerators. Die Ausgangsspannung des Frequenzgenerators wird auf dem Bildschirm dargestellt (siehe Abbildung 15.4). Messen Sie die Maximalamplitude U_0 sowie die Schwingungsdauer und die Frequenz des Ausgangssignals. Schätzen Sie jeweils Ihre Ablesefehler ab.



- Auf- und Entladung eines Kondensators über einen Widerstand:
Verbinden Sie den regelbaren Widerstand über die Leiterbrücke mit dem Kondensator. Messen Sie nun mit dem zweiten Kanal des Oszilloskops den Spannungsabfall am Kondensator. Dazu schalten Sie den zweiten Kanal am Oszilloskop zu (1). Wählen Sie für beide Eingänge des Oszilloskops die gleiche Empfindlichkeit und bringen Sie die Nulllinien der beiden Eingänge im unteren Bildbereich auf eine Linie. Beachten Sie, dass Sie dazu nur ein Massekabel benötigen (bei korrekter Schaltung)!
Verändern Sie den regelbaren Widerstand und beobachten Sie die Veränderung der Auf- und Entladekurve des Kondensators. Notieren Sie kurz - in Stichworten - Ihre Beobachtung (in der Auswertung ausführlich formulieren)!
- Messung der Kapazität eines Kondensators mit dem Oszilloskop:
Verbinden Sie nun den Festwiderstand mit dem Kondensator. Bringen Sie die Aufladungskurve des Kondensators mit bestmöglicher Zeitauflösung auf den Bildschirm und messen Sie die Spannung am Kondensator als Funktion der Zeit. Legen Sie dazu eine Folie (liegt im Praktikum aus) über den Bildschirm und pausen Sie den Kurvenverlauf ab. (Skalen und Einstellungen mit aufschreiben !!)
Ebenso messe man die Entladung des Kondensators (dazu Triggerflanke (Trig Menu) ändern!). Kann man sich durch geschicktes Drehen/Spiegeln der Folie ggf. ein weiteres Abpausen der Entladekurve sparen? Bitte begründen Sie Ihre Antwort.
- Hochpass-Charakteristik des R-L-Kreises:
Entfernen Sie die Leiterbrücke zwischen R_C und dem Kondensator und verbinden stattdessen R_L mit der Spule. Betrachten und skizzieren Sie den Verlauf der Span-

nung über der Spule.

15.7 Auswertung

1. Beschreiben Sie den Einfluss verschiedener Widerstände bei der Auf- und Entladung eines Kondensators über einen Widerstand (R-C-Kreis). Beachten Sie dabei den Zusammenhang $\tau = RC$ und ggf. die Ladung auf dem Kondensator.
2. Bestimmung der Kapazität C des Kondensators:
 - (a) Übertragen Sie den Kurvenverlauf der Aufladung des Kondensators auf Millimeterpapier. Einheiten und Achsenbeschriftung nicht vergessen!
 - (b) Für die Aufladung eines Kondensators gilt:

$$U_C(t) = U_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad \tau = RC \quad (15.14)$$

Lösen Sie diese Gleichung nach $e^{-t/\tau}$ auf und berechnen Sie den natürlichen Logarithmus. Schreiben Sie die neue Gleichung hin.

- (c) Tragen Sie $\ln(1 - U_C(t)/U_0)$ gegen t auf.
 - (d) Bestimmen Sie aus der Steigung der Geraden die Kapazität C des Kondensators inklusive Fehler.
3. Erläutern Sie kurz, warum man einen R-L-Kreis auch Hochpss nennt.

Versuch 16

Spule und Transformator

In diesem Versuch lernen Sie einige Eigenschaften von Spulen und Transformatoren kennen.

16.1 Stichworte

Lorentzkraft; Induktionsgesetz; magnetischer Fluss; Selbstinduktion; Effektivwerte für U und I ; Wechselstromwiderstände; unbelasteter und belasteter Transformator; Spannungsübersetzungsverhältnis.

16.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 7.2.3, 7.3.2/5, 7.5.8

16.3 Anwendungsbeispiele

Unser heutiges Leben wird so sehr von elektrischen Geräten bestimmt, dass man von der "Elektrozeit" sprechen könnte. Elektrischer Strom wird meist in Generatoren hergestellt, die mechanische Drehbewegungen (Wasserturbinen, Dampfturbinen, Windräder) ausnutzen, um eine Spule im Magnetfeld zu drehen. Dabei wirkt das Induktionsgesetz. Es bedeutet in Worten, dass jede zeitliche Änderung des magnetischen Flusses eine elektrische Spannung induziert. Es zeigt den Zusammenhang zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld, wenn beide sich zeitlich verändern und ist von größter Bedeutung in der Elektrotechnik.

Die zweite wichtige Anwendung des Induktionsgesetzes ist der Transformator. Er spielt bei der Stromversorgung eine wichtige Rolle, da durch die Hochspannungstransformation (110 kV bis 380 kV) die Stromstärken für den Transport verringert werden können und somit nach $P = I^2 R$ geringere Verlustleistungen auftreten. "Tausende" kleiner Transformatoren umgeben uns überall, um die Wechselspannung von 220 V aus dem Netz auf die 6 - 12 V Gleichspannung herunter zu transformieren (bei zusätzlicher Gleichrichtung), die von unseren elektronischen Helfern benötigt werden. Diese kleinen Trafos sind immer warm oder heiß und verbrauchen ständig elektrische Leistung, wenn sie mit dem Netz verbunden sind.

Im Versuch wird ein einfacher Transformator untersucht. Es wird versucht, den Begriff der Phase bei Wechselspannungen näher zu bringen.

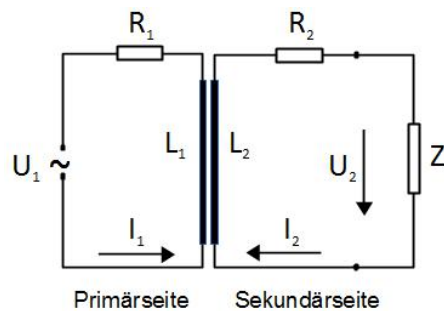
16.4 Theoretischer Hintergrund

16.4.1 Transformator

Ein Transformator besteht aus zwei Spulen, die so angeordnet sind, daß das bei Stromfluß in einer Spule entstehende magnetische Feld die Windungsfläche der anderen Spule durchsetzt und umgekehrt. Jede zeitliche Änderung des Stroms in einer Spule induziert in der anderen - und natürlich in sich selbst - eine Spannung.

Man kann daher Leistung von einem mit der Primärspule verbundenen Stromkreis auf einen mit der Sekundärspule verbundenen Kreis übertragen, ohne daß beide Kreise galvanisch (d.h. leitend) miteinander verbunden sind. Häufig wickelt man beide Spulen auf einen (z.B. ringförmig geschlossenen) Eisenkern, um zu erreichen, daß alle magnetischen Feldlinien die Windungsflächen beider Spulen durchsetzen. Die jeweiligen magnetischen Flüsse $\Phi_{m,i}$ ($i=1,2$) und damit die induzierten Spannungen verhalten sich wie die Windungszahlen der Spulen.

In der Abbildung rechts sind die beiden Spulen (Windungszahlen N_1 und N_2) auf ein geschlossenes Eisenjoch gewickelt. An die Primärspule legen wir die Wechselspannung U_1 an. Die Sekundärspule schließen wir mit einer Impedanz Z ab. In der Primärspule fließt ein sinusförmiger, gegen U_1 phasenverschobener Strom I_1 , der wiederum einen zeitlich veränderlichen magnetischen Fluß $\Phi_{m,1}$ hervorruft. Der alternierende magnetische Fluß induziert in der Sekundärspule eine Wechselspannung



$$U_{ind} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} = -N_1 \frac{d\Phi_{m,1}}{dt} . \quad (16.1)$$

Diese ist nach den Kirchhoff'schen Regeln der von außen angelegten Spannung entgegengesetzt gleich. Wenn der gesamte in der Primärspule erzeugte magnetische Fluß auch durch die Sekundärspule L_2 geht, wird dort eine Spannung

$$U_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{m,1}}{dt} \quad (16.2)$$

induziert. Durch Z und die Spule fließt daraufhin ein Wechselstrom I_2 . Auch dieser trägt zur Magnetisierung des Kerns bei und veranlaßt eine Rückwirkung des Sekundärkreises auf den Primärkreis (Gegeninduktion).

An jeder Spule liegen daher zwei induzierte Spannungen, die den zeitlichen Ableitungen der magnetischen Teilflüsse und damit den zeitlichen Ableitungen der sie erregenden Ströme I_1 bzw. I_2 proportional sind. Mit den in der Abbildung angegebenen Richtungen, den Induktivitäten von Primär- und Sekundärspule L_1 und L_2 , der Gegeninduktivität (mutual inductivity) der beiden Spulen M und den zu den Spulen in Reihe geschalteten Widerständen R_1 , R_2 erhält man die Transformatorgleichungen

$$\begin{aligned} U_1 &= (i\omega L_1 + R_1)I_1 + i\omega M I_2 \\ U_2 &= i\omega M I_1 + (i\omega L_2 + R_2)I_2 . \end{aligned}$$

Die Induktivitäten L_1 , L_2 sind proportional zu den Quadraten der Windungszahlen N_1 , N_2 von Primär- und Sekundärspule. Für die Gegeninduktivität gilt $M \propto N_1 N_2$. Wenn der gesamte magnetische Fluß beide Spulen durchsetzt gilt weiterhin: $M^2 = L_1 L_2$. Im Folgenden wollen wir einen verlustlosen Transformator betrachten: $R_1 = R_2 = 0$.

Für einen *unbelasteten Transformator* ($R = \infty$) findet man dann für die Spannungsübersetzung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{M}{L_1} = \frac{N_2}{N_1} . \quad (16.3)$$

Für die Stromübersetzung im Kurzschlußfall findet man:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{M}{L_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (16.4)$$

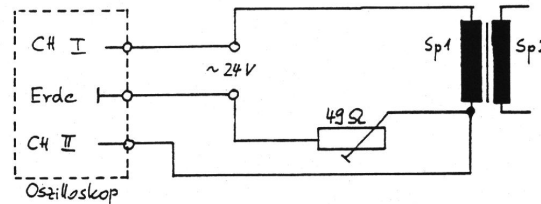
16.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was ist eine Wechselspannung/ein Wechselstrom? Wie kann man sie/ihn mathematisch beschreiben (Beispiel)?
2. Was versteht man unter einer Effektivspannung/ einem Effektivstrom? Wie lautet der entsprechende Zusammenhang für eine sinusförmige Wechselspannung?
3. Was versteht man unter elektrischer Leistung? Was gilt für die mittlere elektrische Leistung in einem Wechselstromkreis? (Stichwort: Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung)
4. Wie lautet der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung für einen ohmschen Widerstand in einem Wechselstromkreis?
5. Wie lautet der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung für den kapazitiven Widerstand eines idealen Kondensators in einem Wechselstromkreis?
6. Wie lautet der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung für den induktiven Widerstand einer idealen Spule in einem Wechselstromkreis?
7. Wie lautet der Zusammenhang für den Gesamtwiderstand (Impedanz) einer Reihenschaltung von ohmschen, kapazitiven und induktiven Widerstand in einem Wechselstromkreis?
8. Was haben das Magnetfeld eines Stabmagneten und das einer Spule gemeinsam? Wie sieht der Verlauf der Feldlinien aus?
9. Wie verlaufen die Magnetfeldlinien im Inneren einer langen Spule? Welcher Zusammenhang gilt zwischen magnetischer Flussdichte B und Stromstärke I (keine detaillierte Formel, nur proportional, quadratisch, reziprok o.ä.)?
10. Was ist die Lorentzkraft? Wie ist sie definiert?
11. Was besagt das Induktionsgesetz? Welche Bedeutung hat das Minuszeichen (Stichwort: Lenzsche Regel)?
12. Was ist ein Transformator? Wie ist er aufgebaut? Welche Aufgabe hat der Eisenkern?
13. Wozu dient ein Transformator?
14. Was versteht man unter einem unbelasteten Transformator? Was versteht man unter einem belasteten Transformator? (Hilfe: Schaltskizze)
15. Wie leitet sich das Spannungsübersetzungsverhältnis $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ bzw. das Stromübersetzungsverhältnis $\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$ beim Transformator ab ?

16.6 Durchführung

1. Phasenverschiebung an einer Spule:

Man schlieÙe den Schiebewiderstand in Reihe mit der Primärspule (Spule 1 = Sp1) des Transformators und verbinde sie direkt mit dem Ausgang des Netzgerätes. Man stelle die Spannung an der Spule und die Spannung am Ausgang des Netzgerätes auf dem Oszilloskop dar.



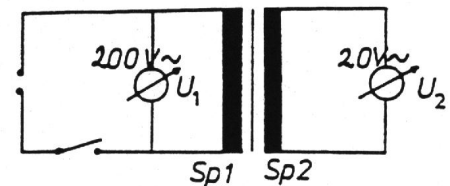
Dazu verbinde man Kanal 1 (CH I) mit einem Pol des Netzgeräts, den anderen Pol mit der Erde des Oszilloskops. Kanal 2 (CH II) wird mit der Spule gemäss Schaltbild verbunden. Das Wechselspannungs-Netzgerät wird auf 25% der Leistung reduziert. Man messe (qualitativ) die Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen! Beträgt die Phasenverschiebung 0° , 90° oder liegt sie dazwischen?

2. Unbelasteter Transformator:

Man benutze Spule 1 als Primärspule und Spule 2 als Sekundärspule.

Messen Sie die Sekundärspannung U_2 in Abhängigkeit der Primärspannung U_1 . Variieren Sie dazu U_1 in Schritten von 3 V im Bereich $0 \leq U_1 \leq 24 \text{ V}$.

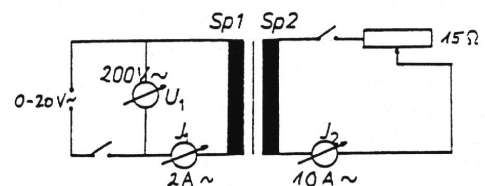
Hinweis: Die Spannungsangaben in der Zeichnung stellen die empfohlenen Messbereiche der Voltmeter dar.



3. Belasteter Transformator:

Legen Sie an die Primärspule 1 eine Spannung $U_{eff} = 20 \text{ V}$ und bauen Sie in den Sekundärkreis einen ohmschen Widerstand ein.

Messen Sie den Strom auf der Primärseite I_1 in Abhängigkeit des Stroms auf der Sekundärseite I_2 . Variieren Sie dazu I_2 in Schritten von 0,2 A im Bereich $0 \leq I_2 \leq 2 \text{ A}$.



Hinweis:

- Achten Sie darauf, dass die Spannung im Primärkreis während des gesamten Versuchs bei konstant $U_1 = 20 \text{ V}$ liegt! Regeln Sie ggf. nach!
- Vorsicht bei der Regulierung der Stromstärke I_2 durch Verschieben des regelbaren Widerstandes. Die Stromstärke ändert sich nicht linear mit der Verschiebung des Widerstandes. D.h. bei kleinen Stromstärken I_2 führen kleine Verschiebungen zu kleinen Änderungen von I_2 , bei großen Stromstärken führen kleine Verschiebungen des Widerstandes zu großen Änderungen der Stromstärke I_2 .

Messgeräte nicht überlasten!

16.7 Auswertung

1. Erklären Sie kurz den Begriff "Phase". Warum ist die in 1 beobachtete Phasenverschiebung kleiner als 90° ?
2. Stellen Sie die Messreihe $U_2 = f(U_1)$ graphisch dar! Bestimmen Sie aus der Steigung der Auftragung das Spannungsübersetzungsverhältnis U_2/U_1 .

Bemerkung: Es kann vorkommen, dass "so gut" gemessen wurde, dass alle Messwerte auf einer Geraden liegen, so dass sich keine "sinnvollen" Fehlergeraden einzeichnen lassen. Bestimmen Sie in diesem Fall (und nur in diesem Fall!!!) das Spannungsübersetzungsverhältnis als Mittelwert mit Standardabweichung aus den Einzelmessungen (U_2, U_1)! Eine korrekte Fehlerrechnung wird für den weiteren Teil der Auswertung benötigt!

3. Stellen Sie die Messreihe $I_1 = f(I_2)$ graphisch dar! Bestimmen Sie aus der Steigung der Auftragung das Stromübersetzungsverhältnis I_1/I_2 (mit Fehler)!

Bemerkung: Obwohl man annimmt, dass $I_1/I_2 = N_2/N_1$ gilt, ergibt die graphische Auftragung keine Gerade. Das liegt daran, dass bei der Herleitung des o.g. Zusammenhangs stark idealisiert wurde!

4. Die Windungszahl der Sekundärspule beträgt $N_2 = 72$. Bestimmen Sie anhand der Beziehungen $U_2/U_1 = N_2/N_1$ für den unbelasteten Transformator und $I_1/I_2 = N_2/N_1$ für den belasteten Transformator jeweils die Windungszahl N_1 der Primärspule.
5. Berechnen Sie anhand der beiden Einzelergebnisse für N_1 den gewichteten Mittelwert von N_1 (mit Fehler des gewichteten Mittelwerts)!

Versuch 17

Solarzelle und Halbleiterdiode

Anhand der Charakteristiken von Halbleiterdioden und Solarzellen soll diese weit verbreitete Technologie näher gebracht werden.

17.1 Stichworte

Halbleiterdiode; Kennlinie einer Diode; Kennlinie einer Solarzelle (SZ), Arbeitspunkt (MPP) der SZ, Spektrale Empfindlichkeit der SZ; Farbe von Licht.

17.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 11.1.2, 11.2.10, 11.3 und 14.4.3

17.3 Anwendungsbeispiele

Die Sonne ist die Hauptenergiequelle für unser tägliches Leben. Dabei kann diese Energie vor sehr langer Zeit geliefert worden sein, wie bei den fossilen Brennstoffen, indirekt, wie bei Windkraftwerken oder direkt, wie bei Sonnenkollektoren und Solarzellen. Solarzellen sind in Reihe geschaltete photoempfindlichen Halbleiterdioden, die zur Stromerzeugung genutzt werden. Die Spannung entsteht dabei durch optische Anregung von Valenzelektronen in das Leitungsband. Die mögliche Leistung, die eine Solarzelle zu erbringen vermag hängt dabei von der Beleuchtungsstärke und Farbe des beleuchtenden Lichtes ab. Im Versuch werden die physikalischen und elektrischen Eigenschaften von Halbleiterdioden studiert und die Energieerzeugung mit Hilfe einer Solarzelle quantitativ untersucht.

17.4 Theoretischer Hintergrund

17.4.1 Halbleiter

Durch die Anordnung im Kristallgitter verschieben sich die Energieniveaus der Siliziumatome ein klein wenig gegeneinander. Das führt dazu, daß die Niveaus in sogenannten Bändern nahe beieinanderliegen. Dasjenige Band, in dem sich die am schwächsten gebundenen Elektronen (Valenzelektronen) befinden, nennt man das *Valenzband*.

Dieses ist durch eine *Bandlücke*, in der es keine erlaubten Energieniveaus gibt, vom nächsthöheren Band getrennt. Da unter normalen Bedingungen keine Elektronen Zustände

in diesem Band besetzen und die Energieniveaus benachbarter Atome energetisch sehr dicht aneinander liegen, kann ein Elektron, welches durch äußere Anregung in dieses Band gelangt, sich quasi-frei durch den Kristall bewegen und damit zur elektrischen Leitung beitragen. Daher bezeichnet man dieses Band als *Leitungsband*.

Dotierung

Man kann in einen reinen Kristall aus vierwertigem Silizium bei der Herstellung Fremdatome einbringen, um die elektrische Charakteristik des Materials zu verändern. Dieser Prozess heißt *Dotierung*.

Bringt man dreiwertige Atome in den Kristall (*Akzeptor*, typischerweise Bor), so bleibt eine der Kristallbindungen zu den vier Nachbaratomen unvollständig, da ein Elektron für die kovalente Bindung fehlt. Diese unvollständige Bindung absorbiert leicht Elektronen aus dem Leitungsband, was ein fehlendes Elektron an einer anderen Stelle hinterläßt, da der Kristall insgesamt elektrisch neutral ist. Da auch diese neue, unvollständige Bindung leicht ein Elektron absorbiert, kann man dieses fehlende Elektron im Kristall als beweglich ansehen, es verhält sich also wie eine freie, positive Ladung. Man bezeichnet diese als *Loch* im Valenzband. Auf diese Weise reichert eine Bor-Dotierung den Halbleiter mit positiven Ladungsträgern an, man nennt den Kristall auch *p-dotiert*.

Auf dieselbe Weise führt Dotierung mit einem fünfwertigen Element (*Donator*, typischerweise Phosphor) zu einem Überschuß an negativen Ladungsträgern, der Kristall ist *n-dotiert*.

17.4.2 *pn*-Diode

Beim idealen *pn*-Übergang grenzen zwei gleichmäßig dotierte *p*- und *n*-dotierte Schichten aneinander. Durch die unterschiedliche Konzentration freier Ladungsträger auf beiden Seiten kommt es zur Diffusion: Elektronen des *n*-dotierten Gebiets wandern zur *p*-dotierten Seite und können dort mit Löchern rekombinieren. Die ortsfesten, ionisierten Atome stellen eine positive *Raumladung* dar. Analog wandern Löcher aus der *p*- in die *n*-Zone und rekombinieren. Eine negative Raumladung entsteht.

Diese Raumladungen erzeugen ein elektrisches Feld, welches der Diffusion entgegenwirkt und zu einem Gleichgewicht führt. Die Spannung, welche durch das elektrische Feld erzeugt wird, nennt man *Diffusionsspannung*, U_D . Das Gebiet um den *pn*-Übergang, welches frei von beweglichen Ladungsträgern ist, wird *Verarmungszone* genannt. Die Ausdehnung der Verarmungszone auf die jeweilige Seite ist proportional zum inversen der Ladungsträgerkonzentration.

pn-Übergang mit äußerer Spannung in Durchlaßrichtung

Legt man an den *pn*-Übergang eine externe Spannung an, so dass die Anode an die *p*-Schicht und die Kathode an die *n*-Schicht angeschlossen ist, so werden die Elektronen aus dem *n*-Gebiet zum *p*-Gebiet hin verschoben und andersherum. Die angelegte Spannung, U_F , wirkt der Diffusionsspannung entgegen. Es gilt für die Potentialdifferenz am *pn*-Übergang:

$$U_{pn} = U_D - U_F. \quad (17.1)$$

Mit zunehmender externen Spannung wächst der Strom durch den *pn*-Übergang. Man spricht von einem *Durchlassstrom*.

***pn*-Übergang mit äusserer Spannung in Sperrrichtung**

Legt man eine externe Spannung mit umgekehrter Polung, U_R , an den *pn*-Übergang, so verstärkt diese die Diffusionsspannung und man erhält

$$U_{pn} = U_D + U_R. \quad (17.2)$$

Die Elektronen der *n*-Schicht und die Löcher der *p*-Schicht werden von der Verarmungszone weggezogen. Die Verarmungszone wächst. Da kein Strom fliesst wird diese Art der Beschaltung auch *Sperrrichtung* genannt.

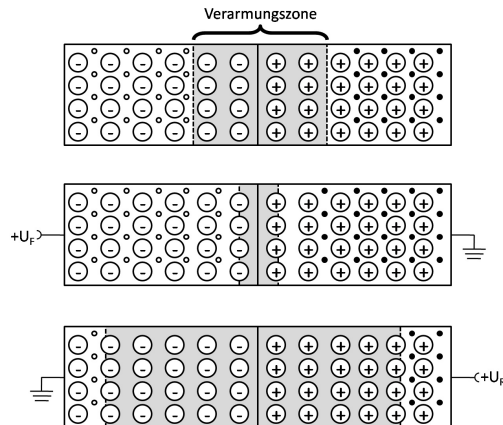


Abbildung 17.1: *pn*-Übergang ohne angelegte Spannung (oben), mit äusserer Spannung in Durchlaß- (Mitte) und Sperrrichtung (unten).

Durchbruch

Im Sperrbetrieb können hohe elektrische Felder in der Sperrschicht auftreten. Durch den *Lawineneffekt* kommt es zu einem starken Anstieg des *Sperrstroms*. Diesen Effekt bezeichnet man als *Durchbruch* des *pn*-Übergangs.

Lawineneffekt. Elektronen, welche durch thermische Anregung in der Sperrschicht entstehen, werden durch das elektrische Feld beschleunigt. Bei ausreichender Energie können Elektronen aus Atomverbänden herausgeschlagen werden. Diese sekundären Elektronen können ihrerseits durch Stösse Atome ionisieren und sorgen damit für einen ansteigenden Strom.

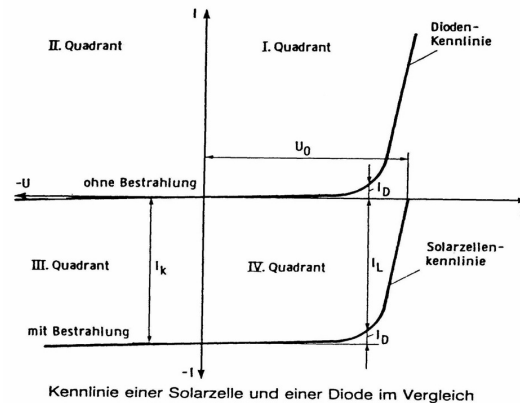
17.4.3 Ladungsdeposition in der verarmten Diode

Geladene Teilchen (Elektronen, Myon, etc.) und Licht (Photonen) geben über verschiedene Prozesse Energie ab, wenn sie durch ein Material fliegen. Beim Halbleiter erzeugt diese Energie durch Ionisation Paare von Elektronen und Löchern, welche sich im Kristall frei bewegen können. Im elektrischen Feld, welches in der Verarmungszone herrscht, werden diese Ladungen zu den Elektroden hin beschleunigt und erzeugen so einen Strom durch die Diode und den außen angeschlossenen Stromkreis.

Je nach den benutzten Materialien der Diode, ihrer Dicke und der Anzahl an Teilchen oder Photonen, die die Diode pro Sekunde treffen, kann dieser Strom groß genug werden, um technisch genutzt werden zu können. Das ist das Prinzip der Solarzelle.

17.4.4 Solarzellen

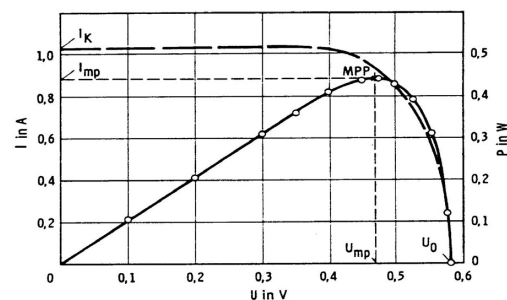
Man kann sich eine Solarzelle als aus einer Stromquelle und einer Diode zusammengesetzt vorstellen. Dabei hängt die Stromstärke von der Beleuchtung ab. Wenn man die Solarzelle verdunkelt, dann misst man die Kennlinie einer Diode. Die Kennlinie einer beleuchteten Solarzelle ist daher lediglich um den Kurzschlussstrom I_k nach unten verschoben (siehe Abbildung unten).



Da bei Beleuchtung der Solarzelle in der Regel nur der vierte Quadrant der Darstellung interessiert, wird auch nur dieser gezeichnet. Trägt man die abgegebene Leistung P über der Spannung auf, kann man ein Maximum ablesen, das als Maximum Power Point bezeichnet wird (siehe Abbildung nächste Seite).

Schaltet man Solarzellen in Serie, addieren sich die Spannungen, während sich der Strom nicht ändert. Bei Parallelschaltung addieren sich dagegen die Ströme, wobei die Spannung erhalten bleibt. Solarzellen werden daher zu leistungsfähigen Modulen zusammen geschaltet.

Im Versuch wird ein in aus 19 Einzelementen geschaltetes Solarmodul verwendet.



17.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Was sind Valenz- und Leitungsband eines elektrischen Leiters?
3. Wiederholung: Wie schaltet man ein Volt- oder Amperemeter in einen elektrischen Schaltkreis?
4. Was ist die Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband?

5. Was versteht man unter Löchern im Valenzband? Wie tragen sie zum Ladungstransport bei?
6. Was versteht man unter der Dotierung eines Halbleiters? Nennen Sie ein Beispiel!
7. Was sind Akzeptor- / Donatorniveaus im Bändermodell eines Halbleiters? Wie wirken sie auf die Energielücke im Halbleiter?
8. Was passiert beim Zusammenbringen eines p- und eines n-dotierten Halbleiters mit den freien Ladungsträgern (Stichwort: Rekombination, Verarmungszone)?
9. Was ist die Diffusionsspannung (auch Diodenflussspannung)?
10. Was bedeutet Schaltung in Sperr- / Flussrichtung?
11. Wie sieht die $I(U)$ -Kennlinie der Diode aus? Was ist die Antidiffusionsspannung?
12. Was ist eine Solarzelle? Wie erzeugt sie eine elektrische Spannung (Stichwort: Elektronen-Loch-Paar Erzeugung)?
13. Wie sieht die $I(U)$ -Kennlinie einer Solarzelle im Vergleich zu einer gewöhnlichen Diodenkennlinie aus? Wie unterscheiden sie sich?
14. Was ist der Maximal Power Point im $P(U)$ -Diagramm einer Solarzelle?

17.6 Durchführung

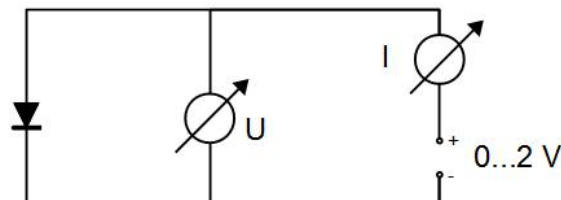


Abbildung 17.2: Schaltung zur Messung der Kennlinie der Halbleiterdiode.

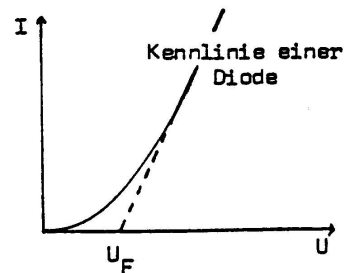
1. Die Kennlinie einer unbeleuchteten Halbleiterdiode:

Messen Sie die $I(U)$ -Kennlinie der Diode im Bereich 0 V - 0.4 V in Schritten von 0.1 V und im Bereich von 0.4 V - 0.8 V in Schritten von 0.02 V und bestimmen Sie daraus U_F .

Achtung:

Keine Spannung über 2 V anlegen (Schalter auf der Versuchsbox)!

Wenn die Überlastwarnleuchte aufleuchtet wird dies im Protokoll vermerkt und die Messung abgebrochen. Vor dem Einschalten den Assistenten fragen!



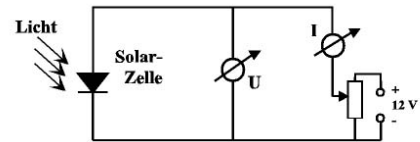
2. Die Kennlinie einer unbeleuchteten Solarzelle:

Ersetzen Sie die Diode durch das Solarmodul.

Verdunkeln Sie die auf dem Abschirmgehäuse aufgesteckte Solarzelle mit einem der optischen Filter und messen Sie die $I(U)$ -Kennlinie im Bereich von 0 V bis etwa 10 V in Schritten von 1 V.

3. Die Kennlinie einer beleuchteten Solarzelle:

Ersetzen Sie das Netzgerät durch den regelbaren Lastwiderstand und entfernen Sie das Filter.



4. Die Kennlinien einer spektral gefiltert beleuchteten Solarzelle:

Setzen sie nacheinander die verschiedenen Spektralfilter in das Abschirmgehäuse ein. Nehmen Sie die Kennlinien für blaues, grünes und gelbes Licht von 0 V bis 5 V in 1 V-Schritten, darüber hinaus in 0.2 V-Schritten auf.

17.7 Auswertung

Die Diodenkennlinie lässt sich für kleinere Ströme annäherungsweise durch die Schottky-Gleichung beschreiben:

$$I = I_{Sp} \cdot \left(\exp \left(\frac{eU}{kT} \right) - 1 \right) \quad (17.3)$$

Dabei ist I_{Sp} der Sperrstrom, e die Elementarladung, k die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur (in Kelvin gemessen) und U die Spannung, die über Anode und Kathode der Diode anliegt. Die Antidiffusionsspannung U_F , auch Diodenflussspannung, entspricht dem Schnittpunkt der U-Achse mit der Geraden, durch die man den steil ansteigenden Teil der Diodenkennlinie im Durchlassbereich approximiert.

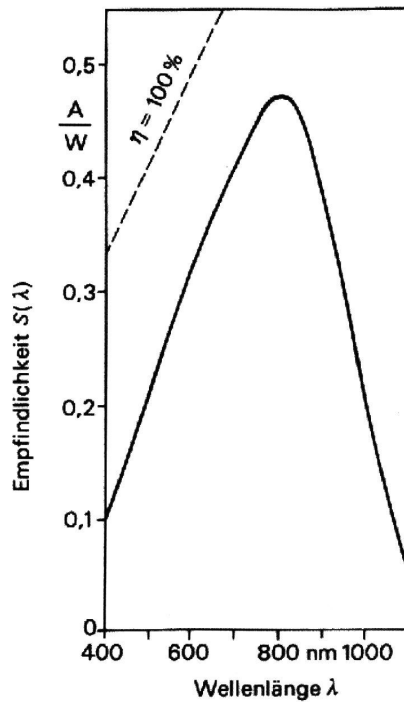
1. Zeichnen Sie die $I(U)$ -Kennlinien der Halbleiterdiode und bestimmen Sie aus der Auftragung graphisch die Antidiffusionsspannung U_F mit Fehler!
2. Zeichnen Sie die $I(U)$ -Kennlinien der unbeleuchteten Solarzelle und bestimmen Sie aus der Auftragung graphisch die Antidiffusionsspannung U_F mit Fehler!
3. Tragen Sie die $I(U)$ -Kennlinien aus Versuchsteil 3 und 4 auf und bestimmen Sie daraus den Kurzschlussstrom I_k sowie die Leerlaufspannung $U_L = U(I = 0)$. Dazu müssen Sie gegebenenfalls den Graphen extrapolieren. Auch diese Größen sind mit Fehler behaftet, schätzen Sie diesen daher grob ab!
4. Bestimmen Sie die von der Solarzelle abgegebenen Leistungen $P = U \cdot I$ für die vier mit Beleuchtung gemessenen Kennlinien und trage sie diese in einen Graphen über der Spannung U auf. Aus den Graphen wird der Maximal Power Point abgelesen (P_{max} , $I(P_{max})$ und $U(P_{max})$). Berechnen Sie den Fehler mithilfe der Fehlerfortpflanzung. Sie können davon ausgehen, daß die Messgerätegenauigkeit bei 1% des Messwertes liegt.
5. Die spektrale Empfindlichkeit S der Solarzelle soll überprüft werden. Dazu wird das Verhältnis der spektralen Empfindlichkeiten bei gelbem (Wellenlänge $\lambda = 670$ nm) und grünem (Wellenlänge $\lambda = 530$ nm) Licht gebildet und mit dem Literaturwert (siehe Diagramm: *Empfindlichkeit gegen Wellenlänge einer Photodiode*) für dieses Verhältnis verglichen.

$$\frac{S_{Gelb}}{S_{Gruen}} = \frac{\frac{I_K(Gelb)}{P_{Lampe(Gelb)}}}{\frac{I_K(Gruen)}{P_{Lampe(Gruen)}}} \quad (17.4)$$

Hier sind I_k die Kurzschlussströme der Solarzelle für die verschiedenen Filter, P_{Lampe} ist die Strahlungsleistung der Lampe.

Beim verwendeten Aufbau ist die Strahlungsleistung der Lampe mit dem gelben Filter $P_{Lampe(Gelb)}$ um 10% größer als bei Verwendung des grünen Filters ($P_{Lampe(Gruen)}$). Daher benötigen Sie nicht die absolute Leistung der Glühlampe.

Da die Intensität des Sonnenlichts bei etwa 880 nm maximal ist, baut man Solarzellen so, dass sie in diesem Bereich ihre maximale Empfindlichkeit haben. Je weiter man sich von diesem Maximum entfernt, umso geringer wird auch die Empfindlichkeit (Messung 3).



Das nebenstehende Bild zeigt die Empfindlichkeit einer Si-Photo-Diode in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Gestrichelt eingezeichnet ist der Verlauf der Empfindlichkeit einer idealen Diode mit einer Ausbeute von 100%. Die gemessene Kurve liegt generell tiefer, verläuft aber bei kurzen Wellenlängen etwa parallel zur theoretischen Kurve. Der steile Abfall auf der langwelligen Seite kommt daher, dass die Photonen nicht mehr genügend Energie haben, um Elektronen über die Bandlücke anzuregen.

Versuch 18

Transistor

In diesem Versuch soll die grundlegende Funktion als Leistungsverstärker eines Transistors studiert werden.

18.1 Stichworte

Halbleiter; *pn*-Übergang; Wirkungsweise eines Transistors; Emitterschaltung; Transistorkennlinie; Transistor als Verstärker.

18.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 14.4.1-3

18.3 Anwendungsbeispiele

Transistoren gehören zu den wichtigsten elektronischen Bauelementen. Sie werden zum Verstärken und Schalten elektrischer Signale verwendet. Meist bestehen sie aus drei Zonen von halbleitendem Material, das verschieden dotiert ist (p- oder n-leitend). Diese Dreiteilung erinnert noch an ihre Vorläufer, die Trioden. Daher existieren in der Nomenklatur auch viele Ähnlichkeiten. Diese Vakuum-Röhren, deren Funktion man meist schneller begreift, erhalten ihre beweglichen Ladungsträger (Elektronen) aus einem Heizdraht, sie werden auf eine positiven Elektrode hin beschleunigt und können durch ein dazwischen liegendes Gitter abgebremst oder durchgelassen werden. Im Transistor bewegen sich die (negativen oder positiven) Ladungsträger durch Festkörpergrenzflächen, wieder geregelt durch Ladungen, die von außen beeinflusst werden.

Eine Vielzahl von Transistoren oder anderen Bauelementen (z.B. Widerstände) können in einem einzigen Fertigungsprozess auf einem einkristallinen Siliziumplättchen (Chip) hergestellt werden. Vor einigen Jahren überschlugen sich die Computer-Chip Hersteller noch mit Angaben, wie viel Tausend Transistoren auf einem Quadratzentimeter Platz hätten. Heute ist es um diese Zahlen still geworden, weil sie so astronomisch groß geworden sind, dass man sie nur noch in Zehnerpotenzen angeben kann, die dann aber doch keiner mehr begreift.

Es lohnt sich, sich mit diesem, zugegebenermaßen komplizierten, Bauelement näher zu beschäftigen, das in allen Regelungen und Computern steckt und schon unsichtbar klein geworden ist und unser Leben im letzten Jahrhundert so grundlegend geändert hat.

18.4 Theoretischer Hintergrund

18.4.1 Der Bipolartransistor

Werden zwei Elektronen-Halbleiter (n-Leiter) durch eine Schicht eines Löcher-Halbleiters (p-Leiter) getrennt, deren Schichtdicke in der Größenordnung der Ausdehnung des an den Grenzflächen aufgebauten elektrischen Feldes liegt (10^{-5} m), so kann ein Teil der Elektronen durch die Schicht hindurchtreten. Das Ausmaß des durchtretenden Teiles hängt von der Stärke des elektrischen Feldes ab. Dieses Feld kann von aussen durch Anlegen einer elektrischen Spannung an die dünne Schicht beeinflusst werden. Damit wird der Durchtritt der Elektronen steuerbar!

Der Strom I_C , der durch den Transistor fließt, lässt sich durch den Basisstrom I_B steuern. Die Verstärkerwirkung des Transistors beruht darauf, dass im Sättigungsbereich der Transistorkennlinie kleine Änderungen des Basisstroms große Änderungen des Kollektorstroms bewirken.

Die dünne Schicht, Basis B genannt, übernimmt damit ähnliche Funktion wie das Gitter der Triodenröhre. Der an die Basis Elektronen abgebende n-Leiter heißt Emitter E . Er hat eine ähnliche Funktion wie die Kathode in der Triodenröhre. Der Elektronen aufnehmende Teil heißt Kollektor C und entspricht der Anode in der Triodenröhre.

Das beschriebene System ist ein npn-Transistor. Mit p werden die positiven Ladungsträger (Löcher) der Basis B , symbolisiert, während n für die negativen Ladungsträger (Elektronen) im Emitter E und im Kollektor C steht. Ein pnp-Transistor funktioniert analog, aber mit umgekehrten Vorzeichen der Ladungen, Ströme und Spannungen.

Dieser Transistor hat zwei pn-Übergänge und man kann ihn sich stark vereinfacht als zwei entgegengesetzt geschaltete Dioden vorstellen (siehe Abbildung).

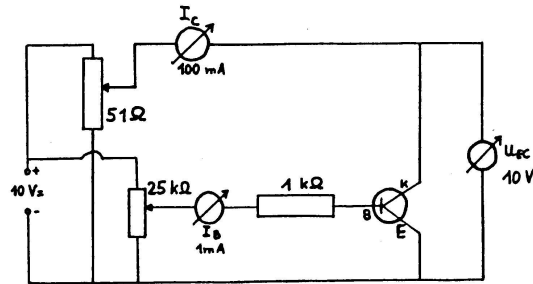
In der sog. Emitterschaltung (s. Versuchsaufbau) ist die E-B-Diode in Durchlassrichtung geschaltet, d.h. Elektronen können von E nach B gelangen und es fließt ein (kleiner) Basisstrom. Der Kollektor liegt gegenüber der Basis auf positivem Potential, also ist die C-B-Diode in Sperrrichtung geschaltet. Der Strom I_C ist der Sperrstrom der C-B-Diode und ist abhängig von der Anzahl der Elektronen in der p-leitenden Basis (s. Versuch 17). Da die B-E-Diode in Durchlassrichtung geschaltet ist hängt die Elektronenkonzentration in der Basis von der äußeren Spannung U_{BE} bzw. vom Basisstrom I_B ab. Dadurch ist der Kollektorstrom I_C eine Funktion sowohl von der äußeren Spannung U_{EC} zwischen Emitter und Kollektor als auch vom Basisstrom I_B : $I_C = I_C(U_{EC}, I_B)$

18.5 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wiederholung: Was ist eine Spannungsteilerschaltung?
3. Wozu kann ein Transistor benutzt werden? Nennen Sie Beispiele!
4. Aus welchen Halbleitern wird ein Transistor aufgebaut?
5. Wie sind die Spannungen an den einzelnen Schichten bei der im Versuch verwendeten Emitterschaltung geschaltet?
6. Was versteht man unter Basis, Emitter und Kollektor?
7. Wie funktioniert ein Transistor in Emitterschaltung? Welche entscheidende Rolle spielt dabei die Basis?

8. Welcher Strom kann mit dem Basisstrom geregelt werden?
9. Wie sehen die Ausgangskennlinien eines Transistors in Emitterschaltung aus? Von welchem Parameter hängen die Kennlinien ab?
10. Was vergleicht man mit dem Verstärkungsfaktor eines Transistors? Wie berechnet sich der Verstärkungsfaktor des Transistors?

18.6 Durchführung



1. Bauen Sie die Schaltung gemäß des Schaltplanes auf und lassen sie diese vom Assistenten kontrollieren.
2. Stellen sie einen Basisstrom I_B von 0.2 mA ein. Messen Sie den Kollektorstrom I_C in Abhängigkeit von der Spannung U_{EC} ($U_{EC} = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ V anschließend 1 V, 2 V, 3 V, ..., 10 V). Regeln Sie dabei den Basisstrom I_B immer nach.
3. Wiederholen Sie die Messung für verschiedene Basisströme $I_B = 0.3, 0.4, 0.5$ mA.

18.7 Auswertung

1. Tragen Sie das Ausgangskennlinienfeld $I_C(U_E)$ für die vier Basisströme auf.
2. Entnehmen Sie aus Ihren Messreihen zu jedem Basisstrom I_B die Werte des Kollektorstroms I_C bei einer Spannung $U_{EC} = 8$ V. Tragen Sie diese auf und bestimmen sie graphisch den Verstärkungsfaktor β mit Fehler.

Versuch 19

Künstliche Radioaktivität

In diesem Versuch studieren Sie die Grundlagen radioaktiver Zerfälle, wie z. Bsp. das zeitliche Abklingverhalten.

19.1 Stichworte

Radioaktiver Zerfall; Geiger-Müller-Zählrohr; Aufbau der Atomkerne; Zerfallsgesetz; Aktivität; Lebensdauer; Halbwertszeit; natürliche Radioaktivität; α -, β -, γ -Zerfall.

19.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 13.1 und 13.2.1-3

19.3 Sicherheitshinweise



- Gekennzeichnete Kontroll- oder Sperrbereiche dürfen nicht betreten werden.
- Abstand zu einer radioaktiven Quelle halten.
- Absorber zwischen sich und die Quelle bringen.
- Die Neutronen-Aktivierung führt nur der Assistent durch!
- Man halte sich nur kurzzeitig im gleichen Raum mit der Neutronenquelle auf.
- **Schwangere dürfen diesen Versuch nicht durchführen!**

19.4 Anwendungsbeispiele

Radioaktivität und Kernreaktionen sind Bestandteile unserer natürlichen und technologischen Umwelt. Der Umgang mit diesen Prozessen ist in letzter Zeit sehr hinterfragt worden. So sind die früher üblichen grünen Leuchtziffern der Uhren nicht mehr im Gebrauch. Auch die Kernenergie wird kontrovers diskutiert, obgleich sie eine viel geringere Gefahr für die Einzelperson darstellt, als z.B. der Autoverkehr. Die Gründe dafür liegen

sicher unter anderem auch an der Unanschaulichkeit der Prozesse.

Der Versuch "Künstliche Radioaktivität" führt unter Beachtung der Sicherheitsaspekte in die Physik dieser Prozesse ein. Er zeigt, dass Alphateilchen Heliumkerne, dass Betastrahlen Elektronen, dass Gammastrahlen Photonen und dass Neutronen Kernbausteine sind, die in schweren Elementen mehr als die Hälfte der Masse des Atoms ausmachen. Der Beta-Zerfall ist undenkbar ohne Neutrinos, die auch 70 Jahre nach ihrer Entdeckung nichts von ihrer Faszination verloren haben.

Radioaktivität spielt neben den oben genannten alltäglichen Aspekten auch als Werkzeug in den verschiedensten Gebieten der Wissenschaft eine gewichtige Rolle. Einige Beispiele sind:

^{14}C -Altersbestimmung für Archäologen, Altersbestimmung von Erde und Mond für Geologen und Planetologen, Strahlentherapie und Diagnostik in der Medizin, radioaktive Indikatoren in Chemie und Biologie, Kernreaktoren für Forschung und Energiegewinnung.

19.5 Theoretischer Hintergrund

19.5.1 Radioaktive Zerfälle

Im März des Jahres 1896 entdeckte der französische Physiker Henri Becquerel mehr oder weniger zufällig die spontane Kernumwandlung. Auf einer dichtverpackten Photoplatte, die er zur Untersuchung der Phosphoreszenz von Uransalzen verwenden wollte, hatte er ein Stück Pechblende (Uraninit, ein kristallines Oxid des Urans) liegen lassen. Bei der Entwicklung der Photoplatte fand er ein exaktes Abbild des Stückchens, was ein starker Hinweis darauf war, dass Uran eine durchdringende Strahlung aussendet. 1903 teilte sich Becquerel den Nobelpreis für Physik mit den französischen Physikern Pierre Curie und Marie Curie für ihre Arbeit zur Radioaktivität.

Der Kern jedes Atoms ist aus Protonen (p) und Neutronen (n) zusammengesetzt. Um einen Kern eindeutig identifizieren zu können gibt man (nicht nur) in der Kernphysik die Kernladungszahl Z (Anzahl der Protonen im Kern) und die Kernmassenzahl A (Anzahl von Protonen und Neutronen) an. Ein Kern kann also dargestellt werden durch ein paar von Zahlen der Form (A, Z) . Allgemein bekannter ist die folgende Schreibweise:

A_ZX

wobei X für das aus dem Periodensystem bekannten Symbol des Elementes steht. Bsp.: ${}^{12}_6\text{C}$

In späteren Untersuchungen an verschiedenen radioaktiven Isotopen wurden drei verschiedene Arten von Strahlung identifiziert, die beim Zerfall von Atomkernen entstehen können. Dies sind

- **α -Strahlung:** Heliumkerne, die überwiegend beim Zerfall sehr schwerer instabiler Kerne abgestrahlt werden. Reaktionsgleichung: $(A, Z) \rightarrow (A - 4, Z - 2) + {}^4_2\text{He}$.
- **β -Strahlung:** Elektronen; werden beim Zerfall von Neutronen in Protonen (Halbwertszeit $T_{1/2} = 900\text{ s}$) abgestrahlt. Reaktionsgleichung: $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^-$.
- **γ -Strahlung:** Photonen, hochenergetisches Licht, prinzipiell dasselbe wie Röntgenstrahlung. Reaktionsgleichung: $(A, Z) \rightarrow (A, Z) + \gamma$.

Ähnlich dem Periodensystem der Elemente sind stabile und instabile Isotope aller Elemente in der *Nuklidkarte* gesammelt, welche außerdem die Zerfallsart der instabilen Isotope sowie mindestens die Halbwertszeit des Isotops angibt.

19.5.2 Zerfallsgesetz

Der Zerfall eines instabilen Atomkerns ist ein quantenmechanischer Prozess, weshalb es physikalisch unmöglich ist, genau vorherzusagen, nach welcher Zeit ein bestimmter Kern zerfällt. Die einzige mögliche Angabe ist die Wahrscheinlichkeit, mit der der Kern nach einer bestimmten Zeit t zerfallen ist (*Zerfallswahrscheinlichkeit* λ). Betrachtet man nicht nur einen einzelnen Kern, sondern ein Ensemble von Kernen, so kann man diese Zerfallswahrscheinlichkeit durch die *Halbwertszeit* $T_{1/2}$ ausdrücken ($\lambda = \ln(2)/T_{1/2}$). Diese gibt an, nach welcher Zeit die Hälfte der ursprünglich vorhandenen Kerne zerfallen ist.

Die Anzahl der Kerne, die nach einer Zeit t noch nicht zerfallen sind, erhält man aus dem *Zerfallsgesetz*:

$$N(t) = N_0 \cdot \exp(-\lambda t) \quad (19.1)$$

Dabei gibt N_0 die Zahl der zur Zeit $t = 0$ vorhandenen Kerne an.

Die *Aktivität* einer radioaktiven Probe gibt die Anzahl der Zerfälle pro Zeit an. Früher wurde die Aktivität in der Einheit *Curie* angegeben, wobei $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10}$ Zerfälle/s entspricht. Heute verwendet man die SI-Einheit *Becquerel*: $1 \text{ Bq} = 1$ Zerfall/s.

Man erhält die Aktivität als Zeitableitung des Zerfallsgesetzes:

$$A(t) := \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = A_0 \cdot \exp(-\lambda t) = \lambda N(t) \quad (19.2)$$

Wie man sieht, nimmt die Aktivität einer radioaktiven Probe exponentiell mit der Zeit ab, die Zeitkonstante ist $1/\lambda$. Diese natürliche Abnahme der Aktivität nennt man *Abklingen*.

19.6 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie ist ein Atom aufgebaut?
3. Woraus besteht der Atomkern?
4. Was ist radioaktiver Zerfall?
5. Welche Zerfallsarten gibt es? (einschl. der jeweiligen Zerfallsgleichungen)
6. Wieso ist ionisierende Strahlung gefährlich, und wie kann man sich schützen?
7. Mit welchen Geräten misst man die Radioaktivität?
8. Wie funktioniert ein Geiger-Müller-Zählrohr?
9. Was ist das Zerfallsgesetz? (Herleitung !!)
10. Was versteht man unter Halbwertszeit?
Wie berechnet sie sich aus der Zerfallskonstanten λ ?
11. Was ist die Aktivität? Wie ist sie definiert?
12. Wieso mißt man auch ohne ein radioaktives Präparat eine von Null verschiedene Aktivität (Nulleffekt)? Woher kommt sie?

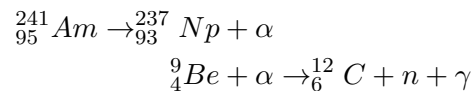
19.7 Durchführung

1. Messen Sie die Untergrundzählrate über 10 Minuten mit der nicht aktivierten Silberfolie. Berechnen Sie die Anzahl der erwarteten Untergrundereignisse in 30 Sekunden.
2. Die Silberfolie wird 5 Minuten lang vom Assistenten mit Neutronen der Am-Be-Quelle aktiviert. Danach wird der zeitliche Abfall der Zählrate etwa 15 Minuten lang gemessen.
Die erste Messung beginnt 30 Sekunden nach Beendigung der Aktivierung, die Zählrate wird 30 Sekunden lang gemessen, dann 10 Sekunden Pause, usw.; eine Messtabelle ist vorzubereiten !

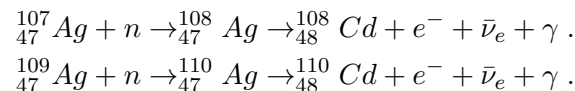
Hinweis:

Die Kernreaktionen, die zu kurzlebigen Silberisotopen führen, laufen wie folgt ab:

- In der Am-Be-Quelle entstehen α -Teilchen beim Zerfall von Americium. Diese Teilchen fusionieren mit Beryllium-Kernen zu Kohlenstoff. Dabei tritt γ -Strahlung auf und ein Neutron wird emittiert:

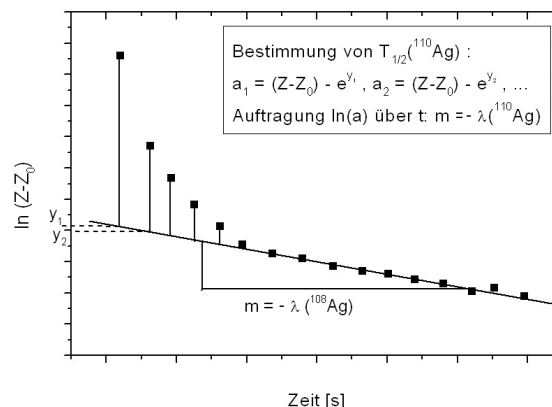


- Das Neutron wird von einem der beiden natürlich vorkommenden Silber-Isotope eingefangen. Es entstehen zwei andere instabile Silber-Isotope, die verschiedenen kurze Lebensdauern besitzen: Die Silberfolie ist aktiviert worden.



- Beide radioaktiven Silberisotope zerfallen durch β -Zerfall zu stabilen Cadmium-Isotopen. Die β -Strahlung (e^-) wird im Zählrohr registriert.

19.8 Auswertung



1. Tragen Sie, nach Abzug der Untergrundereignisse Z_0 , die Zählrate $Z(t)$ halblogarithmisch gegen die Zeit auf, d.h. erstellen Sie einen Graphen $\ln(Z_{\text{korrr}}(t))$ als Funktion der Zeit t , mit $Z_{\text{korrr}}(t) = Z(t) - Z_0$.
2. Da es sich bei der hier ermittelten Zerfallskurve eigentlich um zwei Kernzerfälle (${}^{108}\text{Ag}$ und ${}^{110}\text{Ag}$) handelt, ergibt die halblogarithmische Darstellung der Zählrate über der Zeit keine Gerade. Hierin macht sich der Zerfall des kurzlebigen ${}^{110}\text{Ag}$

bemerkbar.

Bestimmen Sie zunächst aus der Auftragung die Steigung bei großen Zeiten t . Daraus ergibt sich die Halbwertszeit des langlebigen ^{108}Ag .

3. Um auch die Halbwertszeit des kurzlebigen Silberisotops ^{110}Ag zu bestimmen, wird die Ausgleichsgerade aus Aufgabe 2) zu kurzen Zeiten hin verlängert. Dann werden die y-Werte der Ausgleichsgeraden zu den jeweiligen Zeitpunkten der Messung abgelesen (y_1, y_2, \dots).

Mit Hilfe dieser Werte kann von der korrigierten Zählrate $Z_{\text{kor}}r$ der Anteil abgezogen werden, der durch den Zerfall des ^{108}Ag zustande kommt. Man berechnet also: $Z_{110} = Z_{\text{kor}}r - e^y$.

Z_{110} soll dann halblogarithmisch für kleine Zeiten t in einem neuen Graphen dargestellt werden. Hieraus kann nun die Halbwertszeit des kurzlebigen ^{110}Ag bestimmt werden.

4. Schätzen Sie die Fehler auf die beiden Halbwertszeiten ab und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit Literaturwerten.

Versuch 20

Spezifische Elektronenladung e/m

In diesem Versuch wird die historische Messung der spezifischen Elektronenladung (fast originalgetreu) nachvollzogen. Dabei lernen Sie Techniken moderner Teilchenbeschleuniger und Massenspektrometern kennen.

20.1 Stichworte

Erzeugung eines homogenen Magnetfeldes; Lorentzkraft; Bewegung geladener Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern.

20.2 Literatur

Gehrtsen, Kapitel 7.1.2/3 und 8.2.1/2

20.3 Anwendungsbeispiele

Die Messung der spezifischen Elektronenladung, die J.J. Thomson zuerst in 1897 durchführte, ist einer der größten Meilensteine in der Entdeckung der elementaren Bausteine der Materie. Die Idee, daß Atome nicht unteilbar sind, sondern vielmehr aus grundlegenden, sogenannten fundamentalen, Bausteinen aufgebaut seien, existierte schon vor Thomsons Messungen. Allerdings war die Annahme, daß diese Bausteine dieselbe Größe hätten, wie das kleinste bekannte Atom, das Wasserstoffatom. Basierend auf seiner Beobachtung, daß Kathodenstrahlen eine sehr viel größere Reichweite in Luft haben, als für ein Teilchen von der Größe eines Atoms zu erwarten war, schlug Thomson die Existenz eines fundamentalen Teilchens vor, welches mehr als tausendmal kleiner sei als ein Wasserstoffatom. In seinem Experiment zur Messung der spezifischen Ladung der Teilchen, die die Kathodenstrahlen ausmachten fand er, daß diese sogar etwa 2000 mal größer ist, als die für ein H-Atom erwartete. Nach der Messung der Ladung dieser Teilchen im Millikan Versuch war klar, daß diese Teilchen zwar dieselbe Ladung (bis auf das Vorzeichen) wie ein H-Atomkern haben, aber etwa 2000 mal leichter sind, was die große Reichweite in Luft erklärte. Weiterhin konnte Thomson zeigen, daß Kathodenstrahlen immer aus eben diesen Teilchen bestehen, unabhängig vom Material der Kathode von der sie ausgestrahlt werden. Diese Ergebnisse, die seit langem zu unserem Schulbuchwissen gehören, brachten Thomson den Nobelpreis in 1906 ein und machten ihn allgemein bekannt als den Entdecker des Elektrons.

Die von Thomson benutzte Technik, geladene Teilchen in elektrischen Feldern zu beschleunigen und in magnetischen Felder abzulenken, wird heute nicht nur in modernen Teilchenbeschleunigern in der Grundlagenphysik, der medizinischen Hadronen- und Strahlentherapie und der Materialprüfung eingesetzt, sondern wird auch in Massenspektrometern benutzt, um chemische Verbindungen zu charakterisieren. Beispiele hierfür sind die Identifizierung von Substanzen in Körperflüssigkeiten in der medizinischen Chemie, kriminaltechnische Untersuchungen, Dopingkontrolle und die militärische Analytik von chemischen Kampfstoffen.

20.4 Theoretischer Hintergrund

20.4.1 Bewegung geladener Teilchen in E- und B-Feldern

Geladene Teilchen werden von elektrischen und magnetischen Feldern unvergleichlich viel stärker beeinflusst als vom Gravitationsfeld (außer in der Nähe schwarzer Löcher).

Geladene Teilchen im homogenen elektrischen Feld

Zwischen zwei planparallelen Platten mit dem Abstand D im Vakuum liegen die Spannung U . Wenn keine Ladungsträger zwischen den Platten das Feld verzerren, ist dieses homogen und hat die Form $\vec{E} = \frac{U}{d}\vec{e}_E$. Dieses Feld übt auf eine elektrische Ladung Q , welche wir in Einheiten der Ladung des Elektrons (Elementarladung) angeben als $Q = q \cdot e$, eine Kraft $\vec{F} = qe\vec{E}$ aus und beschleunigt sie mit

$$\vec{a} = \frac{qe}{m} \frac{U}{d} \vec{e}_E. \quad (20.1)$$

Wie man sieht, wirkt die Kraft immer in Richtung des elektrischen Feldes. Elektrische Felder können also sowohl zur Umlenkung geladener Teilchen benutzt werden, als auch zur Beschleunigung (i.e. Erhöhung der kinetischen Energie).

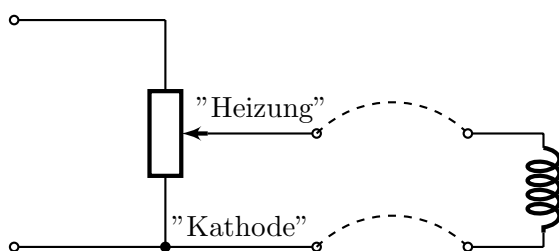
Geladene Teilchen im homogenen Magnetfeld

Wenn eine Ladung $Q = q \cdot e$ mit der Geschwindigkeit \vec{v} durch ein Magnetfeld \vec{B} fliegt, so erfährt sie eine Kraft

$$\vec{F} = qe \vec{v} \times \vec{B}, \quad (20.2)$$

die Lorentz-Kraft. Diese steht, wie man am Kreuzprodukt sieht (Rechte-Hand-Regel), senkrecht auf der Bewegungsrichtung und der magnetischen Feldrichtung. Magnetfelder können damit nur zur Umlenkung geladener Teilchen benutzt werden, nicht jedoch zur Erhöhung der kinetischen Energie des Teilchens.

20.5 Versuchsaufbau

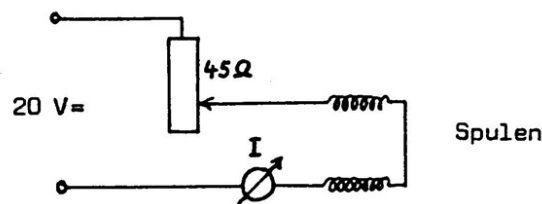


20.6 Fragen zur Vorbereitung

1. Was soll heute im Praktikum gemessen werden? Warum?
2. Wie lautet der Ausdruck für die Kraft zwischen zwei Punktladungen?
3. Wie berechnet sich das elektrische Feld eines Plattenkondensators aus der Spannung U und dem Plattenabstand d ?
4. Welche Geschwindigkeit hat ein Teilchen, wenn es eine Spannung U durchläuft?
5. Was ist die Lorentz-Kraft? Wie ist sie definiert?
6. Wie sieht die Bahnkurve eines geladenen Teilchens aus, wenn es sich senkrecht zu einem Magnetfeld bewegt?
7. Was ist ein homogenes Magnetfeld?
8. Wie lautet der Ausdruck für die Zentrifugalkraft?
9. Wie berechnet sich aus Zentrifugalkraft und Lorentzkraft ein Ausdruck für die Spezifische Elektronenladung e/m ?

20.7 Durchführung

Ein Elektronenstrahl beschreibt im Magnetfeld B zweier Helmholtzspulen eine Kreisbahn. Die Spulen werden wie in der Abbildung unten verschaltet.



Hinweis: Lassen Sie Ihre Schaltung vor dem Einschalten durch den Betreuer überprüfen. Schalten Sie die Anodenspannung erst ein, wenn der Kathodenzyylinder rot glüht.

Messen Sie für verschiedene Anodenspannungen: $U = (125, 150, \dots, 225 \text{ V})$ und Spulenstromstärken: $I = (0.6, 0.7, \dots, 0.9 \text{ A})$ den maximalen Durchmesser d dieser Kreisbahn. Berechnen Sie für einen Messpunkt e/m nach untenstehender Formel.

20.8 Auswertung

1. Leiten Sie die Gleichung her:

$$\frac{U}{B^2} = \frac{er^2}{2m} \quad (20.3)$$

Nehmen Sie das Magnetfeld B dabei als konstant an.

2. Tragen Sie U/B^2 als Funktion von $r^2/2$ graphisch auf. Berechnen Sie aus der Steigung der Geraden durch die Messpunkte die spezifische Elektronenladung e/m inklusive Fehler.

Hinweis: Zwischen dem Magnetfeld B und dem Spulenstrom I besteht ein linearer Zusammenhang. Die graphische Darstellung der Funktion $B = f(I)$ für das benutzte Spulenpaar befindet sich auf der nächsten Seite !!

