

典型高斯多址接入信道容量域的讨论

魏强

(通信与信息工程学院 201611010105 weiqianglg@163.com)

【摘要】多址接入信道是信息论研究的重点之一。本文基于现有的研究成果，阐述了三种典型的两用户高斯多址接入信道模型，涵盖无合作无反馈情形，无噪完全反馈情形和会议编码的合作情形，并对其信道容量域进行比较。结果表明，无噪完全反馈的容量域大于大于无合作无反馈情形，会议编码合作的容量域大于无合作无反馈情形且在一定条件下与无噪完全反馈的容量域相当。

关键词 高斯多址接入信道；合作；反馈；容量域；信息论

中图分类号 TN911.2

文献标识码 A

多址接入信道(Multiple Access Channel, MAC)是信息论研究的重点之一。作为一种有噪条件下多对一通信的简单模型，多址接入信道刻画了蜂窝通信上行链路、局域网接入、卫星通信上行链路等场景。多址接入信道首先由Shannon提出[1]，后来的研究主要集中在离散无记忆多址接入信道。

无合作无反馈的离散无记忆多址接入信道已经研究的较为透彻：对于两用户的情形，van der Meulen给出了相互独立的多用户容量域的描述[2]，单字母描述的容量域由Ahlsvede给出[3,4]，Slepian, Wolf提出了稍微一般的MAC容量域[5]，特别的，Cover[6]和Wyner[7]解决了高斯多址接入信道的容量域。对于多用户的情形，Han[8]和Tse, Hanly[9]研究了容量域的多边形结构。

对于存在反馈的情形，Cover, Leung[11]给出了无噪完全反馈的容量域，Wigger[10]研究了有噪及部分反馈情况的容量域。对于发送端部分合作的情形，Wigger[10]给出了两用户高斯信道在会议编码(Conferencing Encoder)条件下的容量域。

本文基于已有的研究成果，讨论两用户的离散无记忆高斯白噪声多址接入信道(Additive White Gaussian Noise Discrete Memoryless Multiple Access Channel, AWGN-DM-MAC),涵盖无合作无反馈情形(Cover[6])，无噪完全反馈情形(Cover, Leung[11])和会议编码的合作情形(Wigger[10])。

1 无合作无反馈的AWGN-DM-MAC

1.1 信道模型

无合作无反馈的AWGN-DM-MAC模型如图 1 所示。其中 Z_t 是一个WGN(N_0)过程，信道增益 g_1 、 g_2 在该模型中被整合在发射机端，不失一般性，本文假设 $N_0=1$ ，记发射机的等效发射功率分别为 S_1 、 S_2 。

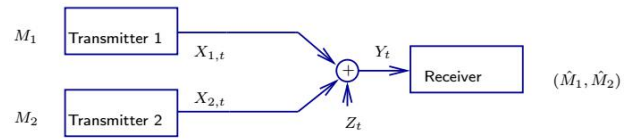


图 1 无合作无反馈AWGN-DM-MAC模型

1.2 信道容量域

无合作无反馈的AWGN-DM-MAC模型的容量域由Cover[6]给出，如式(1)所示。

$$\begin{cases} R_1 \leq C(S_1) \\ R_2 \leq C(S_2) \\ R_1 + R_2 \leq C(S_1 + S_2) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $C(x)$ 为高斯容量函数，满足 $C(x) = \frac{1}{2} \log(1+x)$ 。

图 2 给出了式(1)的容量域，同时给出了两种常用的编码方案的容量域：时分复用多址接入(Time Division Multiple Address, TDMA)和频分复用多址接入(Frequency Division Multiple Access, FDMA)。在图 2中， $S_1=5$ 、 $S_2=3$ 。

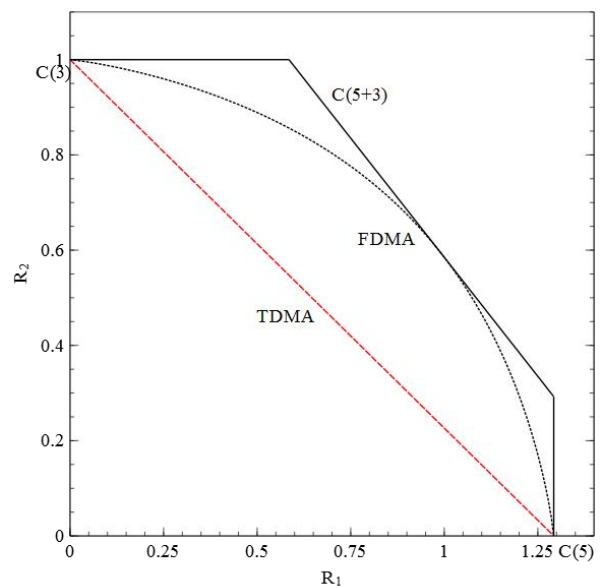


图 2 无合作无反馈AWGN-DM-MAC的容量域

从图2可以看出, 无合作无反馈AWGN-DM-MAC的容量域是一个凸区域; TDMA编码的容量域是一个三角域, 满足 $R_1 \leq \alpha C(S_1), R_2 \leq \bar{\alpha} C(S_2)$; FDMA编码的区域满足 $R_1 \leq \alpha C(S_1/\alpha), R_2 \leq \bar{\alpha} C(S_2/\bar{\alpha})$ [12]。显然FDMA相比于TDMA更接近式(1)的界, 因此具有更好的通信性能。

2 无噪完全反馈的AWGN-DM-MAC

2.1 信道模型

无噪完全反馈的AWGN-DM-MAC的模型如图3所示。在无噪完全反馈情形, 发射机端工作在双工模式, 除了发送消息外, 可以完全无噪声的接受来自接收机前端的反馈。

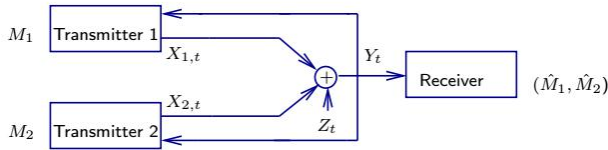


图3 无噪完全反馈AWGN-DM-MAC模型

2.2 信道容量域

Cover, Leung[11]给出了无噪完全反馈AWGN-DM-MAC的模型的容量域, 如式(2)所示。

$$\begin{cases} R_1 \leq C(\alpha_1 S_1) \\ R_2 \leq C(\alpha_2 S_2) \\ R_1 + R_2 \leq C(S_1 + S_2 + 2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 S_1 S_2}) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $0 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$ 。

图4给出了式(2)的容量域, 包含两条直线和一条曲线, 其中 $S_1=5, S_2=3$ 。

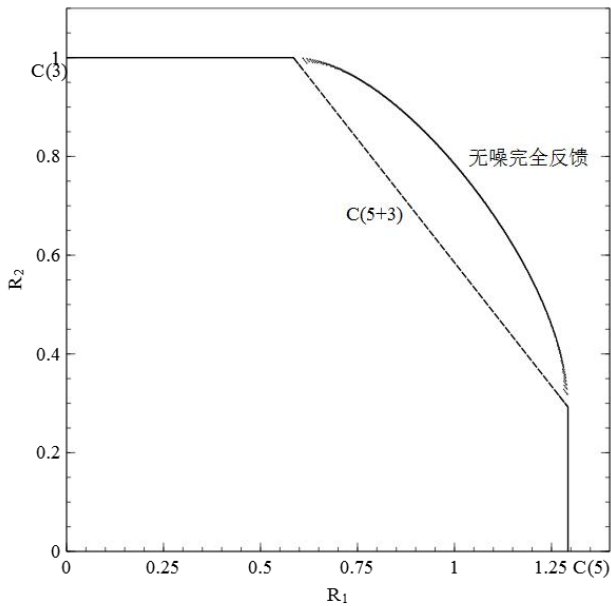


图4 无噪完全反馈AWGN-DM-MAC的容量域

从图4中可以看出无噪完全反馈的容量域大于式(1)的容量域, 表明反馈能够提升多址接入信道的容量。

3 会议编码合作的AWGN-DM-MAC

3.1 信道模型

会议编码合作的AWGN-DM-MAC模型如图5所示。在该模型中, 两个发送端在发送消息之前分别以 C_{12}, C_{21} 的速率将消息发送给对方, 完成会议编码。

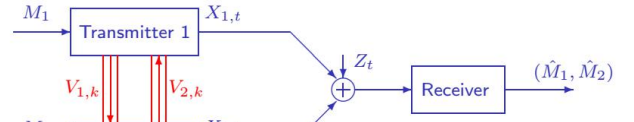


图5 会议编码合作AWGN-DM-MAC模型

3.2 信道容量域

会议编码合作的AWGN-DM-MAC模型的容量域由Wigger[10]给出, 如式(3)所示。

$$\begin{cases} R_1 \leq C(\alpha_1 S_1) + C_{12} \\ R_2 \leq C(\alpha_2 S_2) + C_{21} \\ R_1 + R_2 \leq C(\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2) + C_{12} + C_{21} * \\ R_1 + R_2 \leq C(S_1 + S_2 + 2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 S_1 S_2}) ** \end{cases} \quad (3)$$

其中 $0 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$ 。

从式(3)的形式可以看出, 其于完全反馈情形的容量域式(2)较为相似, 但多出一个关于和速率的约束, 下面对式(3)给出的容量域进行讨论。

1) $C_{12}=C_{21}=0$

由 $C(S_1 + S_2 + 2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 S_1 S_2}) \geq C(\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2)$ 可得(3**)不起作用, 因此其容量域与式(1)的容量域相同, 如图2所示。

2) C_{12}, C_{21} 较小

C_{12}, C_{21} 较小使得(3**)不起作用, 则其容量域稍大于式(1)的容量, 如图6所示。其中 $S_1=5, S_2=3, C_{12}=C_{21}=0.1$ 。

此时的容量域较式(1)大, 但与式(2)不存在明确的关系, 两者的大小视具体情况确定。

3) C_{12}, C_{21} 较大

C_{12}, C_{21} 较大使得(3*)不起作用, 则容量域的闭包形状与图4相同, 但比式(2)给出的范围大。

如果 $C_{12}, C_{21} \geq C(S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1 S_2})$, 则容量域如图7所示, 对应发送端完全合作的情况。这种情况是合作信道的最大容量域。大于式(1)和式(2)给出的容量域。

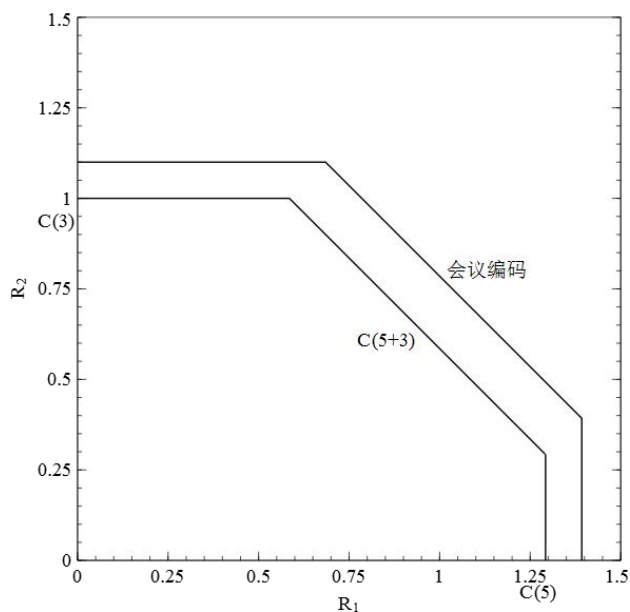


图 6 合作AWGN-DM-MAC在 C_{12} 、 C_{21} 较小时的容量域

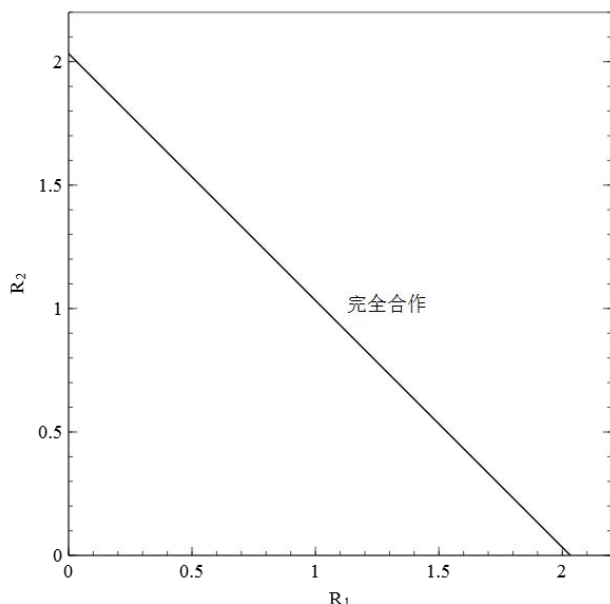


图 7 完全合作AWGN-DM-MAC的容量域

4 结论

本文依据现有结论，讨论了三种两用户AWGN-DM-MAC的容量域，涵盖无合作无反馈情形，无噪完全反馈情形和会议编码的合作情形。

无噪完全反馈情形的容量域总是大于无合作无反馈情形；在会议编码合作码率较小时，其容量域大于无合作无反馈情形，其与无噪完全反馈情形相当；完全合作的会议编码给出了三种情形的最大容量域。

参 考 文 献

- [1] Shannon C E. Two-way communication channels[C]//Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Stat. Prob. 1961, 1: 611-644.
- [2] Van Der Meulen E C. The discrete memoryless channel with two senders and one receiver[C]//Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT). 1971: 78.
- [3] Ahlswede R. Multi-way communication channels[C]//Second International Symposium on Information Theory: Tsahkadsor, Armenia, USSR, Sept. 2-8, 1971. 1973.
- [4] Ahlswede R. The capacity region of a channel with two senders and two receivers[J]. The annals of probability, 1974: 805-814.
- QIN Bo, JIA Cheng, CHEN Zhi-liang. A 1 V MNC bandgap reference with high temperature stability[J]. Chinese Journal of Semiconductors, 2006, 27(11): 2035-2039.
- [5] Slepian D, Wolf J K. A coding theorem for multiple access channels with correlated sources[J]. Bell System Technical Journal, 1973, 52(7): 1037-1076.
- [6] Cover T M. Some advances in broadcast channels[J]. Advances in communication systems, 1975, 4: 229-260.
- [7] Wyner A. Recent results in the Shannon theory[J]. IEEE Transactions on information Theory, 1974, 20(1): 2-10.
- [8] TE SUN H A N. The capacity region of general multiple-access channel with certain correlated sources[J]. Information and Control, 1979, 40: 37-60.
- [9] Tse D N C, Hanly S V. Multiaccess fading channels. I. Polymatroid structure, optimal resource allocation and throughput capacities[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 2796-2815.
- [9] BANBA H, SHIGA H, UMEZAWA A, et al. A CMOS bandgap reference circuit with Sub-1-V operation[J]. IEEE Journal of Solid-state Circuits, 1999, 34(5): 670-674.
- [10] Wigger M A. Cooperation on the Multiple Access Channel[M]. Hartung-Gorre, 2008.
- [11] Cover T, Leung C. An achievable rate region for the multiple-access channel with feedback[J]. IEEE transactions on Information theory, 1981, 27(3): 292-298.
- [12] El Gamal A, Kim Y H. Network information theory[M]. Cambridge university press, 2011.