Uebung 4 Aufgabe 2

June 5, 2020

a)Also, die Einzige Unterschied hier ist die Überprüfung " if primes[k] != 0:" . Die While Schleife wird nur Aufgeführt, wenn prime[k] kein 0 ist, damit unnötige Ersetzungen erspart werden kann. Man macht so, da man für jede zusammengesetzte Zahl eine Primfaktorzerlegung machen kann, insofern es reicht nur die vielfachen von primzahlen zu streichen, anstatt die aller zahlen.

In ersten Fall, zum Beispiel, wenn primes[k] doch 0 ist, dann wird ja einfach 0 durch 0 ersetzt. Aber am Ende wird ja die gleiche Ergebnisse zurückgeworfen.

b)primes[j] = 0 wird bei k = 2 $\frac{N}{2}$ mal aufgerufen und bei k=3 wird $\frac{N}{3}$ und bei k=4 $\frac{N}{4}$... Die Summe ist $\frac{N}{2}+\frac{N}{3}+\frac{N}{4}.....\frac{N}{k} = N(\frac{N}{2}+\frac{N}{3}+\frac{N}{4}..)$

Es gilt dann $f(N) = \sum_{k=1}^{N}\left(\left\lfloor\frac{N}{k}\right\rfloor - 1\right)$ wobei $\sum_{k=1}^{N}$ die äußere Schleife und $\left(\left\lfloor\frac{N}{k}\right\rfloor - 1\right)$ die innere Schleife ist.

$$f(N) \in O\left(\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{N}{k}-1\right)\right) \quad (\left\lfloor\frac{N}{k}\right\rfloor \leqslant \frac{N}{k})$$
$$= O\left(N\cdot\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k} - N\right)$$
$$\in O\left(N\cdot\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k}\right) \quad (-N<0)$$
$$\in O(N\cdot\ln N) \quad (\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k}\in\ln N)$$

c)Bei solcher kontrollierte Fall wird nur bei einem Prime Numer möglich, da nur Prime Numer ist kein 0. Deswegen ist die Anzahl des Aufrufes $\frac{N}{2}+\frac{N}{3}+\frac{N}{5}+\frac{N}{7}+..... = N*\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+......p\right)$

Dann gilt es

$$f(N) = \sum_{pprime}^{N}\left(\left\lfloor\frac{N}{p}-1\right\rfloor\right)$$
$$\in O\left(N\cdot\sum_{\text{pprime}}^{N}\frac{1}{p}\right)$$

$$Aus \sum_{p\leq N:p \text{ is prime}}\frac{1}{p}\in O(\ln(\ln N))$$

folgt

$$f_2(N) \in O(N \ln(\ln N))$$

d)Damit n nicht Primzahl ist, braucht es mindestens zwei Primfaktoren.Die Quadratwurzel von n liefert einen "pivot".Wenn x kleiner als die Quadratwurzel von n ist, dann ist $y = \frac{n}{x}$ größer als die Quadratwurzel von n. Wenn also keine Primfaktoren durch die Quadratwurzel von n gefunden werden und n zusammengesetzt ist, müssen mindestens zwei Faktoren von n größer sein als die Quadratwurzel von n , was ein offensichtlicher Widerspruch ist. Und man kann die x in Komplexität durch $\sqrt{n}$ ersetzen.

```
[ ]:
```