b)

Aus $f_i(x) \in O(g(x))$ gilt $f_i(x) \leq c_1 g(x)$ wenn man beweisen könnte, dass $g(x) \leq c_2 f_{i+1}(x)$ dann gilt auch $f_i(x) \leq c_3 f_{i+1}(x)$. Deswegen sind in alle Beweise, die $f(i)(x)$ zu die entsprechende $g(x)$ vereinfacht.

$f(E) < f(B) < f(D) < f(F) < f(A) < f(C)$

(1) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f_E(x)}{f(B)(x)} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{2^{\sqrt{\log_2 x}}}{\sqrt{x} + \log_2 x}$

da $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\log_2 x}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x \ln(2)}{\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}}$

$= \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\ln(2)}{\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}}} \approx 0$ deswegen

$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2^{\sqrt{\log_2 x}}}{\sqrt{x} + \log_2 x} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{2\sqrt{\log_2 x}}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\sqrt{\log_2 x}}{\frac{1}{2} \log_2 x}$

≈ 0 deswegen ist $f(E) < f(B)$

1. $\lim_{x\to\infty} \frac{f_B(x)}{f_D(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}+\log_2 x}{\cancel{} x\log_2 x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}}{x\log_2 x}$

$+ \lim_{x\to\infty} \frac{\log_2 x}{x\log_2 x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{x\sqrt{x}\log_2 x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\cdot\log_2 x} \approx 0$

deswegen ist $f_B < f_D$

2. $\lim_{x\to\infty} \frac{f_D(x)}{f_F(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x\cdot\log_2 x}{x^3+12x^2+200x+900} =$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x\cdot\log_2 x}{x^3} = \lim_{x\to\infty} \frac{\log_2 x}{x^2} \approx 0$

deswegen ist $f_D(x) < f_F(x)$

3. $\lim_{x\to\infty} \frac{f(F)}{f(A)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+12x^2+200x+900}{3^x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{3^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\log_2 x^3}{\log_2 3^x} = \frac{3\log_2 x}{x\cdot\log_2 3}$

≈ 0

4. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f_A(x)}{f_F(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{3^x}{x^x}$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x \log_2 3}{x \cdot \log_2 x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\log_2 3}{\log_2 x} \approx 0$

deswegen ist $f_A(x) < f_F(x)$