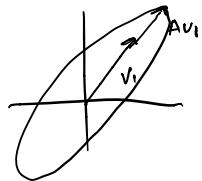


Eigen:

$$AV = \lambda V \quad (\text{Markov})$$



$\Rightarrow AV$ do the same transformation like λV .

PCA:

- a statistical procedure: use orthogonal transformation to convert correlated var. into a set of linearly independent var. $\xrightarrow{\text{smaller space}}$ T_{PC}

Matrix Diagonalization:

$$A = V \Lambda V^{-1}$$
$$\begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_n \end{bmatrix}^{-1} \rightarrow \text{only if } A \begin{cases} \text{is a square matrix} \\ \text{has } n \text{ linearly indep. eigenvectors.} \end{cases}$$

SVD: matrix factorization method.

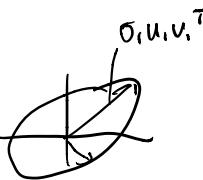
- Any A can be

$$A = U S V^T, \quad U, V \text{ orthogonal matrices with orthonormal eigenvectors}$$

\downarrow

r. eigenvalues.

$$= \underbrace{\sigma_1 u_1 v_1^T + \dots + \sigma_n u_n v_n^T}_{\text{sum of rank-1 matrices}}$$



$$\begin{array}{c} AA^T \\ \downarrow \\ A^T A \end{array}$$

- extracts data in the directions with highest variances.

$$C = A^T A / (n-1) \quad \text{(cov. matrix.)} \quad US: \text{principal components.}$$

$$= V L V^T$$

\downarrow
eigenvectors: principal axes.

henryWang

27 人赞同了该回答

先说PCA吧，PCA降维的大致思想就是：挑选特征明显的、显得比较重要的信息保留下来。

那么关键就是【特征明显的，重要的信息】如何选择？选择标准有两个：

1：同一个维度内的数据，方差大的比较明显，因为方差大表示自己和平均水平差异大，有个性，降维后也最可能分的开～

2：两个不同维度间关联度越小越好，因为关联度小表示这两个维度表征共同信息的量比较少，最理想就是两个维度不相关，相关度为0（相关度可以用协方差 $\text{cov}(a,b)$ 表示），在线性空间内表现为两个维度正交～

协方差矩阵的主对角线和其余元素正好可以分别表示方差和协方差，而根据两条标准又很容易想到求特征值和特征向量，推导过程 @覃含章大大写的很清楚了

下面说一下为啥还有SVD，上面我们说PCA针对的是协方差矩阵C，但你知道协方差矩阵是个方阵啊，难道不是方阵我们就不瓷么？？所以就有了SVD～～

大概可以把SVD看作是对非方阵做PCA处理的一种方式啦，毕竟两者的套路都差不多，分解出特征值（SVD里是奇异值，数据 XX' 的特征值的平方根），挑比较大的特征值对应的特征向量构成投影矩阵，然后做线性变换（将数据X投影到低维空间）

编辑于 2018-11-21

方差最大的轴第一个奇异向量。

- PCA, SVD. two common ways to do dimension reduction.
- PCA can find out the principal axis, among which data will have the largest variance. So that we can keep most info in data with fewest axis/dimensions.
- SVD is a way to realize PCA. PCA has covariance matrix, use SVD. do the matrix factorization. → find eigenvector/singular value can represent the cov. matrix space
⇒ get principal axes and principal components.
↳ map the original data on new principal axes.