2020秋季学期数值分析第二次大作业说明

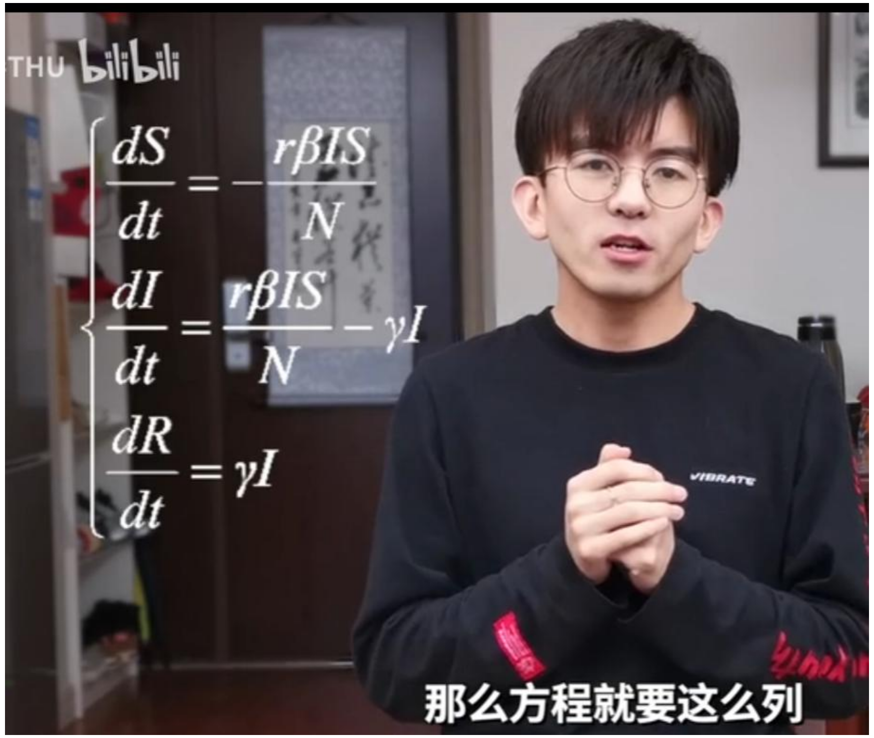
截止时间：2020-12-22

背景

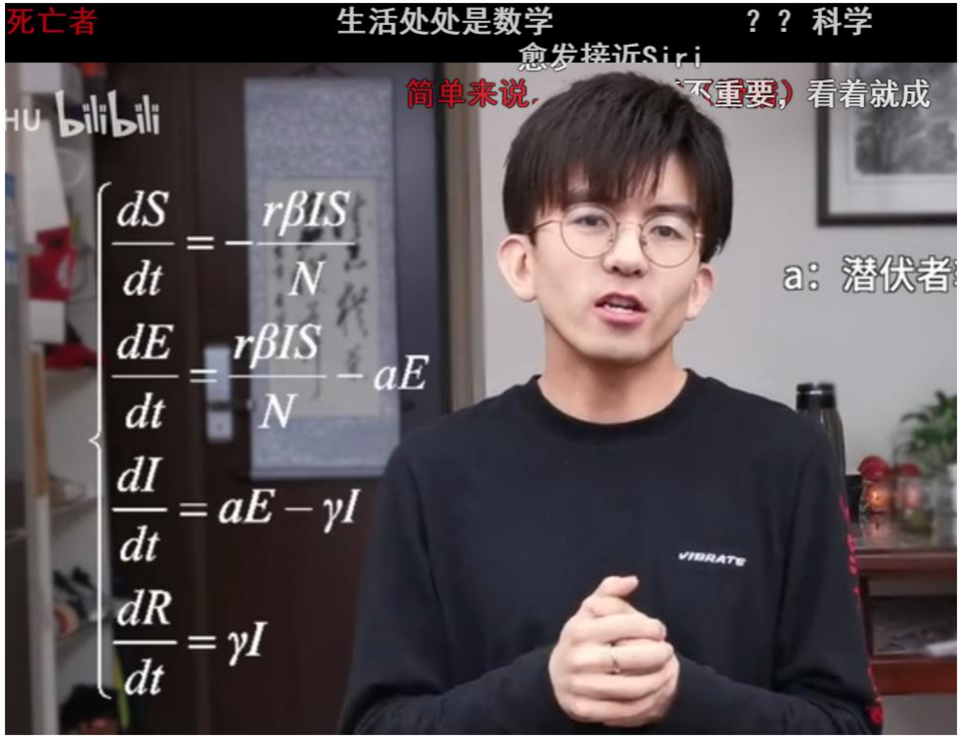
- 上次作业我们推到了SI模型，实际的新冠传播更加符合SIR或者SEIR模型：
  - 剔除者R：在实际情况下，感染者有一定的概率可以变回健康人，同时这种康复是带有抗体的，也就是说康复者不会再次感染。同时感染者也可能死亡，死亡的病人也不再会感染。我们可以将完全抗体的病人和死亡的病人统一称为剔除者R
  - 潜伏者E：在实际情况下，感染或携带病毒并不一定产生病症，但此时已经具有传染性。在技术条件无法将这类人群有效地鉴定为感染者时，我们可以假设存在潜伏者E。他们和感染者产生条件类似，且有一定的概率转化为感染者
- https://www.bilibili.com/video/av85508117

背景

- SIR模型



- SEIR模型



微分方程求解SEIR模型

- 尽管SEIR模型没有解析解，我们仍然可以用数值方法得到常微分方程的解。令$\boldsymbol{\gamma = 0.5, E_0 = 2000, I_0 = 0, N = 10000, r = 10, \beta = 0.02, a = 0.4}$
- **请使用欧拉法**（或其他常微分方程组求解方法），在任意给定误差条件b下找到合适的低计算代价、低存储精度的方案

- 要求或提示
  - 为方便讨论本题的精度要求$\boldsymbol{b}$**的量纲和**$\boldsymbol{N}$**、**$\boldsymbol{I_0}$**一致**
  - **在报告中请以$b = 10$举例分析；如果忽略时间、内存消耗，要求代码应当可以实现任意精度。代码测试时可以根据cpu性能选择b=10、100进行试验；**
  - **大致参数收敛的时间为T=15到20，可根据cpu性能选择T=15~20进行试验**
  - 选择合适的数据类型：**可以使用**无限任意精度计算库：Python中可以使用bigfloat库；matlab中可以使用vpa；c#中可以使用BigDecimal；其余大数计算库可自行查找
  - 本题与第一次大作业不同，**需要注意用算法步长的选择来控制方法误差（累计截断误差），用存储精度的选择来控制舍入误差，最终二者加和需要满足精度要求**
  - 考虑本题复杂程度，仅要求实现欧拉法，也允许使用收敛更快的方案

矩阵运算

- 解微分方程组需要参考部分线性代数内容，可以利用二次型书写方程组
  - 形如$\boldsymbol{Y}'_{n\times1}=\boldsymbol{f}(x,\boldsymbol{Y}_{n\times1})=\boldsymbol{B}_{n\times1}\,\boldsymbol{Y}^{T}_{n\times1}\boldsymbol{A}_{n\times n}\,\boldsymbol{Y}_{n\times1}+\boldsymbol{C}_{n\times n}\,\boldsymbol{Y}_{n\times1}$
- 可能用到**二次型求导相关**公式：
  - 则对x求导有$\boldsymbol{Y}''=2\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}'+\boldsymbol{C}\boldsymbol{Y}'=\left(2\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}\right)\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{Y}$
  - 对Y求导有$\frac{\partial \boldsymbol{Y}'}{\partial \boldsymbol{Y}}=2\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}$

总体要求

- 将所有文件放在一个文件夹后再对文件夹压缩。文件夹和压缩包均命名为“学号_姓名_班级_大作业2”
- DDL：**12月22日，本次作业不会延期**。如果因个人原因需要延期，请于12月20日前联系助教申请，最长申请期限至1月7日（期末考试前）
- 其余同大作业1