

# 论文

October 10, 2023

## 1 摘要

## 2 介绍

为应对能源和环境方面的双重压力，发展新能源汽车已成为未来交通端的重要趋势，我国《新能源汽车产业发展规划（2021-2025年）》提出，到2035年，纯电动汽车成为新销售车辆的主流，公共领域用车全面电动化。在“新基建”浪潮下，大规模电动汽车接入对电网产生的影响不可忽视。电动汽车充电负荷具有很强的时空不确定性，大量电动汽车无序接入给配电网的运行控制增加了难度。而采取合理的调控策略及引导措施对电动汽车充电负荷进行管理，不仅可以提高配电网运行的经济性与稳定性，还可以提高配电网对可再生能源的接纳能力。在本文中，所提及的电动汽车均指纯电动汽车，其使用电能而几乎不产生污染物排放，因此是一种生态友好型的车辆。因此，电动汽车提供了一种清洁交通系统的选择，并具有巨大的可持续交通发展潜力。此外，电动汽车更容易与智能交通系统融合，从而增强了智能交通服务的效能。电动汽车可以通过智能充电设施进行充电，并与智能手机等设备连接，实现远程监控和管理，为充电提供智能化解决方案。同时，电动汽车还可以与其他交通工具和基础设施进行信息共享和协同，以实现交通系统的整体优化和智能化调度。通过与智能交通系统的结合，电动汽车可以参与智能导航、实时路况监测和拥堵缓解等功能，提高交通系统的效率和可持续性。因此，电动汽车在推动绿色智能交通系统的发展方面扮演着重要的角色，并为未来交通运输的可持续发展提供了新的可能性。

### 2.1 文献综述

9月4日完成部分

本文的主要贡献:

(1)为了保证电网的稳定性，提出了一种在\*\*\*\*下促进稀疏的模型。该模型最小化了充电总成本、总体负荷差异，同时提高了所有EV用户的累积满意度

(2)提出了一种基于Jacobi-proximalADMM框架的分布式方法来求解该模型。背后的主要思想是解耦耦合约束将原始模型分解为一组小尺度的问题，并行求解该问题，不仅保护了EV用户的隐私性，用从理论上证明了该算法的最优性和收敛性

(3)相比ADMM其优势是具有更快的收敛性，Jacobi-proximal ADMM在每个迭代步骤中同时更新变量，而不是按顺序逐个更新。这使得Jacobi-proximal ADMM能够更快地收敛到最优解。Jacobi-proximal ADMM通过同时更新变量，

可以减少数值误差的传播。这在面对数值不稳定问题时尤为重要，能够提供更可靠的数值结果。

## 3 问题描述

在该模型中，电动汽车用户在将电动汽车接入充电桩时，将自己的充电需求信息上传至聚合器。然后将每辆电动汽车的充电计划发送给电动汽车用户。充电需求信息包括到达时间 $t_c^i$ 、预定出发时间 $t_d^i$ 、连接到充电桩时，车辆的SOC(State of Charge)被表示为 $SOC_c$ ，而每辆电动汽车的预期SOC被称为 $SOC_d$ 。协调充电调度过程如图1所示。

在本文中，我们设计了一种基于Jacobi - Proximal ADMM并行分布式算法来解决电动汽车协调问题，使每辆电动汽车同时更新自己的充电策略，其基本思想是：1)解耦耦合约束并将原始模型分解为一组小尺度子问题，并且在 $n$ 个子问题上添加近端项。2)算法1中提出的策略用并行的方式实现，并从理论上建立该算法1的全局收敛行，并得到该算法的显式收敛速度。

在提出的模型中有一些假设。首先，电动汽车用户对充电成本比较敏感，在不影响充电需求满足的情况下，愿意让聚合器来安排充电过程。二是出现早退等异常事件可能导致收费需求不满足。因此，本文假设所有电动汽车不会早于计划时间离开。电动汽车用户充电行为呈现出典型特征。许多研究致力于探索电动汽车用户充电行为的规律。电动汽车用户的充电行为会影响所提出的协调充电调度模型的有效性。因此，在该模型中有必要考虑电动汽车用户充电行为的特点。电动汽车用户的充电行为按用户到家时将电动汽车接入充电桩，第二天早上出门上班时断开充电桩，因此电动汽车到达时间 $t_c$ 和离开时间 $t_d$ 服从正态分布

$$f(t_c) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_c}} \exp\left(-\frac{(t_c+24-\mu_{t_c})^2}{2\sigma_{t_c}^2}\right), & 0 < t_c \leq \mu_{t_c} - 12; \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_c}} \exp\left(-\frac{(t_c-\mu_{t_c})^2}{2\sigma_{t_c}^2}\right), & \mu_{t_c} - 12 < t_c \leq 24; \end{cases} \quad (3.1)$$

$$f(t_{dis}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_{dis}}} \exp\left(-\frac{(t_{dis}-\mu_{t_{dis}})^2}{2\sigma_{t_{dis}}^2}\right), & 0 < t_{dis} \leq \mu_{t_{dis}} + 12; \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{t_{dis}}} \exp\left(-\frac{(t_{dis}-24-\mu_{t_{dis}})^2}{2\sigma_{t_{dis}}^2}\right), & \mu_{t_{dis}} + 12 < t_{dis} \leq 24; \end{cases} \quad (3.2)$$

其中 $\mu_{t_c}$ 和 $\sigma_{t_c}$ 分别是到达时间 $t_c$ 的概率密度函数的均值和方差; $\mu_{t_d}$ 和 $\sigma_{t_d}$ 分别是到达时间 $t_d$ 的概率密度

函数的均值和方差  $\mu_{t_c} = 18, \sigma_{t_c} = 3.3, \mu_{t_d} = 8$ , 和  $\sigma_{t_d} = 3.24$ [?]

为了简化协调调度充电模型, 将连续时间划分为多个时隙, 每辆电动汽车的充电状态在一个时间段内保持不变, 调度计划通常以时间段为单位执行, 以提高执行效率。将调度时间划分为多个时间段。在提出的电动汽车充电调度模型中, 将整个时间段离散为96个时隙, 每个时隙的长度为15min, 第*i*辆电动汽车的时隙表示到达时间和出发时间可由以下(\*)(\*)计算:

$$I_i^c = \lceil \frac{t_i^c}{\Delta T} \rceil, i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.3)$$

$$I_i^d = \lceil \frac{t_i^d}{\Delta T} \rceil, i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.4)$$

其中  $I_i^c$  是第*i*辆电动汽车连接到充电桩的时间槽, 而  $I_i^d$  是第*i*辆电动汽车离开时的时间槽。  $t_i^c$  和  $t_i^d$  分别是第*i*辆电动汽车的到达时间和预定离开时间,  $\lceil \frac{t_i^c}{\Delta T} \rceil$  是比  $\frac{t_i^c}{\Delta T}$  大的最小正整数, 而  $\lceil \frac{t_i^d}{\Delta T} \rceil$  是比  $\frac{t_i^d}{\Delta T}$  大的最小正整数。

Table 1: 符号表示

$\mathcal{N}$	电动汽车个数集合: $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$
$\mathcal{T}$	离散时间集合: $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$
$\mathcal{L}$	馈线集合: $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$
$p_{n,t}$	在 $t$ 时刻第 $n$ 辆电动汽车的充电速率
$\mathcal{N}_l$	通过馈线 $l$ 供电的电动汽车的集合
$\mathcal{N}_m$	在节点 $m$ 充电的电动汽车的集合
$C_n$	电动汽车的电池容量
$d_t$	在 $t$ 时刻总基本需求

## 4 充电调度模型

### 4.1 EV充电协调问题

考虑在多长时间段  $\mathcal{T} \equiv \{1, \dots, T\}$  上, 用  $\mathcal{N} \equiv \{1, \dots, N\}$  表示的电动汽车种群的协调。设  $\mathcal{T}_n \in \mathcal{T}$  表示  $EV n \in \mathcal{N}$  所需的充电周期, 在用户有紧急情况时, 充电周期较短。基于分段线性模型[?], 电池动力学描述如下:

$$soc_{n,t+1} = soc_{n,t} + \frac{q_n^+ p_{n,t}}{C_n} \Delta t - \frac{\omega_{n,t}}{q_n^- C_n} \Delta t \quad (4.1)$$

$$soc_n^{min} \leq soc_{n,t} \leq soc_n^{max} \quad (4.2)$$

其中  $q_n^+, q_n^- \in (0, 1]$  分别为电动汽车充电和放电的额能量转换效率。为了延长电池寿命, 建议  $soc_n^{min}$  和  $soc_n^{max}$  分别为15%和90%[?],  $p_{n,t}$  (单位为  $kW$ ) 表示在  $t \in \mathcal{T}$  时的充电速率,  $C_n$  为  $EV n$  的电池容量。在每个时隙, 每辆电动汽车的充电速率保持恒定。

用  $\Gamma_n$  表示  $EV n$  充满电所需的总充电功率。由于排队等待时间的限制,  $EV n$  在  $\mathcal{T}_n$  时间段可能无法充满电, 因此  $EV n$  的充电策略  $p_n \triangleq (p_{n,t}; t \in \mathcal{T})$  满足如下等式:

令  $\mathbf{p} \triangleq (p_n; n \in \mathcal{N})$  表示电动汽车人群的充电策略。  $EV n$  的允许充电策略集合用  $\mathcal{P}_n$  表示, 所有电动汽车的允许充电策略集合用  $\mathcal{P}$  表示

$$\mathcal{P} \triangleq \mathcal{P}_1 \times \dots \times \mathcal{P}_N \quad (4.3)$$

充电策略是影响电网投资的最重要因素, 为保证电网安全, 我们有如下不等式成立:

$$p_n^{min} \leq p_{n,t} \leq p_n^{max} \quad (4.4)$$

其中  $p_n^{min}$  和  $p_n^{max}$  分别是  $EV n$  的最大和最小充电功率

通过决定电动汽车在每个时隙中是否充电, 实现了电动汽车的协调充电调度, 第  $n$  个  $EV$  充电状态如下:

$$x_{n,t} = \begin{cases} 1 & \text{如果电动汽车在充电,} \\ 0 & \text{其它.} \end{cases} \quad (4.5)$$

约束满足以下形式:

$$(1 - x_{n,t}) p_{n,t} = 0 \quad (4.6)$$

有迫切充电需求的电动汽车由于连接时间短, 可能无法获得足够的电量, 因此其离开  $SOC_n^{end}$  时的  $SOC$  可能与  $SOC_n^d$  不同。

$$SOC_n^{end} = \min\{SOC_i^C + \frac{p_{n,t} \cdot \Delta t \times \eta_n}{C_n}, SOC_i^d\} \quad (4.7)$$

$$SOC_n^{min} \leq SOC_{n,t} \leq SOC_N^{max} \quad (4.8)$$

其中  $\eta$  表示  $EV n$  充电能量转换效率,

### 4.2 目标函数

当电动汽车用户有充电需求时, 他们更喜欢高效率充电, 并尽可能快地在期望时间内完成充电。(这里怎么加一句话衔接)同时, 不协调的充电行为可能会产生新的需求高峰, 因此, 有必要采用文献中削峰填谷的方式来调节EV的负荷。

我们给定电动汽车充电的集中协调问题如下: 目标函数是电动汽车的总系统成本最小:

### 4.3 约束

#### 4.3.1 电动汽车充电策略约束

充电策略是影响电网投资的最重要因素, 为保证电网安全, 我们有如下不等式成立:

$$p_n^{min} \leq p_{n,t} \leq p_n^{max} \quad (4.13)$$

其中  $p_n^{min}$  和  $p_n^{max}$  分别是  $EV n$  的最大和最小充电功率

#### 4.3.2 电网状态约束

通过决定电动汽车在每个时隙中是否充电, 实现了电动汽车的协调充电调度, 第  $n$  个  $EV$  充电状态如下:

$$x_{n,t} = \begin{cases} 1 & \text{如果电动汽车在充电,} \\ 0 & \text{其它.} \end{cases} \quad (4.14)$$

约束满足以下形式:

$$(1 - x_{n,t})p_{n,t} = 0 \quad (4.15)$$

#### 4.3.3 离开时对SOC的约束

有迫切充电需求的电动汽车由于连接时间短, 可能无法获得足够的电量, 因此其离开  $SOC_n^{end}$  时的  $SOC$  可能与  $SOC_n^d$  不同。

$$SOC_n^{end} = \min\{SOC_i^C + \frac{p_{n,t} \cdot \Delta t \times \eta_n}{C_n}, SOC_i^d\} \quad (4.16)$$

$$SOC_n^{min} \leq SOC_{n,t} \leq SOC_N^{max} \quad (4.17)$$

其中  $\eta$  表示  $EV n$  充电能量转换效率, 为了延长电池寿命, 建议  $SOC_{min}$  和  $SOC_{max}$  的值分别为15%和90%。

设  $\mathbf{p} \triangleq (\mathbf{p}_n; n \in \mathcal{N})$  代表电动汽车集群的充电策略。  $EV n$  的可允许充电策略用  $\mathcal{X}_n$  表示, 所有电动汽车可允许充电策略用  $\mathcal{X}$  表示, 为

$$\mathcal{X} \triangleq \mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_N \quad (4.18)$$

因此使用  $l_1$  范数逼近  $l_0$  范数。我们将 (4.9) 重新建模为以下稀疏促进充电控制模型

$$\mathcal{J}_1(\mathbf{p}) \triangleq \sum_{n \in \mathcal{N}} \left\{ f_n(p_{nt}) + g_n(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt}) + \sum_{t \in \mathcal{T}} h_n(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt}) + \|\mathbf{p}_n\|_1 \right\} \quad (4.19)$$

注意:

以下假设适用于整个文章:

- (1) 对任意的  $x, h(\cdot)$  是 Lipschitz 连续性的;
- (2) 对于所有  $n \in \mathcal{N}$  和所有  $x, g_n(\cdot)$  是非递减、凹的且 Lipschitz 连续性的;
- (3)

将集中式电动汽车快速充电协调制定为以下优化问题:

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} \mathcal{J}_1(\mathbf{p}) \quad (4.20)$$

$$\mathcal{J}_0(\mathbf{p}) \triangleq \sum_{n \in \mathcal{N}} \left\{ f_n(p_{nt}) + g_n(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt}) + \sum_{t \in \mathcal{T}} h_n(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt}) + \|\mathbf{p}_n\|_0 \right\} \quad (4.9)$$

其中每一项的具体解释如下:

1) 第一项  $f_n(u_{nt})$ : 表示第  $n$  辆电动汽车的总充电成本, 这是一种价格引导的有序充电调控方式, 价格引导是一种基于市场的控制方式, 调度机构将价格信号广播到需求侧, 并定期进行更新, 其架构示意图如图1所示, 其充电总成本如下:

$$f_n(p_{n,t}) = \sum_{t \in \mathcal{T}} E_t p_{n,t} \Delta t \quad (4.10)$$

其中,  $E_t$  为  $t$  时间段的电价,  $p_{n,t}$  为电动汽车  $t$  时间段的充电功率,  $\Delta t$  为时间间隔。

2) 第二项  $g_n(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt})$ : 这是关于充电期间所交付的总能量的满意度函数。表示充电周期内的总能量的满意度函数, 并且由 (4.11) 可知,  $EV n \in \mathcal{N}$  不随时间  $t \in \mathcal{T}$ , 电动汽车用户希望尽可能增加配电网提供的电量, 直到在期望周期内达到所需能量为止。

$$g_n(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt}) = -(\sum_{t \in \mathcal{T}} p_{nt} - \Gamma_n)^2. \quad (4.11)$$

权重参数  $\omega_n \in (0, \omega_{max}]$  反应了充满电相对于  $\mathcal{T}_n$  的相对重要性。

3) 第三项  $h_n(\sum_{n \in \mathcal{N}} p_{n,t})$ : 表示削峰填谷, 削峰填谷就是让总电网它的功率是稳定的, 所以这里我们用总电网它的功率方差来对应它的稳定度。方差越小, 说明他越稳定, 总功率就包括电车充电的总功率和居民用电总功率, 具体表示如下

$$h = (\sum_{n \in \mathcal{N}} (p_{n,t} + B_{n,t}) - \overline{p + B})^2 \quad (4.12)$$

$\omega_n \in (0, \omega_{max}]$  为权重参数, 且  $\bar{p} = (\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{n \in \mathcal{N}} p_{n,t}) / N$ 。

4) 第四项  $\|\mathbf{p}\|_0$ : 这是充电策略  $\mathbf{p}$  的基函数, 即  $\mathbf{p}_n$  中非零元素的总数。  $l_0$  范数的最小化代表着总充电在一定程度上考虑了  $EV$  用户的舒适度。一方面, 用于尽量减少充电次数, 保护电池健康。另一方面,  $EV$  用户希望尽可能地完成充电任务, 因为他们希望尽量减少中断或重新启动  $EV$  充电, 等待更长的时间来完成对大多数用户来说是不可接受的, 因此, 通过引入稀疏充电计划, 可以统一衡量用户满意度的目标。

随着电动汽车规模化进程, 一开始大家尝试将充电策略问题建模为最小  $l_2$  范数问题进行求解, 但是  $l_2$  范数并不具有电动汽车充电策略中规定的稀疏性。相比之下,  $l_0$  范数是计算向量中非0值的个数, 因此, 充电策略被建模为最小  $l_0$  范数问题进行求解, 从而达到电动汽车充电时间短, 提高电池寿命, 从而提高用户满意度, 但最小  $l_0$  范数是一个 NP-hard 问题, 无法通过常规方法求解。最小  $l_1$  问题和最小  $l_0$  范数问题在一定条件下是等价的, 即可以通过求解最小  $l_1$  问题来得到最小  $l_0$  问题的解。

## 5 基于 *Jacobi-Proximal ADMM* 的电动汽车充电框架

*Jacobi-Proximal ADMM* 对于稀疏性问题保持了很好的性质。在每次迭代中, 该方法使用软阈值操作来更新变量, 这可以促进解在稀疏表示下的稀疏性, 即保持或增强变量的稀疏性质, 该算法扩展了乘法器交替方向法(ADMM), 将原问题分解为  $N$  个较小的子问题, 并在每次迭代时并行求解。在问题(4.20)的目标中的第三项耦合了所有的变量  $p_{n,t}$   $n \in \mathcal{N}$ , 为了解耦这个项, 我们引入了一个辅助变量

$$\mathbf{p}_{N+1} = (p_{N+1,1}, \dots, p_{N+1,T})^T \in \mathbb{R}^T$$

设  $p_{N+1,t} = \sum_{n=1}^N p_{n,t}$ ,  $\forall t \in \mathcal{T}$ , 因此问题(4.20) 能够等价地写成如下的形式:

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} \mathcal{J}_1(\mathbf{p}) \quad (5.1)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{p}_{N+1} = \sum_{n=1}^N \mathbf{p}_n \quad (5.2)$$

这里

$$\mathcal{J}_1(\mathbf{p}) = \sum_{n=1}^{N+1} f_n(\mathbf{p}_n)$$

$$f_n(\mathbf{p}_n) = \sum_{t \in \mathcal{T}} E_t p_{1,t} \Delta t + \left( \sum_{t \in \mathcal{T}} p_{1,t} - \Gamma_1 \right)^2 + \|\{p_{1,t}\}_{t=1}^T\|_0$$

$$f_{N+1}(\mathbf{p}_{N+1}) = \sum_{t \in \mathcal{T}} (p_{N+1,t} - \bar{p})^2$$

为了使用 *Jacobi-Proximal ADMM*, 定义

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N, \mathbf{p}_{N+1}\}^T \in \mathcal{R}^{(N+1) \times T} \quad (5.3)$$

也可以写成  $\mathbf{P} = (\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_T) \in \mathbb{R}^{(N+1) \times T}$ , 其中

$$\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \dots, p_{N+1,t}) \in \mathbb{R}^{N+1}, t \in \mathcal{T}. \quad (5.4)$$

定义

$$\mathcal{X}_t^{(2)} = \{\mathbf{p}_t | \mathbf{p}_t \text{ 满足 (5.2) and (5.4)}\} \quad (5.5)$$

且

$$\mathcal{X}_t^{(2)} = \mathcal{X}_1^{(2)} \times \dots \times \mathcal{X}_t^{(2)} \times \dots \times \mathcal{X}_T^{(2)} \quad (5.6)$$

其拉格朗日量为:

$$\mathcal{L}_\rho(\mathbf{p}, u) = \sum_{n=1}^{N+1} f_n(\mathbf{p}_n) + \frac{\rho}{2} \left\| \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{N+1} + u \right\|_2^2 \quad (5.7)$$

其中  $\rho > 0$  为标准惩罚参数,  $u$  称为缩放对偶变量或缩放拉格朗日乘子. 变量  $\mathbf{p}$  和  $u$  同时通过添加额外的近似项进行更新, 具体更新方式如下: 对于任意的  $n = 1, \dots, N+1$

$$\mathbf{p}_n^{k+1} := \arg \min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} f_n(\mathbf{p}_n) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{p}_n^k + \sum_{n \neq j} \mathbf{p}_j^k - \mathbf{u}^k\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_n^k\|_\Psi^2 \quad (5.8)$$

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \gamma \rho() \quad (5.9)$$

---

### Algorithm 1 Jacobi-Proximal ADMM

---

**Input:**  $\mathbf{p}_n^0 (n = 1, \dots, N+1)$ ,  $\Lambda^0$

**Output:**  $\mathbf{p}_n^k (n = 1, \dots, N+1)$

1: **for**  $k=0,1,\dots$  **do**

2:   Update  $\mathbf{p}_n$  for  $n = 1, \dots, N+1$  in parallel by:

3:      $\mathbf{p}_n^{k+1} = \arg \min \left\{ f_n(\mathbf{p}_n) + \frac{\rho}{2} \|A_n \mathbf{p}_n + \sum_{j \neq n} A_j \mathbf{p}_j^k - c - \frac{\Lambda^k}{\rho}\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_n^k\|_\Psi^2 \right\}$

4:   Update  $\Lambda$  by:

5:      $\Lambda^{k+1} = \Lambda^k - \gamma \rho (\sum_{n=1}^N A_n \mathbf{p}_n^{k+1} - c)$

6:   **if**  $\sum_{n=1}^{N+1} \|\mathbf{p}_n^{k+1} - \mathbf{p}_n^k\|_F \leq \varepsilon^{pri}$  **then**

7:     Break.

8:   **end if**

9: **end for**

---

**Definition 5.1.** 如果选择  $\delta_i > 0$  使得参数  $\rho, \zeta, \Phi, \Psi$  满足以下情况:

$$\begin{cases} \Phi \succ \rho(\frac{1}{\delta_1} - 1)I, \\ \Psi \succ \rho(\frac{1}{\delta_2} - 1)I, \\ \delta_1 + \delta_2 < 2 - \zeta, \end{cases} \quad \begin{cases} \phi \succ \rho(\frac{1}{\delta_1} - 1), \\ \psi \succ \rho(\frac{1}{\delta_2} - 1), \\ \delta_1 + \delta_2 < 2 - \zeta, \end{cases}$$

选择参数  $\rho, \zeta, \Phi, \Psi$  的方法多种多样, 本文采用 **Theorem 5.2.** *aaaa*

## 6 算法总结

$$\mathbf{r}^{k+1} = \|\mathbf{P}^{k+1} - \mathbf{Y}^{k+1}\|_F \quad (6.1)$$

$$\mathbf{s}^{k+1} = \|\rho(\mathbf{Y}^{k+1} - \mathbf{Y}^k)\|_F \quad (6.2)$$

如果迭代次数达到给定阈值 $iter_{max}$ 或同时满足以下条件[20],则终止所提出的 $DJP - ADMM$ 方法要求原始残差和对偶残差足够小满足:

一个合理的终止标准是原始残差和对偶残差要足够小, 如下:

$$\|\mathbf{r}^k\|_2 \leq \varepsilon^{pri} \quad \|\mathbf{s}^k\|_2 \leq \varepsilon^{dual}$$

其中 $\varepsilon^{pri} > 0$ 和 $\varepsilon^{dual} > 0$ 分别是原始和对偶问题可行性条件的可行性误差。这些公差可以使用绝对和相对准则来选择,such as

$$\varepsilon^{pri} = \sqrt{N}\varepsilon^{abs} + \varepsilon^{rel} \max\{\|p\|_2, \|x\|_2\},$$

$$\varepsilon^{dual} = \sqrt{N}\varepsilon^{abs} + \varepsilon^{rel} \|\mu^k\|_2$$

where  $\varepsilon^{abs} > 0$  is an absolute tolerance and  $\varepsilon^{rel} > 0$  is a relative tolerance. A reasonable value for the relative stopping criterion might be  $10^{-3}$  or  $10^{-4}$ . A pseudo-code for the proposed Prox-JADMM is then give in Algorithm 1.

**Theorem 6.1.** 对 $k \geq 1$ ,我们有

$$\|u^k - u^*\|_G^2 - \|u^{k+1} - u^*\|_G^2 \geq \|u^k - u^{k+1}\|_Q^2$$

其中 $\|u^k - u^{k+1}\|_Q^2 := \|x^k - x^{k+1}\|_{G_x}^2 + \frac{2-\gamma}{\rho\gamma^2} \|\lambda^k - \lambda^{k+1}\|^2 + \frac{2}{\gamma} (\lambda^k - \lambda^{k+1})^T A(x^k - x^{k+1})$

**Theorem 6.2.** 应用()-()中的 $ADMM$ 方法, 当迭代步长 $k \rightarrow \infty$ 时, 系统收敛到最优值 $p^*$

*Proof.* hello world.  $\square$

**Theorem 6.3.** 如果 $Q \succ 0$ 且 $M_x \succeq 0$ ,那么 $\|u^k - u^{k+1}\|_M^2 = o(1/k)$ ,因此,  $\|x^k - x^{k+1}\|_{M_x}^2 = o(1/k)$ 且 $\|\lambda^k - \lambda^{k+1}\|^2 = o(1/k)$ .

## 7 结果与讨论

### 7.1 仿真数据与设置

为了验证协调调度模型的有效性, 进行了基于 $Jacobi - ProximalADMM$ 方法的仿真实验。实验中的输入数据根据概率密度函数随机生成, 模拟真实电动汽车充电情况。然而, 为了简单起见, 必须建立一些假设。

首先, 采用不同数量的电动汽车(100辆、200辆、300 辆)进行对比实验

其次,  $SOC_i^{con}$ 表示电动汽车的连续均匀分布, 取值范围为0.1到0.3。  $SOC_i^{min}$  表示电动汽车的最小充电状态, 服从0.4 到0.6 之间的均匀分布, 而 $SOC_i^{max}$ 表示电动汽车的最大充电状态, 服

从0.8 到1.0 之间的均匀分布。此外, 所有电动汽车电池的容量 $Cap_{EV}^{bat}$  设定为30kWh。

最后, 根据用电规律对基本负荷数据进行了模拟.仿真结果如图2所示。分时电价如图1 所示, 假设所有电动汽车的 $Cap_{battery}$  值为30kwh[\*], 电网的基本负荷如图2所示。考虑到用户下班前充电一定电量的意愿,本仿真中电动汽车充电协调的时间范围T **正态分布考虑**。

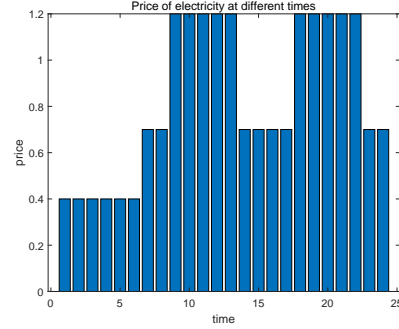


Figure 1: TOU electricity price[?]

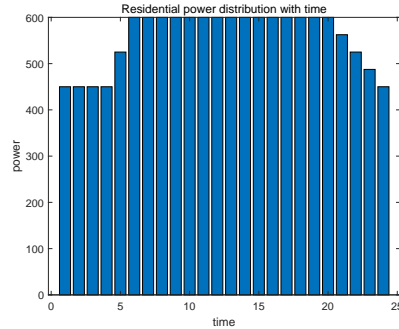


Figure 2: 一天的典型基本负荷曲线待修改

首先, 我们将 $(u^0, z^0, v^0)$ 都初始化为0. 在初始迭代步骤中, 假设 $k = 1$ , 我们对所有 $n \in \mathcal{N}$  使用算法1实现 $u_n^1$ , 根据图4 的说明,它会在几次迭代中收敛。然后, 基于收集到的充电策略\*\*\*\*\*通过(\*)这个

首先, 我们将 $(u^0, z^0, v^0)$ 都初始化为0. 在初始迭代步骤中, 假设 $k=1$ , 我们对所有 $n \in \mathcal{N}$  使用算法1 实现 $u_n^1$ , 根据图4 的说明, 它会在几次迭代中收敛。然后, 基于收集到的充电策略  $u1S(u1n; nIN)$ 和 $v0$ , 类似地, 通过(25) 更新 $v1$ . 这个过程会一直重复执行, 直到满足终止准则, 即 $\varepsilon^{pri} \leq 10^{-3}$  和 $\varepsilon^{dual} \leq 10^{-3}$

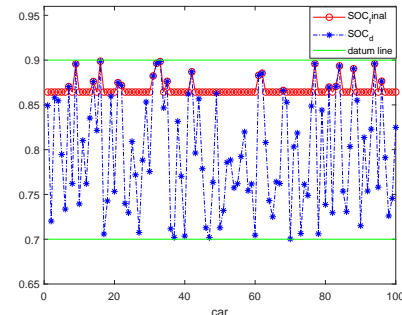


Figure 3: 100辆EV离开时的SOC



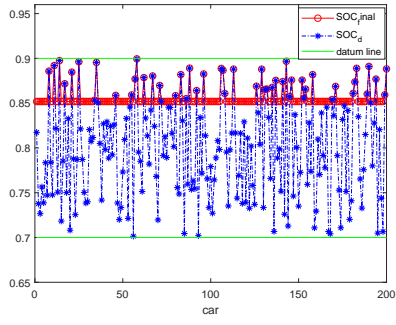


Figure 4: 200辆EV离开时的SOC

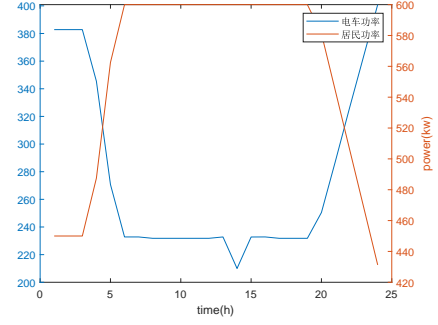


Figure 8: 300辆EV的削峰填谷

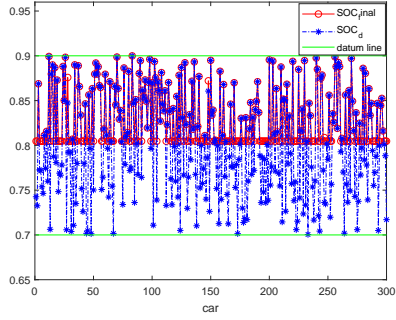


Figure 5: 300辆EV离开时的SOC

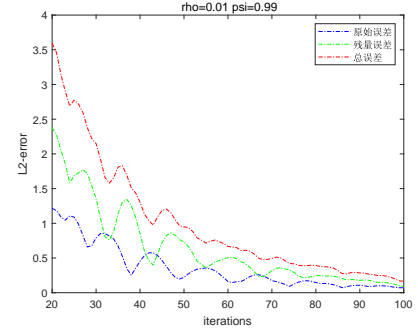


Figure 9: 100辆EV的原始和对偶误差

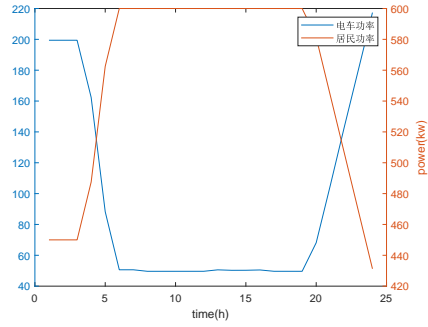


Figure 6: 100辆EV的削峰填谷

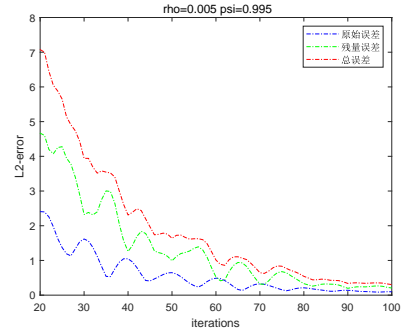


Figure 10: 200辆EV的原始和对偶误差

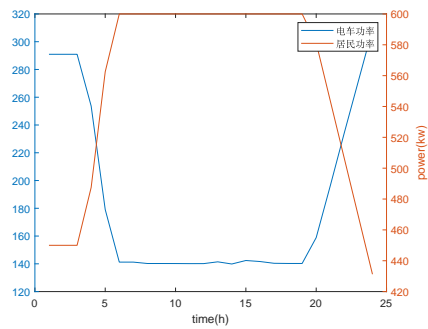


Figure 7: 200辆EV的削峰填谷

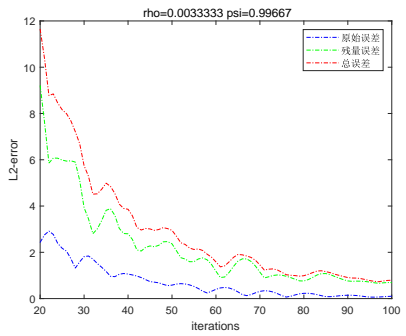


Figure 11: 300辆EV的原始和对偶误差