彭康书院学业辅导与发展中心 · 真题集系列

大学物理(上)
期中真题集

彭康书院学业辅导与发展中心 · 资料编写组

2022-2023 学年第二学期阶段 1 考试试卷

一、单选题

1. 一质点沿 x 轴运动，其运动方程为 $x = 5t^2 - 3t^3$，其中 t 以 s 为单位，当 $t = 2s$ 时，该质点正在 (　　).

   A. 加速　　B. 减速

   C. 匀速　　D. 不能确定

2. 一子弹以水平速度 v_0 射入一静止于光滑水平面上的木块后，随木块一起运动，下述说法正确的是 (　　).

   A. 子弹、木块组成的系统机械能守恒

   B. 子弹、木块组成的系统水平方向的动量守恒

   C. 子弹所受的冲量等于木块所受的冲量

   D. 子弹动能的减少等于木块动能的增加

3. 下述说法正确的是 (　　).

   A. 作用在定轴转动刚体上的力越大，刚体转动的角加速度越大;

   B. 作用在定轴转动刚体上的合力矩越大，刚体转动的角速度越大;

   C. 作用在定轴转动刚体上的合力矩越大，刚体转动的角加速度越大;

   D. 作用在定轴转动刚体上的合力矩为零，刚体转动的角速度为零。

4. 关于质点系各质点间相互作用的内力作功问题，以下说法中正确的是 (　　).

   A. 一对内力所作的功之和一定为零。

   B. 一对内力所作的功之和一定不为零。

   C. 一对内力所作的功之和是否为零，取决于参考系的选择。

   D. 一对内力所作的功之和一般不为零，但不排斥为零的情况。

5. 水平台面上可绕通过其中心的固定竖直轴旋转，盘上站着一个人，把人和圆盘取作系统。当人在盘上随意走动时，若忽略轴的摩擦，则此系统 (　　).

   A. 动量守恒

   B. 机械能守恒

   C. 对转轴的动量矩守恒

   D. 上述物理量均不守恒

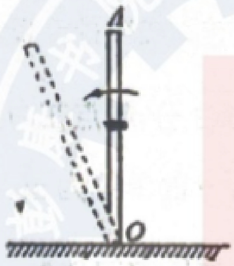
6. 质量分别为 m_1 和 m_2 的两个小球，连接在劲度系数为 k 的轻弹簧两端，并置于光滑的水平面如图所示。今以等值反向的力分别作用于两小球，若把两个小球和弹簧看作一个系统，则系统在运动过程中 (　　).

A. 动量守恒，机械能守恒　　B. 动量守恒，机械能不守恒

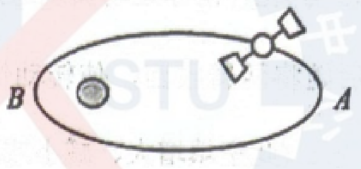
C. 动量不守恒，机械能守恒　　D. 动量不守恒，机械能不守恒

7. 一根长为 l，质量为 m 的均质细杆竖立在地面，如果此杆以下端接触处 O 为轴转动而倒下，则杆的上端 A 到达地面时的速率为 (　　).

A. $\sqrt{gl}$　　B. $\sqrt{2gl}$　　C. $\sqrt{3gl}$　　D. $2\sqrt{gl}$



(a)



(b)

8. 如图 (b) 所示，一颗卫星沿椭圆轨道绕地球旋转，若卫星在远地点 A 和近地点 B 的动量矩 (角动量) 与动能分别用 L_A、E_{KA} 和 L_B、E_{KB} 表示，则有 (　　).

A. $L_B = L_A, E_{kB} = E_{kA}$　　B. $L_B = L_A, E_{kB} > E_{kA}$

C. $L_B > L_A, E_{kB} = E_{kA}$　　D. $L_B > L_A, E_{kB} > E_{kA}$

9. 若将一质量线密度为 λ 的均匀细线弯成半径为 R 的圆环，则质量为 m 的质量点放在环中心点时的引力势能和引力分别为 (　　).

A. 0,0　　B. $-2\pi G\lambda m, \frac{2\pi G\lambda m}{R}$　　C. $-2\pi G\lambda m, 0$　　D. $0, \frac{2\pi G\lambda m}{R}$

10. 有两个半径相同，质量相等的圆环 A 和 B，A 环的质量分布均匀，B 环的质量分布不均匀。它们对通过环心并与环面垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B，则 (　　).

A. $J_A > J_B$

B. $J_A < J_B$

C. $J_A = J_B$

D. 不能确定 J_A、J_B 哪个大

二、填空题

1. 一质点沿 x 方向运动，其运动方程为 $x = 10 - 9t + 6t^2 - t^3(SI)$，则 t 时刻，质点的速度 v=________，加速度 a=________.

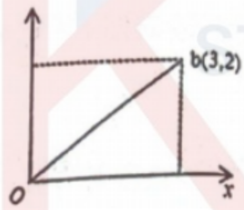
2. 一质点沿半径为 1m 的圆轨道运动，已知运动学方程为 $\theta = \frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}(SI)$，则 t=1s 时该质点的速度大小为________m/s，加速度的大小为________ m/s^2。

3. 质量为 m=2kg 的物体，所受的力为 $F_x = 4 + 6x(SI)$。已知 t=0 时，$x_0 = 0, v_0 = 0$。则物体从 x=0 运动到 x=4m 的过程中，该力对物体所做的功为________，冲量的大小为________

4. 质点在二维引力场中运动，该引力场相应的势能 $U(x, y) = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$，$k$ 为常数。则质点所受的力为 (用直角坐标以矢量形式表示)$\vec{F}$=________

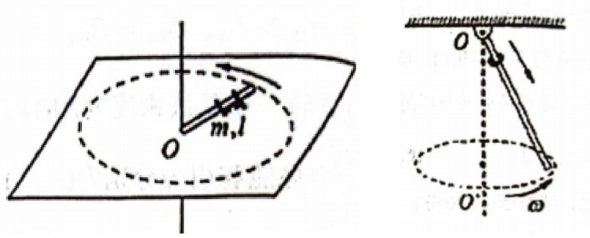
5. 已知地球的半径为 R，质量为 M，万有引力常量为 G。现有一质量为 m 的物体，在离地面高度为 2R 处，以地球和物体为系统，若取地面为势能零点，则系统的引力势能为________

6. 质点在力 $\vec{F} = 2y^2\vec{i} + 3x^2\vec{j}$ 作用下在 xy 平面内运动，F 的单位为 N，x、y 的单位为 m。则质点沿图示从原点 O 沿直线 Ob 运动到 b(3,2) 的过程中 F 所做功为________



7. 花样滑冰运动员绕过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0，角速度为 ω_0。然后她将两臂收回，使转动惯量减少为 $J_0/3$，这时她转动的角速度变为________；她的转动动能________（此空填增大、减小或不变）。

8. 如图 (a) 所示，一根质量均匀分布的细棒长为 l，质量为 m。现将细棒放在粗糙的水平桌面上，棒可绕其端点 O 的竖直轴转动，已知棒与桌面的摩擦系数为 μ。则细棒绕轴转动时所受的摩擦力矩为________；细棒从初速度 ω_0 开始到停止转动所经过的时间为________。



(a) (b)

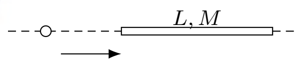
9. 如图 (b) 所示，一光滑细杆上端由光滑铰链固定，杆可绕其上端任意角度的锥面上绕竖直轴 OO' 匀角速度转动。有一个小环套在杆的上端处，开始时使杆在一个锥面上运动起来，而后小环由静止开始沿杆下滑。在小环下落过程中，小环、杆和地球系统的机械能__________，小环加杆对轴 OO' 的动量矩__________。（两个空填“增大、减小或不变”）

10. 两人各持一均匀直棒的一端，棒的重力为 W，一人突然放手，在此瞬间，另一人感到手上的力变为__________。(均质直杆对过其端点且垂直直杆的轴的转动惯量 J= 1/3 ml²)

三、计算题

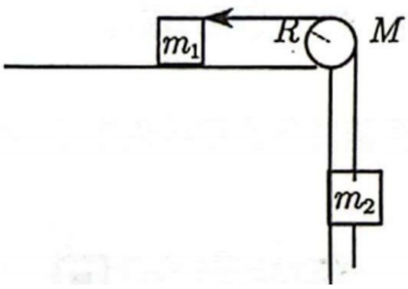
1. 质量为 m=2kg 的物体，在合外力 $\vec{F}=3\vec{i}+2t\vec{j}(SI)$ 的作用下，从静止开始运动，式中 $\vec{i}$、$\vec{j}$ 分别为 x、y 方向单位矢量。求当 t=1s 时物体速度的大小 v

2. 一质点 m 处在一长度为 L、质量为 M 的均质细杆的延长线上，且质点离杆近端距离为 l。求该质点 m 所受万有引力的大小为 (万有引力常量为 G)。



3. 轻绳的一端系着质量为 m 的小球，另一端穿过光滑水平桌面中心的小孔用手拉紧。开始时使小球以角速度 ω_1 在桌面上做半径为 r_1 的圆周运动，然后缓缓将绳下拉，使运动半径缩小为 r_2。
试求：(1) 半径缩小后小球的角速度 ω_2；(2) 在此过程中对小球做的功。

4. 如图所示的系统，滑轮可视为半径为 R、质量为 M 的均质圆盘，滑轮与绳子间无滑动，水平面光滑，若 m_1 =50kg, m_2 =200kg, M =15kg, R =0.10m ，求物体的加速度及绳中的张力。



5. 如图所示，长为 h、质量为 M 的均质杆，一端悬挂于 O 点，并可绕通过 O 点垂直于纸面的光滑轴转动。今使杆自水平位置无初速度地落下，在铅垂位置与静止的、质量为 m 的物体 A 在极短的时间作完全非弹性碰撞，碰撞后物体 A 沿水平方向滑动的距离为 x。试求物体 A 与水平面之间的滑动摩擦系数 μ。

2022-2023 学年第二学期阶段 1 考试试卷答案

一、选择题

1. A

解析. 已知 $x = 5t^2 - 3t^3$, 求导得

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 10t - 9t^2,\ a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 10 - 18t$$

代入 $t = 2s$ 条件后得，$v = -16$，$a = -26$，即 v 与 a 同向，质点正在加速 □

2. B

解析.

A 选项，子弹射入过程中部分机械能转化为摩擦产生的热能，机械能不守恒

B 选项，水平方向上系统合外力为零，动量守恒

C 选项，二者所受冲量大小相等，但方向相反

D 选项，同 A 选项 □

3. C

解析. 根据力矩的定义，刚体定轴转动定理，有

$$\boldsymbol{M_o} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}, \quad \boldsymbol{J_z}\frac{\mathbf{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathbf{dt}} = \boldsymbol{M_0}$$

可知，作用在定轴转动刚体上的合力矩越大，刚体转动的角加速度就越大 □

4. D

解析. 对于万有引力、库仑力、弹簧弹力等保守力，它们做功的大小等于势能变化量的大小，一般不为零，但不排斥为零的情况 □

5. C

解析. 对于该竖直轴，合外力的力矩为零，动量矩守恒 □

6. B

解析.

动量守恒：$F_1 = F_2$，系统水平方向合力为零，动量守恒

机械能不守恒：F_1, F_2 在运动过程中做功 □

7. C

解析. 细杆对于下端接触处 O 的转动惯量 $J_0 = \frac{1}{3}ml^2$，转动动能 $E_k = \frac{1}{2}J_0\omega^2$

+ 由能量守恒定理，

$$\frac{1}{2}mgl = \frac{1}{2}J_0\omega^2 = \frac{1}{6}m\omega^2 l^2$$

解得，$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$，所以 A 端速度为 $v = \omega l = \sqrt{3gl}$ □

8. B

解析. 角动量显然守恒，$L_B = L_A$

从远地点 A 到近地点 B，地球对卫星的引力做正功，所以 $E_{kB} > E_{kA}$ □

9. C

解析. 套用引力势能公式 $E_G = -\frac{GMm}{R}$，圆环各处对于圆心的质量点的距离均为 R，所以前面的公式中可以直接看作 $M = 2\pi\lambda R$，代入后得到 $E_G = \frac{2\pi G\lambda m}{R}$

引力显然为 0 □

10. C

解析. 对于通过环心并与环面垂直的轴，圆环上各处质量微元 $\mathrm{d}m$ 的距离均为 r，由转动惯量计算公式 $J_0 = \oint\limits_l \mathrm{d}mr^2$ 可知 $J_A = J_B$ □

二、填空题

1. $-9 + 12t - 3t^2$; $12 - 6t$

解析. 对 $x = 10 - 9t + 6t^2 - t^3$ 分别求一阶导数，二阶导数 □

2. 1; $\sqrt{2}$

解析. 对 $\theta = \frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}$ 求导得，$\omega = t$，$\beta = 1$

所以，$t = 1s$ 时，$v = \omega t = 1\ m/s$，切向$a_\tau = r\beta = 1\ m/s^2$，径向$a_r = \omega^2 r = 1\ m/s^2$

故，$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_r^2} = \sqrt{2}\ m/s^2$ □

3. 64J; $16N \cdot s$

解析.

$$
\begin{aligned}
&W = \int_0^4 (4+6x)\,\mathrm{d}x = 64\mathrm{J}, F = ma = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x},\\
&\int_0^v v\mathrm{d}v = \int_0^x \frac{1}{2}(4+6x)\,\mathrm{d}x, \therefore v = \sqrt{4x+3x^2}\\
&I = m\Delta v = 2\times\left(\sqrt{4\times 4 + 3\times 4^2} - 0\right) = 16\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

□

4. $-kx\vec{i} - ky\vec{j}$

解析. $\vec{F} = -\nabla E_p = -kx\vec{i} - ky\vec{j}$ □

5. $\frac{2GMm}{3R}$

解析. 以地球表面为势能零点，$E_p = \int_{3R}^{R} -\frac{GMm}{r^2}\,\mathrm{d}r = \frac{2GMm}{3R}$ □

6. $\frac{97}{3}J$

解析. $W = \int F_x\,\mathrm{d}x + \int F_y\,\mathrm{d}y = \int_0^2 2y^2\,\mathrm{d}y + \int_0^3 3x^2\,\mathrm{d}x = \frac{97}{3}J$ □

7. 3ω；增大

解析. 角动量守恒，$J_0\omega_0 = \frac{J_0}{3}\omega$，故角速度变为 $\omega = 3\omega_0$

转动动能公式 $E_k = \frac{1}{2}J_0\omega^2$，代入后得 $E_k' = 3E_k$, 转动动能增大 □

8. $\frac{1}{2}\mu mgl$；$\frac{2\omega_0 l}{3\mu g}$

解析.

$M_f = \int \mu gr\,\mathrm{d}m = \int_0^l \mu\frac{m}{l}gr\,\mathrm{d}r = \frac{1}{2}\mu mgl$；$\beta = \frac{M_f}{J} = \frac{\frac{1}{2}\mu mgl}{\frac{1}{3}ml^2} = \frac{3\mu g}{2l}$

所以，$\Delta t = \frac{\omega_0 - 0}{\beta} = \frac{2\omega_0 l}{3\mu g}$

□

9. 不变；不变

解析. 小环、杆和地球系统外力做功为零，所以机械能守恒；小环和杆在水平方向上没有受到合外力矩的作用，所以对于轴 OO' 角动量守恒 □

10. $\frac{W}{4}$

解析. 以边缘点为轴 $W\frac{l}{2} = \left(\frac{1}{3}ml^2\right)\beta \Rightarrow \beta = \frac{3W}{2ml}$，以质心为轴 $F\frac{l}{2} = \left(\frac{ml^2}{12}\right)\beta$

解得，$F = \frac{W}{4}$ □

三、计算题

1. $\frac{1}{2}\sqrt{10}\ m/s$

解析. 计算$t \in [0,1]$过程中，合外力$\vec{F}$的冲量$\vec{I}$

$$\vec{I} = \int \vec{F}\,\mathrm{d}t = \int_0^1 (3\vec{i} + 2t\vec{j})\,\mathrm{d}t = 3\vec{i} + \vec{j},\ \vec{I} = m\vec{v}$$

解得，$\vec{v} = \frac{3}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$

所以速度大小 $|\vec{v}| = \frac{1}{2}\sqrt{10}\ m/s$ □

2. $\frac{GMm}{L}\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L+l}\right)$

解析. 所受万有引力的大小为：

$$F = \int \frac{Gm\mathrm{d}M}{r^2} = \int_l^{L+l} \frac{Gm}{r^2}\frac{M}{L}\mathrm{d}r = \frac{GmM}{L}\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L+l}\right)$$

□

3. $\omega_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2}\omega_1$；$\frac{1}{2}m\omega_1^2 r_1^2\left(\frac{r_1^2}{r_2^2} - 1\right)$

解析.

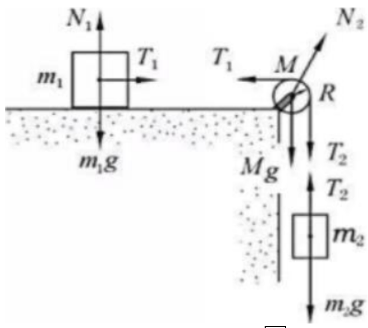
(a) 由角动量守恒，$m\omega_1 r_1^2 = m\omega_2 r_2^2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2}\omega_1$

(b) 对小球做的功，等于小球的动能增量

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}m\omega_2^2 r_2^2 - \frac{1}{2}m\omega_1^2 r_1^2 = \frac{1}{2}m\omega_1^2 r_1^2\left(\frac{r_1^2}{r_2^2} - 1\right)$$

□

4. $a_2 = 7.61\ m/s;\ T_1 = 381\ N;\ T_2 = 440\ N$



解析. 根据右图假设，有

$$T_1 = m_1 a,\ m_2 - T_2 = m_2 a,\ (T_2 - T_1)R = (\frac{1}{2}MR^2)\beta,\ a = \beta R$$

解得，$a_2 = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + M/2} = 7.61\mathrm{m/s^2}$,

$T_1 = m_1 a = 381\mathrm{N},\ T_2 = m_2(g - a) = 440\mathrm{N}$

□

5. $\mu = \frac{3M^2h}{16(M+3m)^2}$

解析. 根据刚体转动的动能定理，得

$$Mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2}J_0\omega^2,\ J_0 = \frac{1}{3}Mh^2\ \Rightarrow\ \omega = \sqrt{\frac{3g}{h}}$$

由角动量守恒得，$J_0\omega = J_0\omega' + mv_A h$

发生完全非弹性碰撞，故有：$v_A = l\omega' \Rightarrow v_A = \frac{M}{M+3m}\sqrt{3gh}$

根据动能定理：$\frac{1}{2}mv_A^2 - 0 = \mu mgs$，故 $\mu = \frac{3M^2h}{16(M+3m)^2}$

□

2020-2021 学年第二学期期中考试试卷

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1、一质点在平面上作一般曲线运动，其瞬时速度为 $\vec{v}$，瞬时速率为 v，某一时间内的平均速度为 $\overline{\vec{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$，它们之间的关系必定有（　　）.

A. $|\vec{v}| = v$，$|\overline{\vec{v}}| = \bar{v}$　　　　B. $|\vec{v}| \neq v$，$|\overline{\vec{v}}| = \bar{v}$

C. $|\vec{v}| \neq v$，$|\overline{\vec{v}}| \neq \bar{v}$　　　　D. $|\vec{v}| = v$，$|\overline{\vec{v}}| \neq \bar{v}$

2、某物体沿 x 轴作直线运动，加速度 a 与时间 t 以及速度 v 的关系式为 $a = -kv^2 t$, 式中 k 为大于零的常量。已知物体的初速度为 v_0, 则速度 v 与时间 t 的函数关系为：

（　　）.

A. $v = -\frac{1}{2}kt^2$　　　　B. $v = (-\frac{1}{2}kt^2)^{-1}$

C. 、$v = (\frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0})^{-1}$　　　　D. $v = \frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$

3、已知地球的半径为 R，质量为 M。现有一质量为 m 的物体，在离地面高度为 $2R$ 处，以地球和物体为系统，若取地面为势能零点，则系统的引力势能为（G 为万有引力常量）（　　）.

A. -$\frac{GMm}{3R}$　　　　B. -$\frac{GMm}{2R}$

C. $\frac{2GMm}{3R}$　　　　D. $\frac{GMm}{2R}$

4、以下四种说法中，哪一种是正确的（　　）.

A、作用力与反作用力的功一定是等值异号

B、内力不能改变系统的总机械能

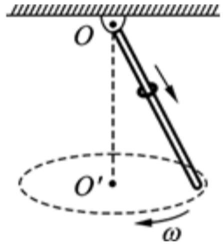
C、摩擦力只能作负功

D、同一个力作功，在不同的参考系中，也不一定相同

5、质点沿半径为 R 的圆周按下列规律运动，路程（弧长）$s = bt - \frac{1}{2}ct^2$，式中 b、c 为正的常量，且 $\frac{b^2}{c} < R$。则在切向加速度与法向加速度数值达到相等以前所经历的时间为（　　）.

A. $\frac{b}{c} + \sqrt{\frac{R}{c}}$　　　　B. $\frac{b}{c} - \sqrt{cR}$

C. $\frac{b}{c} - cR^2$　　　　D. $\frac{b}{c} + cR^2$

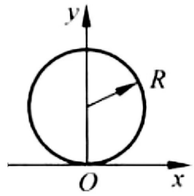


6、如图所示，一光滑细杆上端由光滑绞链固定，杆可绕其上端在任意角度的锥面上绕竖直轴 OO' 作匀角速度转动。有一小环套在杆的上端处，开始时使杆在一个锥面上运动起来，而后小环由静止开始沿杆下滑。在小环下滑过程中，小环、杆和地球系统的机械能以及小环加杆对轴 OO' 的动量矩这两个量中（　　）.

A. 机械能、动量矩都守恒　　　　B. 机械能守恒，动量矩不守恒

C. 机械能不守恒，动量矩守恒　　　　D. 机械能、动量矩都不守恒

7. 一质点在如图所示的坐标平面内作圆周运动，有一力 $\vec{F} = F_0(x\hat{i} + y\hat{j})$ 作用在质点上，则该质点从坐标原点运动到 $(0, 2R)$ 位置的过程中，力 $\vec{F}$ 对它所做的功为 (　　).



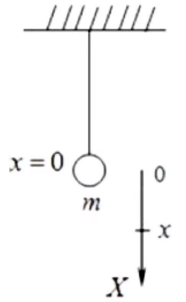
A. F_0R^2　　B. $2F_0R^2$　　C. $3F_0R^2$　　D. $4F_0R^2$

8、有两个半径相同，质量相等的圆环 A 和 B，A 环的质量分布均匀，B 环的质量分布不均匀。它们对通过环心并与环面垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B，则 (　　).

A. $J_A > J_B$　　B. $J_A < J_B$

C. $J_A = J_B$　　D. 不能确定 J_A、J_B 哪个大

9、如图所示，一端悬挂在天花板上的铅垂橡皮筋，其张力的大小按 $f = ax^2$ 变化，a 是一个正的常量，下端不挂重物时作为坐标原点，橡皮筋质量不计。今在其下端悬挂一质量为 m 的物体，在 $x = 0$ 处自静止释放，则物体能达到的最大位移为 (　　).



A. F_0R^2　　B. $2F_0R^2$　　C. $3F_0R^2$　　D. $4F_0R^2$

10、两人各持一均匀直棒的一端，棒重 W，一人突然放手，在此瞬间，另一人感到手上的力变为 (　　).（均质直杆对过其端点且垂直直杆的轴的转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$）

A. $W/3$　　B. $W/2$

C. $3W/4$　　D. $W/4$

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

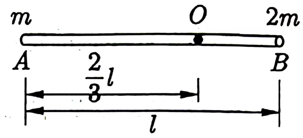
1. 一运动质点在某瞬时矢径为 $\vec{r}(x, y)$ ，其速度的大小为_____。

3. 一个力 F 作用在质量为 1.0kg 的质点上，使之沿 x 轴运动。已知在此力作用下质点的动学方程为 $x = 3t - 4t^2 + t^3$ (SI)。在 0 到 4s 的时间间隔内，力 F 的冲量大小 $I =$_____。

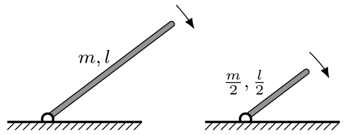
4. 一质量为 m 的小球，以速率为 v_0、与水平面夹角为 60° 的仰角作斜抛运动，不计空气阻力，小球从抛出点到最高点这一过程中所受合外力的冲量大小为_____；冲量的方向_____.

5. 已知一质点在某二维引力场中运动，该引力场相对应的势能为：$U(x, y) = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$，$k$ 为常数。则质点所受的力为（用直角坐标以矢量形式表示）$\vec{F} =$_____.

6. 一均质细棒，质量为 m，长为 L，静止于光滑的水平面上，有一水平冲力 F 垂直作用于棒上，力 F 的冲量为 $F\Delta t$，则棒的质心速度 $v_c =$_____.



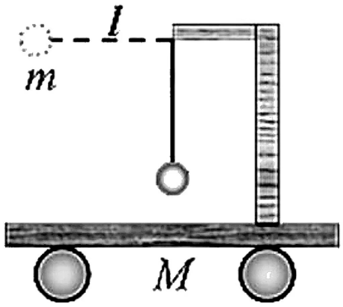
7. 如图所示，质量为 m 和 $2m$ 的两个质点 A 和 B，用一长为 l 的轻质细棒（质量不计）相连，系统绕通过杆上 O 点且与杆垂直的轴转动。已知 O 点与 A 点相距 $\frac{2l}{3}$，B 点的线速度为 v，且与杆垂直。则该系统对轴的转动惯量为_____，角动量大小为_____.



8、一根质量为 m、长为 l 的细而均匀的棒，其下端铰接在水平地板上并竖直地立起，如让它掉下，则棒将以角速度 ω 撞击地板。如图将同样的棒截成长为 $\frac{l}{2}$ 的一段，初始条件不变，则它撞击地板时的角速度最接近于_____.

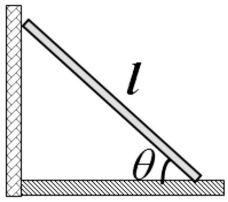
三、计算题（共 50 分）

1. 质点沿 x 轴运动，其加速度与位置坐标的关系为 $a = 3 + 6x^2$(SI)。如果质点在原点处的速度为零，试求：其在任意位置处的速度。

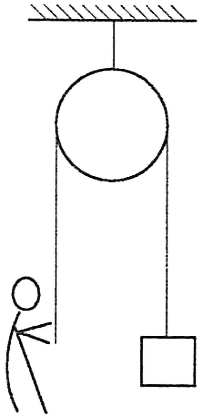


2、静止于光滑水平面上的一质量为 m' 的车上悬挂一长为 l，质量为 m 的小球，开始时，摆线水平，摆球静止于 A，后突然放手。试求：当摆球运动到摆线呈铅直位置的瞬间，摆球相对地面的速度大小。摆线不可伸长。

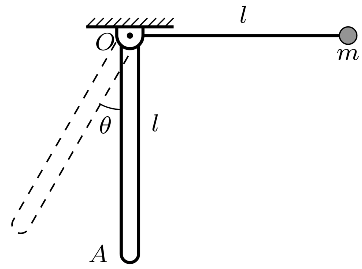
3、一长为 l，重为 P 的均匀梯子，靠墙放置，墙光滑。当梯子与地面成 θ 角时处于平衡状态，试求：梯子与地面的摩擦力。



4. 一具有光滑转轴的定滑轮，半径为 R，质量为 $m/4$，质量均匀分布在定滑轮的边缘上。一轻绳跨过该定滑轮，轻绳与滑轮间无相对滑动，其左端有一质量为 m 的人爬在轻绳上，而右端则系了一质量为 $m/2$ 的重物，如图所示。试求：当人相对于轻绳匀速向上攀爬时，重物上升的加速度。



5、长为 l 的均匀细棒，一端悬于 O 点，自由下垂。如图所示。一单摆也悬于 O 点，摆线长也为 l，摆球质量为 m。现将单摆拉到水平位置后静止释放，摆球在 A 处与棒作完全弹性碰撞后恰好静止试求：(1) 细棒的质量 M；(2) 碰后细棒摆动的最大角度 θ。(均质直杆对过其端点且垂直直杆的轴的转动惯量为 $\frac{1}{3}Ml^2$)



2020-2021 学年第二学期期中考试解析

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. D

解析. 瞬时速度的大小等于瞬时速率, $|\vec{v}| = v$; 平均速度不等于平均速率, $|\overline{\vec{v}}| \neq \overline{v}$ □

2. C

解析. $-kv^2t = \frac{dv}{dt}$, $\int_0^t -kt\,dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v^2}$, $\therefore v = (\frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0})^{-1}$ □

3. C

解析. $U = \int_{3R}^{R} -\frac{GMm}{r^2}dr = \frac{2GMm}{3R}$ □

4. D

解析. 作用力与反作用力的功不一定等值异号；内力能改变系统的总机械能；摩擦力也可以作正功。 □

5. A

解析. $v = \frac{dS}{dt} = b - ct$, $a_t = \frac{dv}{dt} = -c$, $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b-ct)^2}{R}$
$\frac{(b-ct)^2}{R} = c \Rightarrow t = \frac{b}{c} + \sqrt{\frac{R}{c}}$ □

6. A

解析. 细杆光滑，无摩擦力做功，系统内只有重力做功，机械能守恒；小环加杆对轴 OO' 的外力矩和为零，动量矩守恒。 □

7. B

解析. $A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F_x dx + \int F_y dy = \int_0^0 F_0 x dx + \int_0^{2R} F_0 y dy = 2F_0R^2$ □

8. C

解析. $J = \int r^2 dm$, 两圆环半径相等，质量相等，则 $J_A = J_B$. □

9. B

解析. 由动能定理，

$$0 = mgX - \int_0^x ax^2 dx$$

因此，$X = \sqrt{\frac{3mg}{a}}$ □

10. D

解析. 以手为轴, $W\frac{l}{2} = (\frac{1}{3}ml^2)\beta$; 以质心为轴, $F\frac{l}{2} = (\frac{1}{12}ml^2)\beta$, 比较两式得 $F = \frac{W}{4}$. □

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1. $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

解析. $v=\sqrt{v_x^2+c_y^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$ □

3. $16\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s}$

解析. $v=3-8t+3t^2\ (\mathrm{SI}), I=mv_4-mv_0=16\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s}$ □

4. $\frac{\sqrt{3}}{2}mv_0$; 竖直向下

解析. $I=|m\Delta\vec{v}|=mv_0\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}mv_0$, 方向竖直向下 □

5. $-kx\vec{i}-ky\vec{j}$

解析. $\vec{F}=-\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}\vec{i}-\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}y}\vec{j}=-kx\vec{i}-ky\vec{j}$ □

6. $\frac{F\Delta t}{m}$

解析. $F\Delta t=mv_c-0, \therefore v_c=\frac{F\Delta t}{m}$ □

7. $\frac{2}{3}ml^2$;　$2mvl$

解析. $J=m\left(\frac{2}{3}l\right)^2+2m\left(\frac{l}{3}\right)^2=\frac{2}{3}ml^2, L=m\frac{v}{l/3}\left(\frac{2}{3}l\right)^2+2mv\left(\frac{l}{3}\right)=2mvl$ □

8. $\sqrt{2}\omega$

解析. $mg\frac{l}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ml^2\right)\omega^2, \frac{m}{2}g\frac{l}{4}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\frac{m}{2}\frac{l^2}{4}\right)\omega'^2, \therefore \omega'=\sqrt{2}\omega$ □

三、计算题（共 50 分）

1. **解析.** $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}, \int_0^x(3+6x^2)\mathrm{d}x=\int_0^v v\mathrm{d}v, \therefore v=\sqrt{6x+4x^3}(\mathrm{SI})$ □

2. **解析.** 设摆球和车相对地面的速度分别为 v_m、v_M，以车和摆球为系统，机械能守恒，水平方向动量守恒

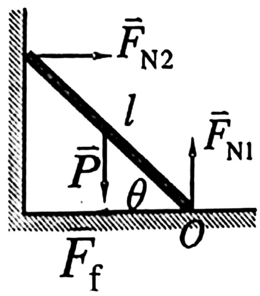
$$mgL=\frac{1}{2}mv_m^2+\frac{1}{2}m'v_M^2,\quad mv_m+m'v_M=0$$

解得：$v_m=\sqrt{\frac{2gL}{1+m'/m}}$ □

3. **解析.** 刚体平衡的条件：$F_f-F_{N2}=0, P-F_{N1}=0$ 以 O 为转动中心，梯子受的合外力矩为 $P\frac{l}{2}\cos\theta-F_{N2}l\sin\theta=0$，解得:

$$F_f=\frac{P}{2\tan\theta}$$

□



4. **解析.** 选人、滑轮与重物为系统，设 u 为人相对绳的速度，v 为重物上升的速度，系统对轴的角动量

$$L=\frac{m}{2}vR+m(v-u)R+\left(\frac{m}{4}R^2\right)\omega=\frac{7}{4}mvR-muR$$

根据动量定理 $M=\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$

$$mgR-\frac{m}{2}gR=\frac{7}{4}mR\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}-mR\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t},\quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=0$$

即

$$\frac{m}{2}gR=\frac{7}{4}mR\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{7}{4}mRa$$

解得：$a=\frac{2g}{7}$ □

5. **解析.**

$$mgl=\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow v_0=\sqrt{2gl}$$

$$mv_0l=\frac{1}{3}Ml^2\omega,\quad \frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Ml^2\right)\omega^2$$

解得：$M=3m$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Ml^2\right)\omega^2=Mg\frac{l}{2}(1-\cos\theta),\therefore\theta=\arccos\frac{1}{3}=70.5^\circ$$

□

2019-2020 学年第二学期阶段 1 考试试卷

一、计算题（本题 10 分）

一质点运动学方程为 $x = t^2$，　$y = (t-1)^2$，其中 x，y 以 m 为单位，t 以 s 为单位。

(1) 试写出质点的轨迹方程；

(2) 质点的速度大小何时取极小值?

(3) 试求当速度大小等于 10 m/s 时，质点的位置坐标；

(4) 试求时刻 t 质点的切向和法向加速度的大小。

二、计算题（本题 5 分）

已知质点沿 x 轴运动，其加速度和坐标的关系为 $a = 2 + 6x^2$（a 以 $\mathrm{m/s^2}$ 为单位，x 以 m 为单位)，且质点在 $x = 0$ 处的速率为 10 m/s。试求该质点的速度 v 与坐标 x 的关系。

三、计算题（本题 5 分）

一物体沿 x 轴方向的运动方程为 $x = bt^2$，物体在运动中所受阻力 f 与速度 v 的关系为 $f = -kv^2$，其中 b、k 为常量。试求：

(1) 物体在任意时刻的速度和加速度；

(2) 物体从 $x = 0$ 处运动到 $x = l$ 处，该过程中阻力所做的功。

四、计算题 （本题 10 分）

双原子分子中，两原子之间的相互作用力所对应的势能函数可表示为：

$$U(x) = \frac{a}{x^{12}} - \frac{b}{x^6}$$

其中 a 和 b 为两已知的正系数，x 为两原子间的距离。求：

(1) 两原子达到稳定平衡时的距离 x_{m}

(2) 两原子的相互作用力函数 $F(x)$

(3) 将这分子拆散为两个孤立原子所需的最小能量 E_{c}（即将原子由稳定平衡时的间距分开到相隔无穷远所需要能量）。

五、计算题（本题 10 分）

质量为 M、长为 L 的木块静置于水平地面，质量为 m 的子弹以水平初速度 v_0 射入木块。问：

(1) 当木块固定在地面上时，子弹射入木块的水平距离为 $L/2$。欲使子弹水平穿过木块（刚好射穿），子弹的速度 v_1 最小将是多少？

(2) 木块固定，且地面是光滑的。当子弹仍以速度 v_0 水平射入木块，相对木块进入的深度（木块对子弹的阻力视为不变）是多少？

(3) 在 (2) 中，从子弹开始射入到子弹与木块无相对运动时，木块移动的距离是多少？

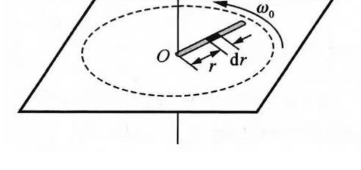
六、计算题（本题 10 分）

如图所示，一根质量均匀分布的细棒长为 l，质量为 m。现将细棒放在粗糙的水平桌面上，棒可绕其水平轴 O 的垂直轴转动，已知棒与桌面的摩擦系数为 μ，棒的初始角速度为 ω_0，试求：

(1) 细棒对给定轴的转动惯量；

(2) 细棒绕轴转动时所受到的摩擦力矩；

(3) 细棒从角速度 ω 开始到停止转动所经过的时间。



七、计算题 （本题 10 分）

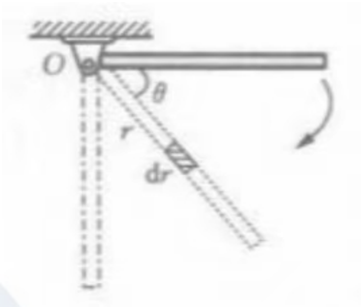
长为 l，质量分布不均匀的细杆，其线密度为 $\lambda = a + br$ （a, b 为常量），细杆可绕轴 z 在铅直平面内运动，如图所示，忽略轴 z 的摩擦力，将杆从水平位置释放，试求：

(1) 杆相对轴 z 的转动惯量；

(2) 杆转动到角 θ 时杆所受的对轴 z 的力矩；

(3) 杆转动到角 θ 时的角加速度 β ；

(4) 杆转到铅直位置时，杆所具有的角速度 ω。

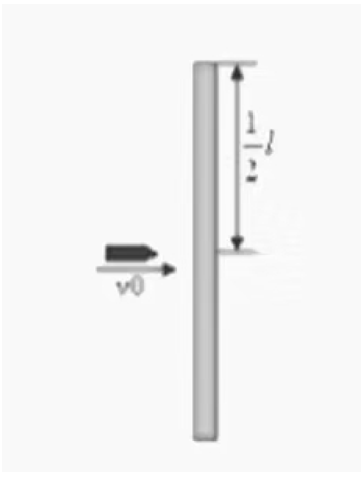


八、计算题 （本题 10 分）

如图所示，一长为 l，质量为 M 的均匀细棒恰恰通过其上端 O 点的光滑水平面固定轴上（棒绕此轴转动惯量为 $I = \frac{1}{3}Ml^2$）。现有一质量为 m 的子弹以水平速度 v_0 射向棒的中心，并以 $\frac{v_0}{2}$ 的速度穿出棒，试求：

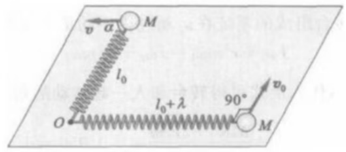
(1) 子弹穿出棒时，棒的角速度是多少?

(2) 如果此后棒的最大偏转角恰为 $90°$，则 v_0 的大小是多少?



九、计算题（本题 10 分）

原长为 L_0，劲度系数为 k 的弹簧，一端固定在一光滑水平面的 O 点，另一端系一质量为 M 的小球。开始时，弹簧被拉长 λ，并给予小球一与弹簧垂直的初速度 v_0，如图所示。求当弹簧恢复其原长 L_0 时，小球速度 v 的大小和方向（即夹角 α）。



十、计算题（本题 10 分）

地面上，A, B 两点相距 100m，一短跑选手由 A 跑到 B 历时 10s，试问在与运动员同方向运动，飞行速度为 $0.6c$ 的飞船中观察，这选手由 A 到 B 跑了多远距离？经历多长时间？速度的大小和方向如何？

十一、计算题 （本题 10 分）

假设宇宙飞船从地球出发，沿直线到达月球，距离为 3.84×10^{8} m，在地球上测得宇宙飞船的速率为 $0.30c$，试求：

(1) 根据地球上的时钟，这次旅行花费的时间；

(2) 根据在宇宙飞船上所做的测量，地球和月球的距离；

(3) 宇宙飞船的时钟所记录的旅行时间。($c=3\times10^{8}$ m/s)

十二、计算题 （本题 5 分）

设快速运动的介子的能量量为 $E=3000$ MeV，而这种介子在静止时的能量为 $E_0=100$ MeV。若这种介子的固有寿命为 $\tau_0=2\times10^{-6}$ s，试求：

(1) 介子的运动速度；

(2) 介子在衰变前运动的距离（光速 $c=3\times10^{8}$ m/s）。

2019-2020 学年第二学期阶段 1 考试解析

一、计算题 （本题 10 分）

1. **解析.** (1) $\sqrt{x} = \sqrt{y+1}$

(2) $v_x = 2t,\ v_y = 2(t-1),\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2v^2t^2 - 2t + 1},\ \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}\ s$

(3) $2v^2t^2 + 1 = 10 \Rightarrow t = 4\ s$, 位置坐标$(x, y) = (16, 9)$

(4) $a = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 2\sqrt{2}\ \mathrm{m/s^2}$

切向加速度:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{4t-2}{\sqrt{2t^2 - 2t + 1}}$$

法向加速度:

$$a_n = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = \sqrt{8 - \frac{(4t-2)^2}{2t^2 - 2t + 1}} = \frac{2}{\sqrt{2t^2 - 2t + 1}}$$

□

二、计算题（本题 5 分）

解析.

$$a = 2 + 6x^2 = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}, \quad \int_0^x (2 + 6x^2)dx = \int_0^{10} v\,dv, \quad v^2 = 4x^3 + 4x + 100$$

□

三、计算题（本题 5 分）

解析.

$$v = \frac{dx}{dt} = 2bt,\ \frac{dv}{dt} = 2b$$

□

解析.

$$f = -kv^2 = -4kbt^2 - 4kbx,\ W_f = \int_0^l -4kbdx = -2kbl^2$$

□

四、计算题（本题 10 分）

解析.

$$U'(x)=\frac{12a}{x^{13}}+\frac{6b}{x^7}=0\Rightarrow x_m=\left(\frac{2a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$$

$$F(x)=-\frac{dU(x)}{dx}=\frac{12a}{x^{13}}-\frac{6b}{x^7}$$

$$E_d=-\int_{x_m}^{\infty}Fdx=-\int_{x_m}^{\infty}\left(\frac{12a}{x^{13}}-\frac{6b}{x^7}\right)dx=\frac{b^2}{4a}$$

□

五、计算题（本题 10 分）

解析.

（1）设木块对子弹的阻力为 f，则有：

$$-f\frac{L}{2}=0-\frac{1}{2}mv_0^2,\quad -fL=0-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow f=\frac{mv_0^2}{L},\quad v_1=\sqrt{2v_0}$$

(2) $mv_0=(M+m)v$，则有：

$$v=\frac{mv_0}{M+m}$$

设子弹射入木块的深度为 s，则有：

$$-fs=\frac{1}{2}(M+m)v^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow s=\frac{ML}{2(M+m)}$$

(3)

$$fs'=\frac{1}{2}Mv^2-0,\quad s'=\frac{Mm}{2(M+m)^2}L$$

□

六、计算题（本题 10 分）

解析.

(1)

$$J=\int_0^r r^2dm=\int_0^r r^2\frac{m}{l}dr=\frac{1}{3}ml^2$$

(2)

$$M=\int_0^l -\mu gr\,dm=\int_0^l -\mu g\frac{m}{l}r\,dr=-\frac{1}{2}\mu mgl$$

(3)

$$\beta=\frac{M}{J}=-\frac{3\mu gl}{2I},\quad \Delta t=\frac{0-\omega_0}{\beta}=\frac{2\omega_0 l}{3\mu g}$$

□

七、计算题（本题 10 分）

解析.

(1)

$$J=\int_0^r r^2dm=\int_0^r r^2(a+br)dr=\frac{1}{3}al^3+\frac{1}{4}bl^4$$

(2)

$$M=\int_0^{\pi/2} gr\sin\theta dm=\int_0^{\pi/2} gr\sin\theta(a+br)dr=\left(\frac{1}{2}al^2+\frac{1}{3}bl^3\right)g\sin\theta$$

(3)

$$\beta=\frac{M}{J}=\frac{6a+4bl}{4al+3bl^2}g\sin\theta$$

(4)

$$\beta=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d\omega}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}=\omega\cdot\frac{d\omega}{d\theta}\quad\Rightarrow\quad\omega=2\sqrt{\frac{(3a+2bl)g}{4al+3bl^2}}$$

□

八、计算题（本题 10 分）

解析.

$$mv_0\frac{l}{2}=m\frac{v_0}{2}\frac{l}{2}+\frac{1}{3}Ml^2\omega,\quad\omega=\frac{3mv_0}{4Ml}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Ml^2\right)\omega^2=Mg\frac{l}{2},\quad v_0=\frac{4M}{m}\sqrt{\frac{4gl}{3}}$$

□

九、计算题（本题 10 分）

解析.

$$Mv_0(L_0+\lambda)=Mv_0L_0\sin\theta,\quad\frac{1}{2}Mv_0^2+\frac{1}{2}k\lambda^2=\frac{1}{2}Mv^2$$

$$v=\sqrt{\frac{Mv_0^2+k\lambda^2}{M}},\quad\alpha=\arcsin\left(\frac{\sqrt{M}v_0(L_0+\lambda)}{L_0\sqrt{Mv_0+k\lambda^2}}\right)$$

□

十、计算题（本题 10 分）

解析. 设地面为 S 系，飞船为 S' 系，

S 系中：

$$\Delta x=100\,\mathrm{m},\quad\Delta t=10\,\mathrm{s}$$

S' 系中：

$$\Delta x'=\frac{\Delta x-0.6c\,\Delta t}{\sqrt{1-0.6^2}}=-2.25\times10^9\,\mathrm{m}$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{0.6c}{c^2}x}{\sqrt{1-0.6^2}} = 12.5\,\mathrm{s}$$

速度大小为：

$$v' = 0.6c = 1.8\times10^8\,\mathrm{m/s}$$

方向与飞船运动方向相反。 □

十一、计算题（本题 5 分）

解析.

(1)

$$t = \frac{s}{v} = 4.27\,\mathrm{s}$$

(2)

$$s' = s\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 3.84\times10^8\times\sqrt{1-0.3^2} = 3.66\times10^8\,\mathrm{m}$$

(3)

$$t' = \frac{s'}{v} = 4.07\,\mathrm{s}$$

□

十二、计算题（本题 5 分）

解析.

(1)

$$\frac{E}{E_0} = \frac{mc^2}{m_0c^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \therefore v = 2.998\times10^8\,\mathrm{m/s}$$

(2)

$$\tau = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 30\tau_0, \quad l = v\tau = 30v\tau_0 = 1.799\times10^4\,\mathrm{m}$$

□

2014-2015 学年第二学期期中考试试卷

一、单项选择题（每小题 3 分、共 30 分）

1. 一质点沿半径为 1m 的圆形轨道运动，在某一时刻它的角速度为 1rad/s, 角加速度为 1rad/s², 则质点在该时刻的速度和加速度大小分别为（　　）.

   A. 1m/s, 1m/s²　　B. 1m/s, 2m/s²

   C. 1m/s, $\sqrt{2}$m/s²　　D. 2m/s, $\sqrt{2}$m/s²

2. 一质点做匀速率圆周运动时，下列说法正确的是（　　）.

   A. 它的动量不变，对圆心的角动量也不变

   B. 它的动量不变，对圆心的角动量不断改变

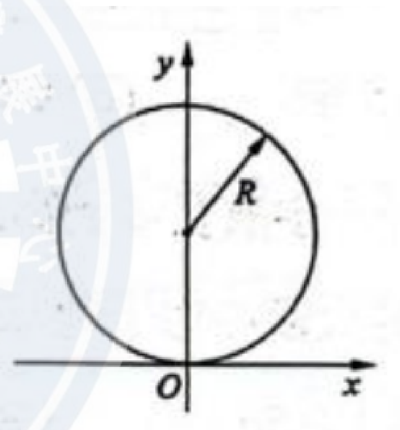
   C. 它的动量不断改变，对圆心的角动量不变

   D. 它的动量不断改变，对圆心的角动量也不断改变

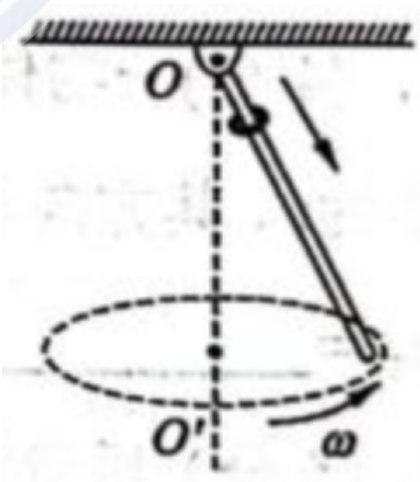
3. 一质点在如图所示的坐标平面内做圆周运动，有一力 $\vec{F} = F_0(x\vec{i} + y\vec{j})$ 作用在质点上。在该质点从坐标原点运动到 $(0, 2R)$ 位置的过程中，力 $\vec{F}$ 对它所做的功为（　　）.

   A. F_0R^2　　B. $2F_0R^2$

   C. $3F_0R^2$　　D. $4F_0R^2$



4. 如图所示，一光滑细杆上端由光滑铰链固定，杆可绕其上端在任意角度的锥面上绕竖直轴 OO' 做匀角速度转动。有一小环套在杆的上端处，开始时使杆在一个锥面上运动起来，而后小环由静止开始沿杆下滑。在小环下滑过程中，小环、杆和地球组成的系统的机械能以及小环加杆对轴 OO' 的角动量，这两个量中（　　）.



   A. 机械能、角动量都守恒　　B. 机械能守恒，角动量不守恒

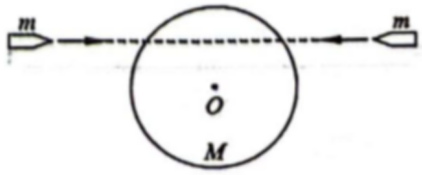
   C. 机械能不守恒，角动量守恒　　D. 机械能、角动量都不守恒

5. 一质量为 2g 的子弹，在枪筒中前进时（沿 x 正方向）所受合力为 $F=400-\frac{8000}{9}x(N)$，其中 x 以 m 为单位，设开枪时子弹在 $x=0$ 处，已知子弹射出枪口的速度为 300m/s，则枪筒的长度为（　　）.

A. $0.17m$　　B. $0.35m$

C. $0.45m$　　D. $0.62m$

6. 一圆盘正绕垂直于盘面的水平光滑固定轴 O 转动，如图射来两个质量相同，速度大小相同，方向相反且在同一条直线上的子弹，子弹射入圆盘并停留在盘内，则子弹射入后的瞬间，圆盘的角速度会（　　）.



A. 增大　　B. 不变

C. 减小　　D. 不能确定

7. 一特殊弹簧，弹性恢复力为 $F=-kx^3$，k 为劲度系数，x 为形变量。现将弹簧水平放置于一光滑的平面上，一端固定，一端与一质量为 m 的滑块相连，弹簧处于自然伸展状态，沿弹簧长度收缩方向给滑块一冲量，使其获得一速度 v, 则弹簧被压缩的最大长度为（　　）.

A. $\left(\frac{4mv}{k}\right)^{\frac{1}{4}}$　　B. $\left(\frac{2mv^2}{k}\right)^{\frac{1}{4}}$　　C. $\sqrt{\frac{m}{k}}v$　　D. $\sqrt{\frac{k}{m}}v$

8. 已知地球的半径为 R，质量为 M。现有一质量为 m 的物体，在离地面高度为 $2R$ 处。以地球和物体为系统，若取地面为势能零点，则系统的引力势能为（G 为万有引力常量）（　　）.

A. $-\frac{GmM}{3R}$　　B. $-\frac{GmM}{2R}$　　C. $\frac{2GmM}{3R}$　　D. $\frac{GmM}{2R}$

9. 一粒子在加速器中被加速，当其动能变为静止能量的 4 倍时，其质量为静止质量的几倍?（　　）.

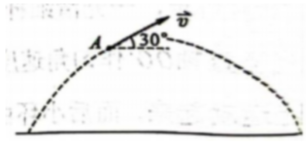
A. 5 倍　　B. 6 倍　　C. 4 倍　　D. 8 倍

10. 一宇航员要到离地球 5 光年的星球去旅行，如果宇航员希望把这段路程缩短为 3 光年，则他乘的火箭相对于地球的速度 v 应为（　　）.

A. $0.5c$　　B. $0.6c$　　C. $0.8c$　　D. $0.9c$

二、填空题 (共 30 分)

1. (4 分) 一物体做如图所示的斜抛运动，测得在轨道 A 点处速度 $\vec{v}$ 的大小为 v，其方向与水平方向夹角成 30°，则物体在 A 点的切向加速度大小 $a=$________________，轨道曲率半径 =________________。



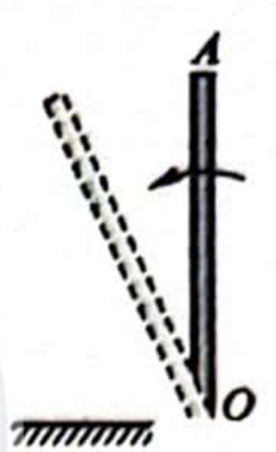
2. (5 分) 质量为 $m=1kg$ 的质点，从静止出发在水平面内沿 x 轴正方向运动。其所受合力方向与运动方向相同，合力大小为 $F=3+2x$。物体在开始运动的 3m 内，合力所做的功 $A=$________ J. 当 $x=3m$ 时，其速率 $v=$________ m/s.

3. (3 分) 质量为 m 的物体，初速为 0，在外力作用下从坐标原点起沿 x 轴正方向运动，所受外力方向沿 x 轴正向，大小为 $F = kx$。物体从原点运动到坐标为 x_0 点的过程中，所受外力的冲量大小为________________

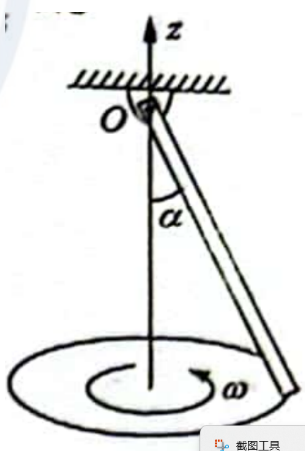
4. (4 分) 已知一质点在某二维引力场中运动，该引力场所对应的势能可表示为 $E_p(x,y) = \dfrac{1}{2}k\left(x^2+y^2\right)$，$k$ 为常数。则质点所受的引力用直角坐标以矢量形式表示为 $\vec{F} =$________；用极坐标以矢量形式表示为 $\vec{F} =$____________.

5. (3 分) 有一半径为 R、质量为 M 的匀质圆盘水平放置，可绕通过盘心的铅直轴自由转动，圆盘对轴的转动惯量为 $J = \frac{1}{2}MR^2$。当圆盘以角速度 ω_0 转动时，有一质量为 m 的橡皮泥（可视为质点）铅直落在圆盘上，粘在距转轴 $R/2$ 处，橡皮泥和圆盘的共同角速度 ω 为________________.

6. (3 分) 一根长为 l，质量为 m 的均质细杆竖直立在地面上，如果此杆以下端接地处 O 为轴转动而倒下，如图所示，则杆的上端 A 到达地面时的速率为________________.



7. (5 分) 如图所示，均质杆长为 l，质量为 m，与 z 轴的夹角为 a，以角速度 ω 绕竖直的 Oz 轴转动，则杆的动量大小为________________，杆的动能为________________，杆对轴 z 的动量矩（角动量）为________________.



8. (3 分) 设有两个静止质量均为 m_0 的粒子，以大小相等、方向相反的速度 v 相撞，合成一个复合粒子，则该复合粒子的静止质量 $M_0 =$____________，运动速度为________.

三、计算题（共 40 分）

1. (10 分) 一质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为：$s = ct - bt^2$，其中 c,b 均为常数，试求：

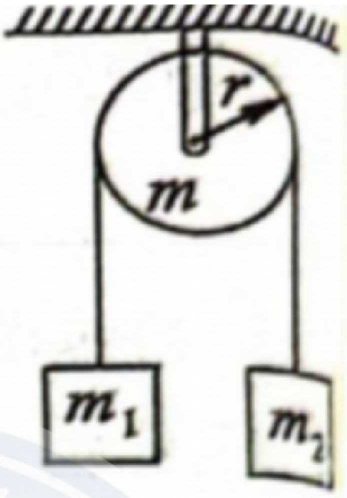
(1) t 时刻质点的加速度大小 a；

(2) 何时加速度的大小等于 $2b$?

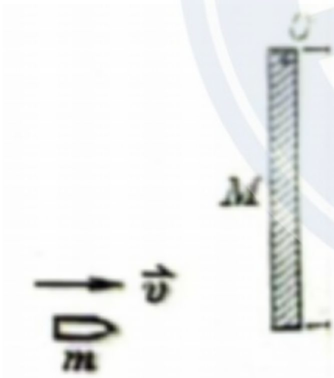
(3) 当加速度大小等于 $2b$ 时，质点沿圆周运动了多少圈?

2. (10 分) 一定滑轮质量为 m，半径为 r，一轻绳两边分别系质量为 m_1 和 m_2 ($m_2>m_1$) 的物体并绕在滑轮上，如图所示。若绳不可伸长且绳与滑轮间无相对滑动，不计轴的摩擦。试求：滑轮转动的角加速度和两边绳中的张力 T_1,T_2 大小。

(已知：定滑轮转轴的转动惯量为 $J = mr^2/2$)



3. (10 分) 如图所示，一均质细杆长为 l，质量为 M，上端挂在光滑水平轴 O 上，自由下垂，今有质量为 m 的子弹水平射入其下端而不穿出，此后杆摆至水平位置又开始回落，设从子弹射入到留在杆内用时极短，求子弹进入杆前的速度。



4. (5 分) 一物体的运动速度使其质量增加了 10%，试问：此物体在运动方向上缩短了百分之多少?

5. (5 分) 一空间飞船以 $0.99c$ 的速率飞经地球上空高度 1000m 处，向地球上的观测者发出持续 2 微秒的激光脉冲信号。当飞船正好在观测者头顶垂直于视线飞行时，地面观测者测得脉冲信号的持续时间为多少? 在这一脉冲期间飞船相对于地球飞了多远?

2014-2015 学年第二学期期中考试试卷参考答案

一、选择题

1. C

解析. 速度 $v=\omega r=1m/s$, $a_n=w^2r=1m/s^2$ $a_t=\beta r=1m/s^2$ $a=\sqrt{{a_n}^2+{a_t}^2}=\sqrt{2}m/s^2$ □

2. C

解析. 动量方向一直改变故动量会改变，角动量数值以及方向都不会改变故角动量不变。 □

3. B

解析. 质点在 y 轴方向上运动了 $2R$，在 x 轴方向上运动了 0，故 $W=\int_0^{2R}F_0ydy=2F_0R^2$ □

4. A

解析. 对于小环、杆和地球组成的系统来说，没有外力做功，故机械能守恒。小环和杆对于轴 OO' 的力矩为 0，故角动量守恒。 □

5. C

解析. 子弹动能 $E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times2\times10^{-3}\times300^2=90J$
$W=\int_0^x\left(400-\frac{8000}{9}x\right)dx=400x-\frac{4000}{9}x^2=90J$, 解得$x=0.45$m □

6. C

解析. 子弹射入前后角动量守恒，但是子弹射入盘内，总的转动惯量相比之前圆盘的转动惯量变大是，所以角速度变小。 □

7. B

解析. $\int_0^x kx^3dx=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{1}{4}kx^4=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow x=\left(\frac{2mv^2}{k}\right)^{\frac{1}{4}}$ □

8. C

解析. 取地面为零势能点，则物体从离地面高度为 $2R$ 处运动到地面引力所做功为引力势能，即
$E=\int_{2R}^{R}\frac{GMm}{r^2}dr=-\frac{GmM}{2R}$ □

9. A

解析. $E=4\times m_0c^2+m_0c^2=5m_0c^2$，故质量为静止质量的 5 倍。 □

10. C

解析. $5\times\sqrt{1-(v/c)^2}=3\Rightarrow v=0.8c$ □

二、填空题

1. $\frac{1}{2}g$（2 分），$\frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$（2 分）；

解析. $a_\tau = g\cos 60^\circ = \frac{g}{2}$

$a_n = g\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}g$

$a_n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$ □

2. 18（3 分），6（2 分）；

解析. $A = \int_0^3 (3+2x)dx = 18\mathrm{J}$

$\frac{1}{2}mv^2 = 18 \Rightarrow v = 6m/s$ □

3. $\sqrt{mkx_0^2}$（3 分）

解析. $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k{x_0}^2}{m}}$

冲量 $I = mv = \sqrt{mk{x_0}^2}$ □

4. $-kx\vec{\imath} - ky\vec{\jmath}$（2 分），$-k\vec{r}$（2 分）；

解析. $\vec{F} = -\frac{dE_P}{dr}\frac{\vec{r}}{r} = -k\vec{r} = -k\left(x\vec{i} + y\vec{j}\right)$ □

5. $\frac{2M\omega_0}{2M+m}$（3 分）；

解析. 根据角动量守恒 $J\omega_0 = \left(J + m\left(\frac{R}{2}\right)^2\right)w \Rightarrow \omega = \frac{2M}{2M+m}\omega_0$ □

6. $\sqrt{3gl}$（3 分）；

解析. 细杆的转动惯量为 $J = \frac{1}{3}ml^2, \frac{1}{2}J\omega^2 = mg\times\frac{1}{2}l \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$

$v = \omega l = \sqrt{3gl}$ □

7. $\frac{1}{2}m\omega l\sin\alpha$（2 分），$\frac{1}{6}m\omega^2 l^2\sin^2\alpha$（2 分），$\frac{1}{3}m\omega l^2\sin^2 a$（1 分）**解析.**

动量 $I = \int_0^l \frac{m}{l}\omega x\sin\alpha dx = \frac{1}{2}m\omega l\sin\alpha$

动能 $E_k = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{m}{l}(\omega x\sin\alpha)^2 dx = \frac{1}{6}m\omega^2 l^2\sin^2\alpha$

角动量 $L = \int_0^l \frac{m}{l}w(x\sin\alpha)^2 dx = \frac{1}{3}m\omega l^2\mathrm{sin}^2\alpha$ □

8. $2m_0\sqrt{1-\nu^2/c^2}$（2 分），0（1 分）

解析. $M_0c^2 = 2\times\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow M_0 = 2m_0\sqrt{1-v^2/c^2}$，根据动量守恒定律，相撞后运动速度为 0. □

三、计算题

1. **解析.**

（1） $\nu=\dfrac{ds}{dt}=c-2bt, a_r=\dfrac{d^2s}{dt^2}=-2b, a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{(c-2bt)^2}{R}$,
$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{4b^2+\dfrac{(c-2bt)^4}{R^2}}$ （3+3 分）

（2） $a=\sqrt{[\dfrac{(c-2bt)^2}{R}]^2+(2b)^2}=2b$，$c-2bt=0$，$t=\dfrac{c}{2b}$ （2 分）

（3） $\Delta s=s(t)-s(0)=c\dfrac{c}{2b}-b(\dfrac{c}{2b})^2=\dfrac{c^2}{4b}$，$n=\dfrac{\Delta s}{2\pi R}=\dfrac{c^2}{8\pi Rb}$ （2 分）

□

2. **解析.** $m_2g-T_2=m_2a$ （2 分）；$(T_2-T_1)r=(\frac{1}{2}mr^2)\beta$ （3 分）；
$T_1-m_1g=m_1a$ （2 分），$a=r\beta$ （1 分）
$\beta=\dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2+(1/2)m}\cdot\dfrac{g}{r}$，$T_1=\dfrac{2m_1m_2+(1/2)m_1m}{m_1+m_2+(1/2)m}g$，$T_2=\dfrac{2m_1m_2+(1/2)m_2m}{m_1+m_2+(1/2)m}g$ （2 分） □

3. **解析.** $m\nu_0l=(\frac{1}{3}Ml^2+ml^2)\omega$ （4 分）；
$\omega=\frac{mv_0}{(m+\frac{1}{3}M)l}$，$\frac{1}{2}(\frac{1}{3}Ml^2+ml^2)\omega^2=Mg\frac{l}{2}+mgl$ （4 分）；
$v_0=\dfrac{1}{m}\sqrt{\dfrac{(M+3m)(M+2m)}{3}gl}$ （2 分） □

4. **解析.** $\frac{m-m_0}{m_0}=0.10$，$m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ （2 分），
$\sqrt{1-\beta^2}=\dfrac{1}{1.1}$ （2 分）；
$\dfrac{\Delta I}{l_0}=\dfrac{l_0-l}{l_0}=1-\sqrt{1-\beta^2}=0.091$ （1 分） □

5. **解析.** 飞船为 S' 系，地球为 S 系：S' 系中脉冲间隔为：$\tau'=2\mu s$ （1 分）；
S 系中对应的脉冲间隔：$\tau=\dfrac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}}=14.178\mu s$ （2 分）；
S 系脉冲间隔对应的空间长度：$l=u\tau=\dfrac{u\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}}=4210.75\text{m}$；地面观测到脉冲信号持续时间：$\Delta t=\tau+(\dfrac{\sqrt{h^2+l^2}}{c}-\dfrac{h}{c})=25.27\mu s$ （1 分）；
一个脉冲内飞船相对于地球飞过的距离：$s=u\Delta t=7.505\text{km}$ （1 分） □

2013-2014 学年第二学期期中考试试卷

一、选择题

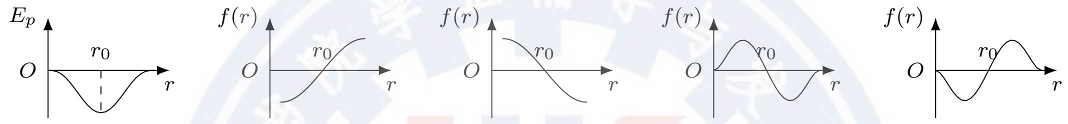
1. 一质点以速度 $v = 4 + t^2(\mathrm{m/s})$ 作直线运动，沿质点运动直线作 OX 轴，并已知 $t = 3\,\mathrm{s}$ 时，质点位于 $x = 9\,\mathrm{m}$ 处，则该质点的运动学方程为（　　）.

   A. $x = 2t$　　B. $x = 4t + \dfrac{t^2}{2}$　　C. $x = 4t + \dfrac{t^3}{3} - 12$　　D. $x = 4t + \dfrac{t^3}{3} + 12$

2. 已知地球的质量为 m_g，太阳的质量为 m_s，地球与日心的距离为 R，万有引力常量为 G，则地球绕太阳做圆周运动的轨道动量矩（角动量）为（　　）.

   A. $m_g\sqrt{Gm_sR}$　　B. $\sqrt{\dfrac{Gm_gm_s}{R}}$　　C. $m_gm_s\sqrt{\dfrac{G}{R}}$　　D. $\sqrt{\dfrac{Gm_gm_s}{2R}}$

3. 一个两体系统的势能（E_p）曲线如图所示，图中 r 是两体之间的距离，问 A、B、C、D 四个图中哪一个正确地表示了该系统的内力（　　）.



（ ）　(A)　(B)　(C)　(D)

4. 对质点系有以下几种说法：
   （1） 质点系总动量的改变与内力无关；（2） 质点系总动能的改变与内力无关；
   （3）质点系机械能的改变与保守内力无关；（4）质点系总势能的改变与保守内力无关。
   在上述说法中（　　）.

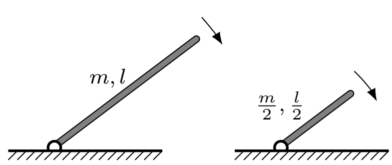
   A. 只有（1）是正确的　　B.（1）和（3）是正确的

   C.（1）和（4）是正确的　　D.（2）和（3）是正确的

5. 一半径为 R、质量为 m 的均匀圆形平板放置在粗糙的水平桌面上，平板与桌面之间的摩擦系数为 μ，现在让平板绕垂直平板中心的轴转动，则摩擦力对轴的力矩为（　　）.

   A. $\dfrac{2}{3}\mu mgR$　　B. μmgR　　C. $\dfrac{1}{2}\mu mgR$　　D. 0

6. 一根质量为 m，长为 l 的细而均匀的棒，其下端绞接在水平地板上并竖直立起，如让它掉下，则棒将以角速度 ω 撞击地板，如图将同样的棒截成长为 1/2 的一段，则它撞击地板时的角速度最接近于（　　）.



   A. 2ω　　B. $\sqrt{2}\omega$　　C. ω　　D. $\dfrac{\omega}{\sqrt{2}}$

7. 一人站在旋转平台中央，两臂侧平举，整个系统以 $2\pi\,\mathrm{rad/s}$ 的角速度旋转，转动惯量为 $6.0\,\mathrm{kg\cdot m^2}$。若将双臂收回，则系统的转动惯量为 $2.0\,\mathrm{kg\cdot m^2}$。此时系统的转动动能与原来的转动动能之比为（　　）.

   A. 3　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

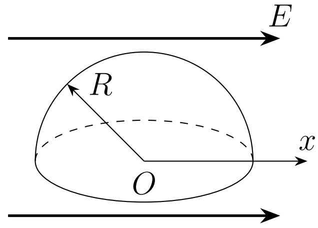
8. 在参考系 S 中，有两个静止质量都是 m_0 的粒子以相同的速率 v 沿同一直线相向运动，碰撞后一起生成新的粒子，则新生成粒子的质量为（　　）.

A. $2m_0$　　B. $2m_0\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$　　C. $\dfrac{1}{2}m_0\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$　　D. $2m_0/\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$

9. 在某地发生两事件，与该处相对静止的甲测得时间间隔为4 s，若相对甲作匀速直线运动的乙测得时间间隔为5 s，则乙相对于甲的运动速度是（　　）.

A. $\dfrac{4}{5}c$　　B. $\dfrac{1}{5}c$　　C. $\dfrac{2}{5}c$　　D. $\dfrac{3}{5}c$

10. 一半径为 R 的半球面放在场强为 E 的均匀电场中，E 的方向与位于半球面的水平投影面上的 x 轴平行，如图，则通过这一半球面的电通量为（　　）.



A. $\dfrac{2}{3}\pi R^3E$　　B. $2\pi R^2E$　　C. πR^2E　　D. 0

二、填空题

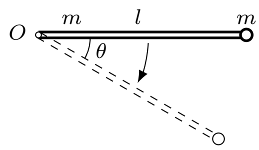
1. 一质点作半径 $R=1\,\mathrm{m}$ 的圆周运动，其运动方程为 $\theta=t^2+3t+2$，当 $t=1\,\mathrm{s}$ 时，质点的角速度大小为________；角加速度大小为________；加速度大小为________.

2. 质量为 m 的快艇以速率 v_0 行驶，关闭发动机后，受到的阻力大小与速度大小的平方成正比，而方向与速度方向相反，即 $f=-kv^2$，k 为常量。则发动机关闭后，快艇行驶距离 x 时的速率为________.

3. 质量为 $m=2\,\mathrm{kg}$ 的物体, 所受力为 $F_x=4+6x$（F_x 以 N 为单位，x 以 m 为单位）, 已知 $t=0$ 时，$x=0$，$v_0=0$，则物体在由 $x=0$ 运动到 $x=4\,\mathrm{m}$ 的过程中，该力对物体所做功的表达式 $A=$________；为其值为________；在 $x=4\,\mathrm{m}$ 处，物体的速率为 $v=$________；在此过程中，该力冲量的大小为 $I=$________.

4. 质量为 m 的人开始站在静止在水面上质量为 M 的船头，船身长度为 l，当人从船头直走到船尾（忽略水对船的摩擦阻力)，人相对水面走的距离为________；船相对水面行过的距离为________.

5. 如图所示，质量为 m，长为 l 的均质细杆，可绕通过其一端的水平光滑轴转动，杆的另一端与一个质量也是 m 的小球固连。当该系统从水平位置由静止转过角度 θ 时，则此过程中力矩所做的功为 $A=$________；系统的动能为 $E_k=$________；角速度为 $\omega=$________.



6. 已知惯性系 S' 相对于惯性系 S 以 $0.5c$ 的速度沿 x 轴的负方向运动, 若从 S' 系的坐标原点 O' 沿 x 轴正方向发出一束光波，则 S 系中测得此光波在真空中的波速为________.

7. 观察者甲以 $0.8c$ (c 为真空中光速) 相对于静止的观察者乙运动。若甲携带一长度为 l、截面积为 S、质量为 m 的棒，该棒沿运动方向被安放，则甲测得此棒的密度为________；乙测得此棒的密度为________.

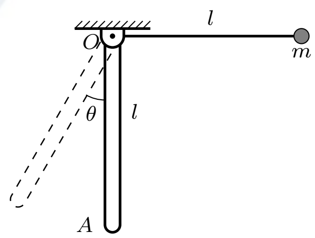
8. 两块无限大的均匀带电平行平板，其电荷面密度分别为 σ（$\sigma > 0$）及 -2σ，则两板间区域的电场强度的大小为________；方向为________.

三、计算题

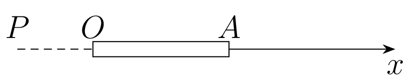
1. 某给定时刻，质点 P 的位置、速度和加速度矢量在直角坐标系下分别为 $\vec{r} = 250\vec{i} + 630\vec{j} + 430\vec{k}$；$\vec{v} = 90\vec{i} + 125\vec{j} + 170\vec{k}$；$\vec{a} = 16\vec{i} + 125\vec{j} + 30\vec{k}$. 求此时刻：
(1) 质点轨迹的切向单位矢量 $\vec{\tau}$（直角坐标系下表示）；
(2) 质点的总加速度、切向加速度和法向加速度大小；
(3) 轨迹的曲率半径.

2. 质量为 m 的均质柔软链条，长为 L，上端悬挂，下端刚和地面接触，现由于悬挂点松脱使链条自由下落，试求：
(1) 链条落到地面上的长度为 l 时，对地面的作用力；
(2) 链条下落过程对地面的平均冲力.

3. 长为 l 的匀质细棒，一端悬于 O 点，自由下垂，如图所示。一单摆也悬于 O 点，摆线长也为 l，摆球质量为 m。现将单摆拉到水平位置后静止释放，摆球在 A 处与棒做完全弹性碰撞后恰好静止。试求：
(1) 细棒的质量 M;
(2) 碰后细棒摆动的最大角度 θ。



4. 如图所示，长为 l 的细直线 OA 的带电线密度为 λ，求：
(1) 当 λ 为常量且 $\lambda > 0$ 时，在 x 轴上距 O 点为 b 的 P 点的电场强度；
(2) 当 $\lambda = kx$（$0 \le x \le l$，k 为大于 0 的常量）时，P 点的电场强度。



2013-2014 学年第二学期期中考试参考答案

一、选择题

1. C

解析. $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$\displaystyle\int_9^x \mathrm{d}x=\int_3^t\left(4+t^2\right)\mathrm{d}t \Rightarrow x=4t+\frac{t^3}{3}-12(\mathrm{SI})$. $\square$

2. A

解析. $G\dfrac{m_s m_g}{R^2}=m_g\dfrac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\dfrac{Gm_s}{R}}$, $\quad L=m_g vR=m_g\sqrt{Gm_sR}$. $\square$

3. C

解析. $f(r)=-\dfrac{\partial E_p}{\partial r}$，根据图像可判断，C 正确。 $\square$

4. B

解析. 质点系内力做功不一定为零，总动能的改变与内力有关；质点系总势能的改变和保守内力有关。 $\square$

5. A

解析. $M=\displaystyle\int_0^R \mu\frac{mr\cdot 2\pi r}{\pi R^2}gr\,\mathrm{d}r=\frac{2}{3}\mu mgR.$ $\square$

6. B

解析. $mg\dfrac{l}{2}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}ml^2\right)\omega^2$，$\dfrac{m}{2}g\dfrac{l}{4}=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{3}\dfrac{m}{2}\left(\dfrac{l}{2}\right)^2\right]\omega'^2$，故 $\omega'=\sqrt{2}\omega$. $\square$

7. A

解析. $J_1\omega_1=J_2\omega_2$，$\dfrac{E_{r2}}{E_{r1}}=\dfrac{J_2\omega_2^2/2}{J_1\omega_1^2/2}=\dfrac{J_1}{J_2}=\dfrac{6}{2}=3.$ $\square$

8. D

解析. $Mc^2=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2+\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2\Rightarrow M=\dfrac{2m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$ $\square$

9. D

解析. $\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Rightarrow 5=\dfrac{4}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Rightarrow v=\dfrac{3}{5}c.$ $\square$

10. D

解析. 穿入半球面的电场线和穿出半球面的电场线相等，电通量为零。 $\square$

二、填空题

1. $5\,\mathrm{rad/s}$；$2\,\mathrm{rad/s^2}$；$2\,\mathrm{m/s^2}$

解析. $t=1\,\mathrm{s}$ 时，$\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=2t+3=5\,\mathrm{rad/s}$，$\beta=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=2\,\mathrm{rad/s^2}$，$a=\beta R=2\,\mathrm{m/s^2}$. $\square$

2. $v_0 e^{-\frac{k}{m}x}$

解析. $f = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = mv\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$，$\displaystyle\int_0^x \mathrm{d}x = \int_{v_0}^{v} -\frac{m}{kv}\,\mathrm{d}v \Rightarrow x = -\frac{m}{k}\ln\frac{v}{v_0}$，故 $v = v_0 e^{-\frac{k}{m}x}$. □

3. $4x+3x^2(\mathrm{J})$；$64\,\mathrm{J}$；$8\,\mathrm{m/s}$；$16\,\mathrm{N\cdot s}$

解析. $W = \displaystyle\int_0^x (4+6x)\,\mathrm{d}x = 4x+3x^2 = 64\,\mathrm{J}$，$W = \dfrac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 8\,\mathrm{m/s}$，$I = mv - 0 = 16\,\mathrm{N\cdot s}$. □

4. $\dfrac{Ml}{M+m}$；$\dfrac{ml}{M+m}$

解析. 设船相对水面走的距离为 s，则人相对水面走的距离为 $l-s$，由水平方向动量守恒，得 $m\dfrac{l-s}{t} - M\dfrac{s}{t} = 0 \Rightarrow s = \dfrac{ml}{M+m}$，$l-s = \dfrac{Ml}{M+m}$. □

5. $\dfrac{3}{2}mgl\sin\theta$；$\dfrac{3}{2}mgl\sin\theta$；$\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{g\sin\theta}{l}}$

解析. $E_k = A = mg\dfrac{l}{2}\sin\theta + mgl\sin\theta = \dfrac{3}{2}mgl\sin\theta$，

$\dfrac{3}{2}mgl\sin\theta = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}ml^2+ml^2\right)\omega^2 \Rightarrow \omega = \dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{g\sin\theta}{l}}$. □

6. c

解析. 光速不变原理。 □

7. $\dfrac{m}{Sl}$；$\dfrac{25m}{9Sl}$

解析. 甲：$\rho = \dfrac{m}{Sl}$；

乙：$l' = l\sqrt{1-\dfrac{(0.8c)^2}{c^2}} = 0.6l$，$m' = m\Big/\sqrt{1-\dfrac{(0.8c)^2}{c^2}} = \dfrac{5}{3}m$，$\rho' = \dfrac{m'}{Sl'} = \dfrac{25m}{9Sl}$. □

8. $\dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$；由 σ 指向 -2σ

解析. $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \dfrac{-2\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$，方向由 σ 指向 -2σ. □

三、计算题

1. **解析.**

（1） $\tau = \dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = 0.39\vec{i} + 0.54\vec{j} + 0.74\vec{k}$

（2） $|\vec{a}| = \sqrt{16^2+125^2+30^2} = 129.54\,\mathrm{m/s^2}$

$$a_t = \frac{\vec{v}\cdot\vec{a}}{|\vec{v}|} = 96.62\,\mathrm{m/s^2}$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = 86.29\,\mathrm{m/s^2}$$

（3） $r = \dfrac{v^2}{a_n} = 609.86\,\mathrm{m}$

□

2. **解析.**

（1） 设落在地面的链条长度为 x，由竖直方向动量定理可得:

$$-(N-mg)\,\mathrm{d}t= \mathrm{d}\left[\frac{m}{L}(L-x)v\right]$$

$$-(N-mg)\,\mathrm{d}t=\frac{m}{L}v\,\mathrm{d}(L-x)+\frac{m}{L}(L-x)\,\mathrm{d}v$$

$$-(N-mg)=-\frac{m}{L}v\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{m}{L}(L-x)\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

因为是柔软均质链条，$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=g$，$v^2=2gx$

故 $N=\frac{3mgx}{L}$

当 $x=l$ 时，$N=\frac{3mgl}{L}$.

（2） 对于整个下落过程，$(\bar{F}-mg)\Delta t=0-0$，平均冲力 $\bar{F}=mg$

□

3. **解析.**

（1） 以小球，细棒和地球为系统。因为摆球与细棒发生完全弹性碰撞且摆球在碰撞后静止，所以在摆球与细棒碰撞之前，角动量守恒，机械能守恒。所以列式如下：

$$mgl=\frac{1}{2}J\omega^2,\ ml\sqrt{2gl}=J\omega,\ J=\frac{1}{3}Ml^2$$

联立解得：$M=3m$.

（2） 碰撞后细棒与地球组成的系统机械能守恒，故

$$mgl=3mg\frac{l}{2}(1-\cos\theta)$$

得 $\theta=\arccos\frac{1}{3}=70.5^\circ$

□

4. **解析.**

（1） $E=\int_0^l\frac{\lambda\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0\,(x+b)^2}=\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 b\,(l+b)}$，方向向左；

（2） $E=\int_0^l\frac{kx\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0\,(x+b)^2}=\frac{k}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{l+b}{b}\right)-\frac{l}{l+b}\right]$，方向向左。

□