

西安交通大学考试题		成绩
课 程	高等数学 I, II, 工科分析 (下)	
学 院		考 试 日 期 2025 年 4 月 19 日
专业班级		
姓 名		学 号 _____ 期中 <input checked="" type="checkbox"/> 期末 <input type="checkbox"/>
一、单选题 (每小题 3 分, 共 18 分)		
1. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 处 [] (A) $f(x,0)$ 在 $x=0$ 不连续; (B) $f(0,y)$ 在 $y=0$ 不连续; (C) 偏导数不存在; (D) 函数不连续.		
2. 当 $u > 0$ 时 $f(u)$ 有一阶连续导数, 且 $f(1) = 0$, 又二元函数 $z = f(e^x - e^y)$ 满足 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$, 则 $f(u) = []$. (A) $\ln u$; (B) $-\ln u$; (C) $\ln u + 1$; (D) $1 - \ln u$.		
3. 曲面 $xyz = 1$ 上平行于平面 $x + y + z + 3 = 0$ 的切平面方程为 []. (A) $x + y + z - 2 = 0$; (B) $x + y + z + 1 = 0$; (C) $x + y + z - 3 = 0$; (D) $x + y + z = 0$.		
4. 设函数 $g(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 的邻域内有定义, 且 $g_x(1,1) = 3$, $g_y(1,1) = 4$. 以下选项正确的是 []. (A) $g(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处沿 y 轴负方向的方向导数为 -4 ; (B) $\frac{\partial g}{\partial l} _{(1,1)} = \cos\alpha + 4\cos\beta$, 其中 $\cos\alpha, \cos\beta$ 为 l 方向的方向余弦; (C) $dg(x,y) _{(1,1)} = 3dx + 4dy$; (D) $g(1,y)$ 在 $y = 1$ 处不连续.		
5. 若 $I_1 = \iint_{(\Omega)} (x+y)^2 d\sigma$, $I_2 = \iint_{(\Omega)} (x+y)^3 d\sigma$, (D): $(x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1$. 则 I_1 与 I_2 之间的关系是 []. (A) $I_1 = I_2$; (B) $I_1 > I_2$; (C) $I_1 < I_2$; (D) $I_1^2 = I_2^3$.		
6. 设 (Ω) 是由曲面 $z = \sqrt{3(x^2+y^2)}$ 与 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 围成的空间区域, 三重积分 $\iiint_{(\Omega)} z^2 d\nu$ 在球面坐标系下化为累次积分为 []. (A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r^4 \sin \varphi \cos^2 \varphi dr$; (B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r^4 \sin \varphi \cos^2 \varphi dr$; (C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin \varphi \cos \varphi dr$; (D) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin \varphi \cos \varphi dr$.		
二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)		
1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3xy}{\sqrt{xy+1}-1} =$ _____.		
2. 函数 $u = e^{xy} + x^2 + y^2$ 在点 $(1,1,1)$ 处沿方向 $l = [1,4,3]$ 的方向导数为 = _____.		

共 2 页 第 1 页

3. 设 $u = \ln(\tan x + \tan y)$, 则 $\frac{\partial u}{\partial x} \sin 2x + \frac{\partial u}{\partial y} \sin 2y =$ _____.
4. 螺旋线 $x = 3\cos\theta, y = 3\sin\theta, z = 4\theta$ 上从 $\theta = 0$ 到 $\theta = 2\pi$ 的弧长为 _____.
5. 交换 $I = \int_0^2 dy \int_{\sqrt{8-y^2}}^{\sqrt{8-y^2}} f(x,y) dx$ 的积分次序可得 $I =$ _____.
6. 平面曲线 $f(x) = x^3 - x^2 - x$ 在点 $x = 1$ 处的曲率为 _____.
三、计算题 (每小题 6 分, 共 30 分)
1. 设 $u = f(x+y, xz)$ 有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}$.
2. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处切线方程及法平面方程.
3. 讨论函数 $f(x,y) = x^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极值.
4. 设 $f(x,y) = \begin{cases} y \cdot \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$, 讨论 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处的可微性.
5. 计算三重积分 $\iiint_{(\Omega)} z^2 dV$, 其中 (Ω) 是由球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$ 围成的闭区域.
四、(8 分) 设 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 和 $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 是两个向量值函数, 定义如下:
$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} e^{x+y} \\ \sin(yz) \\ x+z \end{pmatrix}, \quad g(u,v) = \begin{pmatrix} u-v \\ uv \\ u+v \end{pmatrix}.$
令 $h(u,v) = f(g(u,v))$, 即 h 是 f 和 g 的复合函数. (1) 求 $h(u,v)$ 的显式表达式; (2) 求 $h(u,v)$ 在点 $(u,v) = (1,2)$ 处的雅可比矩阵 $Dh(1,2)$.
五、(10 分) (1) 已知 $f(x,y,z) = \ln x + \ln y + 3\ln z$, 在位于第一卦限的球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2$ 上找一点, 使函数在此点取最大值; (2) 由此证明: 对任意正实数 a, b, c, 恒有不等式 $abc^3 \leq 27 \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^5$.
六、(10 分) 函数 $z = z(x,y)$ 是由方程 $x^2 + y^2 + z^2 = \psi(x-y+z)$ 所确定的函数, 其中 ψ 具有二阶导数, 且 $\psi' \neq 2z$.
(1) 求 dz ; (2) 记 $v(x,y) = \frac{1}{\sqrt{1+\psi'(x-y+z)}} \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right)$, 求 $\frac{\partial v}{\partial y}$.
七、(6 分) 设 $f(x,y)$ 在区域 $(D): x^2 + y^2 \leq 1$ 上有连续的二阶偏导数, 且满足 $f_{xx}^2 + 2f_{xy}^2 + f_{yy}^2 \leq M$ 及 $f(0,0) = 0, f_x(0,0) = 0, f_y(0,0) = 0$, 证明:
$\left \iint_{(D)} f(x,y) dx dy \right \leq \frac{\pi \sqrt{M}}{4}.$

共 2 页 第 2 页

课程名称: 高等数学 I, II, 工科数学分析(下) 课时: ____ 考试时间: 2025.4.19.

一、单项选择题(每小题3分, 共18分)

1. D 2. A 3. C 4. A 5. C 6. B

二、填空题(每小题3分, 共18分)

(1) 6; (2) $\frac{1}{\sqrt{26}}(8e + 10)$; (3) 2; (4) 10π ; (5) $\int_0^2 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_2^{2\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy$

(6) 4.

三、计算题(每小题6分, 共30分)

1. 设 $u = f(x + y, xz)$ 有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}$.

解: $\frac{\partial u}{\partial x} = f_1 + zf_2 \quad (3 \text{ 分}), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = xf_{12} + f_2 + zx f_{22} \quad (6 \text{ 分})$

2. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处切线方程及法平面方程.

解: 将曲线方程对 x 求导, 得 $\begin{cases} 2x + 2y \frac{dy}{dx} + 2z \frac{dz}{dx} - 3 = 0 \\ 2 - 3 \frac{dy}{dx} + 5 \frac{dz}{dx} = 0 \end{cases} \quad (2 \text{ 分})$

解得 $\frac{dy}{dx} = \frac{-15+10x-4z}{-10y-6z}, \frac{dz}{dx} = \frac{4y+6x-9}{-10y-6z}$, 故 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(1,1,1)} = \frac{9}{16}, \left. \frac{dz}{dx} \right|_{(1,1,1)} = -\frac{1}{16} \quad (4 \text{ 分})$

切线的方向向量为 $\left\{1, \frac{9}{16}, -\frac{1}{16}\right\}$ 或 $\{16, 9, -1\}$ 得切线方程: $\frac{x-1}{16} = \frac{y-1}{9} = \frac{z-1}{-1} \quad (1 \text{ 分})$

3. 求函数 $f(x, y) = x^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极值.

解: $f_x(x, y) = 3x^2 + 6x - 9, \quad f_y(x, y) = 6y$. 令 $\begin{cases} 3x^2 + 6x - 9 = 0 \\ 6y = 0 \end{cases}$

解得函数 $f(x, y)$ 的驻点为 $(-3, 0)$ 和 $(1, 0)$. $\quad (2 \text{ 分})$

求二阶偏导数得 $f_{xx}(x, y) = 6x + 6, \quad f_{xy}(x, y) = 0, \quad f_{yy}(x, y) = 6$. $\quad (2 \text{ 分})$

Δ 对驻点 $(-3, 0)$: $A = f_{xx}(-3, 0) = -12, \quad B = f_{xy}(-3, 0) = 0, \quad C = f_{yy}(-3, 0) = 6$.
 $\Delta = 72 > 0$, 根据极值判别法, 当 $\Delta > 0$ 时, 该点不是极值点. $\quad (4 \text{ 分})$

Δ 对驻点 $(1, 0)$: $A = f_{xx}(1, 0) = 12, \quad B = f_{xy}(1, 0) = 0, \quad C = f_{yy}(1, 0) = 6$.
 $\Delta = -72 < 0$, 且 $A > 0$, 根据极值判别法, 当 $\Delta < 0$ 且 $A > 0$ 时, 函数在该点取得极小值. 将 $(1, 0)$ 代入函数 $f(x, y)$ 可得: $f(1, 0) = -5$. $\quad (6 \text{ 分})$

综上，函数 $f(x, y)$ 的极小值为 -5，在点 $(1, 0)$ 处取得，无极大值。

4. 设 $f(x, y) = \begin{cases} y \cdot \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ ，讨论 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处的可微性。

解 $\arctan \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 有界， $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} y \cdot \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0 = f(0, 0)$ 。故 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续。 $f_x(0, 0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{x} = 0$ ，(1 分)

$$f_y(0, 0) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(0, y) - f(0, 0)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \arctan \frac{1}{|y|} = \frac{\pi}{2} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\frac{\Delta f - f_x(0, 0)x - f_y(0, 0)y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \left(\arctan \frac{1}{\rho} - \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow 0 \quad \left(\left| \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right| \leq 1 \right). \quad (4 \text{ 分})$$

故 $\Delta f(0, 0) = f(x, y) - f(0, 0) = f_x(0, 0)x + f_y(0, 0)y + o(\rho)$ ，所以 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处可微。(6 分)

5. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z^2 dV$ ，其中 (Ω) 是由球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$ 围成的闭区域。

解 先重后单法。 $\iiint_{\Omega} z^2 dV = \int_0^2 z^2 \cdot \pi(2z - z^2) dz$ (4 分) = $\int_0^2 \pi(2z^3 - z^4) dz = \pi \left(\frac{2}{4} z^4 - \frac{1}{5} z^5 \right) \Big|_0^2$ (5 分) = $\frac{8\pi}{5}$ 。(6 分)

四、(8 分) 设 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 和 $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 是两个向量值函数，定义如下：

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} e^{x+y} \\ \sin(yz) \\ x+z \end{pmatrix}, \quad g(u, v) = \begin{pmatrix} u-v \\ uv \\ u+v \end{pmatrix}.$$

令 $h(u, v) = f(g(u, v))$ ，即 h 是 f 和 g 的复合函数。(1) 求 $h(u, v)$ 的显式表达式；

(2) 求 $h(u, v)$ 在点 $(u, v) = (1, 2)$ 处的雅可比矩阵 $Dh(1, 2)$ 。

解 (1) $h(u, v) = f(g(u, v)) = f(u-v, uv, u+v) = \begin{pmatrix} e^{(u-v)+uv} \\ \sin((uv)(u+v)) \\ (u-v)+(u+v) \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} e^{u-v+uv} \\ \sin(u^2v+uv^2) \\ 2u \end{pmatrix}. \quad (2 \text{ 分}) \quad (4 \text{ 分})$$

(2) $Df(x, y, z) = \begin{pmatrix} e^{x+y} & e^{x+y} & 0 \\ 0 & z\cos(yz) & y\cos(yz) \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot g(1, 2) = \begin{pmatrix} 1-2 \\ 1 \cdot 2 \\ 1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$

将 $g(1,2) = (-1,2,3)$ 代入 $Df(x,y,z)$ 得:

$$Df(-1,2,3) = \begin{pmatrix} e^{-1+2} & e^{-1+2} & 0 \\ 0 & 3\cos(2 \cdot 3) & 2\cos(2 \cdot 3) \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e & e & 0 \\ 0 & 3\cos(6) & 2\cos(6) \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(4 分) $Dg(u,v) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ v & u \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. 将 $(u,v) = (1,2)$ 代入得 $Dg(1,2) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. (6 分)

将 $Df(-1,2,3)$ 和 $Dg(1,2)$ 相乘:

$$Dh(1,2) = \begin{pmatrix} e & e & 0 \\ 0 & 3\cos(6) & 2\cos(6) \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3e & 0 \\ 8\cos(6) & 5\cos(6) \\ 2 & 0 \end{pmatrix}. (4 分)$$

五、(10 分) (1) 已知 $f(x,y,z) = \ln x + \ln y + 3 \ln z$, 在位于第一卦限的球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2$ 上找一点, 使函数在此点取最大值。 (2) 由此证明: 对任意正实数 a, b, c , 恒有不等式 $abc^3 \leq 27 \left(\frac{a+b+c}{5}\right)^5$.

解 (1) 构造 $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = \ln x + \ln y + 3 \ln z - \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 5r^2)$. (2 分)

$$\underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{1}{x} - 2\lambda x = 0}_{\text{分}} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2x^2}, \quad (2 \text{ 分}) \quad \underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{1}{y} - 2\lambda y = 0}_{\text{分}} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2y^2}, \quad (3$$

$$\underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = \frac{3}{z} - 2\lambda z = 0}_{\text{分}} \Rightarrow \lambda = \frac{3}{2z^2}. \quad (4 \text{ 分}) \quad \text{由 } \lambda = \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2y^2} = \frac{3}{2z^2}, \text{ 可以得到: } x =$$

$y, z = \sqrt{3}x$. (5 分) 代入约束条件: 将 $y = x$ 和 $z = \sqrt{3}x$ 代入 $x^2 + y^2 +$

$$z^2 = 5r^2: 5x^2 = 5r^2 \Rightarrow \underbrace{x = r, y = r, z = \sqrt{3}r}_{\text{分}}. \quad \text{因此, 函数 } f(x,y,z)$$

在点 $(r,r,\sqrt{3}r)$ 处取得最大值。 (6 分)

最大值为: $f(r,r,\sqrt{3}r) = \ln r + \ln r + 3 \ln(\sqrt{3}r) = \frac{5}{2} \ln(3r^2)$. (7 分)

(2) 设 $a = x^2, b = y^2, c = z^2$ (因 $a, b, c > 0$), 则不等式变为: $x^2 y^2 z^6 \leq 27 \left(\frac{x^2+y^2+z^2}{5}\right)^5$.

取对数得: $2 \ln x + 2 \ln y + 6 \ln z \leq \ln 27 + 5 \ln \left(\frac{x^2+y^2+z^2}{5}\right)$. (8 分) 利用(1)的结

果: 在约束 $x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2$ 下, 有: $\ln x + \ln y + 3 \ln z \leq \frac{5}{2} \ln(3r^2)$.

代入 $r^2 = \frac{x^2+y^2+z^2}{5}$, 得到: $2 \ln x + 2 \ln y + 6 \ln z \leq 5 \ln \left(\frac{3(x^2+y^2+z^2)}{5}\right)$. (9 分)

故: $x^2y^2z^6 \leq 27 \left(\frac{x^2+y^2+z^2}{5} \right)^5$. 还原 a, b, c 即得: $abc^3 \leq 27 \left(\frac{a+b+c}{5} \right)^5$. (10 分)

六、(10 分) 函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 + y^2 + z^2 = \psi(x - y + z)$ 所确定的函数, 其中 ψ 具有二阶导数, 且 $\psi' \neq 2z$.

$$(1) \text{ 求 } dz; \quad (2) \text{ 记 } v(x, y) = \frac{1}{x+y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right), \text{ 求 } \frac{\partial v}{\partial y}.$$

解 (1) 对 $x^2 + y^2 + z^2 = \psi(x - y + z)$ 两边同时求全微分得: $2xdx + 2ydy + 2zdz = \psi'dx - \psi'dy + \psi'dz$, (3 分) 解出 dz , 因 $\psi' \neq 2z$, 所以 $dz = \frac{\psi' - 2x}{2z - \psi'} dx - \frac{\psi' + 2y}{2z - \psi'} dy$. (5 分)

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\psi' - 2x}{2z - \psi'}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\psi' + 2y}{2z - \psi'}, \text{ 则 } v(x, y) = \frac{1}{x+y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) = -\frac{2}{2z - \psi'} \quad (7 \text{ 分})$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2}{(2z - \psi')^2} \times \left[2 \frac{\partial z}{\partial y} - \psi'' \left(-1 + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] \quad (9 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{(2z - \psi')^2} \times \left[2 \times \left(-\frac{\psi' + 2y}{2z - \psi'} \right) - \psi'' \left(-1 - \frac{\psi' + 2y}{2z - \psi'} \right) \right] \\ &= \frac{2}{(2z - \psi')^2} \cdot \frac{-2(\psi' + 2y) + \psi''(2z + 2y)}{2z - \psi'} = \frac{4\psi''(z + y) - 4\psi' - 8y}{(2z - \psi')^3} \quad (10 \text{ 分}) \end{aligned}$$

七、(共 6 分) 设 $f(x, y)$ 在区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ 上有连续的二阶偏导数, 且满足 $f_{xx}^2 + 2f_{xy}^2 + f_{yy}^2 \leq M$ 及 $f(0, 0) = 0, f_x(0, 0) = 0, f_y(0, 0) = 0$, 证明:

$$|\iint_D f(x, y) dxdy| \leq \frac{\pi\sqrt{M}}{4}.$$

证: 注意到 $f(x, y) = [f(x, y) - f(x, 0)] + [f(x, 0) - f(0, 0)]$, 由一元函数

Taylor 公式, 得 $f(x, y) = \underbrace{[f_y(x, 0)y + \frac{1}{2}f_{yy}(x, \xi)y^2]}_{(2 \text{ 分})} + \underbrace{[f_x(0, 0)x + \frac{1}{2}f_{xx}(\eta, 0)x^2]}$

其中 ξ 介于 0 与 y 之间, η 介于 0 与 x 之间. 由题知在 D 上有 $|f_{xx}(x, y)| \leq \sqrt{M}$,

$|f_{yy}(x, y)| \leq \sqrt{M}$. 故 $f(x, y) = f_y(x, 0)y + \frac{1}{2}f_{yy}(x, \xi)y^2 + \frac{1}{2}f_{xx}(\eta, 0)x^2 \leq$

$$f_y(x, 0)y + \frac{\sqrt{M}}{2}(x^2 + y^2) \quad (4 \text{ 分})$$

根据二重积分的对称性, 得 $\iint_D f_y(x, 0)y dxdy = 0$, (5 分) 因此

$$|\iint_D f(x, y) dxdy| \leq \frac{\sqrt{M}}{2} \iint_D (x^2 + y^2) dxdy = \frac{\sqrt{M}}{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r^3 dr = \frac{\pi\sqrt{M}}{4} \quad (6 \text{ 分})$$