最优化方法

基本概念

静态的最优化问题，其表现形式有三种

第一种最优化问题表示形式为

$$\min_{[x_1, x_2, \cdots, x_n]^T \in \Omega} f(x_1, x_2, \cdots, x_n),$$

$$s.t. \begin{cases} g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n) \geq 0, & i = 1, 2, \cdots, l, \\ h_j(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0, & j = 1, 2, \cdots, m \quad (m < n). \end{cases}$$

第二种最优化问题表示形式为

$$\min_{X \in \Omega} f(X),$$

$$s.t. \begin{cases} G(X) \geq 0, \\ H(X) = 0, \end{cases}$$

第三种最优化问题表示形式为

$$\min_{X \in \Omega} f(X),$$

$$s.t. \begin{cases} g_i(X) \geq 0, & i = 1, 2, \cdots, l, \\ h_j(X) = 0, & j = 1, 2, \cdots, m \quad (m < n). \end{cases}$$

其中

$$G(X) = [g_1(X), \cdots, g_l(X)]^T, \; H(X) = [h_1(X), \cdots, h_m(X)]^T$$

满足所有约束的点称为容许点或可行点．容许点的集合称为容许集或可行域．可用表示

$$D = \{X \mid g_i(X) \geq 0, \quad i = 1, 2, \cdots, l; \; h_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \cdots, m \quad (m < n)\}$$

一般地，对于最优化问题的求解，是指在可行域内找一点，使得目标函数在该点取得极小值，即

$$f(X^*) = \min f(X),$$

$$s.t. \begin{cases} G(X^*) \geq 0, \\ H(X^*) = 0. \end{cases}$$

这样的称为问题的最优点，也称极小点，而相应的目标函数值 称为最优值；

合起来称为最优解，但习惯上把 本身称为最优解．最优点的各分量和最优值必须是有限数

二维最优化问题的图解法

$$\min f(x_1,\ x_2),$$

$$s.t.\quad \begin{cases} g_i(x_1,x_2)\geq 0, & i=1,2,\cdots,l, \\ h_j(x_1,x_2)=0, & j=1,2,\cdots,m. \end{cases}$$

约束集合

- 当约束函数为线性时，等式约束在坐标平面上为一条直线，不等式约束在坐标平面上为一半平面
- 当约束函数为非线性时，等式约束条件在坐标平面上为一条曲线（如图），不等式约束把坐标平面分成两部分当中的一部分（如图）．