

## **Desenvolvimento de aplicativo para ensino e aprendizado de mecânica dos sólidos – Piic/UFES**

<b>Edital:</b>	<b>Edital Piic 2020/2021</b>
<b>Grande Área do Conhecimento (CNPq):</b>	<b>Engenharias</b>
<b>Área do Conhecimento (CNPq):</b>	<b>Engenharia Civil</b>
<b>Título do Projeto:</b>	<b>Desenvolvimento de modelos didáticos e softwares para o ensino de estruturas</b>
<b>Título do Subprojeto:</b>	<b>Desenvolvimento de aplicativo para ensino e aprendizado de mecânica dos sólidos</b>
<b>Professor Orientador:</b>	<b>Rodrigo Silveira Camargo</b>
<b>Estudante:</b>	<b>Wellington Bravin Rezende</b>

---

A busca pela melhoria e pela ampliação da forma de apresentação dos conteúdos ministrados em cursos relacionados à matemática e às engenharias é de grande interesse, tanto dos professores, quanto dos estudantes e da sociedade em geral. Para tal ampliação na forma de apresentar conteúdos, o objetivo desta pesquisa é o desenvolvimento de um aplicativo para o auxílio no ensino de Mecânica dos Sólidos. Para a definição do tema do aplicativo, foram mapeados tópicos da disciplina Mecânica dos Sólidos. Para o desenvolvimento do aplicativo, foi definida a utilização das linguagens de programação HTML, CSS e Javascript, utilizando-se também a biblioteca P5.js. O aplicativo foi desenvolvido no computador pessoal do pesquisador, utilizando-se o editor de códigos Visual Studio Code, e o código foi publicado através da plataforma GitHub, sendo o aplicativo disponibilizado pela plataforma Github Pages. Um dos temas mapeados, Núcleo Central de Inércia, foi escolhido como tema do aplicativo levando em consideração a escassez de conteúdo sobre o tema, e que possui aplicação na disciplina de Estruturas de Fundações. O aplicativo final desenvolvido cumpriu com o objetivo inicial da pesquisa, sendo completado no tempo estipulado e contendo as funções de exportação e importação de figuras, desenho de seções transversais por meio de toques em dispositivos móveis e cliques do mouse em computadores. As figuras desenhadas pelo usuário geram a região do Núcleo Central de Inércia, sendo este renderizado em tempo real e em escala na tela dos navegadores utilizados, e algumas figuras foram feitas no aplicativo e tiveram seus resultados comparados com exemplos da literatura, correspondendo com o resultado esperado.

**Palavras-chave:** Aplicativo.Núcleo central de inércia.Mecânica dos Sólidos IV.

## 1 Introdução

---

A busca pela melhoria e pela ampliação da forma de apresentação dos conteúdos ministrados em cursos relacionados à matemática e às engenharias é de grande interesse, tanto dos professores, quanto dos estudantes e da sociedade em geral. Devido às naturezas dinâmicas de vários processos envolvidos nas engenharias, por vezes os autores segmentam os processos em partes, na literatura, que quando associadas, procuram ampliar o conhecimento e a intuição do leitor. Outra abordagem, considerada mais dinâmica, é a análise de processos físicos e mecânicos em tempo real, realizados em laboratórios, com maquinário e material específico. Apesar da grande oportunidade de aprendizado que estes promovem, são mais custosos quando comparados aos materiais impressos.

De acordo com a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua - PNAD Contínua (IBGE, 2018, p.36-37), 79,1% dos domicílios brasileiros possuem acesso à internet. A infraestrutura atual e ampla de acesso à internet já é, e pode ser ainda mais, utilizada para o desenvolvimento de novas formas dinâmicas de disposição dos conteúdos.

## 2 Objetivo

---

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de software interativo, gratuito e de código aberto, e acessível em diversos aparelhos, para o auxílio no ensino de Mecânica dos Sólidos.

## 3 Embasamento Teórico

---

Coelho (2009, p.7) descreve a equação da linha neutra para carregamento excêntrico, dados dois eixos principais de inércia da figura, X e Y, e descreve métodos para o encontro do núcleo central de seções com base nela.

$$a * x / I_{yprincipal} + b * y / I_{xprincipal} + 1/A = 0 \quad (I)$$

Onde:

a: menor distância do ponto de aplicação da carga ao eixo principal X.

b: menor distância do ponto de aplicação da carga ao eixo principal Y.

$I_{xprincipal}$ : Momento de inércia relativo ao eixo principal X.

$I_{yprincipal}$ : Momento de inércia relativo ao eixo principal Y.

A: Área total da seção.

Para o encontro de um ponto nuclear, basta a resolução de um sistema de equações composto por duas equações da linha neutra, sendo os parâmetros (a,b) de cada equação, as coordenadas de pontos consecutivos da envoltória da seção analisada, relativos aos seus eixos principais. A envoltória pode ser calculada como um casco convexo, pelo algoritmo descrito por Graham (1972).

Sendo esta equação da linha neutra a base para encontro do núcleo central de inércia, o desafio do programa é implementar cálculos para o encontro dos parâmetros necessários a ela, considerando que os polígonos são desenhados em relação a um eixo arbitrário (da tela do programa).

Hibbeler (2006, p.618-622) apresenta equações para a determinação dos eixos principais de inércia e dos momentos principais de inércia de seções transversais  $I_{x\text{principal}}$  e  $I_{y\text{principal}}$ , que são perpendiculares entre si e que podem ser obtidos a partir de eixos  $X'$  e  $Y'$  perpendiculares entre si e sobre o centróide da seção, mas arbitrários em rotação.

$$\boxed{\operatorname{tg} 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2}} \quad (\text{II})$$

$$\boxed{I_{\max}^{\min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}} \quad (\text{III})$$

Sendo:

$I_{\max}$  e  $I_{\min}$ : Momentos de inércia principais, aqui descritos como  $I_{x\text{principal}}$  e  $I_{y\text{principal}}$ ;

$I_x$ : O momento de inércia do eixo  $X'$ ;

$I_y$ : O momento de inércia do eixo  $Y'$ ;

$I_{xy}$ : O produto de inércia corresponde ao ponto de interseção do eixo  $X'$  e  $Y'$ .

$\theta_p$ : Ângulo entre o eixo  $X$  e um dos eixos principais de inércia.

Para o encontro desses parâmetros necessários para as equações acima a partir de eixos perpendiculares quaisquer, não necessariamente localizados no centróide da seção, pode-se utilizar o teorema dos eixos paralelos, também citado por Hibbeler, e adaptado abaixo:

$$\begin{aligned} I_{x'} &= I_x + A * dy^2 \\ I_{y'} &= I_y + A * dx^2 \end{aligned} \quad (\text{IV})$$

Onde:

$I_x$ : O momento de inércia do um eixo  $X'$ ;

$I_y$ : O momento de inércia do um eixo  $Y'$ ;

$I_{x'}$ : O momento de inércia de um eixo  $X''$  que é paralelo ao eixo  $X'$ .

$I_{y'}$ : O momento de inércia de um eixo  $Y''$  que é paralelo ao eixo  $Y'$ .

$dy$ : A distância entre o eixo  $X'$  e o eixo  $X''$ ;

$dx$ : A distância entre o eixo  $Y'$  e o eixo  $Y''$ ;

Hally (1987, p.4) demonstra fórmulas para cálculo de área, momentos de primeira e segunda ordem de polígonos fechados para eixos arbitrários perpendiculares entre si, dadas as coordenadas dos pontos do polígono em relação ao eixo especificado.

## 4 Metodologia

---

A primeira fase da pesquisa consistiu no mapeamento de tópicos de interesse que pudessem ser aprimorados, em disciplinas de Mecânica dos Sólidos, e revisão bibliográfica dos mesmos, para análise da viabilidade no projeto. Foi definida a criação de uma plataforma-base, desenvolvida a partir das linguagens de programação HTML, CSS e Javascript.

A parte escrita em HTML serve para que os navegadores de internet consigam acessar a página, contendo elementos como botões e menus, e inicializando os códigos em Javascript. Já a parte escrita em CSS anima elementos de menus e estiliza botões e interfaces de forma que fiquem agradáveis para o usuário final. O código em javascript é a parte majoritária do programa, sendo este responsável por interceptar as ações do usuário, manipular os dados inseridos e renderizar as animações principais do programa por meio da biblioteca P5.js.

A plataforma como um todo consiste em um ambiente de um plano cartesiano, onde pode-se utilizar de mouse, caso o usuário utilize um computador ou notebook, ou de gestos de toque, caso esteja em um dispositivo móvel, para mover, ampliar, desenhar, exportar ou importar figuras criadas, por QR-Codes, arquivo de texto, link, entre outras funções-base para a interatividade do usuário.

Este aplicativo-base, denominado “Plano Cartesiano” foi desenvolvido em um editor de códigos (Visual Studio Code), no computador pessoal do desenvolvedor, e armazenado na plataforma GitHub, onde o código pode ser acessado na íntegra por qualquer pessoa. Por meio da mesma plataforma, através da funcionalidade GitHub Pages, o aplicativo é disponibilizado para uso por diversos navegadores, tanto em smartphones, quanto em tablets, ou notebooks e computadores de mesa com acesso à rede mundial de computadores.

A partir da criação do “Plano Cartesiano”, a fase seguinte foi de implementação do programa “Núcleo Central”, que utiliza todas as funcionalidades da plataforma-base, e estende seu uso para o desenho do núcleo central de inércia de seções desenhadas. Para que ocorra o desenho, a aplicação busca uma série de parâmetros armazenados em estruturas de dados nomeadas como “ponto”, “polígono” e “conjunto”. Sempre que a seção desenhada é modificada pelo usuário, uma função é chamada que executa cálculos internamente pela aplicação, e em seguida os armazena nas estruturas de dados.

A interface final apresenta apenas o resultado final, sendo este o desenho da envoltória e do núcleo central de inércia da figura, assim como seus eixos principais.

Para a depuração e análise de resultados foi utilizada a ferramenta “Inspecionar” do navegador “Google Chrome”, que permite a exibição das estruturas de dados em um determinado momento, para que fossem comparados com os resultados esperados, assim como a exibição de mensagens personalizadas escritas no código pela função “console.log()”, que pode ser utilizada para expor variáveis, objetos ou funções, facilitando a depuração da aplicação.

Problemas específicos relacionados ao código em javascript ou P5 foram solucionados pela consulta em websites que documentam as linguagens (MDN Web Docs e P5js).

## 5 Resultados e Discussão

Ambos os aplicativos desenvolvidos são de código aberto e seus códigos podem ser acessados pelo link na plataforma GitHub: <https://github.com/wellbrez/IC-Wellington-2021>.

Inicialmente, foi implementada a plataforma “Plano Cartesiano”, acessível por dispositivos que possuam navegadores de internet. Os navegadores recomendados para o uso da aplicação são o “Mozilla Firefox” e “Google Chrome”, em suas últimas versões. O link para acesso da aplicação, que é disponibilizada na plataforma “Github Pages”, é: <https://wellbrez.github.io/IC-Wellington-2021/Plano%20Cartesiano/Index.html>.

Esta plataforma-base pode ser acessada tanto por dispositivos móveis quanto por computadores, como mostrado na Figura 1.

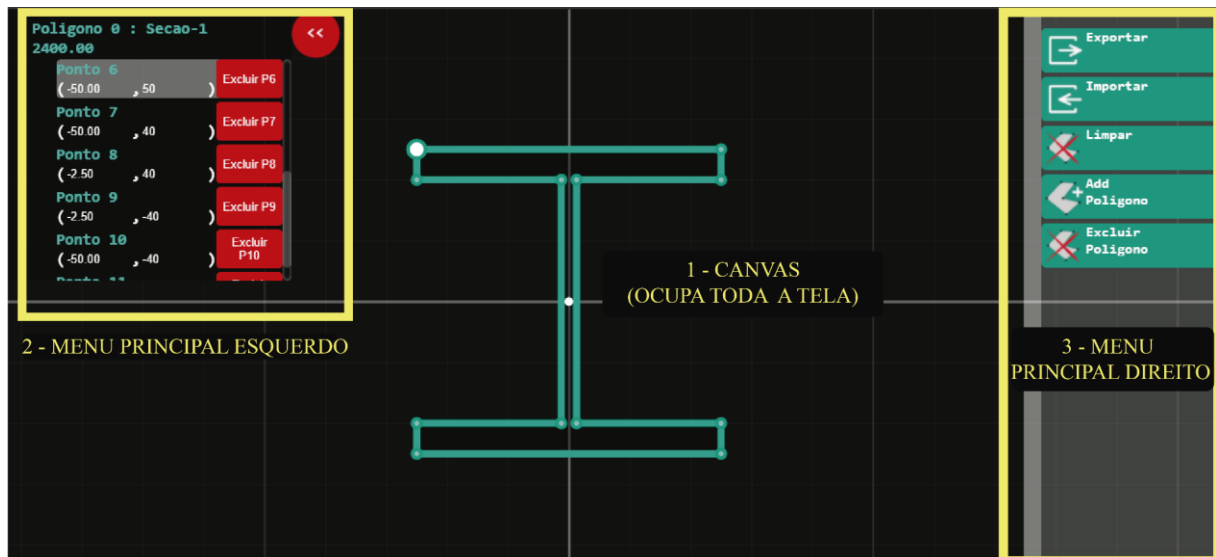
Figura 1 – Aplicação “Plano Cartesiano”, em diferentes dispositivos. Ambos os menus laterais são colapsáveis clicando-se na barra cinza à direita e no botão verde à esquerda.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

Este primeiro aplicativo-plataforma foi a base para a implementação do aplicativo “Núcleo Central”. A plataforma possui uma tela destinada à exibição dos polígonos e animações, chamada “canvas”, que possui cor escura e se estende por toda a tela do dispositivo, sendo interpretada como um plano cartesiano com um eixo horizontal e um vertical, com sistema de coordenadas próprio, e dois menus principais laterais colapsáveis, um na esquerda, acessível clicando-se no botão circular do canto superior esquerdo da tela, que tem como função a seleção de polígonos e modificação da geometria dos mesmos, e um na direita, destinado ao compartilhamento, importação, adição e exclusão dos polígonos. Esses três elementos principais podem ser vistos na Figura 2.

Figura 2 – Elementos principais do aplicativo “Plano Cartesiano”. Os contornos e legendas em amarelo separam e classificam os elementos citados, porém não são parte do programa, estando na figura apenas para fim ilustrativo.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

A tela “Canvas” possui interação por ampliação e movimentação. A ampliação pode ser realizada pelo giro do scroll (rodinha central) do mouse, em computadores, e gesto de pinça com os dedos, em dispositivos móveis.

A movimentação pode ser realizada pelo clique e arrasto do scroll do mouse para computadores, e toque com arrasto na tela para dispositivos móveis.

O “Plano Cartesiano” conta com ferramentas para desenho de polígonos, e estes últimos, em conjunto, representam seções transversais. Cada polígono pode ter seus pontos adicionados tanto pelo clique do botão esquerdo do mouse na área do “canvas”, para usuários de computador, quanto por toques simples na tela, para usuários de dispositivos móveis. Para ocorrer essa adição de pontos, o usuário precisa efetuar o clique ou tocar sobre uma área vazia do “canvas”, e nenhum ponto deve estar selecionado.

Também há a opção de gerar polígonos retangulares, seções em formato I, elipsoidais ou circulares, parametrizadas, sendo as seções elipsoidais e circulares definidas com base em aproximação por pontos, com a precisão indicada pelo utilizador por meio de um menu de inserção. Um desses menus de inserção, para a seção I, pode ser visto na Figura 3. Os menus de inserção podem ser acessados clicando-se no botão “Add Polígono”, no menu lateral direito.

Figura 3 – Menu de inserção de polígono em perfil I. Os campos de entrada de dados mudam conforme o tipo de polígono inserido.

Fonte: Produção do próprio autor (2021).

As seções, formadas por conjuntos de polígonos, que por si são formados por conjuntos de pontos, podem ser modificadas alterando-se as coordenadas dos pontos. Essa alteração pode ser feita tanto pelo menu lateral esquerdo, clicando-se sobre as coordenadas dos pontos e modificando os valores, quanto pelo clique + arrasto com botão esquerdo do mouse, para computadores, ou toque + toque + arrasto para dispositivos móveis, tendo como alvo os pontos desenhados.

Para a modificação dos pontos de um polígono, o mesmo deve estar selecionado. Há uma indicação de seleção de um polígono que é mostrada como um engrossamento das arestas do polígono selecionado, e outras figuras podem ser selecionadas clicando-se sobre o texto correspondente no menu lateral esquerdo, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4: Exemplo de seleção de polígonos, com engrossamento das arestas. Os contornos e legendas em amarelo separam e classificam os elementos citados, porém não são parte do programa, estando na figura apenas para fim ilustrativo.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

A plataforma “Plano Cartesiano” também possui funções de exportação de seções desenhadas, por aplicativo de mensagens “whatsapp”, por link, armazenamento local no navegador ou por arquivo de texto. Também há a opção de importar seções por um arquivo de texto previamente gerado, utilizando-se, tanto para a importação quanto para a exportação, os botões respectivos no menu lateral direito da aplicação.

O formato do arquivo para importação é detalhado conforme exemplo da Figura 5. O campo acima à esquerda da figura mostra o formato, e a nomenclatura adotada foi:

NOME: Nome dado pelo usuário ao polígono;

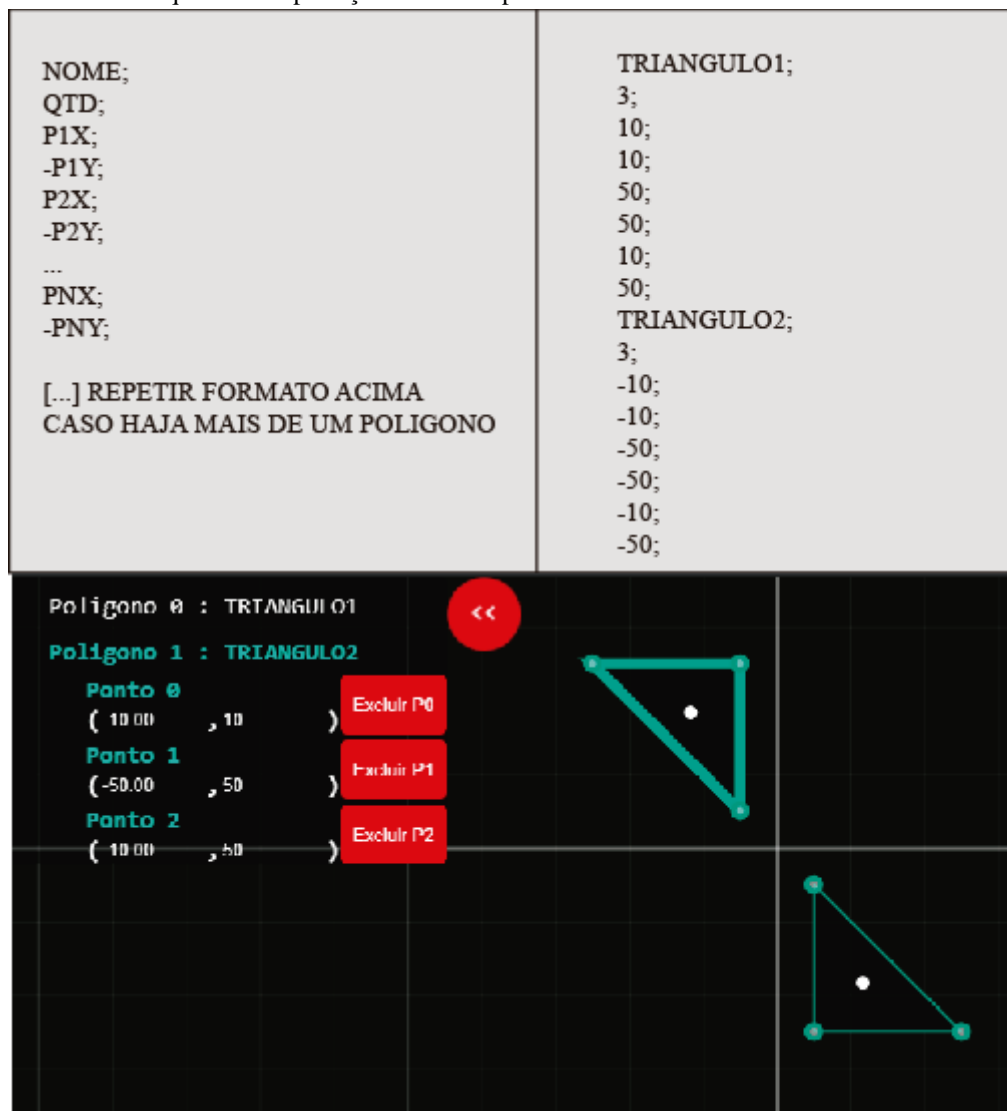
QTD: Quantidade de pontos que há no polígono;

PNX: Coordenada X do ponto N do polígono;

PNY: Coordenada Y do ponto N do polígono.

O campo acima à direita um exemplo de importação de dois polígonos triangulares, e a parte abaixo da figura mostra os polígonos já importados para o aplicativo.

Figura 5: Formato de arquivo de importação com exemplo.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).



O aplicativo “Plano cartesiano” também calcula e armazena dados relacionados à seção internamente em um objeto, que pode ser acessível pela variável de nome “propriedadesGlobais”. Os dados armazenados no objeto são:

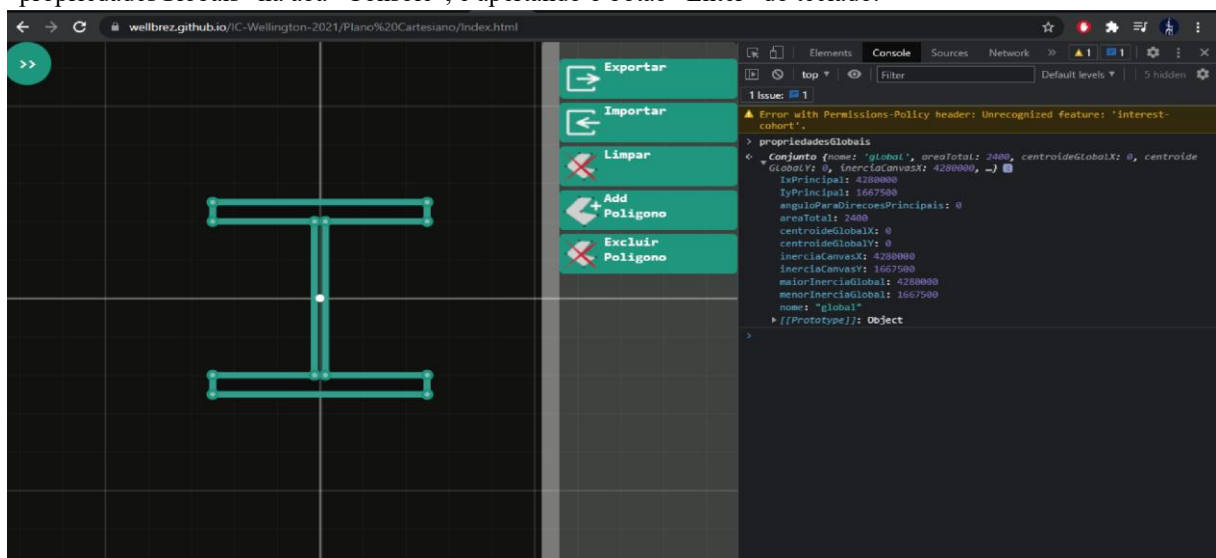
A área do conjunto de figuras, armazenada no parâmetro “areaTotal”;

As coordenadas do centróide do conjunto de figuras em relação aos eixo do canvas, armazenados nos parâmetros “centroideGlobalX” e “centroideGlobalY”;

Os momentos de inércia do conjunto de figuras em relação ao eixo do canvas, armazenados nos parâmetros “inerciaCanvasX” e “inerciaCanvasY”, calculado pelas equações de Hally (1987, p.4), e os momentos de inércia em relação aos eixos principais da figura, calculados pelas equações de Hibbeler (2006, p.618-622), e armazenados nos parâmetros IxPrincipal e IyPrincipal, além do ângulo de rotação desses eixos em relação aos eixos “canvas”, armazenado no parâmetro “anguloParaDirecoesPrincipais”, com valor em radianos.

Esses parâmetros são alterados em tempo real quando há alguma modificação de geometria da seção, e uma “foto” do valor deles em um instante pode ser acessada utilizando-se a ferramenta “Inspeccionar”, no navegador “Google Chrome”, conforme mostrado na Figura 6. Esses dados armazenados foram de importância para o posterior desenvolvimento do aplicativo “Núcleo Central”, visto que foram necessários para o cálculo e plotagem do Núcleo Central de Inércia das seções desenhadas pelas equações de Coelho (2009, p.7).

Figura 6: Ferramenta inspecionar acessando a estrutura de dados “propriedadesGlobais”. Para acesso aos dados, foi utilizado o navegador Google Chrome em sua versão para computador, e os dados puderam ser vistos digitando “propriedadesGlobais” na aba “Console”, e apertando o botão “Enter” do teclado.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

Polígonos auto-intersectantes geram valores incorretos dos parâmetros ao aplicar-se as equações de Hally (1987, p.4), e para evitar a apresentação de dados incorretos, foi implementada uma verificação antes da atualização do objeto “propriedadesGlobais” para a verificação se o polígono é auto-intersectante, e exibição de uma mensagem de erro caso seja, até que o mesmo seja alterado. Um exemplo dessa situação é dado na Figura 7.

Figura 7: Exemplo de desenho de polígono auto-intersectante. Ao desenhar um polígono dessa classificação, aparece uma mensagem de erro no canto inferior esquerdo da tela, e o polígono é desenhado em vermelho.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

O aplicativo "Núcleo Central", que utiliza a plataforma "Plano Cartesiano" como base, estende a funcionalidade da plataforma, calculando, com base nos dados armazenados e pelo algoritmo de Graham (1972), a envoltória da seção, que é utilizada para o cálculo do Núcleo Central de Inércia, pelas equações de Coelho (2009, p.7).

Tanto a envoltória quanto o núcleo central de inércia são exibidos em tempo real, assim como o centróide da seção, os eixos principais de inércia e as coordenadas dos pontos do núcleo central, calculadas em relação aos eixos principais de inércia, conforme mostrado na Figura 8.

Figura 8: Captura de tela da aplicação "Núcleo Central". A seta indicada pelo número "1" aponta para as coordenadas de um dos pontos do núcleo central, calculadas com referência os eixos principais de inércia da seção. A seta indicada pelo número "2" indica os segmentos de reta que representam os eixos principais de inércia. A seta indicada pelo número "3" indica uma das arestas da envoltória da seção.



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

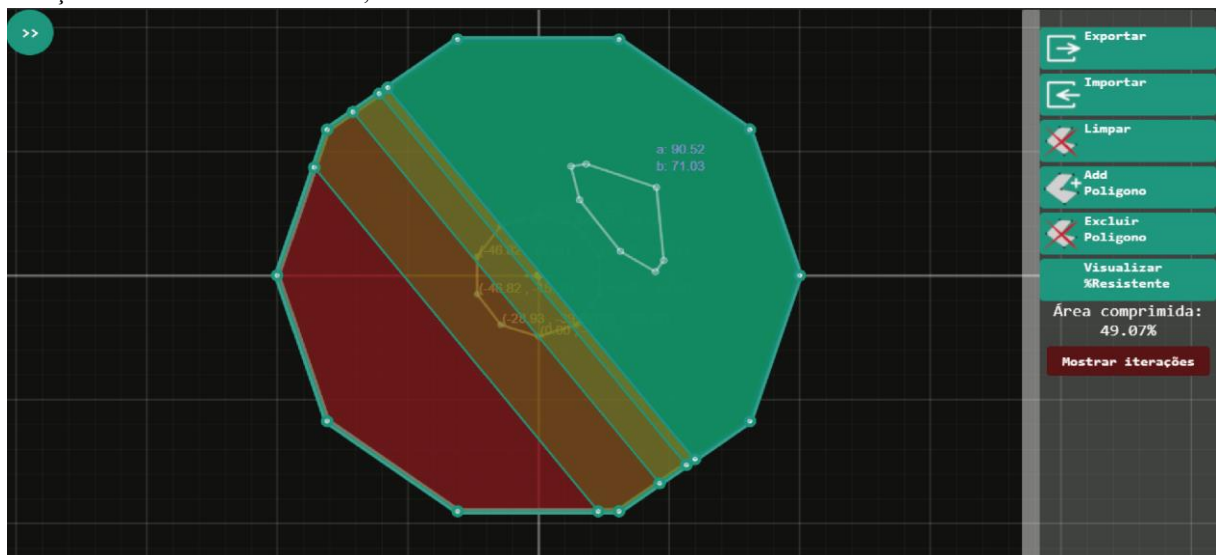
Seções exportadas via aplicativo “Plano Cartesiano” por arquivo de texto podem ser importadas no aplicativo “Núcleo Central”. O link para acesso desta aplicação, que é disponibilizada na plataforma “Github Pages”, é: <https://wellbrez.github.io/IC-Wellington-2021/Nucleo%20Central/Index.html>.

Outra funcionalidade implementada ao programa, por sugestão do Professor Doutor Fernando Musso Junior, e com base em suas notas de aula (MUSSO, 2021, p. 71), foi a função “Visualizar % Resistente”, que quando ativada clicando no botão correspondente no menu lateral direito, mostra a área efetiva resistente da seção considerando que a seção não resiste à tração. Esta função é análoga a casos em que a seção analisada corresponde à blocos de concreto, que resistem bem à compressão, mas não à tração.

Os cálculos por trás dessa funcionalidade consideram que o ponto de aplicação do carregamento é o ponto indicado pela seta do mouse, nos computadores, e posição do toque, nos dispositivos móveis. Essa posição de aplicação da carga é indicada na tela pelas coordenadas “a” e “b”, que possuem como eixos relativos os eixos principais de inércia da seção. A área comprimida resultante após seccionamento da seção pela linha neutra é indicada na figura, e a razão da área comprimida pela área do elemento é indicada no menu lateral direito.

Essa funcionalidade é calculada por método iterativo, desenhando-se a linha neutra, descartando a área tracionada, recalculando a linha neutra e refazendo este processo sucessivas vezes, até que a razão das áreas comprimidas de uma iteração para a outra seja 1. Há um botão “Mostrar Iterações” para visualização das iterações realizadas, conforme indicado na Figura 9.

Figura 9: Demonstração da funcionalidade “Visualizar % Resistente” do aplicativo “Núcleo Central”. A visualização das etapas do método iterativo pode ser ativada ou desativada clicando-se sobre o botão “Mostrar iterações” no menu lateral direito;



Fonte: Produção do próprio autor (2021).

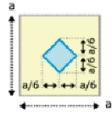
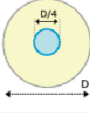
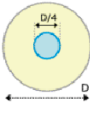
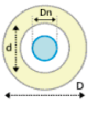
A função “Visualizar % resistente” não é recomendada para polígonos muito complexos, devido à maior complexidade da operação e possibilidade de travamentos no navegador utilizado para o acesso ao aplicativo.

Alguns exemplos da literatura foram utilizados como forma de teste do aplicativo “Núcleo Central”, que apresentou valores aceitáveis para as situações testadas, indicados no Quadro 1. Porém observa-se que o acréscimo de pontos no programa influi em uma maior exigência computacional pelo mesmo, sendo que a modelagem de polígonos aproximados por centenas de pontos não gera uma experiência fluida ao utilizador, apresentando travamentos.

Os modelos utilizados para a confecção do Quadro 1 podem ser acessados nos links abaixo.

- Exemplo do quadrado: <https://tinyurl.com/a3uzhysz> - Acesso em setembro/2021;
- Exemplo do círculo com aproximação de 32 pontos: <https://tinyurl.com/3vys9wxb> - Acesso em setembro/2021;
- Exemplo do círculo com aproximação por 200 pontos: <https://tinyurl.com/5vzdxbw5> - Acesso em setembro/2021;
- Exemplo de anel circular: <https://tinyurl.com/acy4rsyd> - Acesso em setembro/2021.

Quadro 1: Comparação de exemplos da literatura com resultados do aplicativo “Núcleo Central”

FIGURA	PARÂMETRO TEÓRICO	APROXIMAÇÃO DE CÍRCULOS	PARÂMETRO RESULTADO
<p>Quadrado</p> 	$a=100$ $R = a/4 = 16,66\dots$	NÃO HÁ	$a=100$ $R = 16,67$
<p>Círculo</p> 	$D=100$ $R = D/4 = 25$	32 PONTOS	$D=100$ $R = D/4 = 24,84$
<p>Círculo</p> 	$D=100$ $R = D/4 = 25$	200 PONTOS	$D=100$ $R = D/4 = 25$
<p>Anel circular</p> $D_n = D[1+(d/D)^2]/4$ 	$D=100$ $d=50$ $R = D[1+(d/D)^2]/4$ $R = 15,625$	32 PONTOS	$D=100$ $d=50$ $R = 15,54$

Fonte: Elaborado pelo autor - 2021.

Inferese, para o caso de anel circular, que assim como no caso do círculo aproximado por pontos, aumentando-se a quantidade de pontos de aproximação, o resultado tenha uma tendência a convergir para o resultado esperado.

Outros possíveis erros podem ser gerados caso o usuário tente inserir polígonos muito pequenos ou muito grandes, devido às limitações computacionais no cálculo de variáveis com valores muito pequenos e valores muito grandes.

## 6 Conclusões

---

Conclui-se que a aplicação “Plano Cartesiano” é abrangente no sentido de possibilidades de interação com o usuário, e pode ser utilizada como base para o desenvolvimento de outros aplicativos do gênero, e a aplicação “Núcleo Central” cumpre com o objetivo estabelecido, de mostrar de forma interativa a modificação do núcleo central de inércia de uma seção.

A aplicação “Núcleo Central”, devido à funcionalidade “Visualizar % Resistente”, pode ser estendida para o auxílio no ensino de tópicos, não somente de resistência dos materiais, quanto de Estruturas de Concreto, desde que com a devida fundamentação teórica apresentada anteriormente à introdução da aplicação, porém não houveram testes correlacionando o uso da ferramenta com a proficiência dos estudantes nas disciplinas.

A aplicação “Núcleo Central” mostrou-se precisa quando comparada à exemplos da literatura sobre o tema, quando as figuras foram modeladas de forma adequada, porém em casos de figuras com curvas, a aproximação por pontos gera diferenças e o aumento da quantidade de pontos de aproximação (da ordem de centenas de pontos), apesar de aumentar a precisão da figura e do resultado gerado, pode causar lentidão ao dispositivo utilizado durante a execução da aplicação.

Por fim, é destacado que o conteúdo sobre alguns aspectos de implementação da aplicação é escasso quando buscado por ferramentas de pesquisa, e a aplicação “Núcleo Central” abre uma grande possibilidade para análises de seções que são difíceis de serem calculadas pelo método tradicional.

O autor pretende ainda utilizar a aplicação “Plano Cartesiano” para o desenvolvimento de outra aplicação em seu projeto de graduação, e incentiva que outros pesquisadores tentem utilizar parte do conhecimento gerado por este trabalho, tanto para a geração de aplicações mais acessíveis à dispositivos móveis, que são amplamente utilizados atualmente, ou para a utilização da plataforma “Plano Cartesiano”, que está disponível na plataforma de código aberto “GitHub” para download e uso.

## Agradecimentos

---

Agradeço ao Professor Rodrigo Camargo pelo auxílio técnico para a implementação dos algoritmos e organização das idéias, e ao Professor Fernando Musso pelas sugestões e explicações sobre a implementação da função “Visualizar % Resistente”, que faz com que o aplicativo tenha utilidade para o ensino da disciplina de Elementos de Fundações.

## **Referências Bibliográficas**

---

BRASIL, IBGE. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua – PNAD Contínua. 2018 - Acesso à internet e à televisão e posse de telefone móvel celular para uso pessoal**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em:

[https://ftp.ibge.gov.br/Trabalho\\_e\\_Rendimento/Pesquisa\\_Nacional\\_por\\_Amostra\\_de\\_Domicilios\\_continua/Anual/Acesso\\_Internet\\_Televisao\\_e\\_Posse\\_Telefone\\_Movel\\_2018/Analise\\_dos\\_resultados\\_TIC\\_2018.pdf](https://ftp.ibge.gov.br/Trabalho_e_Rendimento/Pesquisa_Nacional_por_Amostra_de_Domicilios_continua/Anual/Acesso_Internet_Televisao_e_Posse_Telefone_Movel_2018/Analise_dos_resultados_TIC_2018.pdf). Acesso em: 20/02/2021.

COELHO, L. H. **Notas de aula: Solicitações combinadas. Espírito Santo: Universidade Federal do Espírito Santo**, 2009. Disponível em: <https://ecivilufes.files.wordpress.com/2011/07/2-solicitac3a7c3b5es-combinadas.pdf>. Acesso em 11/08/2021.

GRAHAM, R. L. **An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set**. Information Processing Letters, vol. 1, p. 132-133, 1972.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais - 5ª Edição**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

HALLY, D. **Calculations of the moments of polygons**. Canada: Defence Research Establishment Atlantic, 1987. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a183444.pdf>. Acesso em 11/08/2021.

MUSSO, F. J. **Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado de acordo com a NBR:6118:2014**. 2021.