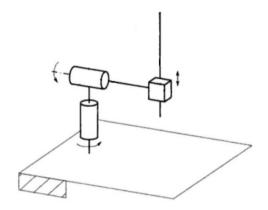
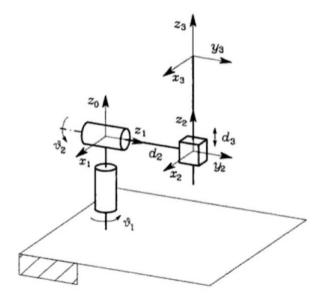


**Exercício 1)** Determine os parâmetros DH do robô esférico abaixo, e depois descreva o órgão terminal com relação ao sistema da origem.



Utilize os sistemas de coordenadas do manipulador, conforme figura abaixo



Para calcular a posição do órgão terminal, considere os seguintes valores para as variáveis das juntas:

$$\theta_1 = 0^{\circ}, \ \theta_2 = 90^{\circ}, \ d_3 = 0.2m$$

Assumimos também que d1 = d2 = 0,4m.

Considerando que a descrição do centro do órgão terminal, com relação ao sistema 3, é:

$$p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Calcule a descrição do órgão terminal em relação a base:

## Exercício 2) Validação do modelo de Denavit-Hartenberg.

O presente texto foi retirado do artigo " MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ MANIPULADOR" apresentado no COBENGE 2006.

"... O eixo referencial foi estabelecido com uma altura de 9,3cm a partir de um plano fixado como base do manipulador. O primeiro elo, a partir do eixo referencial, possui comprimento de 19,1cm, enquanto que o segundo possui 19,3cm de comprimento. O efetuador foi posicionado no punho, com um comprimento de 3,7cm. Nas Figuras 2 e 3 são demonstrados detalhes da estrutura do protótipo e na Tabela 1 são relacionados os ângulos das juntas e o comprimento dos elos...".

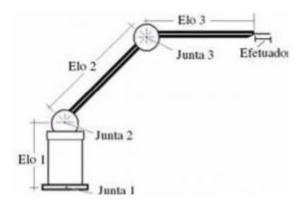


Figura 2- Detalhes da cadeia cinemática do protótipo.



Figura 3- Protótipo da cadeia cinemática do robô manipulador.

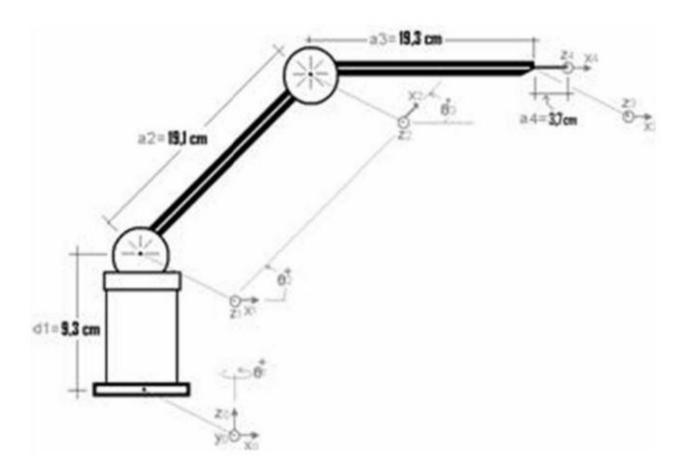
Tabela 1- Elementos da Cadeia Cinemática

ELEMENTO	RANGE	DIMENSÃO
Junta 1	0°/90°	
Elo 1		9,3 cm
Junta 2	0°/90°	
Elo 2		19,1 cm
Junta 3	-90° / 0°	
Elo 3		19,3 cm
Efetuador		3,7 cm

"...Como pode ser visto na Figura 3, os elos do manipulador foram constituídos por perfis de alumínio. Para a tomada das medidas dos parâmetros do manipulador e da posição final do

efetuador, foi fixada uma folha de papel milimetrado na base do protótipo e uma escala em cada uma das juntas...".

Abaixo segue a cadeia cinemática com os parâmetros de Denavit-Hartenberg

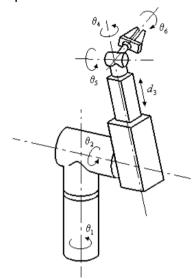


Com base no que foi dado até o momento, pede-se:

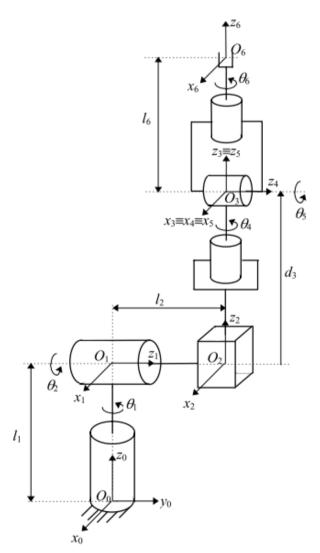
- a) Determinação das matrizes homogêneas parciais
- b) Determinação da matriz homogênea total
- c) Validação do modelo encontrado para um posicionamento de  $\phi_1 \!\!=\! 45^\circ,\, \phi_2 \!\!=\! 90^\circ$  e  $\phi_3 \!\!=\! \text{--}70^\circ.$
- d) Para os valores medidos qual o erro relativo encontrado pelo método teórico os valores medidos são: X = 15,3 cm; Y = 15,3 cm e Z = 36,3 cm.

## Exercício 3)

Robô de Stanford. A Figura abaixo apresenta o robô de Stanford de 6 graus de liberdade, sendo 5 articulações de revolução e uma prismática.



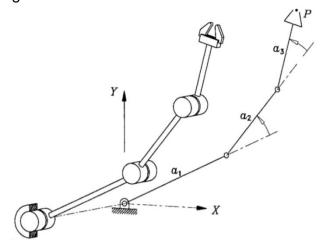
A próxima Figura apresenta um esquema deste robô com as suas articulações e com os sistemas de coordenadas posicionados nos ligamentos.



Dada a posição do manipulador apresentada acima, determine os parâmetros de D.H. bem como as matrizes de transformações homogêneas parciais e a matriz de transformação homogênea total.

## Exercício 4)

Para o robô planar de três graus de liberdade abaixo:



- a) Determine os parâmetros DH;
- b) Explique o significado de cada um dos parâmetros encontrados
- c) Determine a posição do órgão terminal para os seguintes parâmetros:

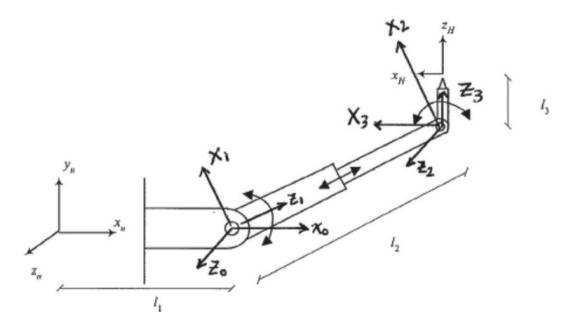
a1 = a2 = a3 = 40cm;

 $\theta 1 = 30^{\circ}$ 

 $\theta 2 = 0^{\circ}$ 

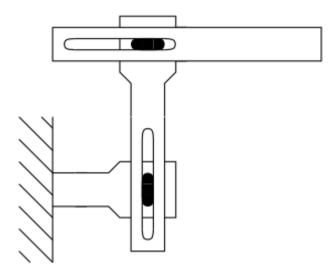
 $\theta 3 = 45^{\circ}$ 

Exercício 5) Um robô de pulverização especial de 3-DOF foi concebido como se segue:

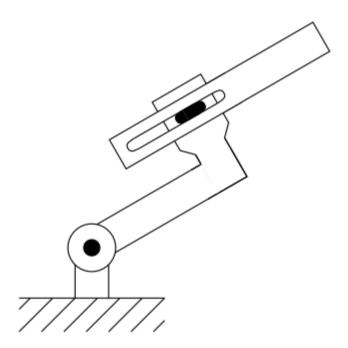


- Preencha a tabela de parâmetros.
- Escreva todas as matrizes A.
  Escreva a matriz <sup>U</sup>T<sub>H</sub> em função das matrizes A.

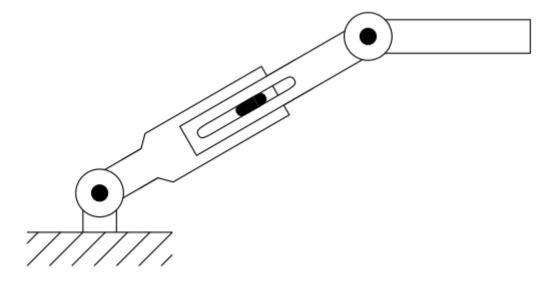
**Exercício 6)** Consider the two-link cartesian manipulator. Derive the forward kinematic equations using the DH-convention.



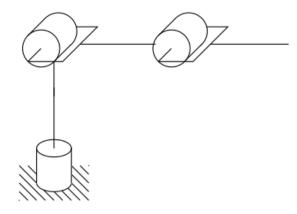
**Exercício 7)** Consider the two-link manipulator which has joint 1 revolute and joint 2 prismatic. Derive the forward kinematic equations using the DH-convention.



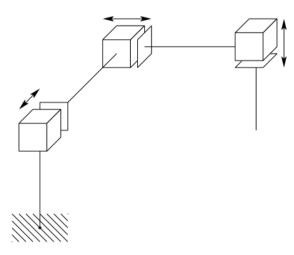
**Exercício 8)** Consider the three-link planar manipulator. Derive the forward kinematic equations using the DH-convention.



**Exercício 9)** Consider the three-link articulated robot. Derive the forward kinematic equations using the DH-convention.

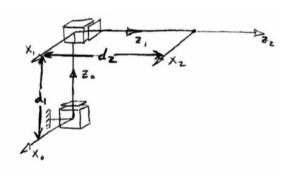


**Exercício 10)** Consider the three-link cartesian manipulator. Derive the forward kinematic equations using the DH-convention.



## Resolução

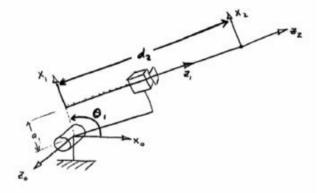
6)



-1	link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	1	0	-90°	$d_1$	0
	2	0	0	$d_2$	0

$$A_1 = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \qquad A_2 = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$T_0^2 = A_1 A_2 = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

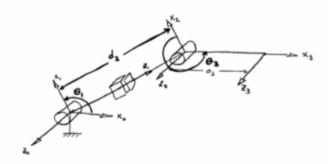


link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	90°	0	$\theta_1$
2	0	-90°	$d_2$	0
3	$a_3$	0	$d_3$	$\theta_3$

$$A_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; A_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{0}^{2} = A_{1}A_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{2} \\ 0 & -1 & 0 & d_{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8)

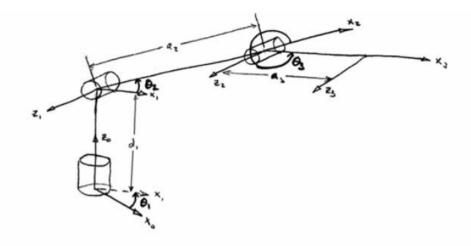


link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	90°	0	$\theta_1$
2	0	-90°	$d_2$	0
3	$a_3$	0	$d_3$	$\theta_3$

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$A_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_3s_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_3s_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = A_1 A_2 A_3 = \left[ \begin{array}{cccc} c_{13} & -s_{13} & 0 & s_1 d_2 + a_3 c_{13} \\ s_{13} & c_{13} & 0 & -c_1 d_2 + a_3 s_{13} \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$



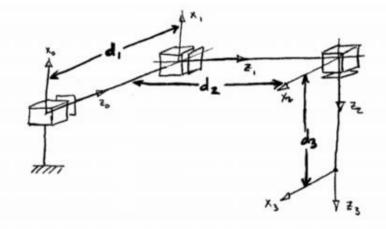
link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	90	0	$\theta_1$
2	$a_2$	0	0	$\theta_2$
3	$a_3$	0	0	$\theta_3$

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_3s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

where

$$\begin{array}{rcl} r_{11} & = & c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3 = c_1c_{23} \\ r_{12} & = & -c_1c_2s_3 - c_1c_3c_2 = -c_1s_{23} \\ r_{13} & = & s_1 \\ d_x & = & a_2a_2c_1c_2 + a_3c_1c_2c_3 - a_3c_1s_2s_3 = a_2c_1c_2 + a_3c_1c_{23} \\ r_{21} & = & c_2c_3s_1 - s_1s_2s_3 = x_1c_{23} \\ r_{22} & = & -c_2s_1s_3 - c_3s_1s_2 = -s_1s_{23} \\ r_{23} & = & -c_1 \\ d_y & = & a_2c_2s_1 + a_3c_2c_3s_1 - a_3s_1s_2s_3 = a_2c_2s_1 + a_3s_1c_{23} \\ r_{31} & = & c_2s_3 + c_3s_2 = s_{23} \\ r_{32} & = & c_2c_3 - s_2s_3 = c_{23} \\ r_{33} & = & 0 \end{array}$$

 $d_z = a_2s_2 + a_3c_2s_3 + a_3c_3s_2 = a_2s_2 + a_3s_{23}$ 



link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	-90°	$d_1$	0
2	0	90°	$d_2$	90°
3	0	0	$d_3$	-90°

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3 \\ -1 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$