Robótica

Cinemática de manipuladores

Prof. Leonardo Paiva

Universidade Federal de Lavras

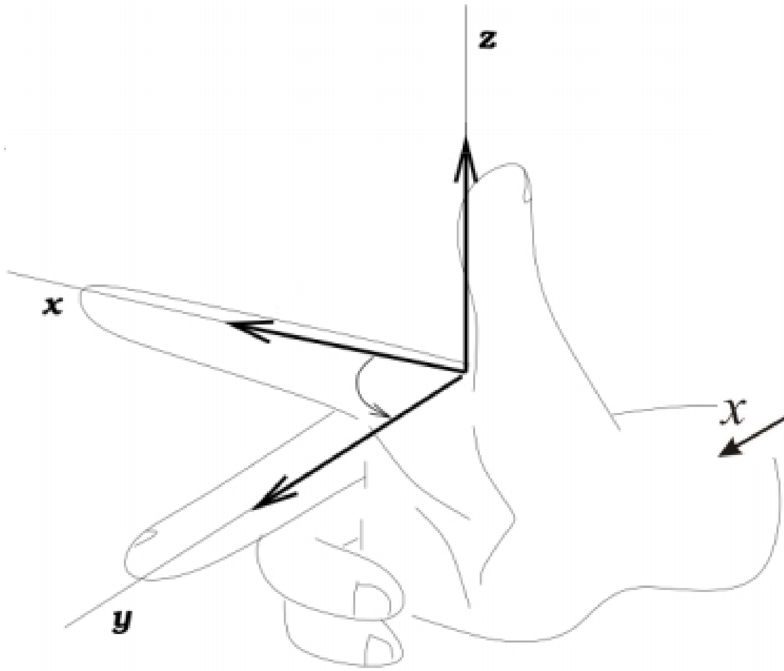
Como obter a Cinemática Direta?

1) Colocar o robô na posição zero de todas as juntas
2) Atribuir um sistema de coordenadas a cada elo
3) Descrever as relações (translações e rotações) entre as variáveis das juntas e dos elos (D-H)
4) Determinar as matrizes de transformação $\mathbf{A}_i$ dos diversos elos
5) Multiplicar os $\mathbf{A}_i$ e obter a expressão ${}^{R}\mathbf{T}_{H}$
6) Obter as coordenadas de posição do punho
7) Obter as coordenadas de orientação do punho

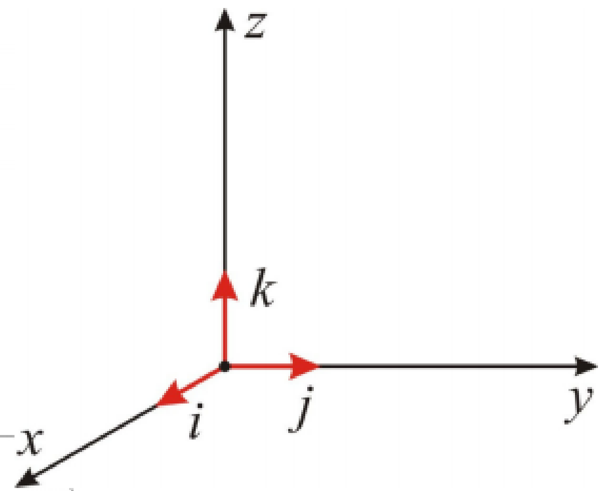
ROTAÇÃO

Regras da mão direita:

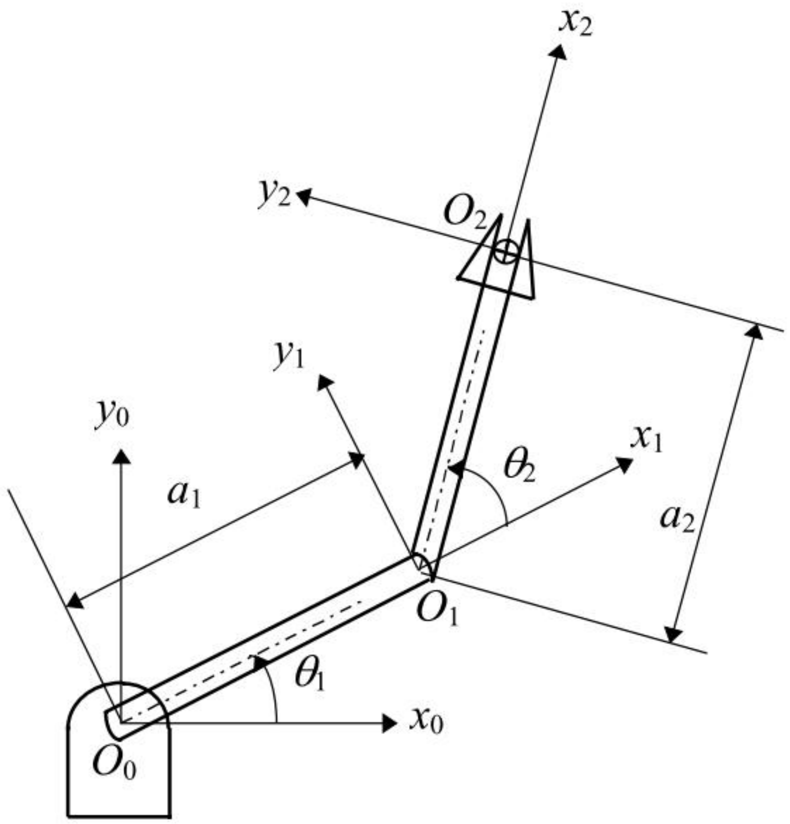
Sistema de coordenadas 3D:



Base ortonormal:

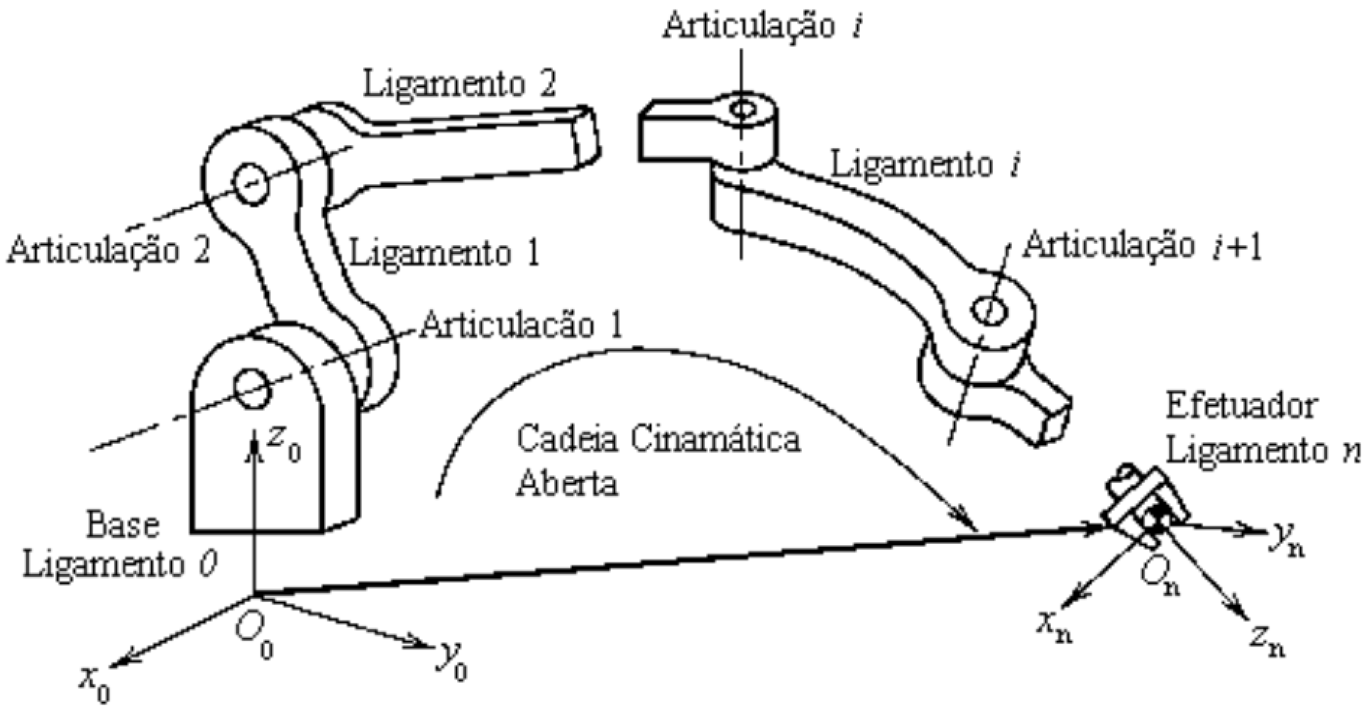


OBTER A CINEMÁTICA DIRETA DO MANIPULADOR PLANAR DA FIGURA ABAIXO



DEFINIÇÃO MECÂNICA DE UM MANIPULADOR

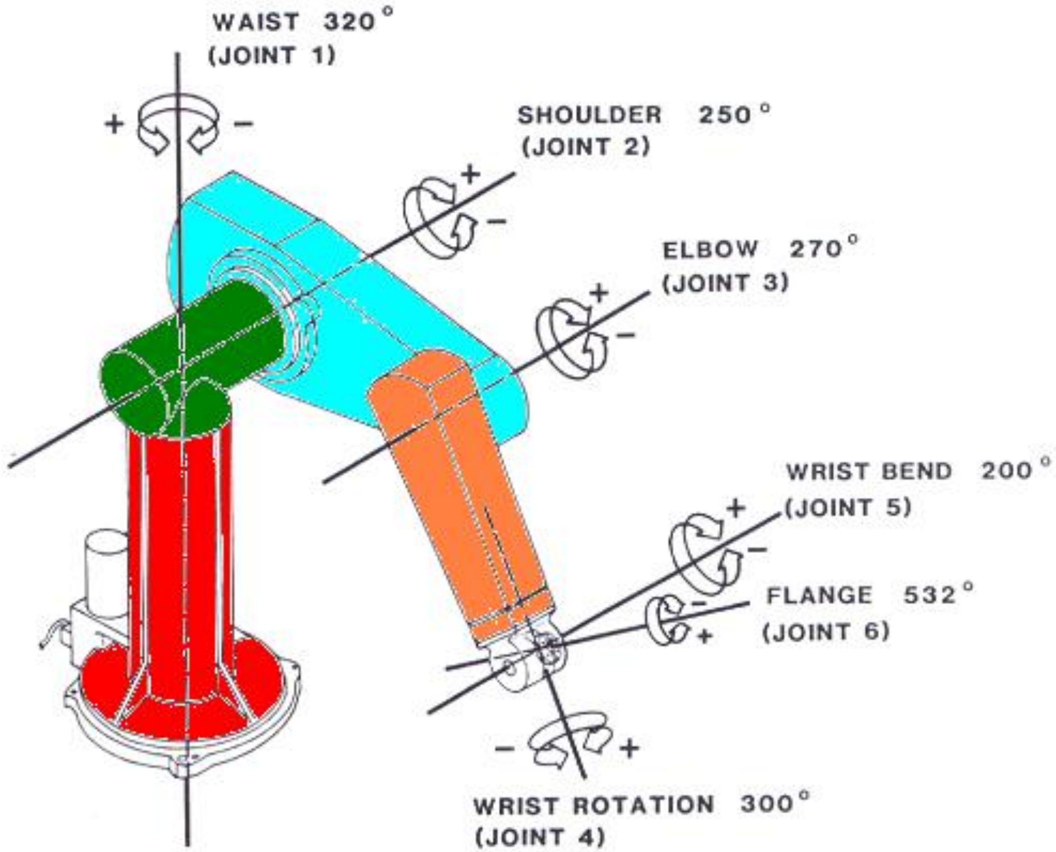
- Um manipulador consiste basicamente de uma série de corpos rígidos unidos entre si por articulações.



DEFINIÇÃO MECÂNICA DE UM MANIPULADOR

- Um manipulador é uma cadeia cinética composta por:
  - Elos (*Links*):
    - Os corpos da cadeia.
  - Juntas (*Joints*):
    - As articulações entre os corpos.
    - Conectam os elos e permitem a realização de movimentos de um elo em relação ao elo anterior.

Exemplo de manipulador: PUMA

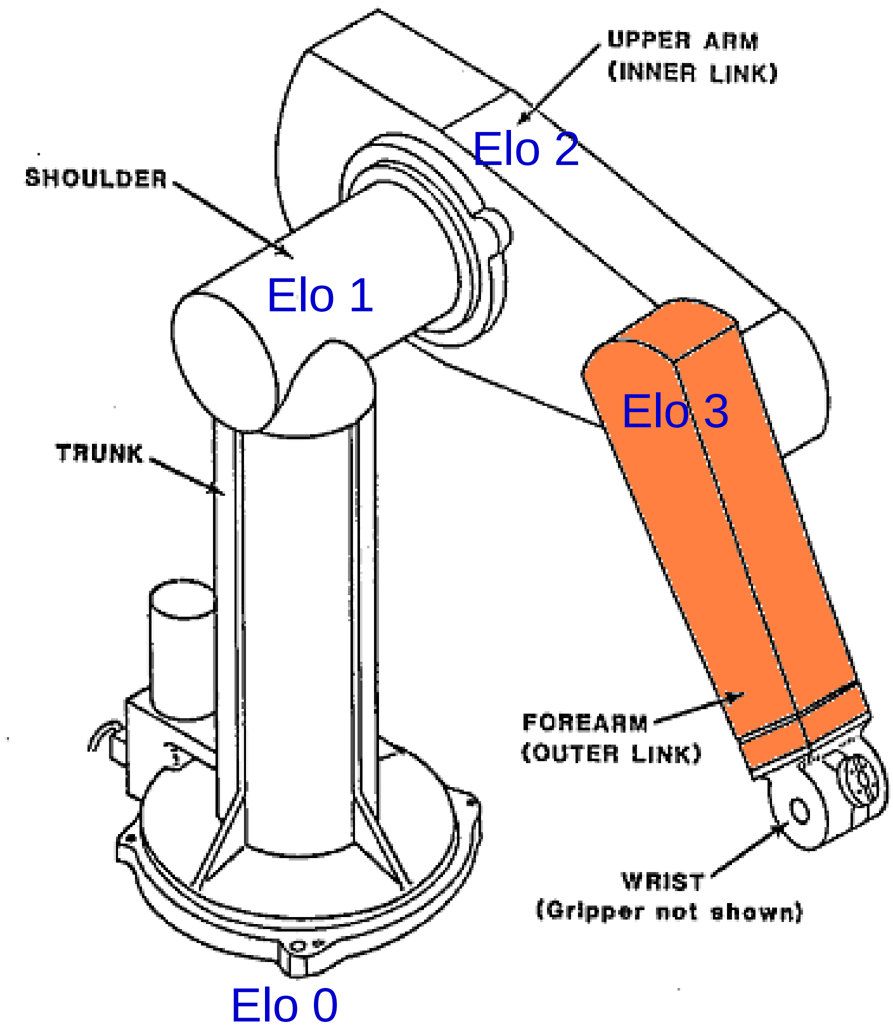


Elos (Links)

- Um elo (*link*) é um corpo rígido que define uma relação entre duas juntas adjacentes de um manipulador.

- Elos são numerados em ordem crescente, iniciando pela base do manipulador:
  - A base imóvel é o elo 0
  - A primeira parte móvel é o elo 1,
  - ...

Numeração dos elos

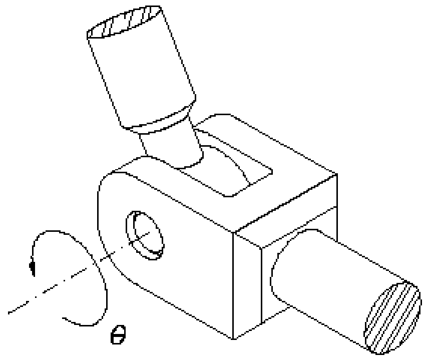


Juntas ou Articulações

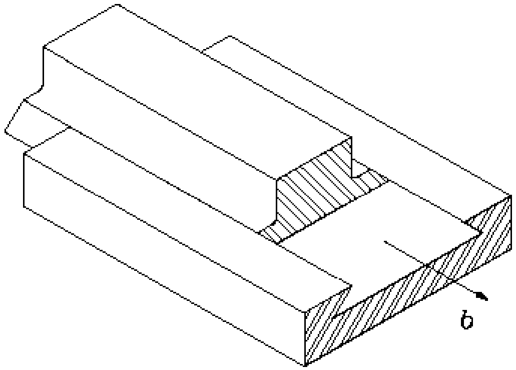
- Juntas (ou articulações) são definidas por vetores no espaço 3D:
  - A junta i é definida pelo vetor no espaço sobre o qual o elo i rotaciona (ou translada) em relação ao elo $i - 1$.
  - São numeradas a partir do primeiro elo.

Juntas

- Todas podem ser produzidas a partir de duas: Revolução (R) e Prismática (P)

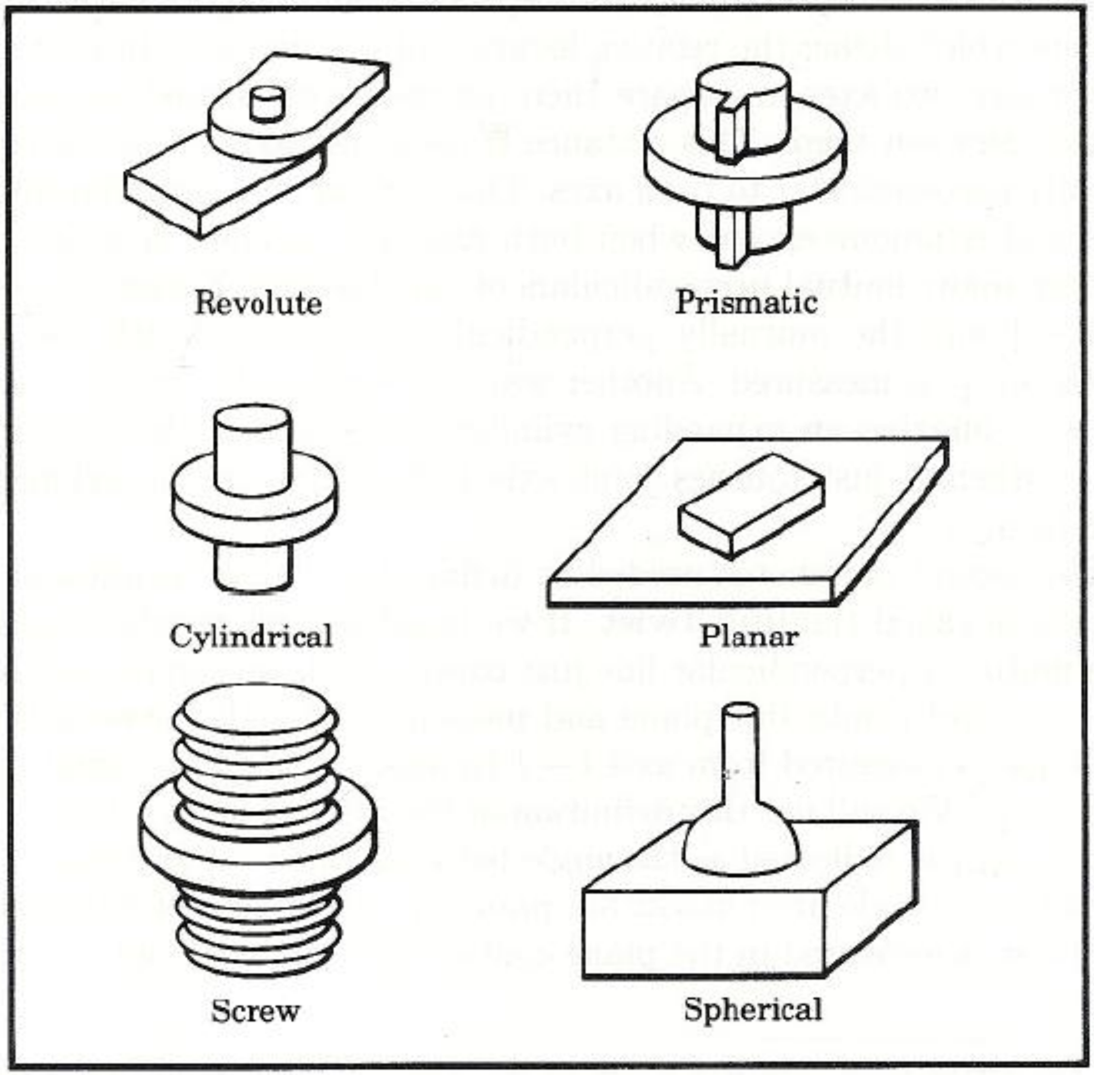


Rotating pair – Revolute (R)

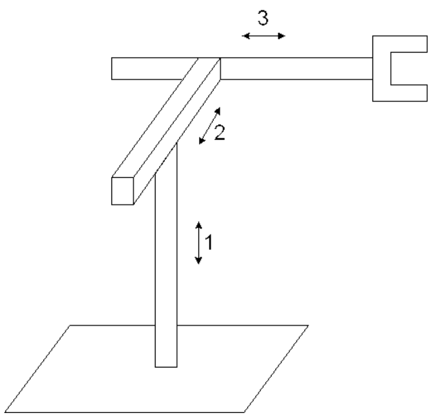


Sliding pair – Prismatic (P)

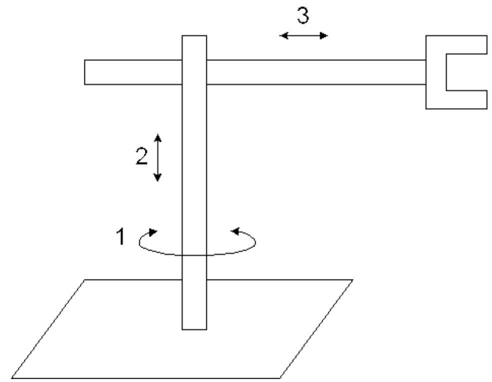
Seis possíveis juntas



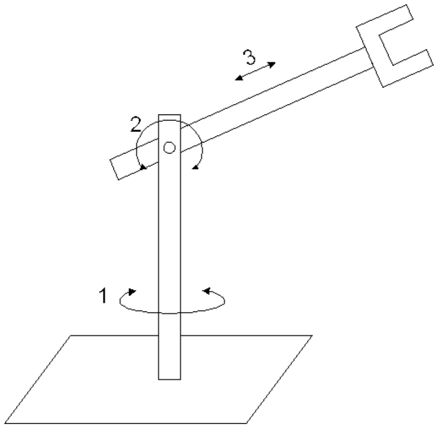
Configuração de alguns robôs



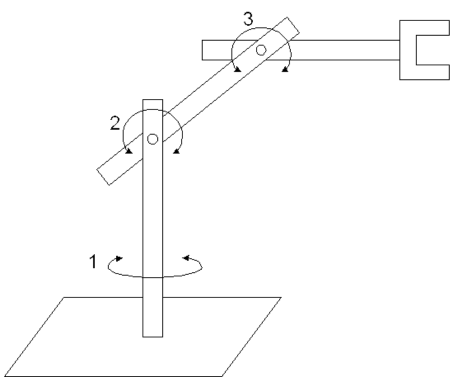
Cartesian: PPP



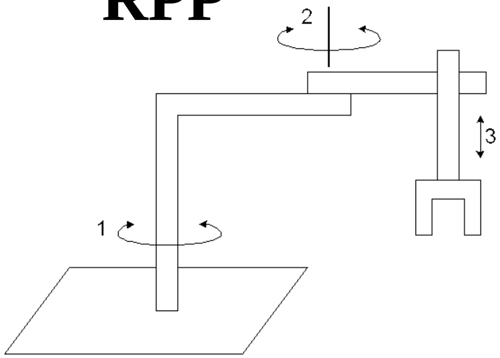
Cylindrical: RPP



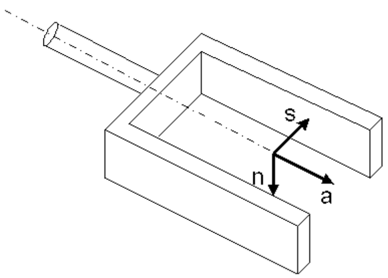
Spherical: RRP



Articulated: RRR



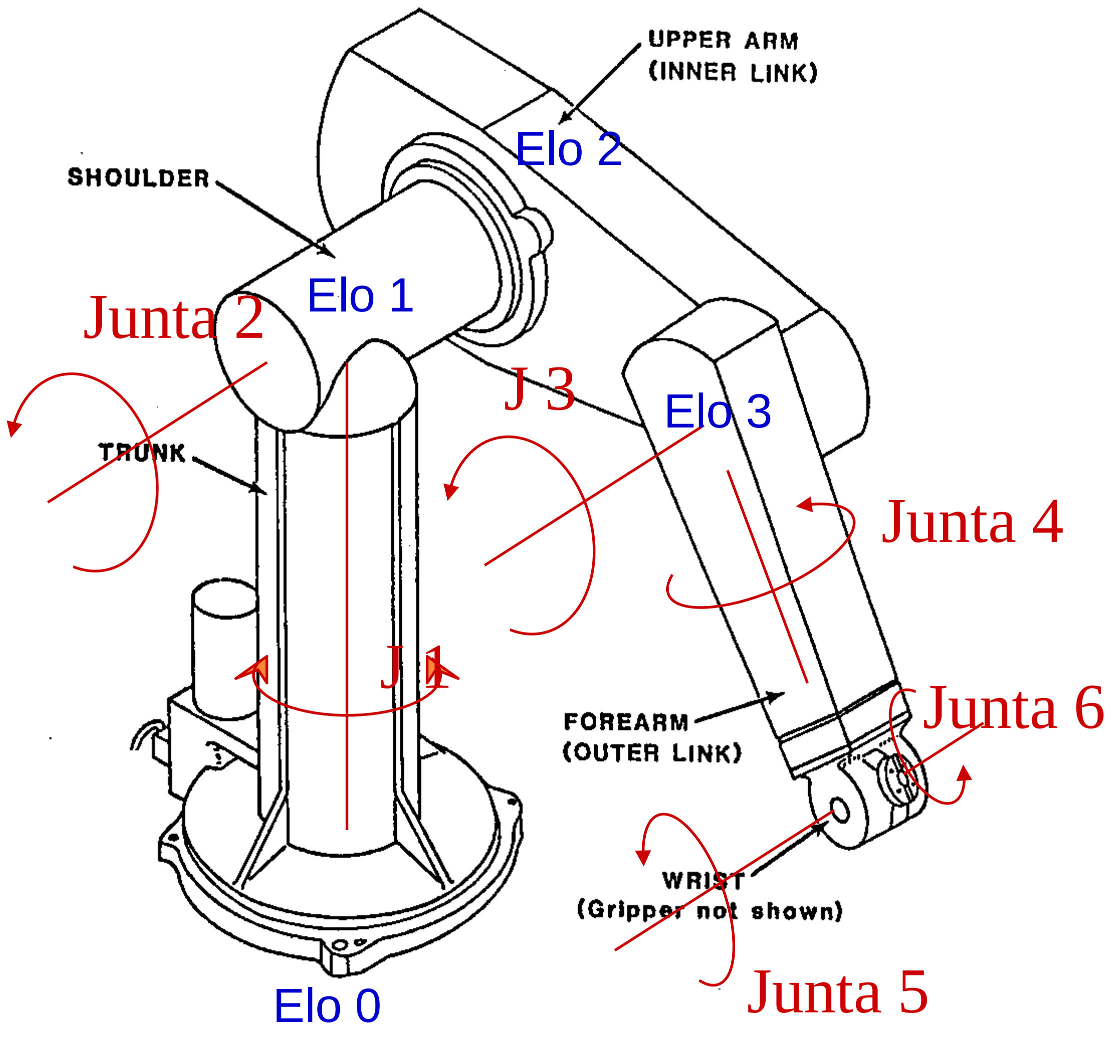
SCARA: RRP



Hand coordinate:

n: normal vector; s: sliding vector; a: approach vector

NUMERAÇÃO DAS JUNTAS

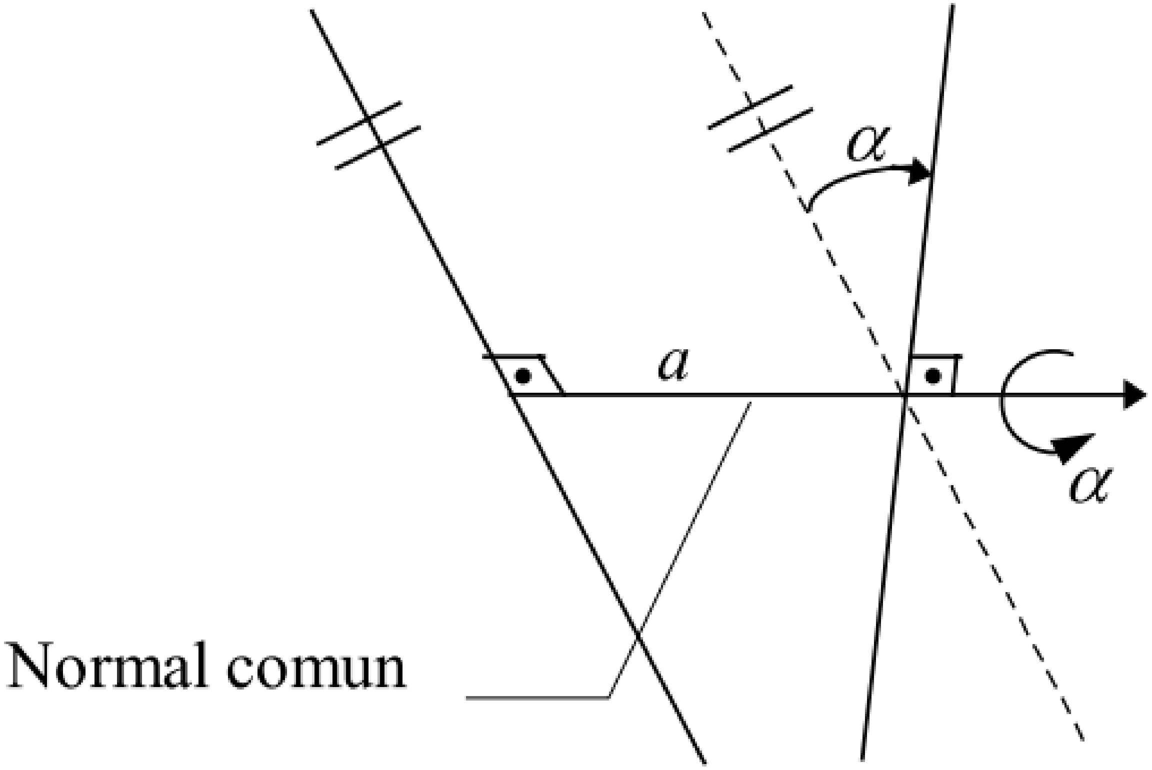


Notação de Denavit-Hartenberg

A Notação de Denavit-Hartenberg baseia-se no fato de que para determinar a posição relativa de duas retas no espaço, são necessários somente dois parâmetros. O primeiro parâmetro é a distância medida ao longo da normal comum entre as duas retas e o segundo é o ângulo de rotação em torno da normal comum, que uma das retas deve girar, de forma que fique paralela à outra.

Observa-se que a normal comum entre duas retas no espaço é definida por uma terceira reta que intercepta as duas primeiras retas, com ângulos de 90°. Além disso, a distância medida entre as duas retas, ao longo da normal comum, é a menor distância entre as mesmas.

Notação de Denavit-Hartenberg



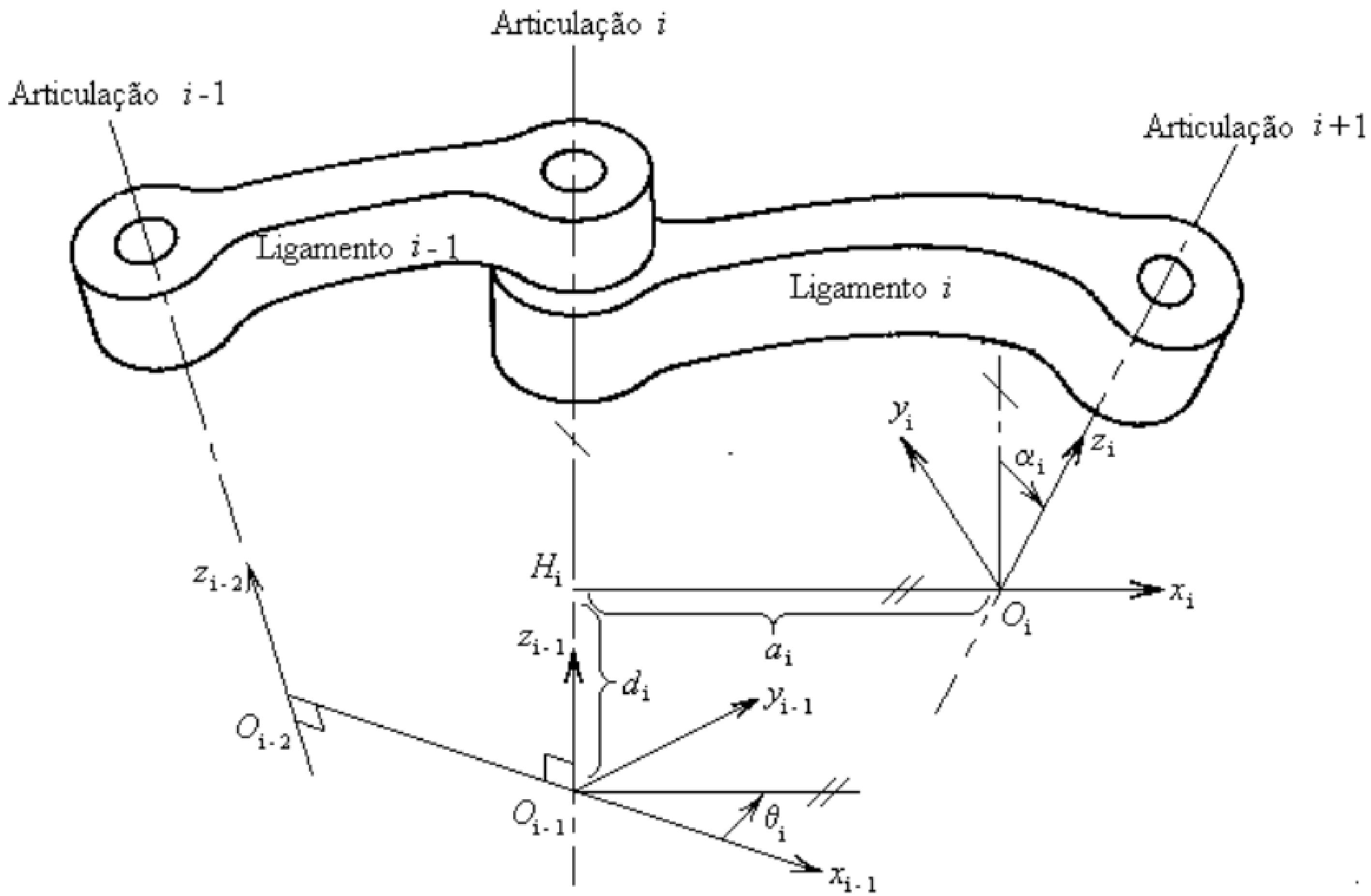
Notação de Denavit-Hartenberg

Se para definir a posição relativa de duas retas no espaço são necessários dois parâmetros, então, para definir a posição relativa de dois sistemas de coordenadas serão necessários quatro parâmetros.

Isto decorre do fato de que um sistema de coordenadas é definido por três retas (os três eixos do sistema), sendo que conhecendo-se dois eixos do sistema, o terceiro está automaticamente definido, pelas condições de ortogonalidade e pela regra da mão direita.

Notação de Denavit-Hartenberg

A Figura abaixo representa um par de ligamentos adjacentes de um robô manipulador (ligamentos *i* e *i*−1) e suas respectivas articulações (articulações *i*−1, *i* e *i*+1). A posição e orientação relativa entre os dois ligamentos é descrita pelas transformações de translação e de rotação entre os dois sistemas de coordenadas fixos a estes ligamentos.



Notação de Denavit-Hartenberg

O primeiro passo para definir os sistemas de coordenadas de um robô, é localizar os eixos z ao longo dos eixos das articulações, de forma que o eixo z_{i-1} é o eixo da articulação i.

Seja a reta H_iO_i a normal comum aos eixos das articulações i e i+1 (eixos z_{i-1} e z_i). A origem do sistema O_i é localizada na intercessão do eixo da articulação i+1 (eixo z_i) e a normal comum entre os eixos z_{i-1} e z_i. O eixo x_i é direcionado ao longo da extensão desta normal comum, na direção de z_{i-1} para z_i.

Finalmente, o eixo y_i é escolhido de forma que o sistema resultante $O_ix_iy_iz_i$ seja um sistema de coordenadas que segue a regra da mão direita.

A posição relativa entre dois sistemas de coordenadas consecutivos, sistemas O_{i-1}- x_{i-1} - y_{i-1} - z_{i-1} e O_i-$x_iy_iz_i$, é completamente determinada pelas posições relativas entre os eixos x_{i-1} e x_i, e entre os eixos z_i e z_{i-1}, que são definidas pelos quatro parâmetros seguintes:

NOTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

- a_i: é a distância (em módulo) entre z_{i-1} e z_i, medida ao longo do eixo x_i, que é a normal comum entre z_{i-1} e z_i, ou seja, é a distância H_iO_i;
- α_i: é o ângulo (com sinal) entre o eixo z_{i-1} e o eixo z_i, medido em torno do eixo x_i, segundo a regra da mão direita, ou seja, é o ângulo de rotação em torno do eixo x_i, que o eixo z_{i-1} deve girar para que fique paralelo ao eixo z_i;
- d_i: é a distância (com sinal) entre os eixos x_{i-1} e x_i, medida sobre o eixo z_{i-1} (que é a normal comum entre x_{i-1} e x_i), partindo-se de O_{i-1} e indo em direção à H_i. O sinal de d_i é positivo, se para ir de O_{i-1} até H_i, caminha-se no sentido positivo de z_{i-1}, e negativo, se caminha-se no sentido oposto de z_{i-1};
- θ_i: é o ângulo (com sinal) entre o eixo x_{i-1} e o eixo x_i, medido em torno do eixo z_{i-1}, segundo a regra da mão direita, ou seja, é o ângulo de rotação em torno do eixo z_{i-1}, que o eixo x_{i-1} deve girar para que fique paralelo ao eixo x_i.

NOTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

Com estes quatro parâmetros, a posição e orientação do sistema de coordenadas i em relação ao sistema $i{-}1$ pode ser definida como uma sequência de quatro transformações:

- A primeira transformação, consiste em uma rotação em torno de z_{i-1}, de um ângulo θ_i, medido segundo a regra da mão direita, de forma a alinhar x_{i-1} com x_i:
- A segunda transformação, é uma translação ao longo do eixo z_{i-1}, de uma distância d_i, medida a partir do ponto O_{i-1}, até encontrar a intercessão da normal comum entre z_{i-1} e z_i (ponto H_i);
- A terceira transformação, consiste em uma translação ao longo do eixo x_i, de uma distância a_i, partindo-se do ponto H_i até encontrar o eixo z_i (ponto O_i); e
- A quarta transformação consiste em uma rotação em torno do eixo x_i, de um ângulo α_i, medido segundo a regra da mão direita, de forma a alinhar o eixo z_{i-1} com o eixo z_i.

Notação de Denavit-Hartenberg

Assim, tem-se, em resumo, as seguintes transformações:

$$\mathbf{A}_{i-1}^{i} = Rot(z,\theta_i)Trans(z,d_i)Trans(x,a_i)Rot(x,\alpha_i)\,,$$

$$\mathbf{A}_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i \cos\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Código Matlab

% DENAVIT Matriz de transformação homogênea.
% DH = DENAVIT(TETA, D, A, ALFA) devolve a matriz de transformação homogênea 4 x 4 a partir dos parâmetros de Denavit-Hartenberg
% D, ALFA, A e TETA.
%

```
function dh=denavit(teta, d, a, alfa)
dh=[cos(teta)  -cos(alfa)*sin(teta)   sin(alfa)*sin(teta)   a*cos(teta);
    sin(teta)   cos(alfa)*cos(teta)  -sin(alfa)*cos(teta)   a*sin(teta);
           0             sin(alfa)             cos(alfa)             d;
           0                    0                     0             1];
```

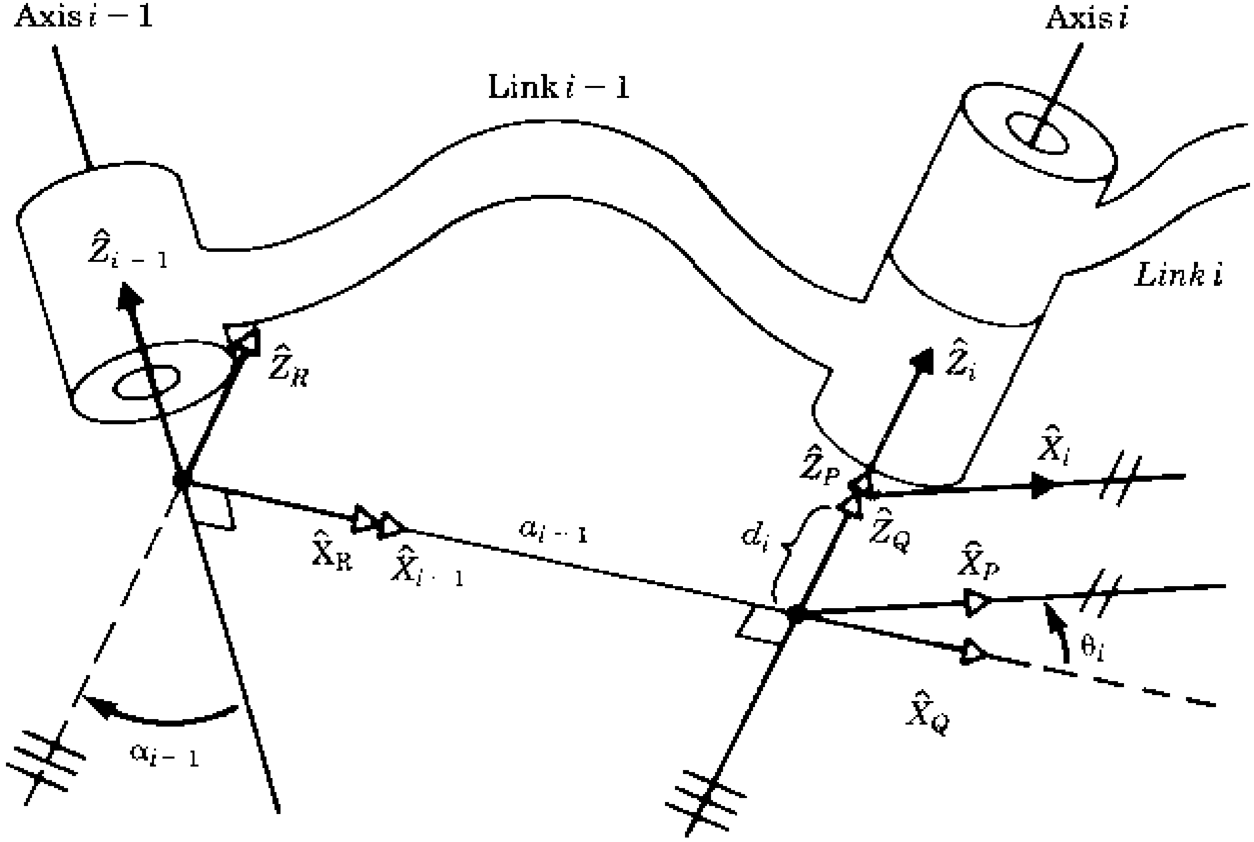
Parâmetros da junta 1

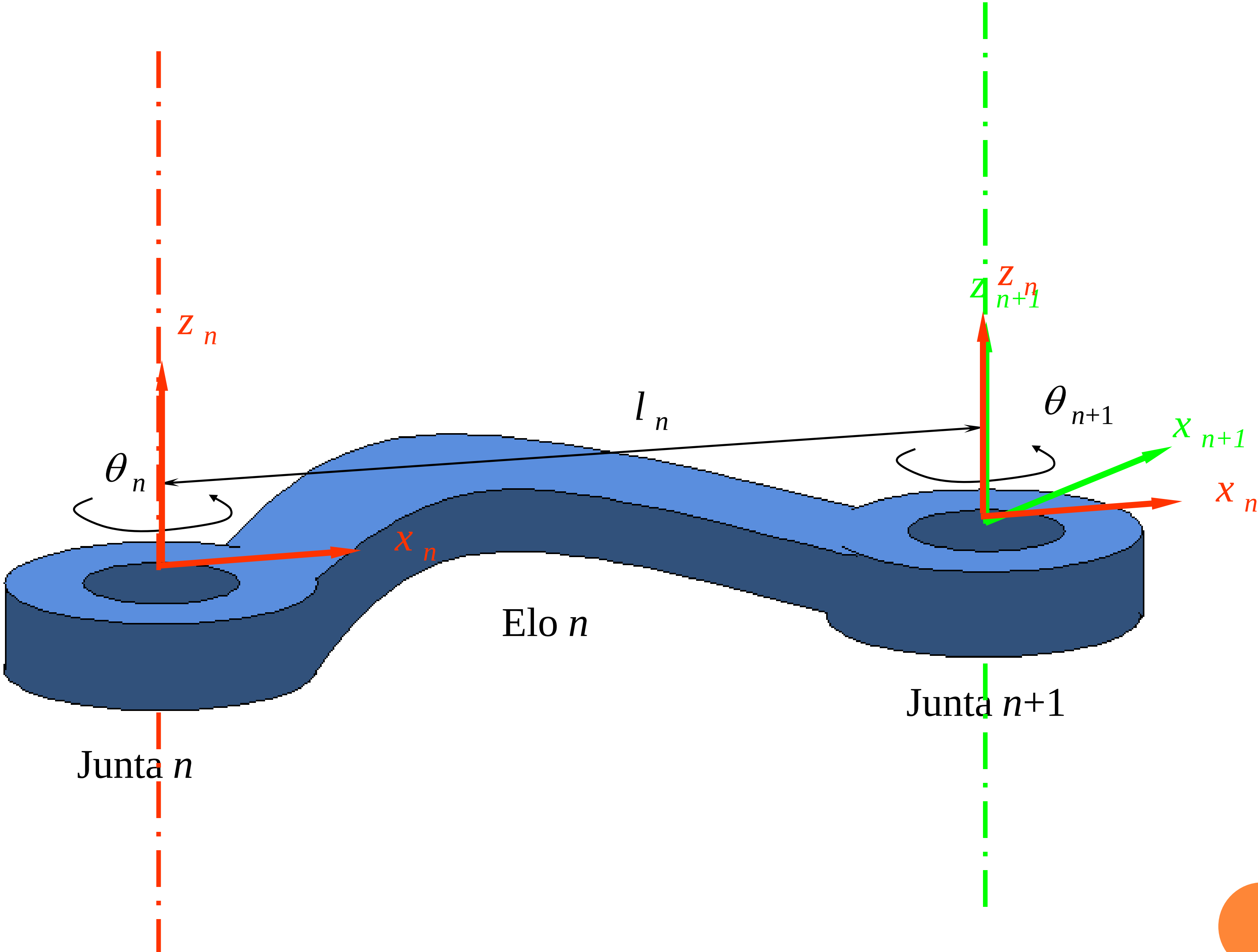
- Se a junta 1 for prismática:
  - $$d_1 = \text{var}$$
    $$q_1 = 0$$
- Se a junta 1 for de rotação:
  - $$d_1 = 0$$
    $$q_1 = \text{var}$$

Sistemas de referências

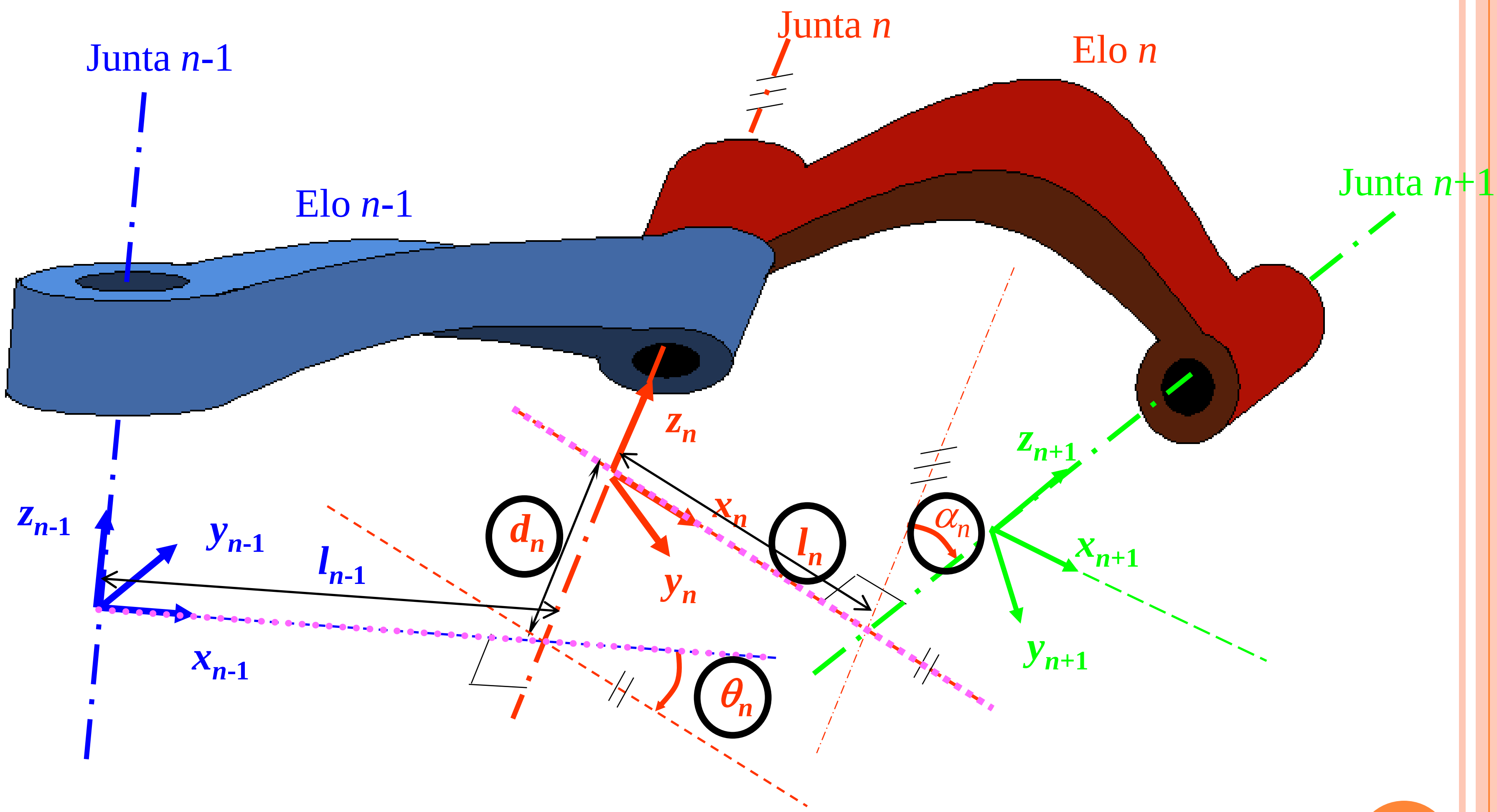
- Cada corpo elementar (*elo*) da cadeia cinemática deve ser fixado em um sistema de referência (*frame*).
- Existe uma convenção para anexar sistemas de referências aos elos, dada pela Notação D-H:
  - *Frames* são numerados de acordo com o elo ao qual ele está ligado.
  - *Frame* $\{i\}$ está ligado ao elo i.

Frames e elos





z n
θ n
x n
l n
Elo n
Junta n
z n
z n+1
θ n+1
x n+1
x n
Junta n+1

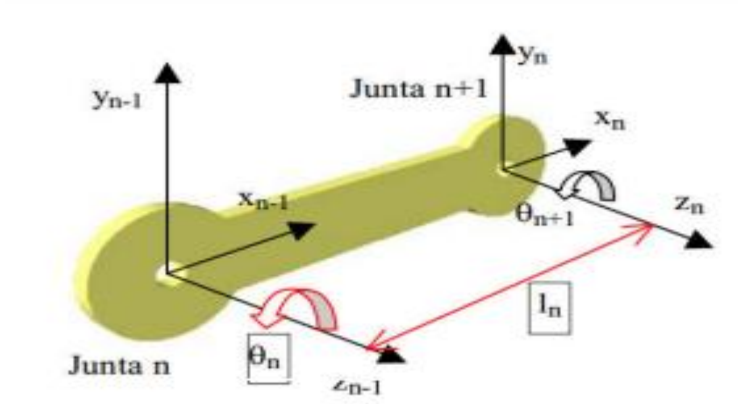

Junta n-1
Elo n-1
Junta n
Elo n
Junta n+1
z n-1
y n-1
x n-1
l n-1
d n
z n
x n
y n
l n
α n
θ n
z n+1
x n+1
y n+1

NOTAÇÃO D-H A PARTIR DOS *FRAMES*

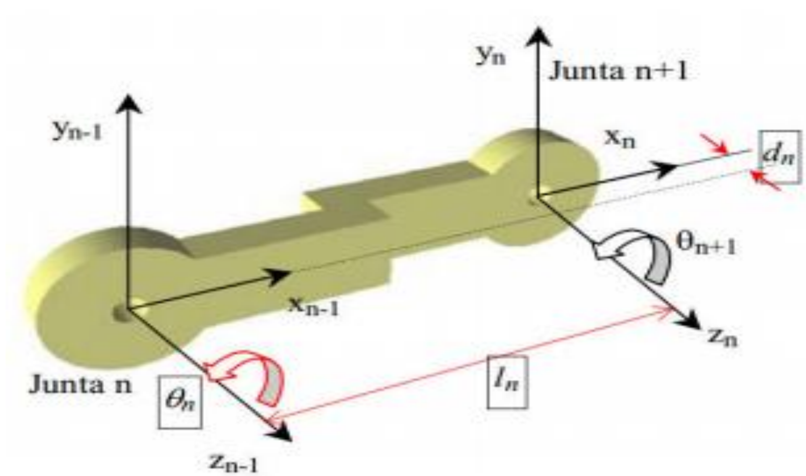
- a_i: a distância entre os eixos Z_i e Z_{i+1} medida sobre o eixo X_i.
- α_i: o ângulo entre os eixos Z_i e Z_{i+1} medida sobre o eixo X_i.
- d_i: a distância entre os eixos $X_{i\text{-}1}$ e X_i medida sobre o eixo Z_i.
- θ_i: o ângulo entre os eixos $X_{i\text{-}1}$ e X_i medidos sobre o eixo $Z_{i\text{-}1}$.

Parâmetro	Símbolo	Junta rotacional	Junta prismática	Definição formal
Ângulo de junta	θ_i	variável	fixo	$\theta_i = \angle\left(x_{i-1}\ ,\ x_i\right)\big\vert_{z_{i-1}}$
Deslocamento de junta	d_i	fixo	variável	$d_i = \overline{O_{i-1}\ ,\ (z_{i-1} \cap x_i)\vert_{z_{i-1}}}$
Comprimento do elo	$l_i\ (a_i)$	fixo	fixo	$l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)\ ,\ O_i\big\vert_{x_i}}$
Ângulo de torção do elo	α_i	fixo	fixo	$\alpha_i = \angle\left(z_{i-1}\ ,\ z_i\right)\big\vert_{x_i}$

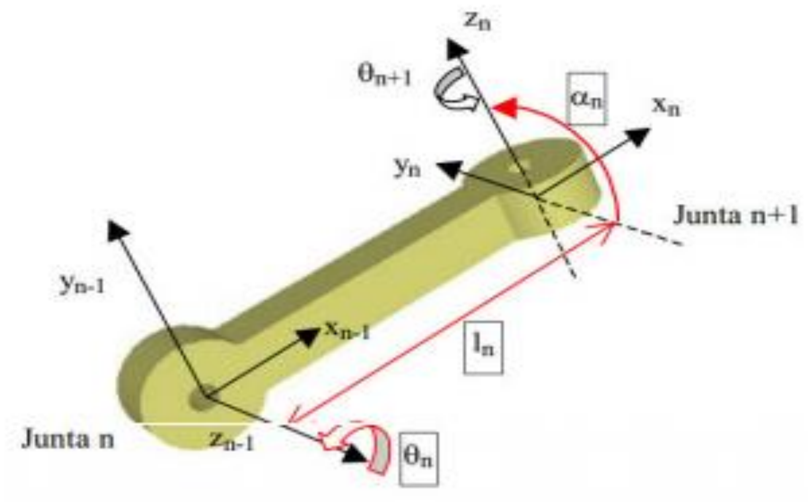
$$\vec{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \cdots & q_n \end{bmatrix}^T,\ q_i = \begin{cases} \theta_i \Leftarrow \ rotacional \\ d_i \Leftarrow \ prismática \end{cases}$$



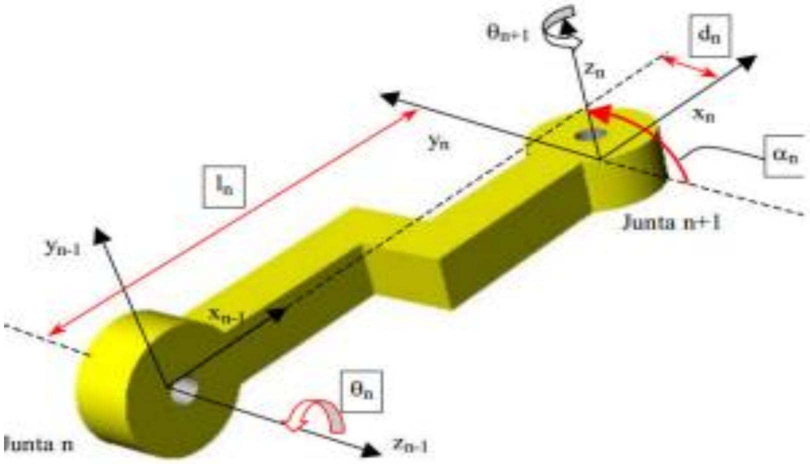
$ln \neq 0$
$d_n = 0$
θ_n = variável
$\alpha_n = 0$



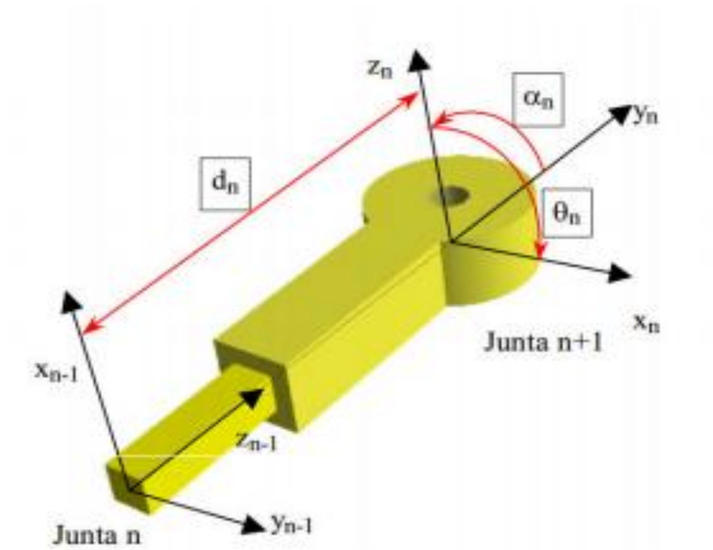
$l_n \neq 0$
$d_n \neq 0$
θ_n = variável
$\alpha_n = 0$



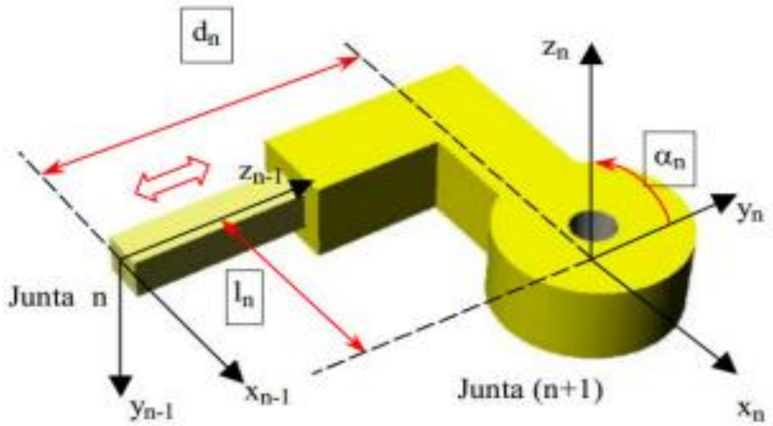
$l_n \neq 0$
$d_n = 0$
θ_n = variável
$\alpha_n \neq 0$ (–90º)



$l_n \neq 0$
$d_n \neq 0$
θ_n = variável
$\alpha_n \neq 0$ (–90º)



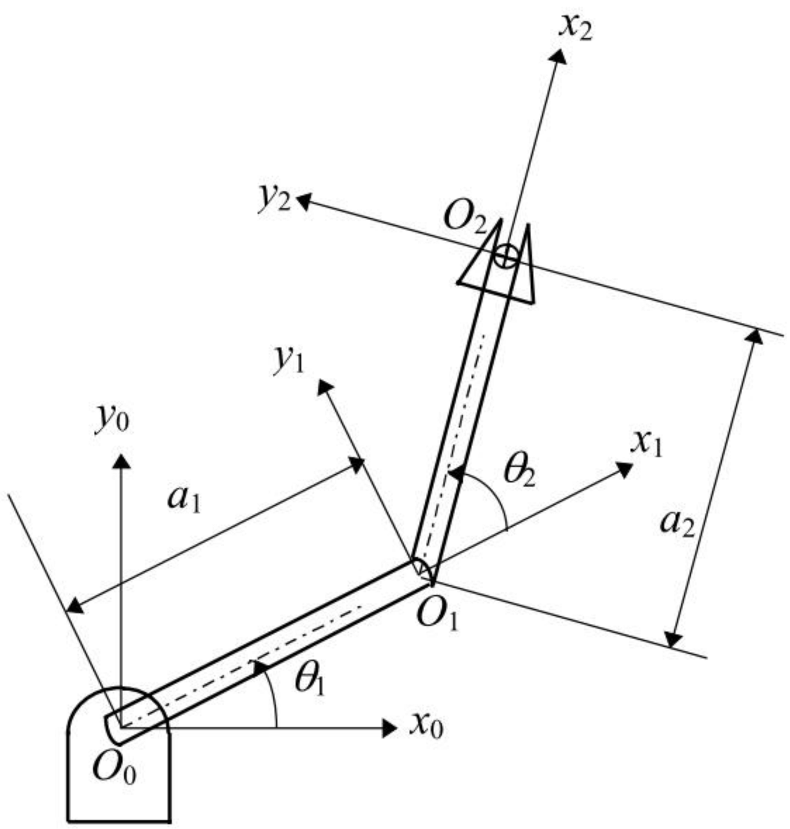
$l_n = 0$
$d_n \neq 0$ (variável)
$\theta_n \neq 0$ $(+90^o)$
$\alpha_n \neq 0$ $(+90^o)$



$l_n \neq 0$
d_n = variável
$\theta_n = 0$
$\alpha_n \neq 0$ $(+90^o)$

EXEMPLO

A Figura apresenta um esquema de um robô plano de duas articulações de revolução, com os sistemas de coordenadas posicionados nas articulações e no efetuador.



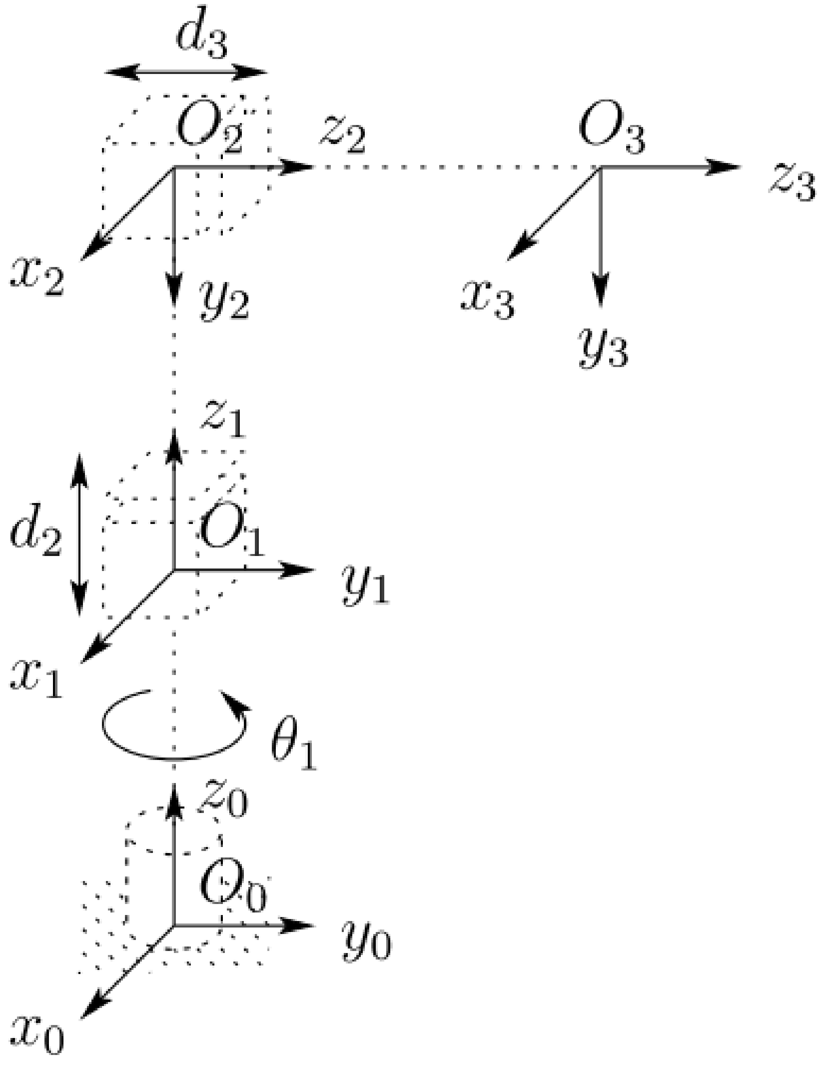
Exemplo

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg para este robô são definidos na Tabela

Ligamento	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	0	0	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2

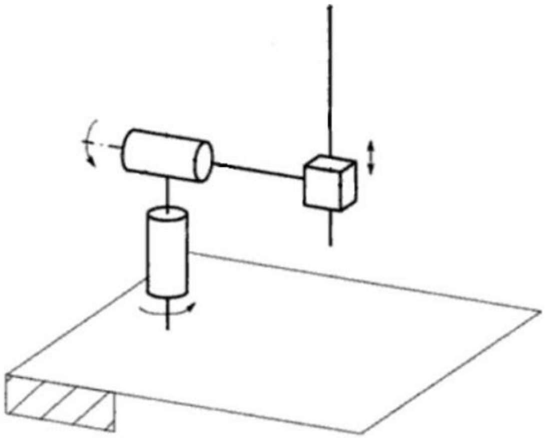
Com estes parâmetros de Denavit-Hartenberg definir as matrizes de transformação homogênea do sistema de coordenadas da base para o sistema 1 e do sistema 1 para o sistema 2, fixo no efetuador.

Three-Link Cylindrical Robot



Exercício

Determine os parâmetros DH do robô esférico abaixo, e depois descreva a posição do órgão terminal com relação ao sistema da origem.



Utilize os sistemas de coordenadas do manipulador, conforme a próxima figura.

Para calcular a posição do órgão terminal, considere os seguintes valores para as variáveis das juntas: $\theta_1 = 0^\circ,\ \theta_2 = 90^\circ,\ d_3 = 0{,}2m$

Assumimos também que d1 = d2 = 0,4m.

Considerando que a descrição do centro do órgão terminal, com relação ao sistema 3, é:
[0 0 0]

Calcule a descrição do órgão terminal em relação a base:

Exercício