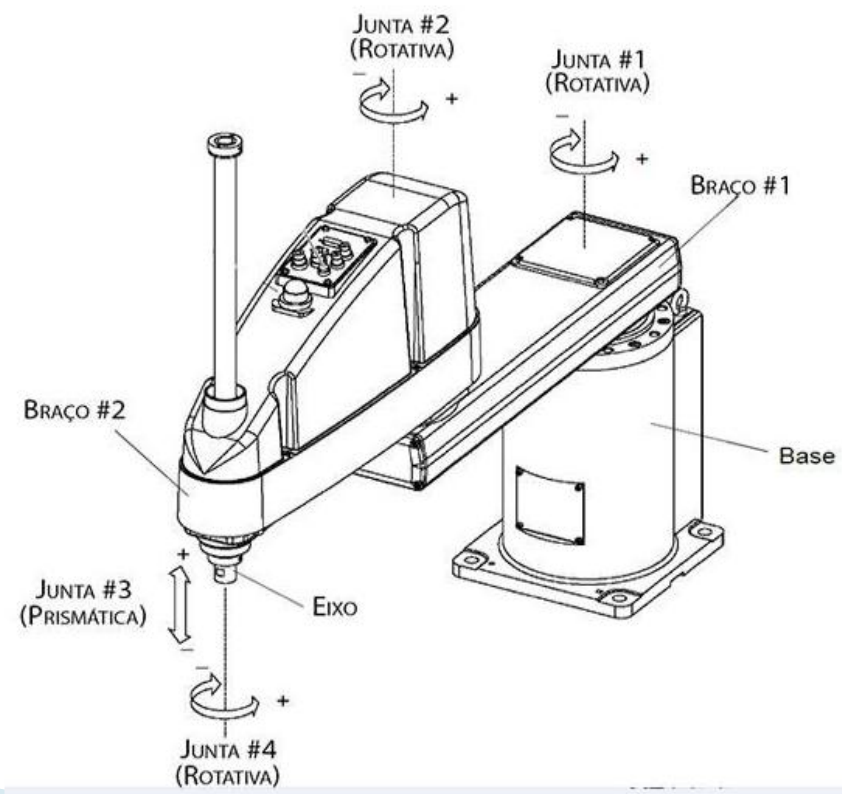
Robôs Industriais

2 eixos Delta – tarefas de pick and place

4 eixos Scara –

Embora operem em um único plano, imitam o braço humano. Assim, permite que o braço se estenda e retraia — funcionalidade importante para alcançar locais restritos. Normalmente, eles são utilizados em pick-and-place ou montagem, pois são tarefas que precisam de alta precisão e velocidade



4 eixos paletização

Robôs Industriais

Mechanical structures

- Serial kinematics
  - Higher payload (5..300Kg)
  - More degrees of freedom
  - Larger workspace
  - Slower movements
  - Lower accuracy

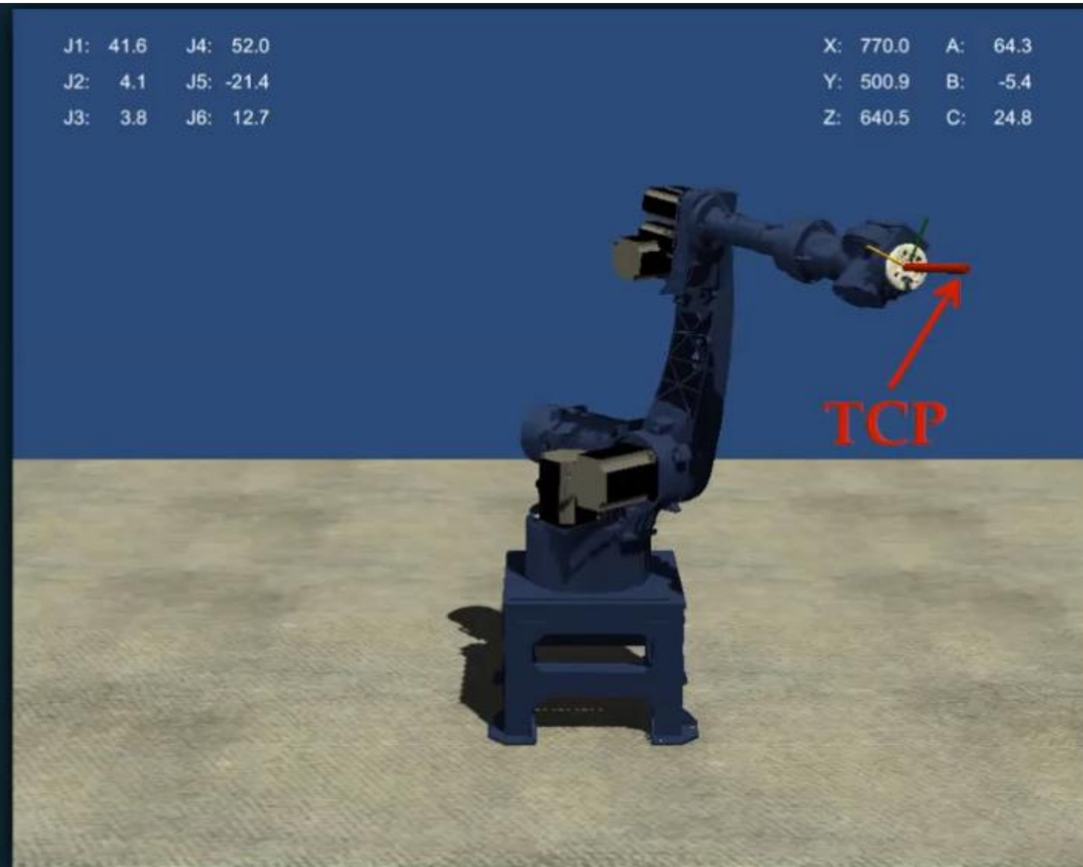
- Parallel kinematics
  - Lower payload (<10 Kg)
  - Fewer degrees of freedom
  - Smaller workspace
  - Faster movements
  - Higher accuracy

Robôs Industriais 6 DOF

MP = Mountaig point
TCP = Tool center point

Robôs Industriais 6 DOF

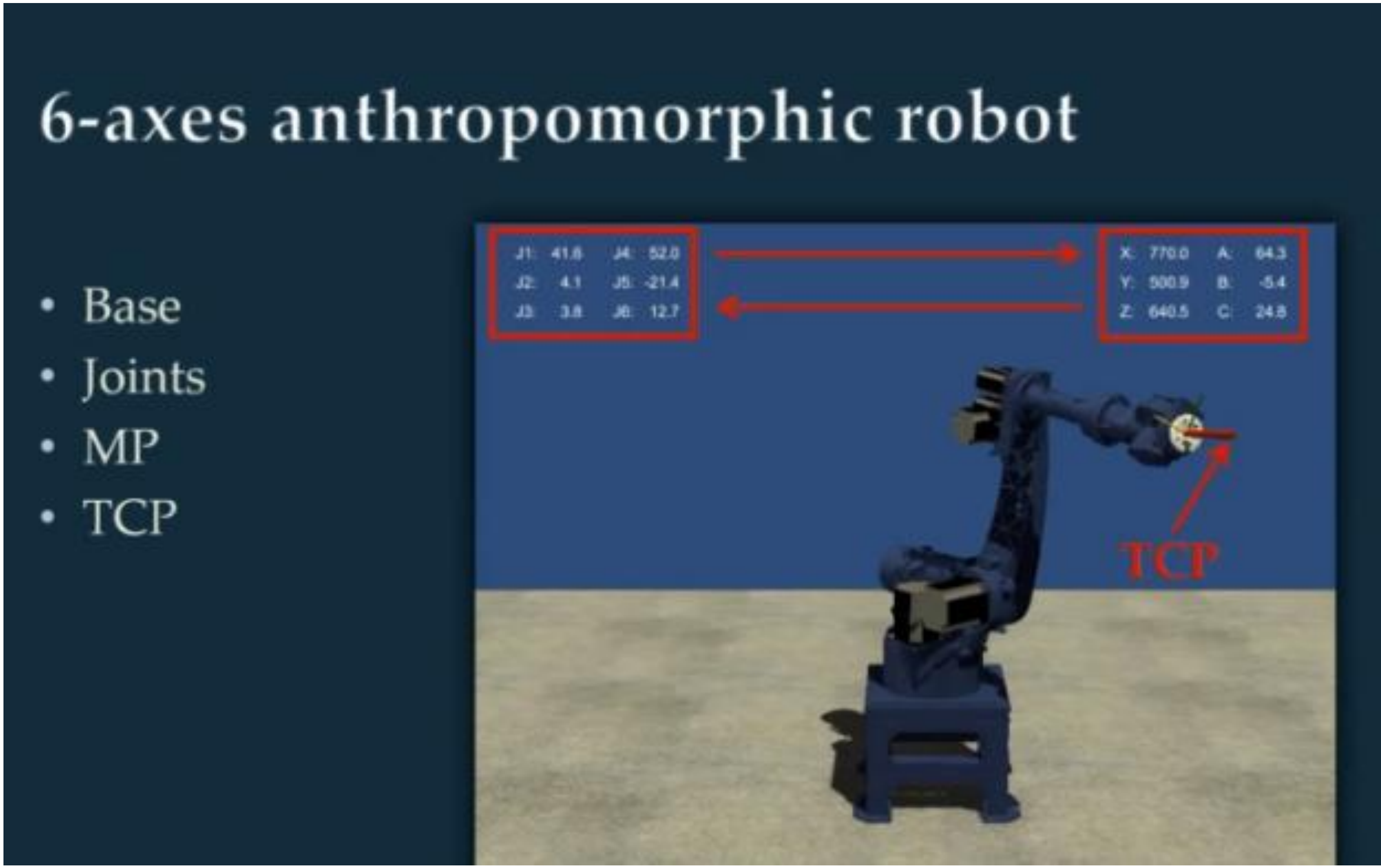
- Base
- Joints
- MP
- TCP



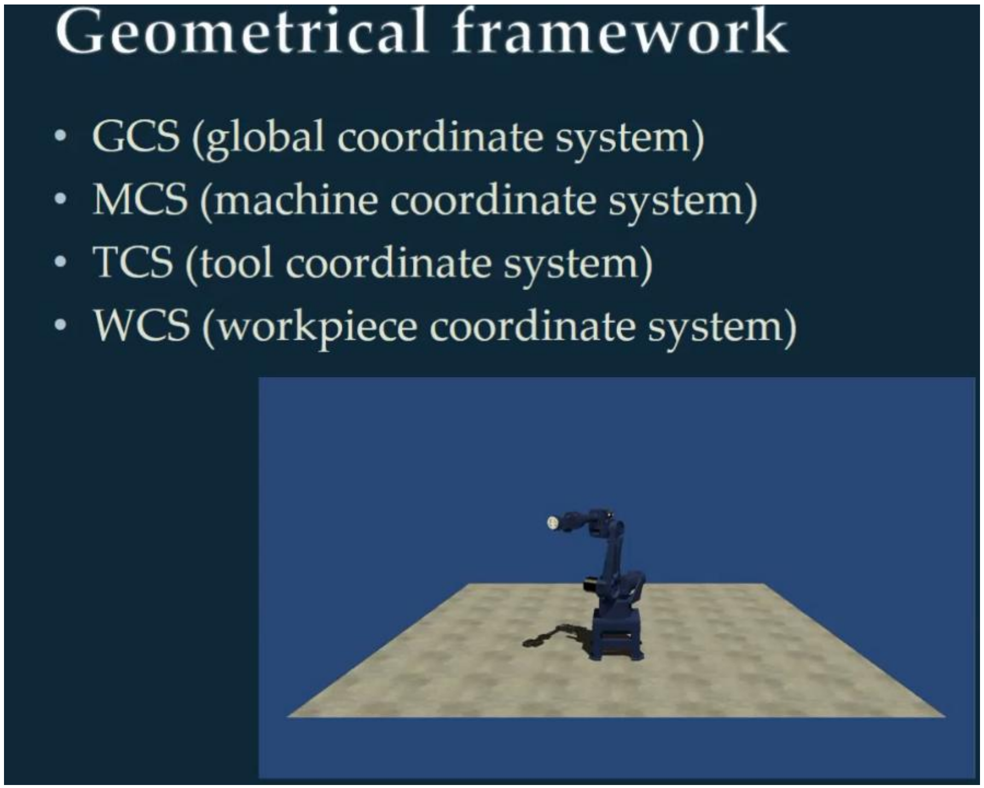
Robôs Industriais 6 DOF

TCP possui 6 coordenadas:
• 3 definindo sua posição no espaço (XYZ)
• 3 para definir sua orientação (ABC).

Robôs Industriais 6 DOF



Frames

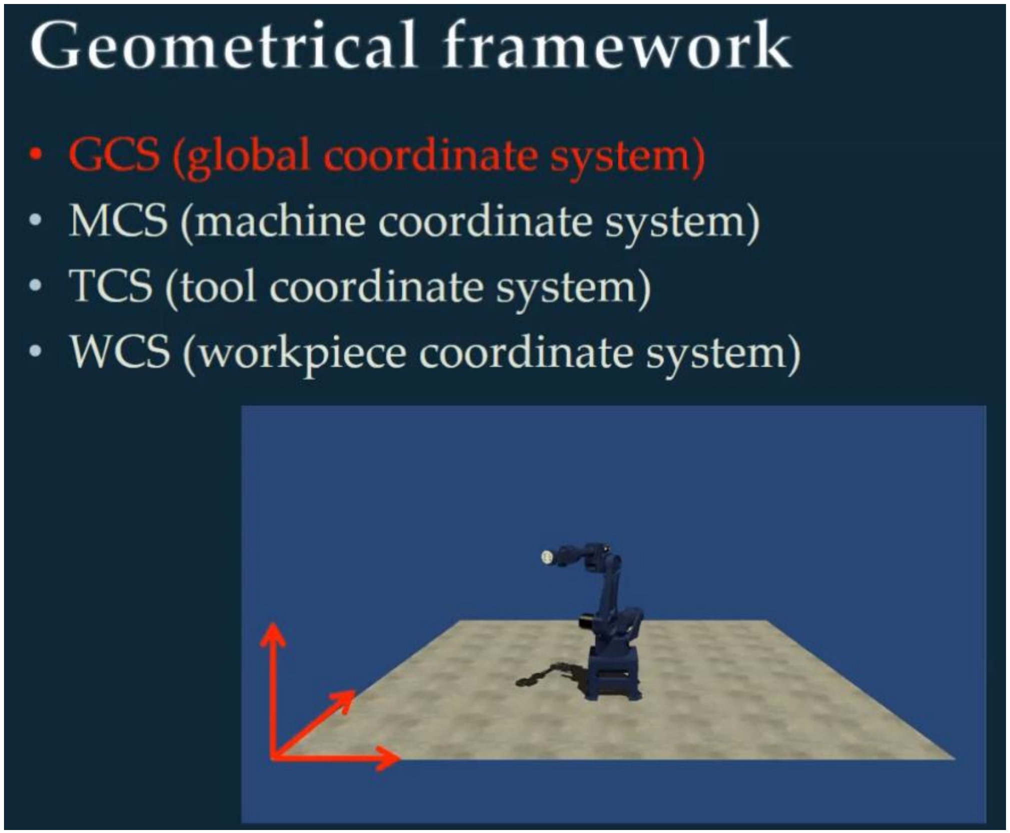


A frame is essentially a coordinate system with a specific position and orientation.

Frames are the geometrical foundation of the robotic arm and understanding how to handle them is a critical step.

When working with robots we can immediately identify a few fundamental frames.

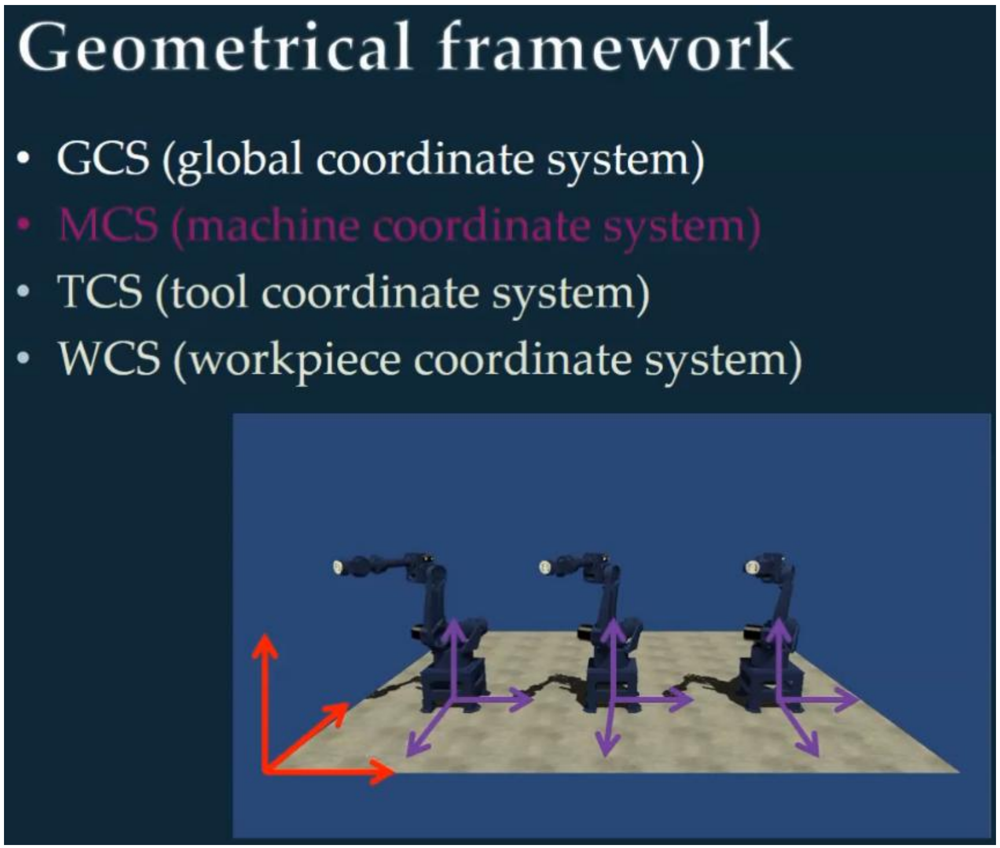
Frames



The global coordinate system defines the origin and orientation of our world.

When your space includes several machines and robots, it is always important to define a unique global reference system
so that everyone understands the same global coordinates.

Frames

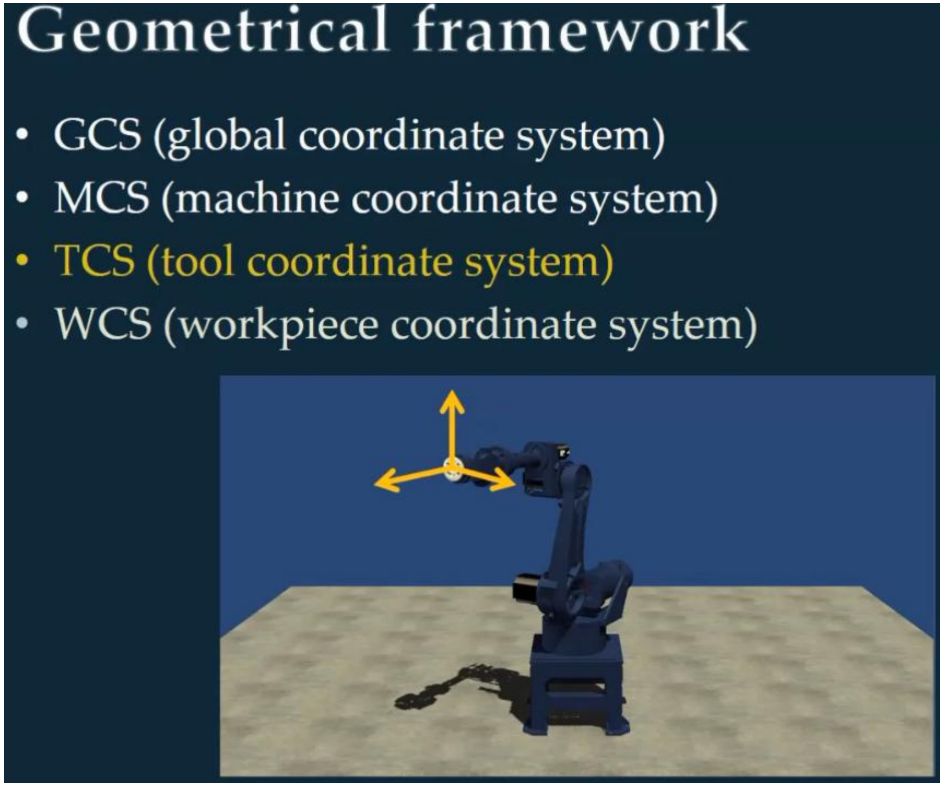


When your space includes several machines and robots, it is always important to define a unique global reference system so that everyone understands the same global coordinates.

Each robot or machine will then have its own local coordinate system.
This is convenient when programming individual robots.

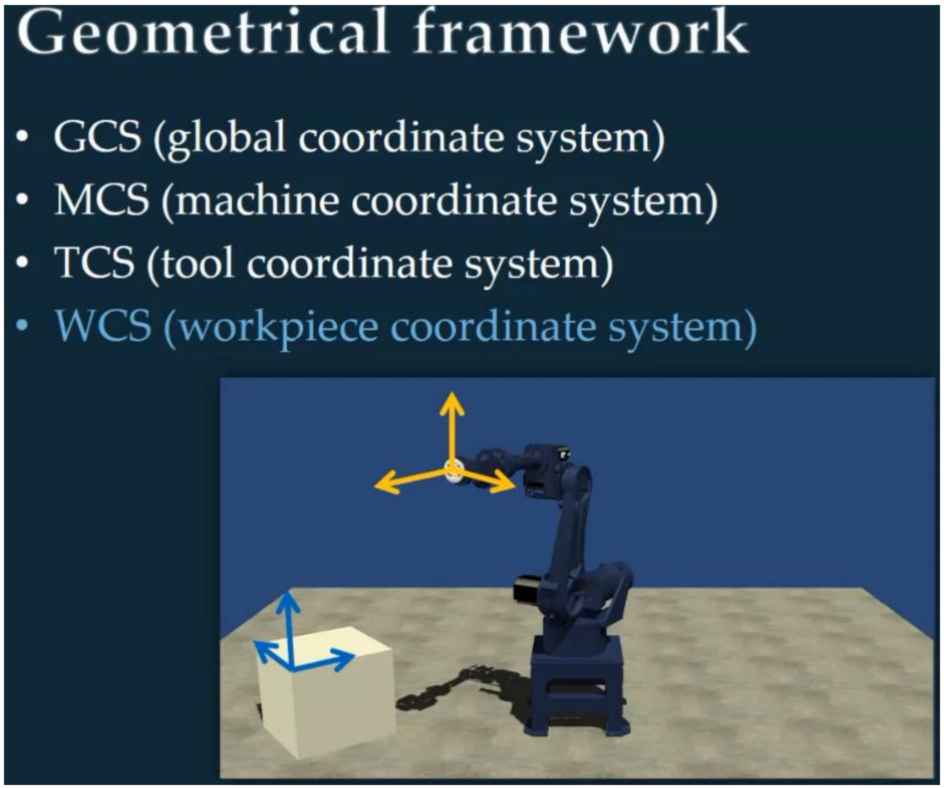
If you work with only one robot, then you can let the global and local coordinate systems coincide.

Frames



The next important frame to consider is the tool coordinate system,
whose origin is located at the TCP of the robot.
In this image we have no tool attached to the robot,
so the tool coordinate system is based at the mounting point on the sixth axis.

Frames

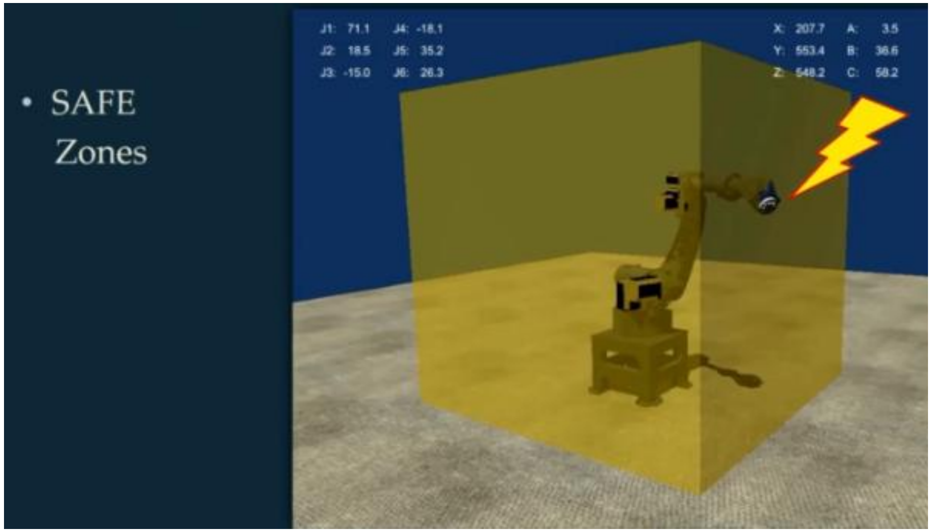


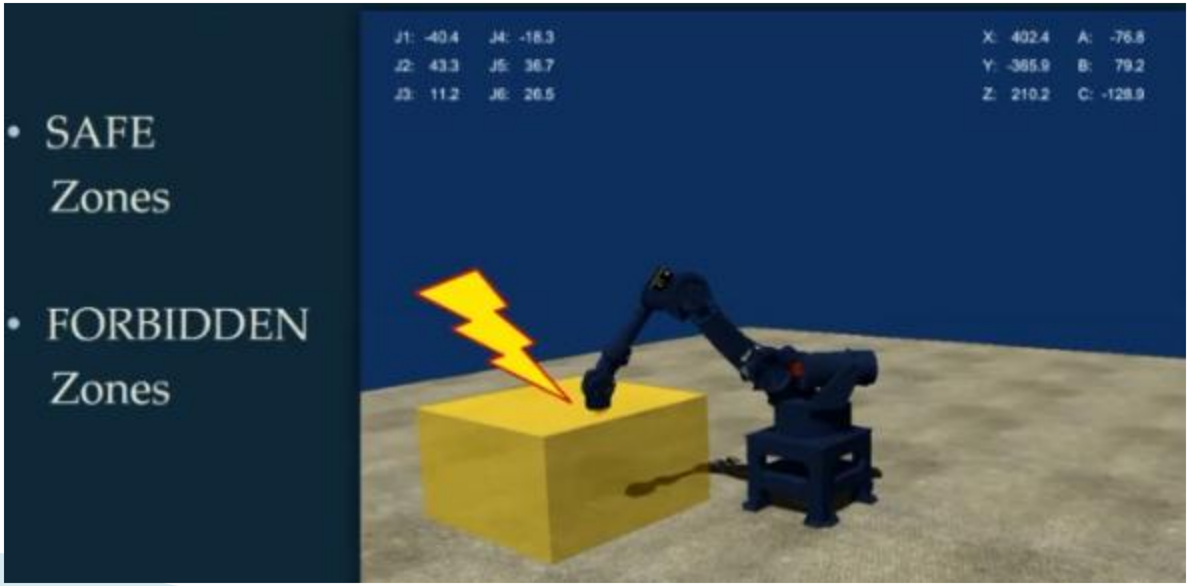
Finally, the most important frame for the operator, is the work-piece coordinate system.

This frame is what the robot's operator sees and considers as the origin of its work space and all the programmed points and movements refer to this system.

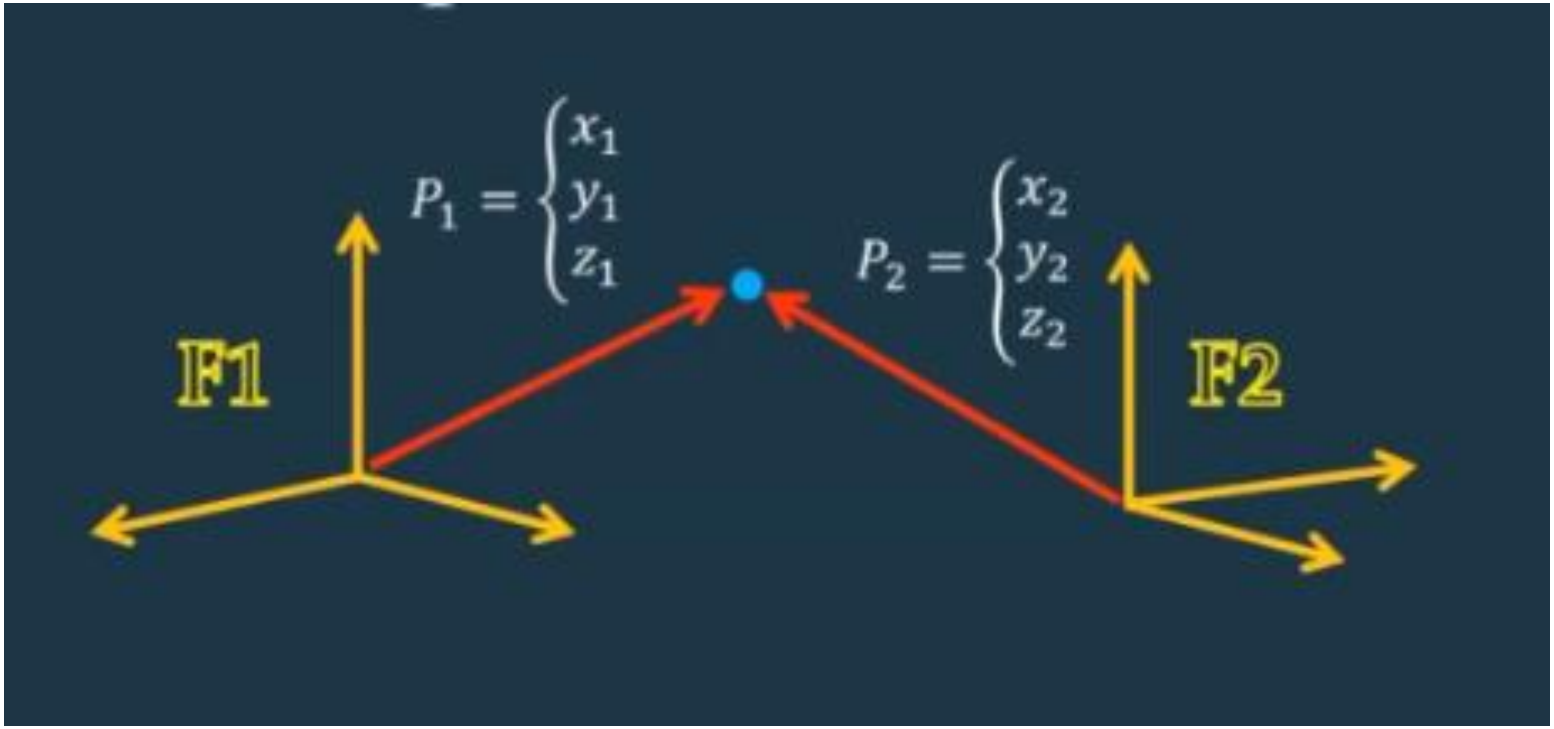
It is often also called product coordinate system and there is actually a multitude of them in a normal working cell, because the robot performs tasks on several products and each of them has its own origin and orientation.

Workspace (Safe and Forbidden zones)



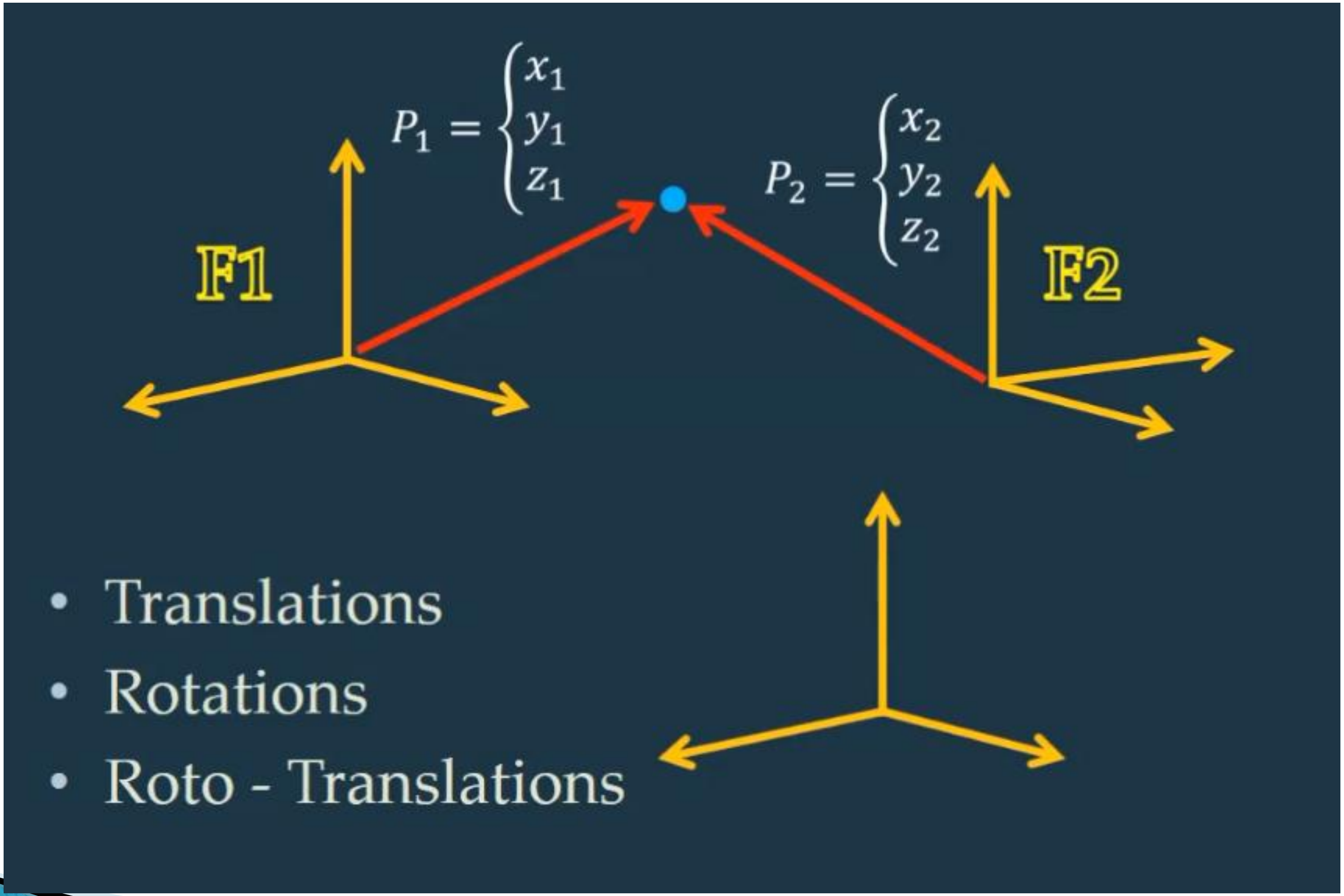


Frames



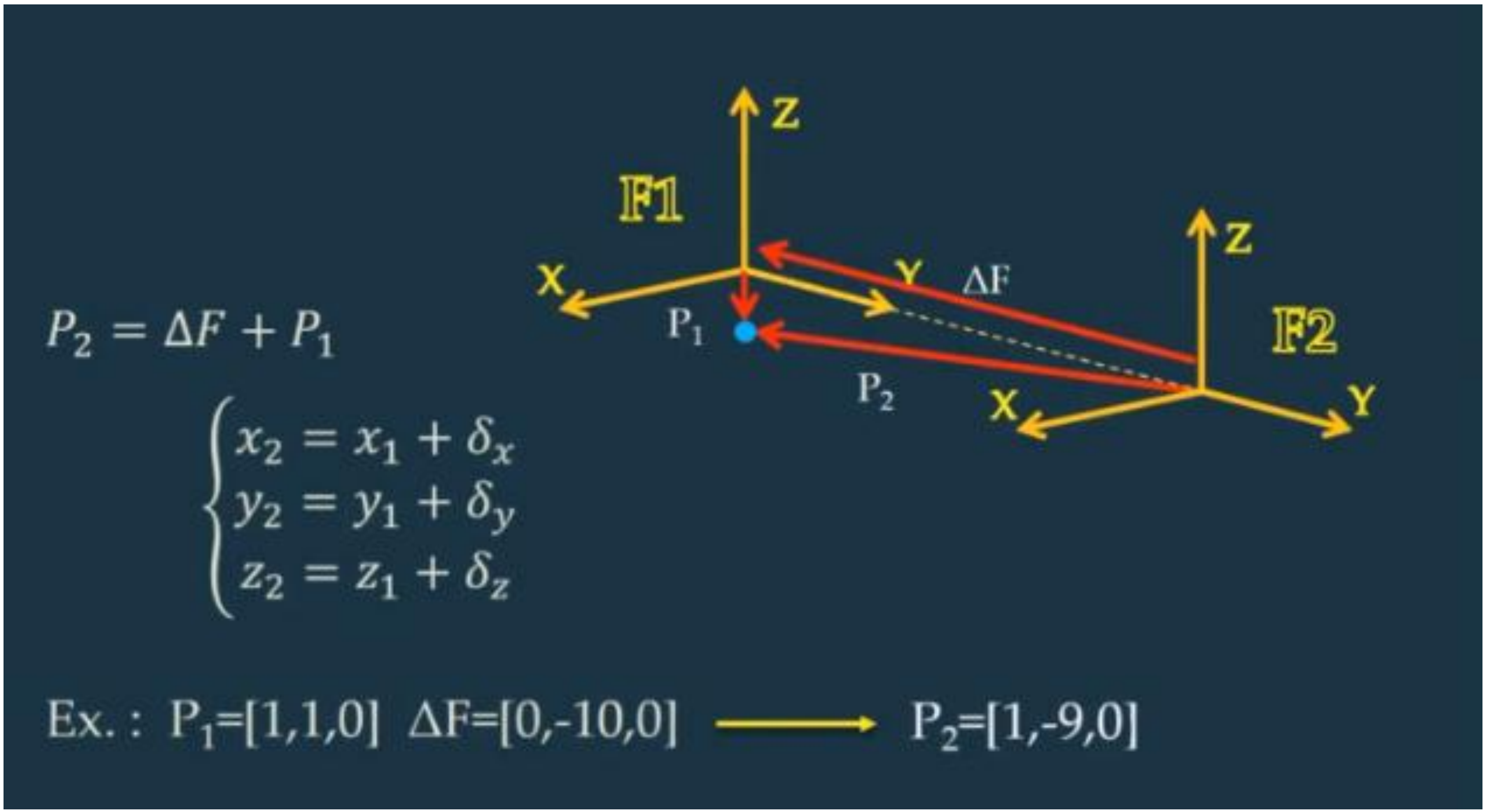
A frame is essentially a coordinate system with a specific position and orientation.

Frames



$P_1 = \begin{cases} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{cases}$
$P_2 = \begin{cases} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{cases}$
F1
F2
• Translations
• Rotations
• Roto - Translations

Frames


Z
F1
X
Y
ΔF
Z
F2
P_1
P_2
X
Y
$P_2 = \Delta F + P_1$
$\begin{cases} x_2 = x_1 + \delta_x \\ y_2 = y_1 + \delta_y \\ z_2 = z_1 + \delta_z \end{cases}$
Ex. : P_1=[1,1,0] ΔF=[0,-10,0] → P_2=[1,-9,0]

Frames

- Rotation angles around axes

$$P_2 = \overset{\text{Rotation Matrix}}{\boxed{R(\theta)}} P_1$$

Frames

- Rotation angles around axes

$$P_2 = \overbrace{\boxed{R(\theta)}}^{\text{Rotation Matrix}} P_1$$

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Frames

- Rotation angles around axes

$$P_2 = \overbrace{\boxed{R(\theta)}}^{\text{Rotation Matrix}} P_1$$

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Frames

- Rotation angles around axes

$$P_2 = \overbrace{\boxed{R(\theta)}}^{\text{Rotation Matrix}} P_1$$

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

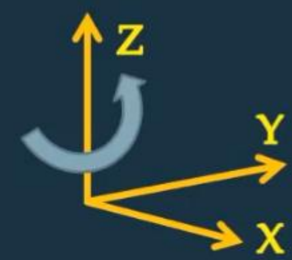
Industrial Roboti

Frames

- Rotation angles around axes

Rotation Matrix

$$P_2 = \boxed{R(\theta)} P_1$$



$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

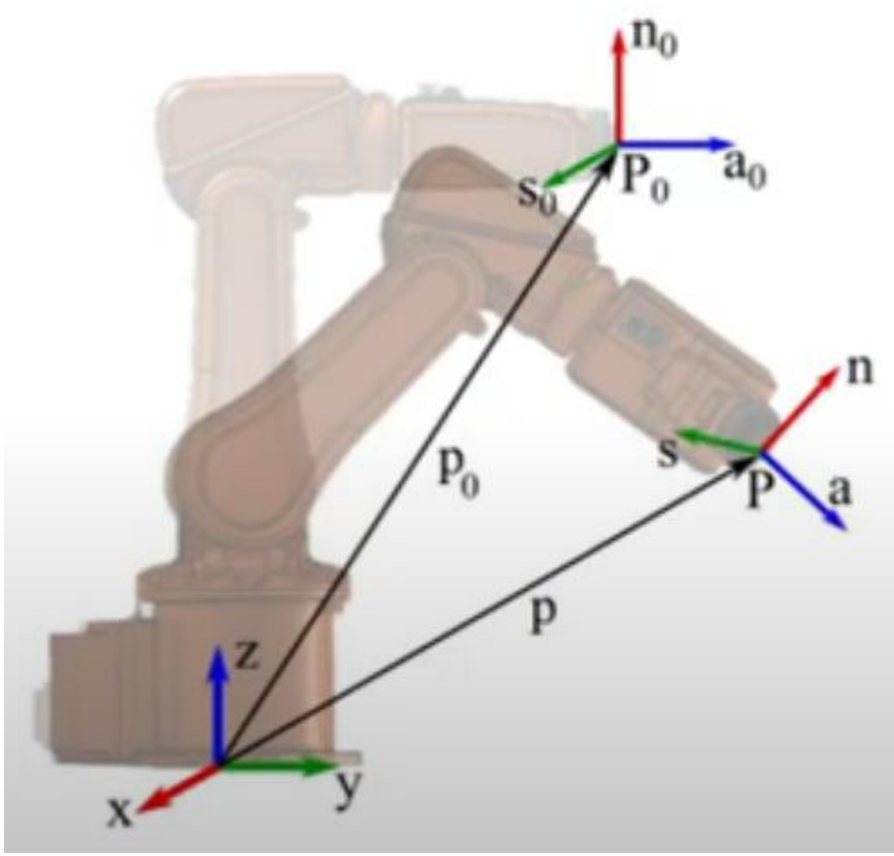
$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{R(\theta = 0) \equiv I}$$

$$\boxed{R(-\theta) \equiv R^T}$$

Industrial Robotics

Frames



$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -sen\theta \\ 0 & sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & sen\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta & 0 \\ sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cinemática de manipuladores

Problema: para obtermos as equações cinemáticas, precisamos:

1. Estabelecer, em cada junta, um **sistema de coordenadas** para representar rotações e translações relativas de cada junta;

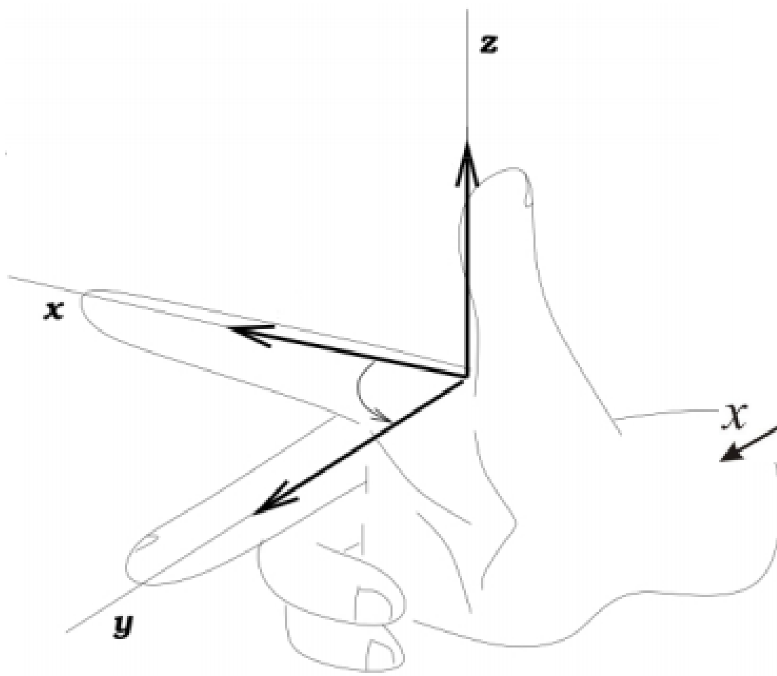
2. Conhecer as **transformações de coordenadas** entre estes sistemas, para que os vetores de posição/velocidade/aceleração possam ser representados nestes e em outros sistemas de coordenadas.

Operações de **translação** e **rotação** entre os sistemas de coordenadas → <u>TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS</u>

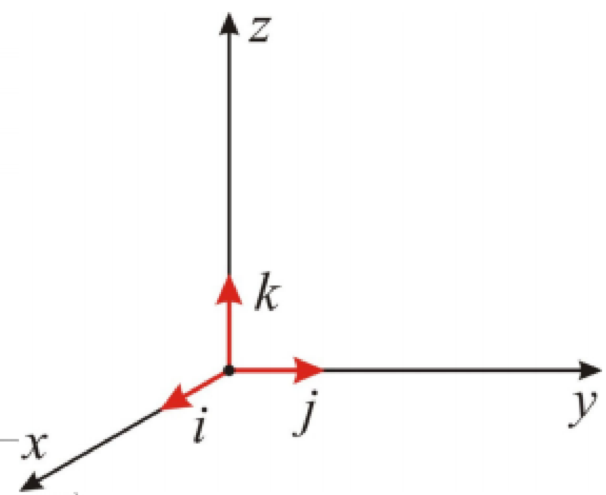
Rotação

Regras da mão direita:

Sistema de coordenadas 3D:



Base ortonormal:



Rotação

Uma matriz R que representa a rotação entre dois sistemas de coordenadas cartesianos é ortogonal, ou seja, a matriz inversa de uma matriz de rotação é igual à sua transposta:

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^{T}$$

O determinante de uma matriz de rotação R para sistemas de coordenadas cartesianos descritos pela regra da mão direita é sempre positivo e unitário:

$$det\left(\mathbf{R}\right) = 1,$$

Rotação

Determine se as matrizes abaixo representam matrizes de rotação ?

$$\mathbf{R}_0^1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{R}_2^1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & {}^1\!/_2 & {}^{\sqrt{3}}\!/_2 \\ 0 & {}^{\sqrt{3}}\!/_2 & {}^1\!/_2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{R}_0^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^1\!/_2 & {}^{-\sqrt{3}}\!/_2 \\ 0 & {}^{\sqrt{3}}\!/_2 & {}^1\!/_2 \end{bmatrix}$$

Rotação

Propriedades das matrizes de rotação:

Para um ângulo de rotação nulo, uma determinada matriz de rotação é igual à identidade.

$$\mathbf{R}_{x,0^\circ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(0^\circ) & -\sin(0^\circ) \\ 0 & \sin(0^\circ) & \cos(0^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

Obviamente, o mesmo é válido para $\mathbf{R}_{y,\theta}$ *e* $\mathbf{R}_{z,\theta}$.

Rotação

- Orthogonal

$$\boxed{R^T = R^{-1}}$$

$$\boxed{|R| = 1}$$

- Product of rotation matrices is still a rotation matrix

$$\boxed{R_y R_x = R_{yx}}$$

- Product is associative

$$\boxed{R_{zyx} = R_z R_y R_x = (R_z R_y) R_x = R_z (R_y R_x)}$$

- But not commutative!

$$\boxed{R_{zx} \neq R_{xz}}$$

Exercício 3)

Dados $\mathbf{p}_1$ *e* $\mathbf{R}_1^0$, *calcular* $\mathbf{p}_0$.

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad R_0^1 = R_{z,30^o} \qquad \mathbf{p}_0 = ?$$

Exercício 4)

Dados $\mathbf{p}_1$ *e* $\mathbf{R}_1^0$, *calcular* $\mathbf{p}_0$.

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Rotação

Composição de rotações: suponha a existência de três sistemas de coordenadas:

sistema fixo: $O_0x_0y_0z_0$

sistema móvel: $O_1x_1y_1z_1$

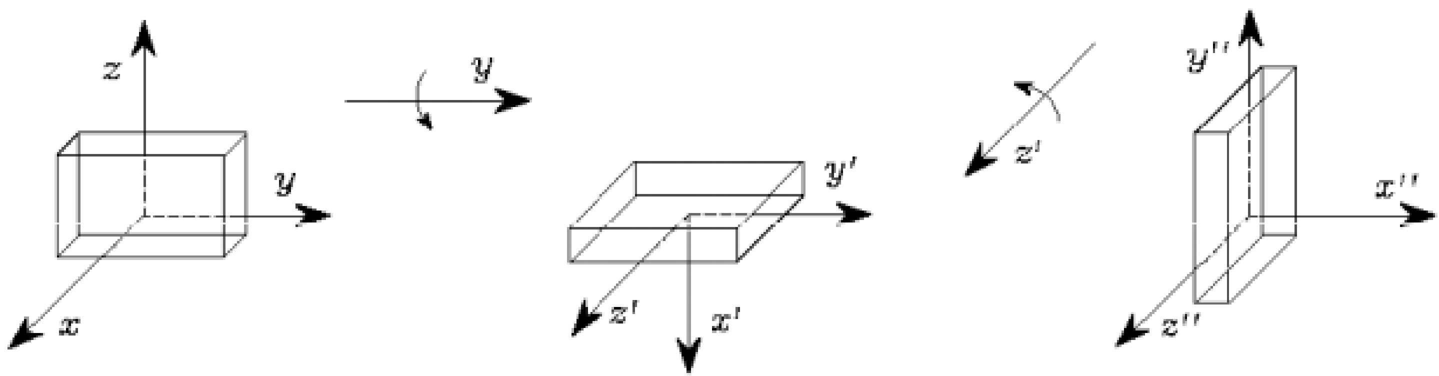
sistema móvel: $O_2x_2y_2z_2$

Um ponto **p** pode ser representado nestes três sistemas:

$$R_0^n = R_0^1 R_1^2 R_2^3 \cdots R_{n-1}^n$$

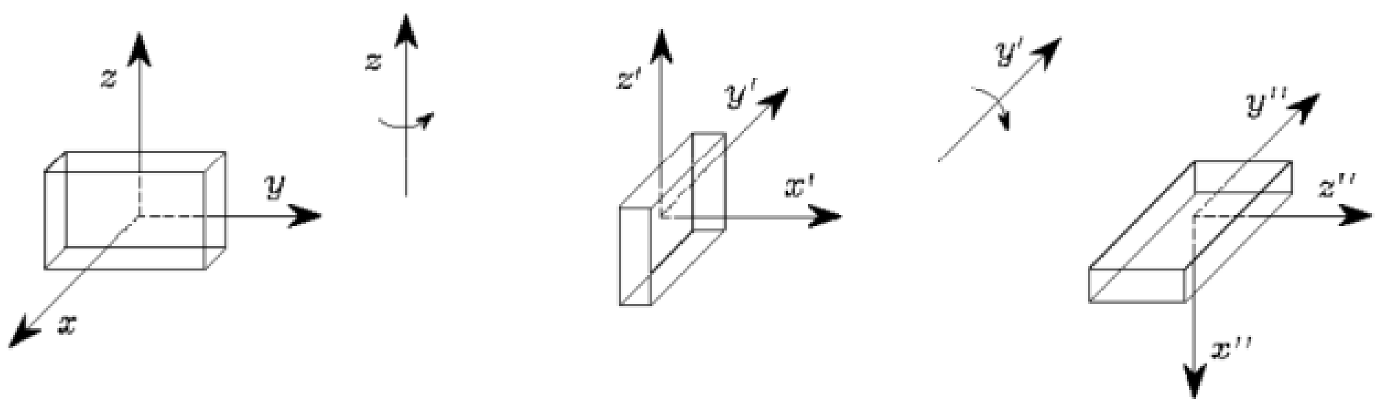
Exercício 5)

1) Determinar a matriz de rotação total R que representa uma rotação φ em torno do eixo y e depois uma rotação θ em torno do eixo z corrente.



Exercício 6)

1) Determinar a matriz de rotação total R` que representa uma rotação θ em torno do eixo z e depois uma rotação φ em torno do eixo y corrente.



2) Em função dos resultados obtidos, podemos afirmar que a multiplicação de matrizes são comutativas ?

Rotação

Claramente, vemos que: $R_{y,\phi}R_{z,\theta} \neq R_{z,\theta}R_{y,\phi}$

Além disso, o movimento dos eixos se dá de forma sucessiva, ou seja:

- a rotação do sistema **1** se dá com relação ao sistema **0**
- a rotação do sistema **2** se dá com relação ao sistema **1**

A isto se chama rotação em **eixos correntes**.

Rotação

Em muitas aplicações, deseja-se que as rotações sejam efetuadas sempre com relação a um mesmo sistema de coordenadas, ao invés de sistemas sucessivos.

Por exemplo, pode ser necessário realizar uma rotação em torno de x0, seguida de uma rotação em y0 (e não em y1). A este tipo de rotação dá-se o nome de rotação em sistemas fixos.

No caso do exemplo, $O_0x_0y_0z_0$ é o sistema fixo (ou inercial) com relação ao qual todas as rotações serão realizadas.

Rotação

Rotação em sistemas fixos: o movimento dos eixos se dá com relação sempre ao mesmo sistema:

- a rotação do sistema **1** se dá com relação ao sistema **0**
- a rotação do sistema **2** se dá com relação ao sistema **0**

Para este caso:

$$R_0^2 = R_1^2 R_0^1$$

$$R_0^n = R_{n-1}^n \cdots R_1^2 R_0^1$$

A ordem de multiplicação das matrizes é inversa!

Exercício 7)

Determinar a fórmula para a composição de quatro rotações, iniciando-se pelo sistema 2, e considerando sistemas correntes.

Exercício 8)

Determinar a fórmula para a composição de quatro rotações, iniciando-se pelo sistema 2, e considerando sistemas fixos.

Exercício 9)

Calcular a matriz de rotação $\mathbf{R}_0^2$ *resultante da sequência de duas rotações,*

$$\mathbf{R}_0^1 = \mathbf{R}_{z,30^\circ} \ \ e \ \mathbf{R}_1^2 = \mathbf{R}_{y,60^\circ} \, ,$$

considerando (a) sistemas correntes e (b) sistemas fixos.

Transformações homogêneas:

$$T = \begin{bmatrix} \boxed{R} & \boxed{\Delta} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{cases} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{cases}$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & \delta_x \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & \delta_y \\ 0 & 0 & 1 & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformações homogêneas:

$$T = \begin{bmatrix} R & \Delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \delta_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & \delta_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \boxed{T_{01}}\, P_0 \qquad P_0 = [x_0 \quad y_0 \quad z_0 \quad 1]$$

$$P_1 = \begin{cases} x_1 = R_{11}x_0 + R_{12}y_0 + R_{13}z_0 + \delta_x \\ y_1 = R_{21}x_0 + R_{22}y_0 + R_{23}z_0 + \delta_y \\ z_1 = R_{31}x_0 + R_{32}y_0 + R_{33}z_0 + \delta_z \end{cases}$$

Matrizes básicas de transformação homogênea:

Na Seção anterior foram vistas as matrizes básicas de rotação, ou seja, matrizes que representam rotações em torno de um dos três eixos cartesianos.

Nota-se que para as matrizes de transformação homogênea existem duas operações (rotação e translação) que podem ocorrer, cada uma, em um dos eixos cartesianos. Logo, agora o total de matrizes que representam operações básicas é de seis (três para rotação e três para translação).

Assim, as matrizes básicas de transformação homogênea que representam cada uma das rotações são:

Matrizes básicas de transformação homogênea:

$$\mathbf{Rot}_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -s_\theta & 0 \\ 0 & s_\theta & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Rot}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Rot}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 & 0 \\ s_\theta & c_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E as matrizes básicas que representam cada uma das translações são:

$$\mathbf{Trans}_{x,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Trans}_{y,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Trans}_{z,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

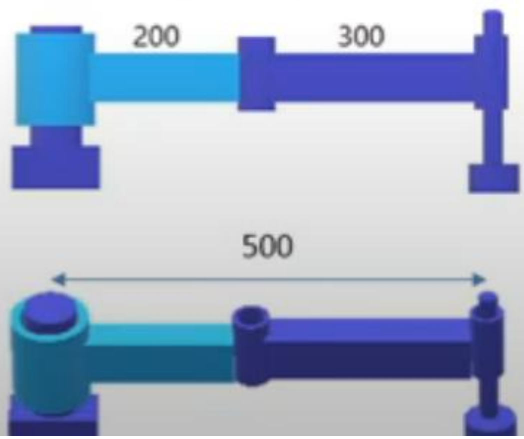
Nota-se então que, para $\mathbf{Rot}_{x,\theta}$, $\mathbf{Rot}_{y,\theta}$ e $\mathbf{Rot}_{z,\theta}$ o vetor de translação é nulo, e para $\mathbf{Trans}_{x,d}$, $\mathbf{Trans}_{y,d}$ e $\mathbf{Trans}_{z,d}$ a matriz de rotação é igual à matriz identidade.

Recap

- Translations $P_2 = \Delta + P_1$
- Rotations $P_2 = RP_1$
- Roto - Translations $P_2 = TP_1 = \begin{bmatrix} R & \Delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} P_1$

Exemplo robô planar

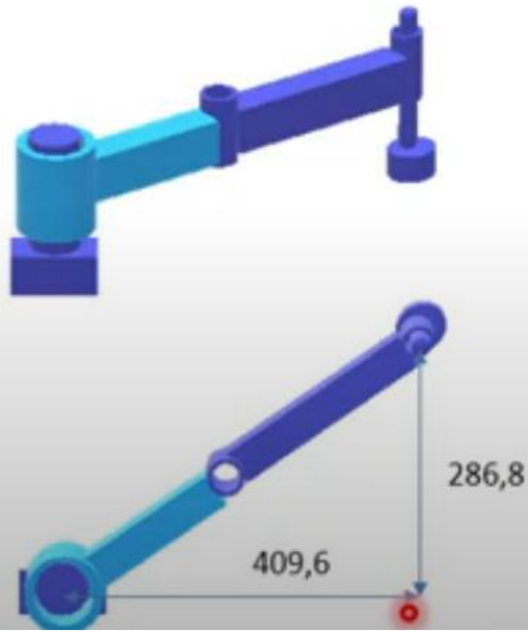
- Suponha a condição inicial de um manipulador planar completamente esticado, que realiza rotações em torno do eixo **z**. O comprimento do elo 1 é de 200 mm e do elo 2 é de 300mm, conforme a figura a seguir. Para essas condições determine a posição do efetuador.



$$\begin{bmatrix} \cos 0° & -sen 0° & 0 & 0 \\ sen 0° & \cos 0° & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo robô planar

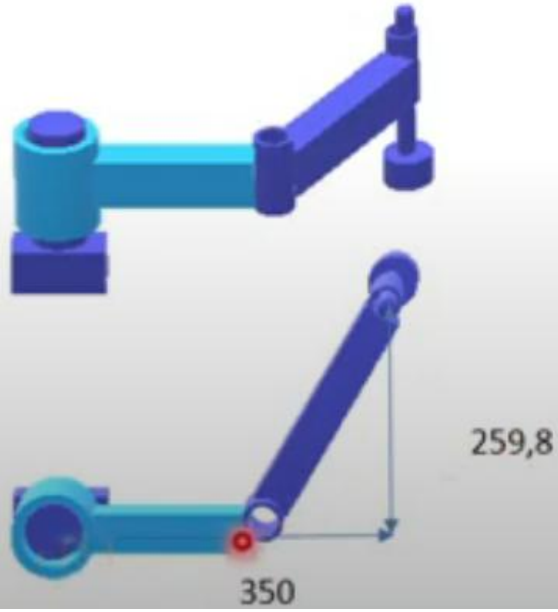
- Na sequência, tem-se o avanço do conjunto de elos no sentido anti-horário em 35°. Determine a posição do efetuador.



$$\begin{bmatrix} cos35° & -sen35° & 0 & 0 \\ sen35° & cos35° & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 409,6 \\ 286,8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo robô planar

- Suponha que o manipulador retorne para a posição inicial e que ocorra o avanço apenas do Elo 2 no sentido anti-horário em cerca de 60°. Neste caso qual seria a posição do efetuador.



$$\begin{bmatrix} cos60° & -sen60° & 0 & 0 \\ sen60° & cos60° & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 250 \\ 433 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^{A}P \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^{A}_{B}R & & {}^{A}P_{BORG} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} {}^{B}P \\ 1 \end{bmatrix}$$