



Universidade Federal de Lavras

Engenharia de Controle e Automação

Robótica

Professor: Leonardo Paiva

Data:

Nota

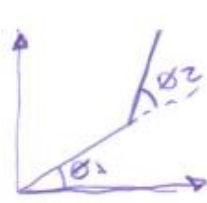
Aluno:

## Planejamento de trajetória em espaço cartesiano e articulado

**Questão 1)** Um manipulador planar de 2-GDL deve seguir uma linha reta entre os pontos (3,10) e (8,14) do seguimento de movimento. Encontre as variáveis articulares para o manipulador, se o percurso é dividido em 10 secções. Cada elo tem 9 centímetros de comprimento,

Questão 1)

Determinar  $\theta_1$  e  $\theta_2$  por cinemática Inversa.



D.H	a	$\alpha$	d	$\theta$
0-1	9	0	0	$\theta_1$
1-2	9	0	0	$\theta_2$

$${}^0A_1 \cdot {}^1A_2 = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & a_2c_{12} + a_1c_1 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & a_2s_{12} + a_1s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

don:  $a_1 = a_2 = 9$

$$\begin{aligned} p_x &= 9c_{12} + 9c_1 \\ p_y &= 9s_{12} + 9s_1 \end{aligned} \Rightarrow \text{Elevando ao quadrado e somando}$$

$$p_x^2 + p_y^2 = 81(c_{12}^2 + s_{12}^2 + c_1^2 + s_1^2 + 2c_{12}c_1 + 2s_{12}s_1)$$

$$p_x^2 + p_y^2 = 81[2(c_{12}c_1 + s_{12}s_1) + 2] = 162(c_{12}c_1 + s_{12}s_1 + 1)$$

$$\text{don: } c_{12}c_1 = c_1c_2c_1 - s_2s_1c_1 = c_1^2c_2 - s_{12}c_1$$

$$s_{12}s_1 = s_1c_2s_1 + s_2c_1s_1 = s_1^2c_2 + s_{12}c_1$$

$$162[(c_1^2c_2 - s_{12}c_1 + s_1^2c_2 + s_{12}c_1) + 1]$$

$$162[c_2(c_1^2 + s_1^2) + c_1(-s_{12} + s_{12}) + 1] \Rightarrow p_x^2 + p_y^2 = 162(c_2 + 1)$$

$$c_2 = \frac{p_x^2 + p_y^2}{162} \Rightarrow \theta_2 = \cos^{-1} \left( \frac{p_x^2 + p_y^2}{162} - 1 \right)$$

$$\begin{aligned}
 P_x &= q_1 z + q_1 \Rightarrow P_x = q [q_1 z - s_1 s_2] + q_1 \Rightarrow P_x = q [(q_1 z - s_1 s_2) + q_1] \\
 \frac{P_x}{q} + s_1 s_2 &= C_1 (C_2 + 1) \Rightarrow C_1 = \frac{\frac{P_x}{q} + s_1 s_2}{C_2 + 1} \\
 P_y &= q s_1 z + q s_1 \Rightarrow P_y = q (s_1 C_2 + s_2 C_1) + q s_1 \Rightarrow \frac{P_y}{q} = s_1 (C_2 + s_2 C_1 + s_1) \\
 \frac{P_y}{q} &= s_1 (C_2 + 1) + s_2 C_1 \Rightarrow \frac{P_y}{q} = s_1 (C_2 + 1) + s_2 \left( \frac{\frac{P_x}{q} + s_1 s_2}{C_2 + 1} \right) \\
 \frac{P_y}{q} &= s_1 (C_2 + 1) + \frac{P_x s_2 + s_1 s_2^2}{C_2 + 1} \Rightarrow \frac{P_y (C_2 + 1)}{q} = s_1 (C_2 + 1)^2 + \frac{P_x s_2 + s_1 s_2^2}{q} \\
 s_1 (C_2^2 + 2C_2 + 1) + s_1 s_2^2 &= \frac{P_y (C_2 + 1)}{q} - \frac{P_x s_2}{q} \\
 s_1 (C_2^2 + 2C_2 + 1 + s_2^2) &= \frac{P_y (C_2 + 1) - P_x s_2}{q} \\
 s_1 (2C_2 + 2) &= \frac{P_y (C_2 + 1) - P_x s_2}{q} \\
 s_1 &= \frac{P_y (C_2 + 1) - P_x s_2}{18 (C_2 + 1)} \\
 \theta_2 &= \sin^{-1} \left( \frac{P_y (C_2 + 1) - s_2 P_x}{18 (C_2 + 1)} \right)
 \end{aligned}$$

**Questão 2)** Continuando com o mesmo manipulador da questão anterior.

O mesmo deve mover um determinado objeto localizado no ponto A para o ponto B.

A localização do ponto A e B são representadas pelas matrizes abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} -0.2924 & -0.9563 & 0 & 0.6978 \\ 0.9563 & -0.2924 & 0 & 0.8172 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.3748 & -0.1034 & 0 & 0.3973 \\ 0.1034 & -0.3748 & 0 & 0.9090 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine:

- Quais os valores da cinemática direta do referido manipulador para as localizações dadas pelos referenciais A e B, respectivamente?
- Determine a posição e velocidade, para a primeira junta, com um polinômio de 3º grau para ir de A a B em 5 segundos
- Determine a posição, velocidade e aceleração para a segunda junta, com um polinômio de 5º grau para ir de A a B em 8 segundos com aceleração inicial e a desaceleração final são de 5º/s².