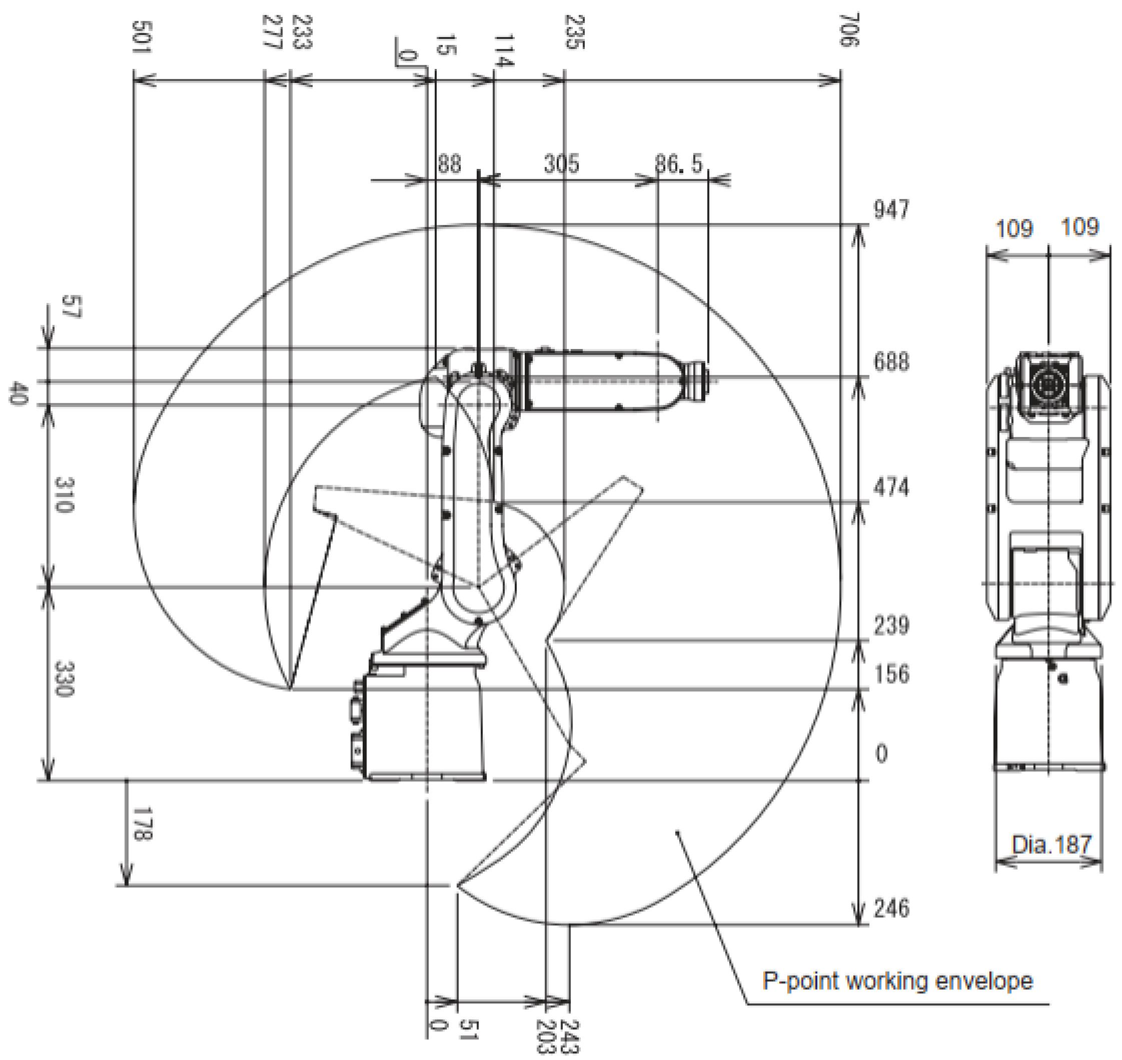
| | |
|---|---|
| *Universidade Federal de Lavras*<br>*Engenharia de Controle e Automação*<br>*Robótica*<br>*Professor: Leonardo Paiva*<br>*Data:* | *Lista de Revisão P3*<br>*Nota* |
| ***Aluno:*** | |

**Questão 1)**

Dada a Imagem da estrutura do manipulador Motoman MH5F, determine o jacobiano numérico considerando: $\theta 1 = 50$; $\theta 2 = 0$; $\theta 3 = 80$; $\theta 4 = 90$; $\theta 5 = 0$; $\theta 6 = 20$;
E calcule a velocidade do órgão terminal para as velocidades das juntas iguais
[2; 4; 1; 1; 0; 2] rad/s




---

**Resolução em sala de aula**

**Questão 2)**

Diferencie os elementos adequados da matriz para desenvolver um conjunto de equações diferenciais simbólicas para os movimentos articulares de um robô cilíndrico e escreva o jacobiano correspondente.

Para este mesmo robô as três velocidades articulares são dadas para uma localização correspondente. Encontre os três componentes da velocidade do referencial da mão.

$$\dot{r} = 0{,}1 \text{ in/s},\ \alpha = 0{,}05 \text{ rad/s},\ j = 0{,}2 \text{ in/s},\ r = 15 \text{ in},\ \alpha = 30°,\ l = 10 \text{ in}$$

Para uma coordenada cilíndrica (sem rotação adicional) só pode haver 3 variáveis. O Jacobiano será uma matriz $3 \times 3$.

$$T_{cil}(r,\alpha,l) = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & rC\alpha \\ S\alpha & C\alpha & 0 & rS\alpha \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Então} \begin{cases} p_x = rC\alpha \\ p_y = rS\alpha \\ p_z = l \end{cases} \text{ e } \begin{cases} dp_x = drC\alpha - rS\alpha d\alpha \\ dp_y = drS\alpha + rC\alpha d\alpha \\ dp_z = dl \end{cases}$$

$$\text{Portanto, } \begin{bmatrix} dp_x \\ dp_y \\ dp_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\alpha & -rS\alpha & 0 \\ S\alpha & rC\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr \\ d\alpha \\ dl \end{bmatrix}$$

**Substituir pelos valores numéricos e finalizar a questão...**

**Questão 3)**

Para um robô esférico, as três velocidades articulares são dadas para uma localização correspondente. Encontre os três componentes da velocidade do referencial da mão.

$$\dot{r} = 2 \text{ in/s},\ \dot{\beta} = 0{,}05 \text{ rad/s},\ \dot{\gamma} = 0{,}1 \text{ rad/s},\ r = 20 \text{ in},\ \beta = 60°,\ \gamma = 30°$$

$$T_{esf}(r,\beta,\gamma)=\begin{bmatrix} C\beta C\gamma & -S\gamma & S\beta C\gamma & rS\beta C\gamma \\ C\beta S\gamma & C\gamma & S\beta S\gamma & rS\beta S\gamma \\ -S\beta & 0 & C\beta & rC\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Então $\begin{cases} p_x = rS\beta.C\gamma \\ p_y = rS\beta.S\gamma \\ p_z = rC\beta \end{cases}$ e $\begin{cases} dp_x = drS\beta.C\gamma + rC\beta.C\gamma d\beta - rS\beta.S\gamma d\gamma \\ dp_y = drS\beta.S\gamma + rC\beta.S\gamma d\beta + rS\beta.C\gamma d\gamma \\ dp_z = drC\beta - rS\beta d\beta \end{cases}$

Portanto, $\begin{bmatrix} dp_x \\ dp_y \\ dp_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\beta.C\gamma & rC\beta.C\gamma & -rS\beta.S\gamma \\ S\beta.S\gamma & rC\beta.S\gamma & rS\beta.C\gamma \\ C\beta & -rS\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr \\ d\beta \\ d\gamma \end{bmatrix}$

**Substituir pelos valores numéricos e finalizar a questão...**

**Questão 4)**

É desejável que a primeira articulação de um robô de 6 eixos vá de um ângulo inicial de 50° para um ângulo final de 80° em 3 segundos. Calcule os coeficientes de uma trajetória polinomial de terceiro grau no espaço articular. Determine os ângulos, as velocidades e as acelerações articulares em 1, 2 e 3 segundos. Supõe-se que o robô começa do repouso e para no seu destino.

Para um polinômio de 3ª ordem:

$$\theta(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = c_1 + 2c_2 t + 3c_3 t^2$$

Substitua as condições de fronteira para obter:

$$\theta_i = 50 = c_0 + 0$$

$$\dot{\theta}_i = 0 = c_1 + 0$$

$$\theta_f = 80 = 50 + 9c_2 + 27c_3$$

$$\dot{\theta}_f = 0 = 6c_2 + 27c_3$$

$$c_0 = 5 \qquad c_1 = 0 \qquad c_2 = 10 \qquad c_3 = -2{,}222$$

$$\theta(t) = 50 + 10t^2 - 2{,}222t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = 20t - 6{,}666t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 20 - 13{,}332t$$

$$@t=1\text{ s}\begin{cases}\theta = 57{,}78\ ^\circ\\ \dot{\theta} = 13{,}334\ ^\circ/\text{s}\\ \ddot{\theta} = 6{,}668\ ^\circ/\text{s}\end{cases} \quad @t=2\text{ s}\begin{cases}\theta = 72{,}22\ ^\circ\\ \dot{\theta} = 13{,}34\ ^\circ/\text{s}\\ \ddot{\theta} = -6{,}664\ ^\circ/\text{s}\end{cases} \quad @t=3\text{ s}\begin{cases}\theta = 80\ ^\circ\\ \dot{\theta} = 0\ ^\circ/\text{s}\\ \ddot{\theta} = -20\ ^\circ/\text{s}\end{cases}$$

**Questão 5)**

A segunda articulação de um robô de 6 eixos deve ir de um ângulo inicial de 20° para um ângulo intermediário de 80° em 5 segundos e continuar até o seu destino de 25° em mais 5 segundos. Calcule os coeficientes para os polinômios de terceiro grau no espaço articular. Trace os ângulos, as velocidades e as acelerações articulares. Suponha que a articulação para nos pontos intermediários.

**Solução:**

Há dois segmentos neste movimento. Portanto:

Segmento 1

$$\begin{cases}\theta(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3\\ \dot{\theta}(t) = c_1 + 2c_2 t + 3c_3 t^2\end{cases}$$

Segmento 2

$$\begin{cases}\theta(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3\\ \dot{\theta}(t) = b_1 + 2b_2 t + 3b_3 t^2\end{cases}$$

Há oito incógnitas; são necessárias oito equações. As condições inicial e final conhecidas são: $\theta_{1i}$, $\theta_{1f}$, $\theta_{2i}$, $\theta_{2f}$, $\dot{\theta}_{1i}$, $\dot{\theta}_{2f}$ e $\theta_{1f}$ e $\dot{\theta}_{1f} = \dot{\theta}_{2i}$. Isto resulta em sete equações. A oitava equação pode ser gerada fazendo suposições tais como a máxima aceleração aceitável ou uma velocidade intermediária.

Para este exercício, vamos supor que a articulação parará no ponto intermediário. Portanto,

$$\boxed{1}\begin{cases}20 = c_0 + 0\\ 0 = c_1 + 0\\ 80 = 20 + 25c_2 + 125c_3\\ 0 = 10c_2 + 75c_3\end{cases} \rightarrow \begin{cases}c_0 = 20\\ c_1 = 0\\ c_2 = 7{,}2\\ c_3 = -0{,}96\end{cases}$$

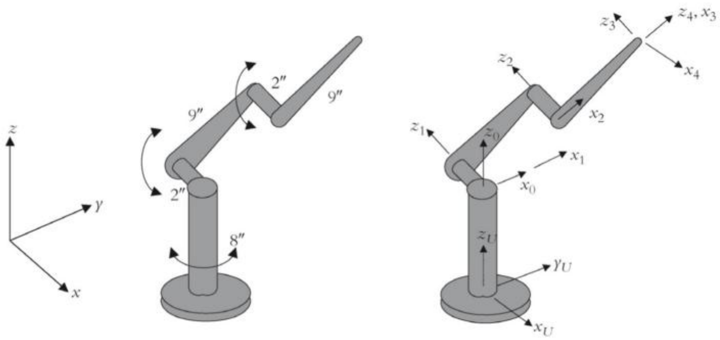
$$\boxed{2}\begin{cases}80 = b_0 + 0\\ 0 = b_1 + 0\\ 25 = 80 + 25b_2 + 125b_3\\ 0 = 10b_2 + 75b_3\end{cases} \rightarrow \begin{cases}b_0 = 80\\ b_1 = 0\\ b_2 = -6{,}6\\ b_3 = 0{,}88\end{cases}$$

Substitua para obter:

$$\boxed{1}\begin{cases}\theta(t) = 20 + 7{,}2t^2 - 0{,}96t^3\\ \dot{\theta}(t) = 14{,}4t - 2{,}88t^2\\ \ddot{\theta}(t) = 14{,}4 - 5{,}76t\end{cases} \quad \text{e} \quad \boxed{2}\begin{cases}\theta(t) = 80 - 6{,}6t^2 + 0{,}88t^3\\ \dot{\theta}(t) = -13{,}2t + 2{,}64t^2\\ \ddot{\theta}(t) = -13{,}2 + 5{,}28t\end{cases}$$

**Questão 6)**

Um robô 3-GDL projetado para a experimentação em laboratório tem dois elos de nove centímetros de comprimento cada. Conforme mostrado na figura abaixo os sistemas de coordenadas das articulações são tais que, quando todos os ângulos são iguais a zero, o braço esta apontando para cima. As equações inversas de cinemática do robô também são dadas a seguir. Queremos mover o robô a partir do ponto (9,6,10) ao ponto (3,5,8) ao longo de uma linha reta. Encontre os ângulos das três articulações para cada ponto intermediário e traçar os resultados




$$\theta 1 = tan^{-1}(P_x / P_y)$$

$$\theta 3 = cos^{-1}[((P_y / C_1)^2 + (P_Z - 8)^2 - 162)/162]$$

$$\theta 2 = cos^{-1}[(C_1(P_Z - 8)(1 + C_3) + P_Y S_{3)} \ / \ (18(1 + C_3)C_1]$$

Para resolver:
Fazer uma interpolação entre os 3 pontos e substituir nas formulas acima e obter os valores de ângulos para cada intervalo.