



ROBÓTICA

CINEMÁTICA DE MANIPULADORES

Prof. Leonardo Paiva
Universidade Federal de Lavras

NOTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

- a_i : é a distância (em módulo) entre z_{i-1} e z_i , medida ao longo do eixo x_i , que é a normal comum entre z_{i-1} e z_i , ou seja, é a distância $H_i O_i$;
- α_i : é o ângulo (com sinal) entre o eixo z_{i-1} e o eixo z_i , medido em torno do eixo x_i , segundo a regra da mão direita, ou seja, é o ângulo de rotação em torno do eixo x_i , que o eixo z_{i-1} deve girar para que fique paralelo ao eixo z_i ;
- d_i : é a distância (com sinal) entre os eixos x_{i-1} e x_i , medida sobre o eixo z_{i-1} (que é a normal comum entre x_{i-1} e x_i), partindo-se de O_{i-1} e indo em direção à H_i . O sinal de d_i é positivo, se para ir de O_{i-1} até H_i , caminha-se no sentido positivo de z_{i-1} , e negativo, se caminha-se no sentido oposto de z_{i-1} ;
- θ_i : é o ângulo (com sinal) entre o eixo x_{i-1} e o eixo x_i , medido em torno do eixo z_{i-1} , segundo a regra da mão direita, ou seja, é o ângulo de rotação em torno do eixo z_{i-1} , que o eixo x_{i-1} deve girar para que fique paralelo ao eixo x_i .



NOTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

Com estes quatro parâmetros, a posição e orientação do sistema de coordenadas i em relação ao sistema $i-1$ pode ser definida como uma sequência de quatro transformações:

- A primeira transformação, consiste em uma rotação em torno de z_{i-1} , de um ângulo θ_i , medido segundo a regra da mão direita, de forma a alinhar x_{i-1} com x_i ;
- A segunda transformação, é uma translação ao longo do eixo z_{i-1} , de uma distância d_i , medida a partir do ponto O_{i-1} , até encontrar a intercessão da normal comum entre z_{i-1} e z_i (ponto H_i);
- A terceira transformação, consiste em uma translação ao longo do eixo x_i , de uma distância a_i , partindo-se do ponto H_i até encontrar o eixo z_i (ponto O_i); e
- A quarta transformação consiste em uma rotação em torno do eixo x_i , de um ângulo α_i , medido segundo a regra da mão direita, de forma a alinhar o eixo z_{i-1} com o eixo z_i .



NOTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

Assim, tem-se, em resumo, as seguintes transformações:

$$\mathbf{A}_{i-1}^i = \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Trans}(z, d_i) \text{Trans}(x, a_i) \text{Rot}(x, \alpha_i),$$

$$\mathbf{A}_{i-1}^i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i \cos \alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



Código Matlab

% DENAVIT Matriz de transformação homogênea.

% DH = DENAVIT(TETA, D, A, ALFA) devolve a matriz de transformação homogênea 4 x 4 a partir dos parâmetros de Denavit-Hartenberg

% D, ALFA, A e TETA.

%

```
function dh=denavit(teta, d, a, alfa)
```

```
dh=[cos(teta)  -cos(alfa)*sin(teta)  sin(alfa)*sin(teta)  a*cos(teta);  
    sin(teta)  cos(alfa)*cos(teta)  -sin(alfa)*cos(teta)  a*sin(teta);  
        0      sin(alfa)              cos(alfa)          d;  
        0      0              0              0          1];
```



PARÂMETROS DA JUNTA 1

- Se a junta 1 for prismática:

- $d_1 = \text{var}$

$$q_1 = 0$$

- Se a junta 1 for de rotação:

- $d_1 = 0$

$$q_1 = \text{var}$$



ALGORITMO DE DH

Passo 1: Localizar os eixos das articulações, ou seja, os eixos z_0, z_1 , até z_{n-1} , de forma que o eixo da articulação i seja o eixo z_{i-1} .

Passo 2: Estabelecer o sistema de coordenadas da base. A origem deste sistema pode ser escolhida em qualquer lugar do eixo z_0 . Os eixos x_0 e y_0 podem ser escolhidos arbitrariamente, desde que satisfaçam a regra da mão direita.

Repetir os passos 3 a 5 para $i = 1, \dots, n-1$.

Passo 3: Localizar a origem do sistema i , ponto O_i , onde a normal comum entre os eixos z_i e z_{i-1} intercepta o eixo z_i . Se o eixo z_i intercepta o eixo z_{i-1} , localizar o ponto O_i na interseção. Se os eixos z_i e z_{i-1} são paralelos, localizar o ponto O_i na articulação i .

Passo 4: Estabelecer o eixo x_i ao longo da normal comum entre os eixos z_i e z_{i-1} , a partir do ponto O_i . O sentido do eixo x_i é na direção do eixo z_{i-1} para o eixo z_i . Se os eixos z_i e z_{i-1} se cruzam, então o eixo x_i é normal a ambos com qualquer direção.

Passo 5: Tendo os eixos z_i e x_i , estabelecer o eixo y_i segundo a regra da mão direita.



ALGORITMO DE DH

Passo 6: Estabelecer o sistema de coordenadas do efetuador, sistema $O_n-x_n y_n z_n$. A origem deste sistema é escolhida de forma arbitrária, porém, de maneira geral é escolhida como sendo o centro da garra ou algum outro ponto de interesse do efetuador. Os eixos deste sistema são definidos de forma arbitrária, desde que o eixo x_n seja perpendicular ao eixo z_{n-1} . Normalmente tem-se, o eixo z_n na direção de ataque, o eixo x_n na direção normal e o eixo y_n na direção de escorregamento, como mostra a Figura 5-4.

Passo 7: Criar uma tabela com os parâmetros de *Denavit-Hartenberg* referentes a cada um dos ligamentos ou articulações.

Passo 8: Montar as matrizes de transformação homogênea, $\mathbf{A}_{i-1}^i(q_i)$, a partir dos parâmetros de *Denavit-Hartenberg*

Passo 9: Obter a matriz de transformação homogênea $\mathbf{A}_0^n(q_1, \dots, q_n)$



SIMPLIFICAÇÃO DO ALGORITMO DE DH

A simplificação do modelo de DH será baseada em 4 regras

1º) Para juntas rotacionais, o eixo Z deve estar sempre em direção ao eixo das juntas (Para juntas prismáticas, o eixo Z deve estar na direção do movimento da junta)

2º) O eixo X deve ser perpendicular aos eixos Z_n e Z_{n-1} (Se houver mais de uma opção, colocar o eixo X na direção do próximo eixo)

3º) O eixo Y deve seguir a regra da mão direita

4º) O eixo X_n deve interceptar o eixo Z_{n-1}

Obs: O end-effector segue a mesma notação do eixo anterior a ele (caso seja verificado as 4 regras acima)



SIMPLIFICAÇÃO DO ALGORITMO DE DH

