

## Resumo de Curvas e Superfícies

### Sumário

[Aula 2](#)

## Aula 2

**Definição 1** Uma **curva parametrizada** em  $\mathbb{R}^n$  é uma aplicação  $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^n$  sendo  $I \subset \mathbb{R}$  aberto.

**Definição 2** O conjunto imagem de  $\gamma$ ,  $\gamma(I) \subset \mathbb{R}^n$  é dito o **traço** de  $\gamma$ .

**Definição 3 (Vetor tangente)** Seja  $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^n$  com  $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \dots, \gamma_n(t))$  com  $\gamma_i(y)$  diferenciáveis  $\forall i, i = 1 \dots n$ , o vetor

$$\gamma'(t) = (\gamma'_1(t), \dots, \gamma'_n(t))$$

é chamado **vetor tangente de  $\gamma$  em  $t$**

**Definição 4 (Curvas regulares)** Seja  $\gamma(t) : I \rightarrow \mathbb{R}^n$  uma curva parametrizada diferenciável. Diz-se que  $\gamma$  é **regular**, quando  $\gamma'(t) \neq 0$ ,  $\forall t \in I$ .

**Definição 5 (Reta tangente)** Seja  $\gamma$  uma curva regular, então a **reta tangente de  $\gamma$  no ponto  $t_0 \in I$**  é aquela que contém o ponto  $\gamma(t_0)$  e é paralela ao vetor  $\gamma'(t_0)$ , ou seja

$$r(\lambda) = \gamma(t_0) + \lambda \gamma'(t_0)$$

**Definição 6 (Comprimento de arco)** O **comprimento de arco de  $\alpha$** , de  $\alpha(a)$  até  $\alpha(b)$  definido por  $L_a^b(\alpha)$  é

$$L_a^b(\alpha) = \int_a^b \|\alpha'(t)\| dt$$

**Definição 7** Se  $\gamma : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^n$  é uma c.p.<sup>1</sup>, sua **velocidade no ponto  $\gamma(t)$**  é  $\|\gamma'(t)\|$ , e a curva é dita com **velocidade unitária** se  $\|\gamma'(t)\| = 1$ ,  $\forall t \in (a, b)$  e é parametrizada por comprimento de arco.

**Teorema 1** Toda **curva regular** pode ser reparametrizada por **comprimento de arco**.

---

<sup>1</sup>curva parametrizada