Fundação Getúlio Vargas
Cálculo em uma Variável Complexa
Wellington Silva

Abstract of calculus in a complex variable
Due: February 22, 2021

Resumo de Cálculo em uma Variável Complexa

Sumário

Semana 1

Semana 1

Proposition 1 *As seguintes propriedades valem para quaisquer $z, w, t \in \mathbb{C}$:*

(a) $z + (w + t) = (z + w) + t$

(b) $z + w = w + z$

(c) $0 + z = z$

(d) $z + (-z) = 0$

(e) $z \cdot (w \cdot t) = (z \cdot w) \cdot t$

(f) $zw = wz$

(g) $1 \cdot z = z$

(h) $z \cdot z^{-1} = 1$ *se* $z \neq 0$

(i) $z \cdot (w + t) = z \cdot w + z \cdot t$

Definição 1 *Um número complexo z é da forma $z = x + iy,\ x, y \in \mathbb{R}$ e $i = \sqrt{-1}$, que podemos escrever como um par de variáveis de $\mathbb{R}^2$ de forma que $z = (x, y)$.*

Definição 2 (Soma e produto nos complexos) *Seja $z = (x, y)$ e $w = (a, b),\ x, y, a, b, \in \mathbb{R}$, definimos soma e produto, de forma a manter consistência com as propriedades acima, da seguinte forma*

$$z + w = (x + a, y + b)$$
$$z \cdot w = (xa - yb, xb + ya)$$

Definição 3 (O Módulo) *Seja $z = x + iy$ um complexo, então o **módulo** ("tamanho") de um número complexo é definido por*

$$\mid z \mid = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Definição 4 (O Conjugado) *Seja $z = x + iy$ um complexo, então o **conjurado** de um número complexo é definido por*

$$\overline{z} = x - iy$$

Proposition 2 (Propriedades do conjugado) *As seguintes propriedades valem para quaisquer $z, w \in \mathbb{C}$:*

(a) $\overline{\overline{z}} = z$, $\overline{z \pm w} = \overline{z} \pm \overline{w}$ *e* $\overline{zw} = \overline{zw}$

(b) $\overline{z/w} = \overline{z}/\overline{w}$ *se* $w \neq 0$

(c) $z + \overline{z} = 2Re(z)$ *e* $z - \overline{z} = 2iImg(z)$

(d) $z \in \mathbb{R}$ *se e somente se* $\overline{z} = z$

(e) *z é imaginário puro se e somente se* $\overline{z} = z$

Definição 5 (A Forma Polar) *Seja $z = x + iy$ com $z \neq 0$, então podemos escrever z como*

$$z = r(cos(\theta) + sen(\theta))$$

Com as seguintes propriedades

1. $r = \mid z \mid$
2. $cos(\theta) = \frac{x}{|r|}$
3. $sen(\theta) = \frac{y}{|x|}$

Teorema 1 *Seja* $n \in \mathbb{Z}_{++}$ *e* $z = r(cos(\theta) + isen(\theta))$*. Então*

$$z^n = r^n(cos(n\theta) + isen(n\theta))$$