Aula 22/02

- equações do tipo $\begin{cases} y' + p(x)y = g(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$

se $g(x) = 0$ é homogenea

se é homogenea

$$y(x) = e^{-\int p(x)\,dx} \cdot e^{c}$$

no caso geral:

$$y(x) = \frac{1}{u(x)}\left[\int u(x)g(x)\,dx + c\right]$$

onde $u(x) = e^{\int p(x)\,dx}$

Aula 24/02

- (Equação de Bernoulli)

$$y' + p(x)y = g(x)y^n \quad n \in \mathbb{R}$$

Apicando a substituição $z = y^{1-n}$ teremos uma equação do tipo

$$z' + p(x)z = g(x)$$

- (Equações Separáveis)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{M(x)}{N(x)}, \quad N(x) \neq 0 \ \forall x$$

$$\to M(y)\,dy = N(x)\,dx$$

$$\int M(y)\,dy - \int N(x)\,dx = C$$

Aula 01/03

- (Equações Exatas)

$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$

É exata se e somente se

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

- Se $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ é exata basta encontrar f tal que

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N$$

Dai a solução do sistema inicial fica

$$f(x,y) = C$$

- (Equações não exatas)

a equação $M\,dx + N\,dy = 0$ é não exata se $M_y \neq N_x$

- Se $M\,dx + N\,dy = 0$ é não exata temos 2 casos

1) Se $\frac{M_y - N_x}{N}$ for só de x então podemos tomar $u = e^{\int \frac{M_y - N_x}{N}\,dx}$

2) Se $\frac{N_x - M_y}{M}$ for só de y então podemos tomar $u = e^{\int \frac{N_x - M_y}{M}\,dy}$

Então $u(M\,dx + N\,dy) = 0$ é exata.

Aula 03/03

- Aula não gravada veja resumo no github

Aula 08/03

- (Equações autonomas)

$y' = f(t,y) \quad y(t), t \in I$

- (Crescimento populacional)

$1798 \to \frac{dp}{dt} = \lambda p \quad \lambda$ constante

$1837 \to \frac{dp}{dt} = (a - bp)p$

onde $p(t) = \frac{a\,e^{at} \cdot k}{1 + b \cdot e^{at}k}$

$1825 \to \frac{dp}{dt} = \lambda p \ln \frac{k}{p}$

onde $p(t) = e^{\ln k - e^{-(\lambda t + c)}}$

$1963 \to \frac{dp}{dt} = \frac{\lambda p(k-p)}{k + ap}$

onde $\frac{p}{(k-p)^{1+a}} = e^{\lambda t + c}$

- (Equações recursos naturais)

$$\frac{dp}{dt} = p\left(r - \frac{r}{k}p\right)$$

Com $p(t)$: população

$r > 0$: taxa de crescimento

k: pop. limite

ou $\frac{dp}{dt} = p\left(r - \frac{r}{k}p\right) - h$

ou da forma

$$p(t) = \frac{(r-E)\,p_0}{r\frac{p_0}{k} + \left(r-E-\frac{r p_0}{k}\right)e^{-(r-E)t}}$$

Aula 10/03

- Teorema de Existência e unicidade de EDO

Aula 17/03

- (EDO de 2ª ordem, com condições iniciais)

$$\begin{cases} y'' + p(x)y' + q(t)y = g(t) & , t \in I \\ y(t_0) = y_0 \ , \ y'(t_0) = y'_0 \end{cases}$$

Se $g(t) = 0$ é homogenea

- Se $y_1(t)$ e $y_2(t)$ é sol. de uma equação do tipo, $y'' + p(t)y' + g(t)y = 0$
  Então $y(x) = C_1 y_1 + C_2 y_2$ é sol.

- (O Wronskiano)
  Se $f(t)$ e $g(t)$ diferenciaveis

$$W(f,g,t) = \begin{vmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{vmatrix}$$

- Sejam $f(t)$ e $g(t)$ diferenciaveis em $I \subset \mathbb{R}$
  Se $W(f,g,t_0) \neq 0$, $t_0 \in I$
  Então f e g são linearmente indepentendes

- Se temos $ay'' + by' + cy = 0$ temos 3 casos
  1) $b^2 - 4ac > 0$ temos K_1 e K_2 L.I.
     e sol. geral $y(t) = C_1 e^{K_1 t} + C_2 e^{K_2 t}$

  2) $b^2 - 4ac > 0$ temos $K_1 = K_2 = K$ sol.
     e temos 2 soluções
     $y_1(t) = e^{Kt}$ e $y_2(t) = K.e^{Kt}$

  3) $b^2 - 4ac < 0$ temos K_1 e K_2 complexas
     Seja $K_1 = \alpha + \beta i$ e $K_2 = \alpha - \beta i$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
     Temos sol. geral
     $y(t) = e^{\alpha t}(C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t)$

Aula 24/03

- (EDO de 2ª ordem não homogenea)

$$ay'' + by' + cy = g(x)$$

Se $y_h(x)$ é uma solução da eq. homogenea
e $y_p(x)$ é uma solução particular
Então a solução geral é:

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x)$$

- (Método coeficientes a determinar)
  Serve quando:

$$g(x) = \begin{cases} e^{Kx} \\ \text{polinomio: } A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + \dots + A_n \\ A \cos \alpha x + B \sin \alpha x \end{cases}$$

Nesse método $y(t)$ é da mesma forma que $g(x)$ basta encontrar as constantes.

Aula 29/03

- (Método de variação de parametros)

$$ay'' + by' + cy = g(x)$$

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x)$$

onde

$$y_h(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$$

y_1 e y_2 L.I.

$$y_p(x) = u_1 y_1 + u_2 y_2$$

onde

$$u'_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & y_2 \\ \frac{g(x)}{a} & y'_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y'_1 & y'_2 \end{vmatrix}} \ , \quad u'_2 = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & 0 \\ y'_1 & \frac{g(x)}{a} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y'_1 & y'_2 \end{vmatrix}}$$