/ /

Lista 6.2

① Seja $X_1, \dots, X_n \overset{iid}{\sim} N(\theta, 1)$. Um intervalo com 95% de confiança para θ é $\bar{X} \pm 1.96/\sqrt{n}$. Seja p a probabilidade de uma observação adicional, X_{n+1}, caia neste intervalo. p é maior, menor ou igual a 0.95? Prove.

$$P\left(\bar{X} - \frac{1.96}{\sqrt{n}} < X_{n+1} < \bar{X} + \frac{1.96}{\sqrt{n}} \middle| \theta\right) = P\left(-\frac{1.96}{\sqrt{n}} < X_{n+1} - \bar{X} < \frac{1.96}{\sqrt{n}} \middle| \theta\right)$$

Como $X_{n+1} - \bar{X} \sim N(\theta, 1 + \frac{1}{n})$

$$Z = \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{1 + \frac{1}{n}} \sim N(0,1)$$

$$= P\left(-\frac{1.96}{(1+\frac{1}{n})\sqrt{n}} < Z < \frac{1.96}{(1+\frac{1}{n})\sqrt{n}}\right)$$

Como $1 + \frac{1}{n} > 1$, o intervalo é menor que o original e logo $p < 0.95$.

/ /

(3) Dado uma amostra $X_1, \ldots, X_n$ de uma pdf da forma $\frac{1}{\sigma} f((x-\theta)/\sigma)$, liste pelo menos 5 quantidades pivotais.

Exercício passado em lista mas fora do currículo do curso.