

Practica de Laboratorio 5

Titulo

Practica acerca de la transformada DFT y el efecto “ventana” en la DFT.

Resumen

En esta practica, el estudiante practicara con programas o scripts en python para la implementacion de la DFT usando matrices en numpy. Ademas experimentara con las tecnicas de ventanas para la deteccion de senales.

Objetivos de Aprendizaje

Objetivos Basicos: Cada estudiante es responsable de adquirir suficientes capacidades en estas tareas *antes* de discusiones en clase, mediante el uso de los recursos de aprendizaje (leer abajo) y mediante el trabajo de los ejercicios o tareas (abajo).

- Ser capaz de leer en idioma Ingles.
- Practicar el uso basico del lenguaje de programacion Python (Lab 3 y 4)
- Obtener la respuesta espectral de secuencias que representan senales muestreadas.

Objetivos Avanzados: Los siguientes objetivos seran parte de las discusiones en clase y trabajos adicionales; deberan ser aplicados por los estudiantes *durante* y despues de las clases.

- Practicar mediante el uso de matrices la implementacion de la DFT.
- Obtener la respuesta espectral DFT de secuencias y/o sistemas.
- Usar librerias Scipy para implementar efectos de “ventana” y su aplicacion.

Recursos de aprendizaje

Para poder lograr los objetivos de aprendizaje, utilice los siguientes recursos. Puede incluir otros recursos si lo desea para complementar o reemplazar los siguientes:

Texto: El siguiente libro puede ser util para familiarizarse con la DFT.

Alan V. Oppenheim, R. Schaffer. (1998). Discrete-Time Signal Processing (2nd. Ed.). Prentice Hall. ISBN: 0-13-754920-2 (Leer el capitulo 8)

Web: Estos enlaces son importantes para buscar informacion acerca del uso de ciertos comandos o funciones de Scipy Signal.

- El archivo Practica 5 La transformada Discreta de Fourier o DFT.ipynb encontrara algunos ejemplos para poder realizar la tarea. Especificamente las funciones *dft* e *idft*
- Referencias de las ventanas Barlett (triangular) y Hanning se encuentran en el link:
 - <https://docs.scipy.org/doc/scipy-0.19.0/reference/signal.html>

Tarea / Ejercicio

Los siguientes ejercicios/tareas deberan ser realizadas *durante* y *despues* de haber leído los recursos de aprendizaje. Trabaje esta tarea usando el Jupyter Notebook (ver detalles en instrucciones de entrega) hasta la fecha de entrega final que se encuentra en el SIDWEB. Usted recibira una marca de **Aprobado** si envia cada uno de los items de esta tarea mostrando su esfuerzo de trabajar correctamente de buena-fe y ademas entrego hasta la fecha de entrega.

1. Propiedades de la DFT

En este ejercicio, se verificara la propiedad de desplazamiento circular (*circular folding*). Si tenemos una secuencia de N-elementos $x(n)$ y esta es invertida en el tiempo de tal forma que sea $x(-n)$, este resultado no seria una secuencia de N-puntos de valores positivos y por tanto no es posible el calculo de la DFT. Para resolver esto se usara la operacion modulo N en el argumento $(-n)$, la cual se define como:

$$x((-n))_N = \begin{cases} x(0) & , n = 0 \\ x(N - n) & , 1 \leq n \leq N - 1 \end{cases}$$

Un ejemplo simple es: suponga que tenemos una secuencia $x(n) = [10, 11, 12, 13]$ con $N=4$, entonces la secuencia $x((-n))_N$ es:

$$x((-n))_4 = [x(0), x(4-1), x(4-2), x(4-3)] = [10, x(3), x(2), x(1)] = [10, 13, 12, 11]$$

La DFT de este desplazamiento circular esta dada por:

$$X((-m))_N = \begin{cases} X(0) & , m = 0 \\ X(N - m) & , 1 \leq m \leq N - 1 \end{cases}$$

En python y numpy uno puede ejecutar lo siguiente para observar lo anterior descrito:

```
import numpy as np

x = np.array([10,11,12,13])

N = 4

n = np.arange(0,N,1)

x,n
Out[5]: (array([10, 11, 12, 13]), array([0, 1, 2, 3]))

xflip = x[np.mod(-n,N)]

xflip
Out[7]: array([10, 13, 12, 11])
```

Por tanto para obtener la secuencia desplazada se debera usar el comando $x[\text{np.mod}(-n,N)]$ donde \mathbf{N} es el numero de elementos, \mathbf{n} es el array de indices, y \mathbf{x} es la secuencia original.

El ejercicio ahora es el siguiente, si tenemos una secuencia definida por: $x(n) = 10(0.8)^n$ en el rango $0 \leq n < 10$. Obtenga las graficas de la secuencia $x((-n))_{10}$ y la DFT de magnitud y fase. Utilice el comando subplot para presentar las dos graficas.

2. La DFT de una senal analogica muestreada.

Suponga que tiene una senal analogica definida como $x_a(t) = 2 \sin(4\pi t) + 5 \cos(8\pi t)$ y se le toma muestras a un tiempo de muestreo de $t = 0.01n$ para obtener una secuencia $x(n)$ con indices de elementos $n = 0, 1, \dots, N-1$. La DFT de N-puntos es aplicada para estimar el espectro de x_a .

1. De los valores indicados de N a continuacion, escoja el valor N que provee de la estimacion mas cercana del espectro de $x_a(t)$. Es decir que se parezca mas a la CFT de x_a . Obtenga las graficas de las partes reales e imaginarias del espectro DFT de la secuencia $x(n)$.

(a) $N = 40$, (b) $N = 50$, (c) $N = 60$

2. De los siguientes valores de N , escoja aquel valor que provee del minimo efecto “leakage” (desbordamiento) en el espectro. Obtenga las graficas de la magnitud de la DFT de $X(m)$.

(a) $N = 90$, (b) $N = 95$, (c) $N = 99$

3. Aplicacion de las “ventanas” (Windowing) en la DFT

En este ejercicio y tomando como referencia la Practica 5 La transformada Discreta de Fourier o DFT.ipynb. Se tiene una senal analogica descrita como:

$$y(t) = A_1 \cos(2\pi ft) + A_2 \cos(2\pi(f + \Delta f)t)$$

Donde $A_1 = 10$ y $A_2 = 0.5$, la frecuencia $f = 8$ y $\Delta f = 2$, la frecuencia de muestreo es de $f_s = 64$.

1. Genere una senal discreta en el tiempo que inicie en el tiempo $t=0$, y que el numero total de muestras sea de $N = 128$. Determine para ello el tiempo final tomando en cuenta el tiempo de muestreo. Una vez se tenga la senal discreta, obtenga las secuencias $x_t(n) = x(n)T(n)$ y $x_h(n) = x(n)H(n)$ donde $T(n)$ es la ventana triangular y $H(n)$ es la ventana Hanning. Grafique usando *subplot* las secuencias $x(n)$, $x_t(n)$ y $x_h(n)$.
2. Obtenga la magnitud de la DFT de las secuencias $x(n)$, $x_t(n)$ y $x_h(n)$. Haga comparaciones entre los tres resultados. Que puede concluir ante estas observaciones?

Nota para obtener las ventanas usar la libreria Scipy.signal

Instrucciones de Entrega

Entregar el resultado del ejercicio en un reporte en archivo html (**apellido_lab5.html**) y tambien el archivo fuente ipynb (**apellido_lab5.ipynb**), tomando en cuenta la plantilla “plantilla_lab.ipynb” (ver el lab 1). Favor subir los dos archivos en el SIDWEB.