LET'S CODE

pass

Introdução à Lógica Proposicional

Objetivos

Introduzir lógica formal através de variáveis proposicionais (P, Q) e seus símbolos (\(\neg\),\ (\vee\),\(\wedge\),\(\rightarrow\),\(\equiv\)).

1. Introdução

A Lógica é um ramo do conhecimento que geralmente nos é dado como trivial, por ser utilizado tão frequentemente no nosso cotidiano. Computação, matemática, filosofia e até mesmo a nossa própria linguagem estão submissos às amarras do raciocínio lógico, como podemos perceber na seguinte passagem do livro “Alice Através do Espelho”:

> “- Quando eu uso uma palavra – ele disse com um tom brincalhão. – Significa precisamente o que eu decido que significa: nem mais nem menos. – O problema é – Alice respondeu. – Se você consegue fazer com que as palavras signifiquem tantas coisas diferentes. – O problema é saber quem é que manda. Isso é tudo.”

Ora, quem manda nas nossas palavras somos nós mesmos. Ao analisarmos nosso próprio discurso sob a ótica da lógica formal, veremos que tanto as palavras que escolhemos quanto o formato com o qual as apresentamos é determinante para transmitir a mensagem do modo como queremos. Não só isso, como também perceberemos que os discursos de terceiros podem não ter embasamento lógico algum quando analisados em detalhes.

Para conseguirmos explorar mais rigorosamente a lógica, começaremos com a lógica proposicional, que é a metodologia formal adotada tanto na matemática quanto na filosofia. Nesse contexto, introduziremos as chamadas variáveis proposicionais, as quais servem para traduzir uma ideia para a linguagem não ambígua da lógica formal, o que permite resolver problemas de maneira sistemática e com métodos bem definidos.

1.1 Proposições simples

Proposições simples são chamadas na lógica proposicional de constantes lógicas, podendo ser verdadeiras ou falsas individualmente.

Exemplos:
P: Fui para a praia.
Q: Passei protetor solar.

1.2 Proposições compostas

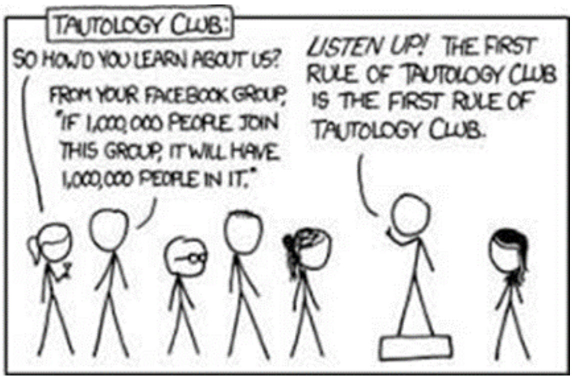
Dadas duas proposições - P e Q - e conectores entre elas, podemos avaliar a veracidade de uma afirmação lógica utilizando a veracidade de P e de Q.

Exemplos:
P e Q: Fui para a praia e passei protetor solar.
P ou Q: Fui para a praia ou passei protetor solar.

1.3 Tautologia

Uma proposição lógica que é sempre verdadeira.

Exemplo:



1.4 Contradição

Uma proposição lógica que é sempre falsa.

Exemplo: Os vírus são seres vivos e não são seres vivos.

2. Tabelas de verdade

2.1 Conector \(\neg\) (negação)

\(\neg P\) falsifica a proposição \(P\):

p	~p
T	F
F	T

or

p	~p
1	0
0	1

Exemplo:
P = Hoje fez sol.
\(\neg\)P = Hoje não fez sol.

2.2 Conector \(\wedge\) (conjunção)

P \(\wedge\) Q é verdadeira apenas se tanto P quanto Q são verdadeiras:

p	q	p∧q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Exemplo:
P = Douglas gosta de programar. Q = Jonas gosta de matemática.
P\(\wedge\)Q = Douglas gosta de programar e Jonas gosta de matemática.

2.3 Conector \(\vee\) (disjunção)

P \(\vee\) Q é verdadeira se P é verdadeira ou se Q é verdadeira:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Exemplo:
P = O semáforo está verde. Q = O semáforo está amarelo.
P\(\vee\)Q = O semáforo está verde ou amarelo

2.4 Conector \(\rightarrow\) (implicação)

P \(\rightarrow\) Q é verdadeira se P é verdadeira e Q é verdadeira ou se P é falsa:

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Exemplo:
P = Faz sol amanhã. Q = Vou ao parque.
P\(\rightarrow\)Q = Se faz sol amanhã, vou ao parque.

2.5 Conector \(\equiv\) (bicondicional)

P \(\equiv\) Q é verdadeira se P e Q são ambas falsas ou ambas verdadeiras:

p	q	p↔q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Exemplo:
P = Não faz trânsito. Q = Chego rápido em casa.
P\(\equiv\)Q = Se não faz trânsito, chego rápido em casa. Se chego rápido em casa, não faz trânsito.

2.6 Precedência dos operadores lógicos

Ordem de precedência: ¬, ∧, ∨, ⇒, ⇔

Exemplos:

\(¬ p ∧ q \equiv ((¬ p) ∧ q)\)
\(p ∧ ¬q \equiv (p ∧ (¬ q))\)
\(p ∧ q ∨ r \equiv ((p ∧ q) ∨ r)\)
\(p ∨ q ∧ r \equiv (p ∨ (q ∧ r))\)
\(p ⇒ q ⇔ r \equiv ((p ⇒ q) ⇔ r))\)
\(p ⇔ q ⇒ r \equiv (p ⇔ (q ⇒ r))\)

3. Variações da implicação

3.1 Recíproca

A recíproca é obtida trocando a premissa com a conclusão: Recíproca de \(P \rightarrow Q\): \(Q \rightarrow P\)

Exemplo:
Implicação: Se sei programar, então sei lógica.
Recíproca: Se sei lógica, então sei programar.

3.2 Contrapositiva

A contrapositiva é obtida trocando a premissa com a conclusão e negando ambas: Contrapositiva de \(P \rightarrow Q\): \(\neg Q \rightarrow \neg P\) São equivalentes.

Exemplo:
Implicação: Se sei programar, então sei lógica.
Contrapositiva: Se não sei lógica, então não sei programar.

3.3 Inversa

A inversa é obtida negando a premissa e a conclusão: Inversa de \(P \rightarrow Q\): \(\neg P \rightarrow \neg Q\) Equivalente à recíproca.

Exemplo:
Implicação: Se sei programar, então sei lógica.
Inversa: Se não sei programar, então não sei lógica.

3.4 Negação da implicação

A negação de uma implicação é obtida negando-a: Negação de \(P \rightarrow Q\): \(\neg (P \rightarrow Q)\) Equivalente a \(P \wedge \neg Q\).

Exemplo:
Implicação: Se sei programar, então sei lógica.
Negação da implicação: Sei programar e não sei lógica

Equivalências Lógicas

Objetivo
Apresentar equivalências lógicas úteis para resolução de problemas.

1. Propriedades

1.1 Comutativa

$p \land q \equiv q \land p$
$p \lor q \equiv q \lor p$

Exemplo: Patos são animais e facas são objetos é equivalente a facas são objetos e patos são animais.

1.2 Associativa

$p \land (q \land r) \equiv (p \land q) \land r$
$p \lor (q \lor r) \equiv (p \lor q) \lor r$

Exemplo: Patos são animais e facas são objetos pontudos é equivalente a patos são animais e facas são objetos e facas são pontudas.

1.3 Distributiva

$p \lor (q \land r) \equiv (p \lor q) \land (p \lor r)$
$p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$

Exemplo: Patos são animais ou facas são objetos pontudos é equivalente a patos são animais ou facas são objetos e patos são animais ou facas são pontudas.

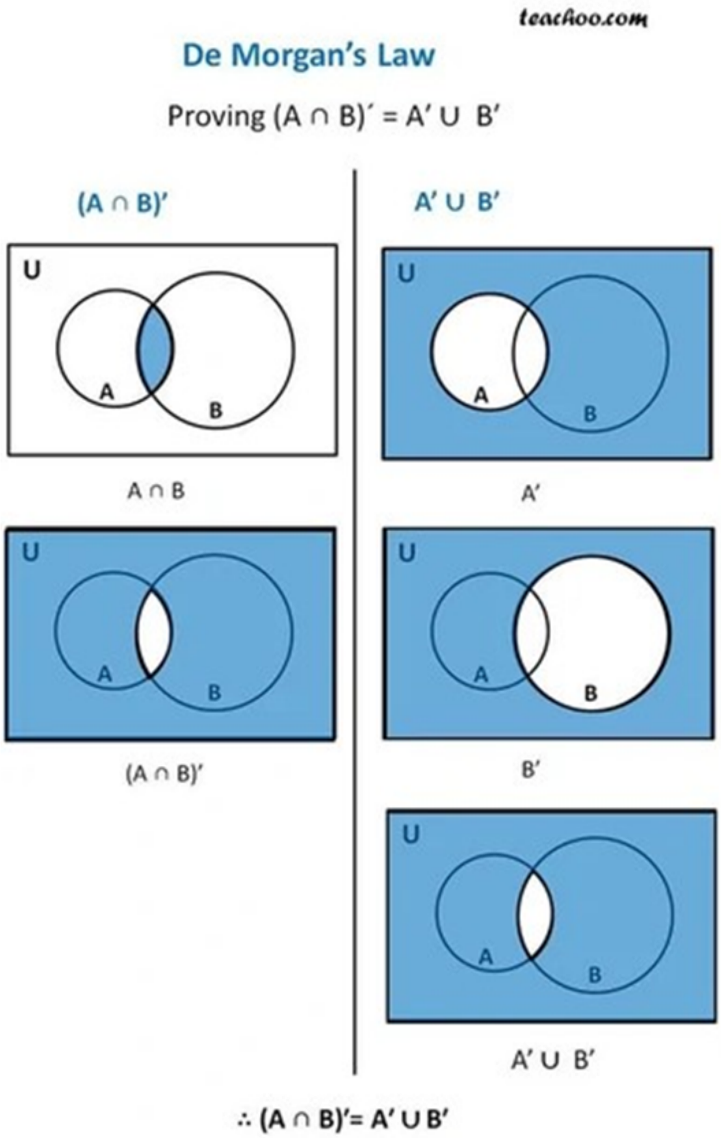
2. Regras de substituição

2.1 Dupla negativa
$\neg\neg p \equiv p$

Exemplo: O inimigo do meu inimigo é meu amigo.

2.2 Primeira lei de De Morgan

A negação da conjunção é a disjunção das negações.

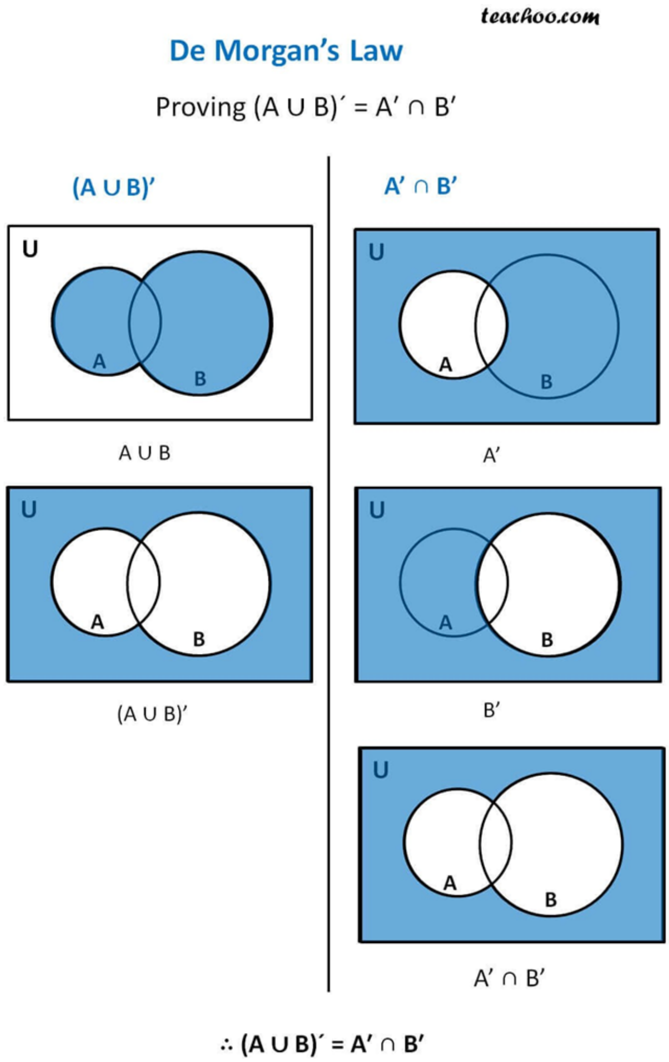


$\neg(p \land q) \equiv (\neg p \lor \neg q)$
Forma computacional: “Not (P and Q)” é equivalente a “Not P or not Q.”

Exemplo: “Não está nublado e chovendo” é equivalente a “Não está nublado ou não está chovendo”

2.3 Segunda lei de De Morgan

A negação da disjunção é a conjunção das negações.



$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$
"Not (P or Q)" é equivalente a "Not P and not Q."

Exemplo: "Não está nublado ou chovendo" é equivalente a "Não está nublado e não está chovendo"

2.4 Implicação-disjunção

$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

Exemplo: "Se sei programar, então sei lógica" $(p \rightarrow q)$ é equivalente a "Não sei programar ou sei lógica" $(\neg p \vee q)$.

3. Regras de inferência

3.1 Eliminação da conjunção

Se p ∧ q é verdade, então p é verdade e q é verdade.
$p \land q \to p$
$p \land q \to q$

Exemplo:
Gosto de pinguins e de golfinhos (p ∧ q).
Logo, gosto de pinguins (p).

3.2 Modus ponens (MP)

Sabendo que p → q e sabendo p, podemos afirmar que q deve ser verdade. $(p \to q) \land p \equiv q$

Exemplo:
Se alguém sabe programar, então a pessoa sabe lógica. (p → q)
Elisa sabe programar (p).
Logo, Elisa sabe lógica (q).

3.3 Modus tollens (MT)

Sabendo que p → q e sabendo ¬q, podemos afirmar que ¬p deve ser verdade. $(p \to q) \land \neg q \equiv \neg p$

Exemplo:
Se alguém sabe programar, então a pessoa sabe lógica. (p → q)
Rodolfo não sabe lógica (¬q).
Logo, Rodolfo não sabe programar (¬p).

3.4 Modus Tollendo Ponens ou Silogismo disjuntivo

Se p ∨ q e ¬p são verdade, então q é verdade.
$(p \lor q) \land \neg p \to q$

Exemplo:
Hoje vou ao shopping ou vou estudar lógica. (p ∨ q)
Não fui ao shopping (¬p).
Logo, estudei lógica (q).

Mapa de Karnaugh

Objetivo

Explorar as propriedades do mapa de Karnaugh.

1. Simplificação algébrica

Utilizando as regras de equivalência que aprendemos, é possível simplificar expressões lógicas do modo como estávamos fazendo:

1. $A \lor \neg A \land B$
2. $A \lor \neg A \land A \lor B$
3. $A \lor B$

Outro modo de representar a expressão booleana inicial é na forma algébrica, com uma operação de adição no lugar do , uma barra no lugar do e uma operação de multiplicação no lugar do $\land$:

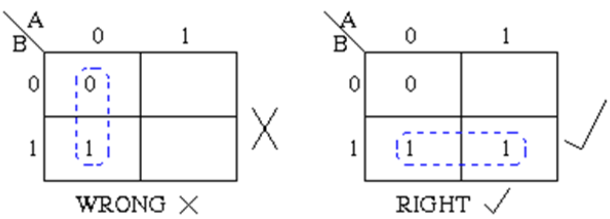
1. $A+\bar{A}B$
2. $(A+\bar{A})(A+B)$
3. $A+B$

A convenção utilizada para os mapas de Karnaugh é representar as expressões booleanas do modo algébrico. Mas saiba que nada mudou: é apenas mais um jeito de resolvermos problemas da mesma natureza!

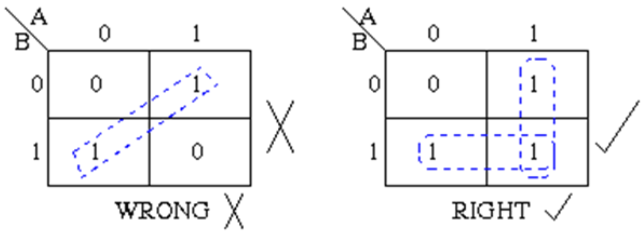
2. Mapa de Karnaugh

Os mapas de Karnaugh são ferramentas bastante práticas utilizadas para a simplificação de expressões booleanas complexas. Eles utilizam as seguintes regras de simplificação de expressões através do agrupamento de células adjacentes contendo o número 1:

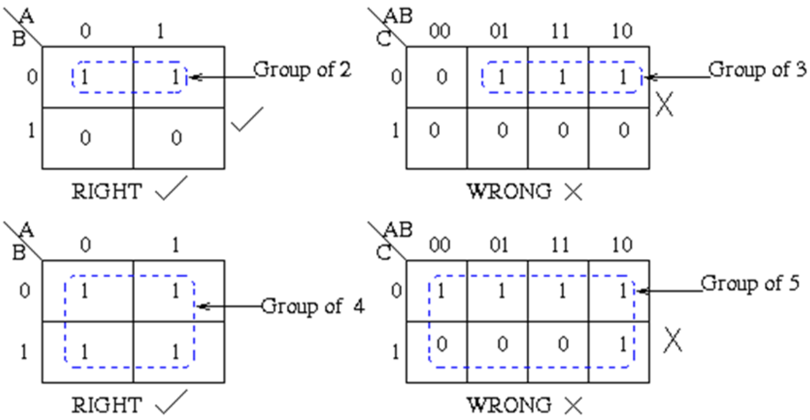
2.1 Zeros não são permitidos



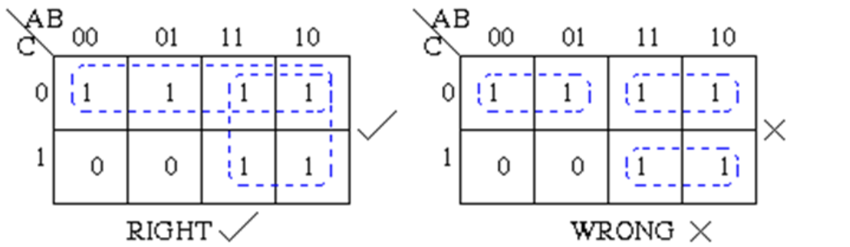
2.2 Diagonais não são permitidas



2.3 Grupos contém células

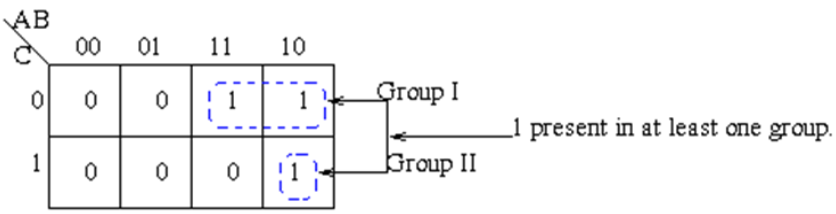


2.4 Grupos contém o maior número possível de células

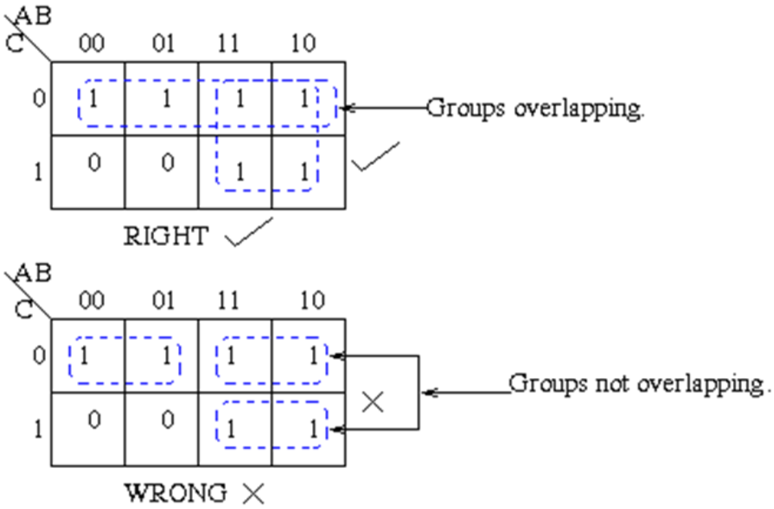


(Note that no Boolean laws broken, but not sufficiently minimal)

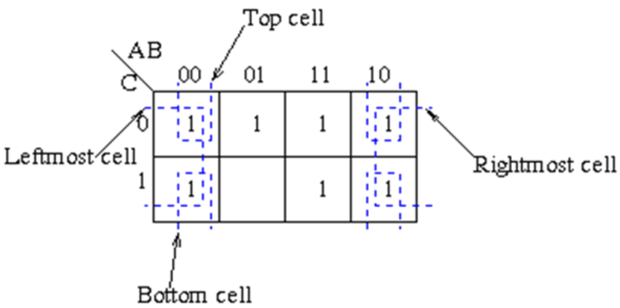
2.5 Todo deve estar em um grupo



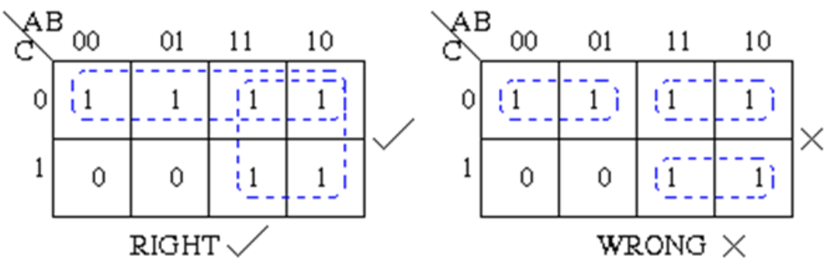
2.6 É permitido sobrepor grupos



2.7 As células nas extremidades se conectam



2.8 Menor número possível de grupos



Lógica Categórica

Objetivo

Explorar diagramas de Euler e de Venn.
Explorar o uso lógico das palavras “todas”, “algumas” e “nenhuma”.

1. Por quê?

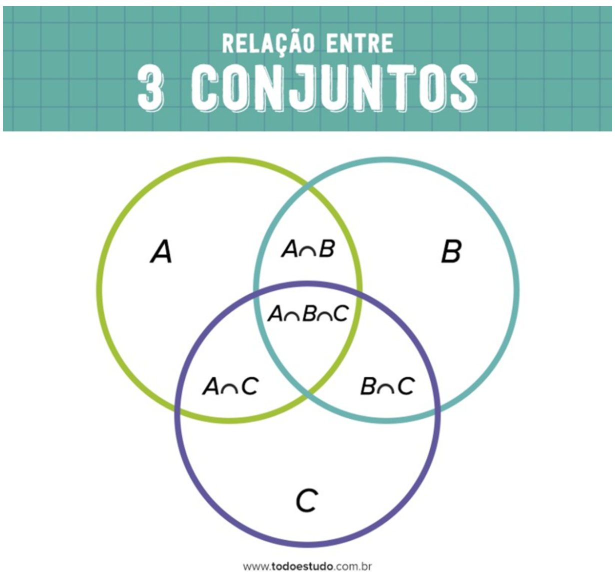
Por que estudar lógica categórica - qual a sua utilidade prática? Diferentes ramos possuem diferentes aplicações:

- Na matemática: Estudar lógica categórica organiza sua experiência matemática de uma forma mais poderosa, revelando novas conexões e estruturas que permitem abstrair ideias mais complexas;
- Na ciência da computação: Lógica categórica nos permite manipular noções importantes tais como abstração, representação, composição e mais. Além disso, ela nos fornece as estruturas matemáticas fundamentais por detrás de diversos conceitos de programação;
- Na lógica pura: A teoria categórica nos dá uma visão sintática nova de estruturas fundamentais da lógica, abrindo a porta para novos tipos de modelos e interpretações;
- Na filosofia: A lógica categórica abre uma nova abordagem às fundações estruturais de matemática e ciência, sendo uma alternativa ao foco tradicional em teoria de conjuntos;
- Na física: Ela nos oferece novas maneiras de formular teorias físicas de maneira estruturada, com aplicações complexas em informação quântica e computação.

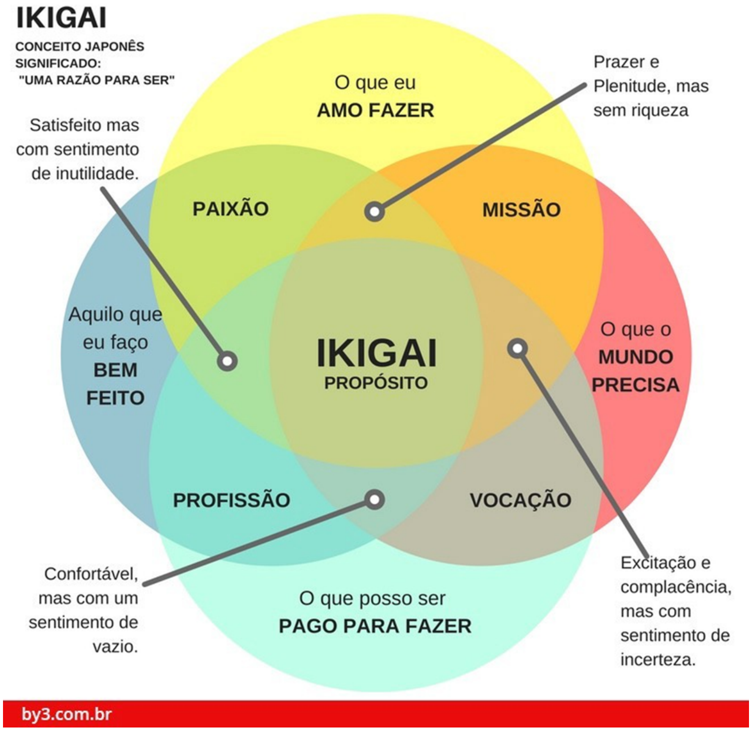
2. Diagramas de Euler e diagramas de Venn

2.1 Diagrama de Venn

Intersecção entre conjuntos: A ∩ B
União entre conjuntos: A ∪ B



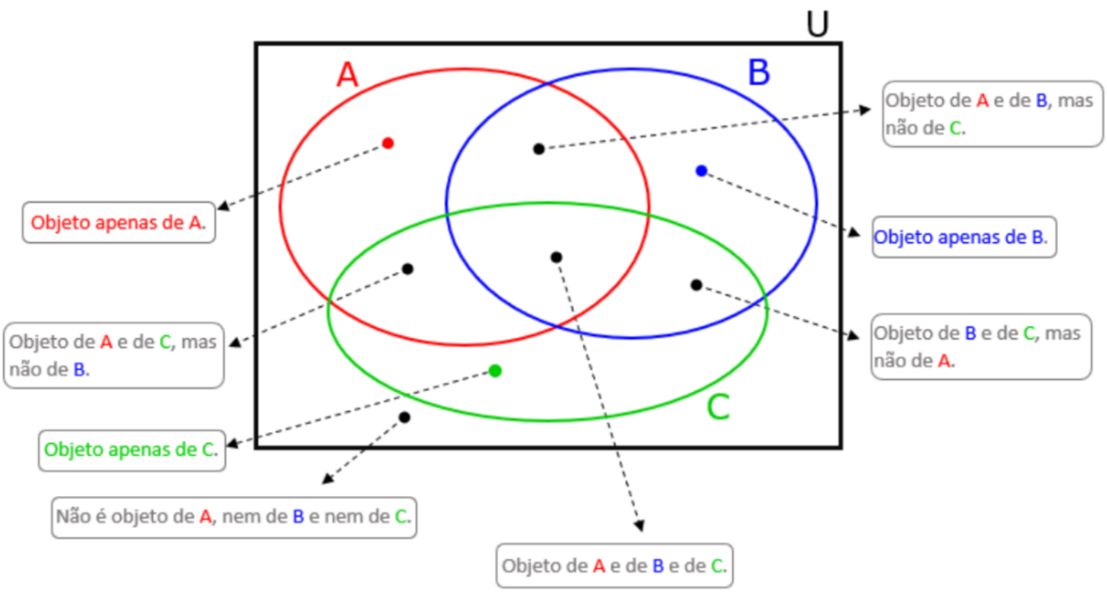
Exemplo:

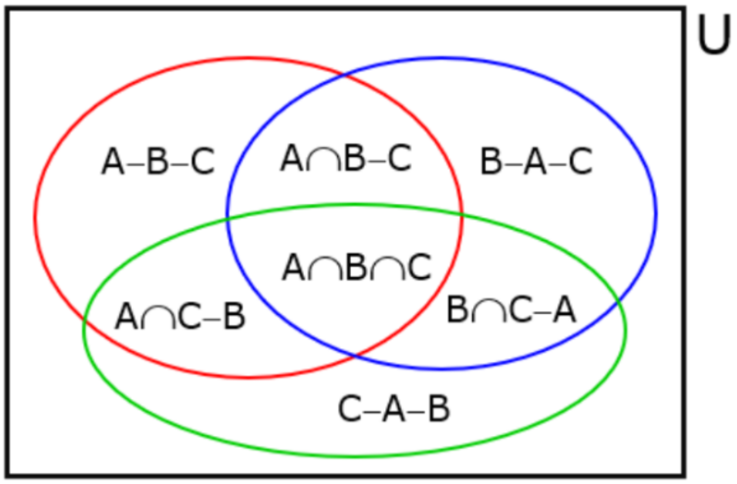


2.2 Diagrama de Euler

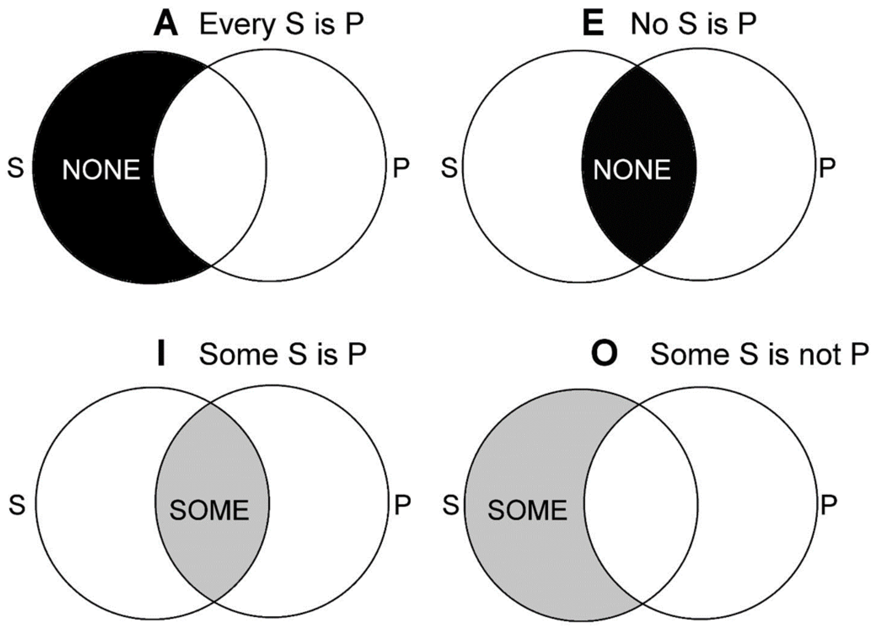
Definição: Similar a um diagrama de Venn, mas somente inclui as relações entre os conjuntos que existem no mundo real.

Exemplo:





3. Diagramando sentenças



3.1 Afirmação universal

A: Todo S é P.
A região de S não contida em P deve ser hachurada.

Exemplo: Todo programador sabe lógica.

3.2 Negação universal

E: Nenhum S é P.
A região de S contida em P deve ser hachurada.

Exemplo: Nenhum programador sabe lógica.

3.3 Afirmação particular

I: Alguns S são P.
Colocamos um x na região de S contida em P.

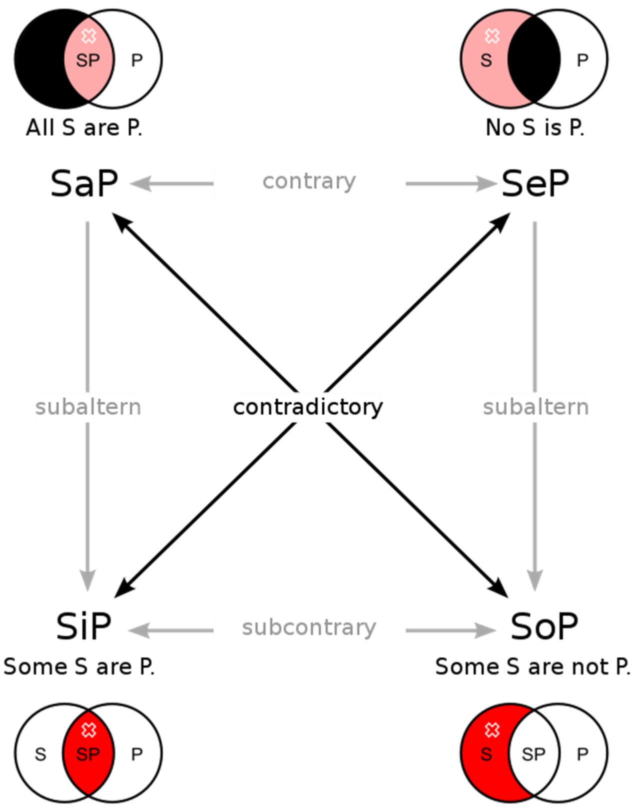
Exemplo: Algum programador sabe lógica

3.4 Negação particular

O: Alguns S não são P.
Colocamos um x na região de S não contida em P.

Exemplo: Algum programador não sabe lógica

4. Quadrado das oposições



4.1 Proposições contraditórias

Se uma é verdadeira, a outra deve ser falsa: A e O; E e I.

Exemplos:
A e O - Todo programador sabe lógica e algum programador não sabe lógica.
E e I - Nenhum programador sabe lógica e algum programador sabe lógica.

4.2 Proposições contrárias

Não podem ser ambas verdadeiras ao mesmo tempo: A e E.

Exemplo:
A e E - Todo programador sabe lógica e nenhum programador sabe lógica.

4.3 Proposições subcontrárias

Não podem ser ambas falsas ao mesmo tempo: I e O.

Exemplo:
I falsa e O falsa - Nenhum (¬algum) programador sabe lógica e todo (¬algum não) programador sabe lógica.

4.4 Proposições subalternas

Diferem apenas em quantidade: A e I; E e O.
Se a universal é verdadeira, a particular é verdadeira.
Se a particular é falsa, a universal é falsa.

Exemplos:
A e I - Todo programador sabe lógica e algum programador sabe lógica.
E e O - Nenhum programador sabe lógica e algum programador não sabe lógica.

5. Silogismos categóricos

5.1 Silogismos

Um silogismo é um argumento que possui duas premissas e uma conclusão. Um silogismo categórico é um silogismo apenas com sentenças categóricas.

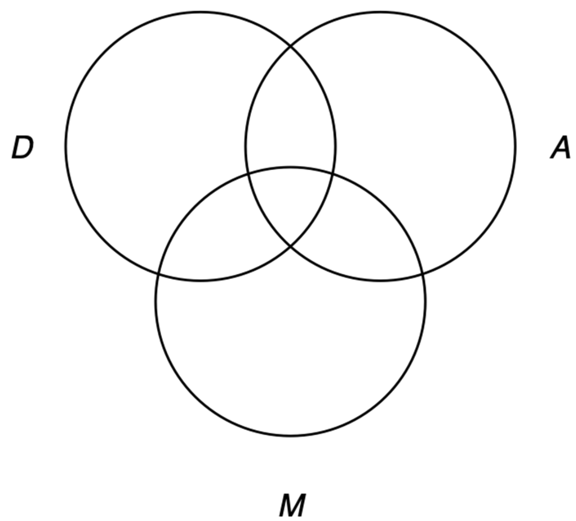
Exemplo:
Premissa 1: Todos cães são mamíferos.
Premissa 2: Todos mamíferos são animais.
Conclusão: Todos cães são animais.

Ambas premissas e a conclusão são do tipo A. Repare que temos três termos na argumentação: cães, mamíferos e animais. Todo silogismo categórico, no formato correto, possui três termos, e cada termo aparece em duas sentenças. Dois dos termos aparecerão na conclusão, e um termo estará limitado às premissas.

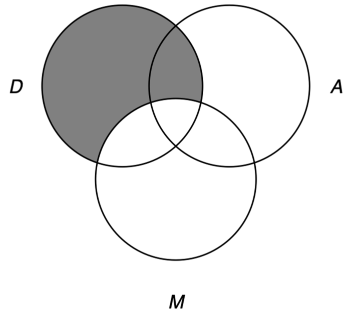
O termo no predicado da conclusão é chamado de principal, o termo no sujeito da conclusão é chamado de secundário, e o termo que não está na conclusão é chamado de intermediário.

5.2 Método dos diagramas

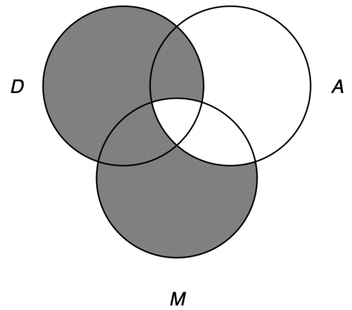
Como temos três termos no argumento, precisamos de três círculos se intersectando. Começamos desenhando dois círculos se intersectando em cima para os termos na conclusão, secundário e principal. Abaixo e no centro, vem o círculo para o termo intermediário:



Depois, diagramamos as premissas hachurando as regiões respectivas ou colocando um x no local adequado. No exemplo, como “Todos cães são mamíferos”, hachuramos tudo no círculo D (dog) que não pertence a M:



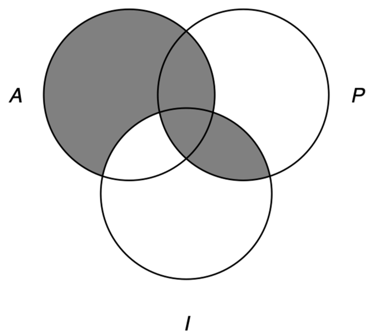
Fazemos o mesmo com a segunda premissa:



Se depois destes passos há uma única região não hachurada, podemos colocar um x nela.

Agora que as premissas foram diagramadas, checamos o diagrama completo para ver se a conclusão também foi diagramada. Como é o caso, o argumento dos cães é válido.

Exemplo:
Nenhum introvertido é político.
Todo artista é introvertido.
Nenhum artista é político.



Sistemas de Dedução

Objetivo

Introduzir métodos de dedução lógica formal.

Explorar a metodologia de demonstrações lógicas através do método da dedução natural de Fitch.

1. Prova linear

1.1 Definição

Uma prova linear de determinada conclusão a partir de um conjunto de premissas é uma sequência de afirmativas que levam à conclusão. Nessa sequência, cada item é (1) uma premissa (tal como p), (2) o resultado de uma regra de inferência nas premissas (tal como Modus Ponens ou Modus Tollens).

1.2 Axiomas

Axiomas são premissas consideradas necessariamente evidentes e verdadeiras sem necessidade de demonstração.

Alguns axiomas da lógica proposicional:

→1 : A → (B → A)
→2 : (A → (B → C)) → ((A → B) → (A → C))
A1 : A → (B → (A A B))
A2 : (A A B) → A
A3 : (A A B) → B
V1 : A → (A V B)
V2 : B → (A V B)
V3 : (A → C) → ((B → C) → ((A V B) → C))
¬ 1 : (A → B) → ((A → ¬ B) → ¬ A)
¬ 2 : ¬ ¬ A → A

1.3 Exemplo

Provar que, dado p, se p ⇒ q e (p ⇒ q) ⇒ (q ⇒ r), então r.

1. $p $
2. $p ⇒ q $
3. $(p ⇒ q) ⇒ (q ⇒ r) $
4. $q $
5. $q ⇒ r $
6. $r $

Legenda:

1. Premissa
2. Premissa

3. Premissa
4. Modus ponens: 2, 1
5. Modus ponens: 3, 2
6. Modus ponens: 5, 4

1.4 Outro exemplo

Provar que se p ⇒ q e q ⇒ r, p ⇒ r.
1. $p ⇒ q $
2. $q ⇒ r $
3. $p ⇒ (q ⇒ r) $
4. $(p ⇒ q) ⇒ (p ⇒ r) $
5. $p ⇒ r $

Legenda:
1. Premissa
2. Premissa
3. Criação de implicação: 2
4. Distribuição da implicação: 3
5. Modus ponens: 4, 1

2. Prova estruturada

2.1 Definição

Segue a mesma lógica da demonstração linear, mas utiliza-se de hipóteses que tornam a prova mais estruturada e também mais poderosa. As hipóteses geram subprovas, enquanto a demonstração original é chamada de superprova.

2.2 Exemplo

Provar que, dado p, se p ⇒ q e (p ⇒ q) ⇒ (q ⇒ r), então r.
1. $p ⇒ q $
2. $q ⇒ r $
2. | | Assumir $; p $
4. | | $ q $
5. | | $ r $
6. p ⇒ r

Legenda:
1. Premissa
2. Premissa
3. Hipótese
4. Modus ponens: 1, 3
5. Modus ponens: 2, 4
6. Conclusão

2.3 Observações

Importante: Não usar proposições da subprova para aplicar regras de inferência na superprova!

Errado:

1. r (por Modus Ponens: 2, 4)

3. Fitch

3.1 Definição

O método de Fitch é o mais utilizado na literatura para a demonstração formal de proposições lógicas e tem a vantagem de ser extremamente simples.

Ele é, em termos simples, uma prova estruturada com 10 regras de inferência.

3.2 Regras Básicas

	Introdução	Eliminação
Regras para a conjunção ($\wedge$)	$\dfrac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge i$	$\dfrac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e_1$ $\dfrac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge e_2$
Regras para a dupla negação ($\neg\neg$)	$\dfrac{\phi}{\neg\neg\phi} \neg\neg i$	$\dfrac{\neg\neg\phi}{\phi} \neg\neg e$
Regras para o condicional ($\to$)	$\dfrac{\boxed{\begin{array}{c}\phi \\ \vdots \\ \psi\end{array}}}{\phi \to \psi} \to i$	$\dfrac{\phi \quad \phi \to \psi}{\psi} \to e$ ***modus ponens*** método (*modus*) que afirma (*ponens*) o consequente $\dfrac{\phi \to \psi \quad \neg\psi}{\neg\phi} MT$ ***modus tollens*** método (*modus*) que nega (*tollens*) o antecedente

	Introdução	Eliminação
Regras para a disjunção ($\lor$)	$\dfrac{\phi}{\phi \lor \psi}\lor i_1$ $\dfrac{\psi}{\phi \lor \psi}\lor i_2$	$\dfrac{\phi \lor \psi \quad \boxed{\begin{matrix}\phi \\ \vdots \\ \chi\end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix}\psi \\ \vdots \\ \chi\end{matrix}}}{\chi}\lor e$
Regras para a contradição ($\bot$)	Não há regra de introdução para $\bot$	$\dfrac{\bot}{\phi}\bot e$
Regras para a negação ($\neg$)	$\dfrac{\boxed{\begin{matrix}\phi \\ \vdots \\ \bot\end{matrix}}}{\neg\phi}\neg i$	$\dfrac{\phi \quad \neg\phi}{\bot}\neg e$

3.3 Editor online

Fitch Proof Editor (http://proof-editor.herokuapp.com/)

Lógica Predicativa

1. Introdução

Considere o seguinte exemplo:

Todo estudante de computação precisa entender lógica. João é estudante de computação.

Parece bastante "lógico" deduzir como conclusão que João precisa entender lógica. Contudo, apenas com nosso ferramental de lógica proposicional e categórica, não podemos aplicar o que aprendemos para traduzir essas sentenças. Precisamos de novas ferramentas!

1.1 Predicados

Um predicado é uma expressão de uma ou mais variáveis definida em um determinado domínio. É possível construir uma proposição a partir de um predicado com variáveis atribuindo a elas determinados valores ou as quantificando. Dependendo do valor que tais variáveis assumirem, a nossa proposição pode ser verdadeira ou falsa.

Exemplos de predicados:

1) **P(x) denota "x^2 é maior que x".**
2) **E(x, y) denota "x = y"**
3) **X(a, b, c) denota "a + b + c = 0"**
4) **M(x, y) denota "x é casado com y"**

Em 1), se escolhermos x = 1, P(1) se transforma na proposição "1 é maior que 1", que é falsa. Em 2), podemos escolher valores de x e y para tornar o predicado uma proposição, que será verdadeira ou falsa dependendo dos valores.

1.2 Domínio

O domínio de uma variável predicativa é a coleção de todos os valores possíveis que uma variável pode assumir.

Exemplo: Para o predicado P(x) do exemplo anterior, podemos usar o domínio como os números inteiros, os números reais ou qualquer outro conjunto matemático.

Os domínios costumam ser denotados por letras maiúsculas, como N para os números naturais. Para adotar tal domínio para certa variável predicativa, usa-se o símbolo "pertence", denotado por ∈ .

Exemplo: x ∈ N traduz-se para "A variável x pertence ao domínio dos números naturais."

2. Quantificadores

As variáveis de predicados podem ser quantificadas simplesmente atribuindo determinados valores específicos a elas, mas o mais comum é escrever predicados mais generalistas através de quantificadores.

2.1 Quantificador Universal

O quantificador universal determina que as proposições no seu escopo são verdadeiras para todo valor de determinada variável predicativa. É denotado pelo símbolo ∀.

∀ x ∈ D, P(x) é lido como: "Para todo valor de x presente no domínio D, P(x) é verdadeiro."

Exemplo: "Todo homem é mortal" pode ser transformado na forma proposicional ∀ x ∈ D, P(x), onde P(x) é o predicado que denota que x é mortal e o domínio D de x são os seres humanos.

(∀ x ∈ D, P(x)) é verdadeiro exatamente quando P(x) é verdadeiro para todo x ∈ D. Portanto, a proposição (∀ x ∈ D, P(x)) é falsa quando existe pelo menos um x de D para o qual P(x) é falso.

Formalmente, para D = {x1, . . . , xn}, temos a equivalência:

$(\forall x \in D, P(x)) \equiv (P(x1) \land P(x2) \land \ldots \land P(xn))$.

Já que (∀ x ∈ D, P(x)) toma valores-verdade, essa proposição pode ser negada, de modo que:

$\neg (\forall x \in D, P(x)) \equiv \exists x \in D, \neg P(x)$

Exemplo: A negação da proposição "Todo homem é mortal" é "Existe um homem que não é mortal.

2.2 Quantificador Existencial

O quantificador existencial estabelece que as proposições no seu escopo são verdadeiras para alguns valores de determinada variável. É denotado pelo símbolo ∃.

∃x ∈ D, P(x) é lido como: "Para certo valor de x no domínio D, P(x) é verdadeiro."

Exemplo: "Algumas pessoas são desonestas" pode ser transformado na forma proposicional ∃ x ∈ D, P(x), onde P(x) é o predicado que denota que x é desonesto e o domínio D de x são os seres humanos.

(∃x ∈ D, P(x)) é verdadeiro exatamente quando P(x) é verdadeiro para pelo menos um x ∈ D. Portanto, a proposição (∃x ∈ D, P(x)) é falsa quando P(x) é falso para todo x de D. Formalmente, para D = {x1, . . . , xn}, temos a equivalência:

$(\exists x \in D, P(x)) \equiv (P(x1) \lor P(x2) \lor \ldots \lor P(xn))$.

Já que (∃x ∈ D, P(x)) toma valores-verdade, essa proposição pode ser negada, de modo que:

$\neg (\exists x \in D, P(x)) \equiv \forall x \in D, \neg P(x)$

Exemplo: A negação da proposição "Algumas pessoas são desonestas" é: "Todas as pessoas não são desonestas".

2.3 Quantificadores aninhados

Podemos fazer uma proposição utilizando mais de um quantificador e mais de uma variável predicativa.

Por exemplo, se considerarmos os domínios C={coelhos} e T={tartarugas} de modo que $x \in C$ e $y \in T$, podemos criar o predicado V(x,y)="x é mais rápido que y" para criar algumas proposições comparando a velocidade de coelhos e tartarugas.

$\forall x \in C, \forall y \in T, V(x, y)$ é lido como: "Para todo x no universo dos coelhos C e todo y no universo das tartarugas T, V(x,y) é verdadeiro." Em outras palavras, "Todo coelho é mais rápido que toda tartaruga."

$\forall x \in C, \exists y \in T, V(x, y)$ é lido como: "Para todo x no universo dos coelhos C e algum y no universo das tartarugas T, V(x,y) é verdadeiro." Em outras palavras, "Todo coelho é mais rápido que alguma tartaruga."

$\exists x \in C, \forall y \in T, V(x, y)$ é lido como: "Para algum x no universo dos coelhos C e para todo y no universo das tartarugas T, V(x,y) é verdadeiro." Em outras palavras, "Existe um coelho que é mais rápido que todas as tartarugas."

$\exists x \in C, \exists y \in T, V(x, y)$ é lido como: "Para algum x no universo dos coelhos C e para algum y no universo das tartarugas T, V(x,y) é verdadeiro." Em outras palavras, "Existe um coelho que é mais rápido que alguma tartaruga."

Falácias Lógicas Formais

Objetivo

Explorar diferentes tipos de falácias lógicas formais e como contorná-las.

Introdução

Uma falácia lógica é definida como um argumento incoerente, sem fundamento, inválido ou falho na tentativa de provar logicamente o que alega.

Argumentos que se destinam à persuasão podem parecer convincentes para grande parte do público apesar de conterem falácias, mas não deixam de ser falsos por causa disso.

Falácias formais são erros em lógica dedutíveis a partir dos nossos conhecimentos de lógica formal vistos no começo do curso. São, portanto, falhas na forma ou estruturação de argumentos, ao contrário de falácias informais, que podem ter formato lógico coerente, mas premissas falsas ou adulteradas. Todas as falácias formais são do tipo Non-sequitur (não se segue que).

1. Falácias proposicionais

Falácias proposicionais são erros lógicos que concernem a proposições lógicas formuladas com a estrutura incorreta.

1.1 Afirmação da disjunção

Consiste em concluir que uma das proposições de uma disjunção é falsa se a outra é verdadeira:

1. $P \lor Q$
2. P
3. $\vdash \neg Q$

Exemplo:
Para estar na capa da revista Caras, uma pessoa precisa ser uma celebridade ou ser extremamente bonita.
A pessoa na capa deste mês foi uma celebridade. Portanto, essa celebridade não é extremamente bonita.

1.2 Negação do antecedente

A negação do antecedente, também chamada de falácia da inversa, consiste em inferir a inversa a partir de uma proposição de causa-consequência. Em outras palavras:

Se A, então B.
A é falso.
Portanto, B também é falso.

1. $A \rightarrow B$
2. $\vdash \neg A \rightarrow \neg B$

Exemplo:
"Se cada homem tivesse um conjunto bem definido de regras de conduta com as quais ele regulasse sua vida, ele não seria melhor do que uma máquina. Mas tais regras não existem, portanto homens não podem ser máquinas." - Turing, Alan (1950), "Computing Machinery and Intelligence

1.3 Afirmação do consequente

A afirmação do consequente, também chamada de falácia da recíproca, consiste em concluir a recíproca a partir de uma proposição de causa-consequência. Em outras palavras:

Se A, então B.
B é verdadeiro.
Portanto, A é verdadeiro.

1. $A \to B$
2. $\vdash B \to A$

Exemplo:
"- Então você deve dizer o que pensa – disse a Lebre de Março.
– Eu já faço isso – Alice se apressou em responder. – Ou pelo menos, pelo menos eu acho o que eu digo... É o mesmo, não é?
– O mesmo? De maneira nenhuma! – disse o Chapeleiro. – Nesse caso, seria o mesmo dizer: vejo o que como, e como o que vejo!"

2. Falácias categóricas

2.1 Ilícita negativa

A ilícita negativa é uma falácia formal cometida quando um silogismo categórico possui conclusão positiva e uma ou mais premissas negativas.

Em termos matemáticos:

A ∩ B = \empty e B ∩ C = \empty, então A ⊂ C.

Exemplo: Nós não assistimos esse tipo de filme. Pessoas que assistem esse tipo de filme não apreciam bons filmes. Portanto, nós apreciamos bons filmes.

2.2 Composição/Divisão

Você implica que uma parte de algo deve ser aplicada a todas, ou outras, partes daquilo.

Muitas vezes, quando algo é verdadeiro em parte, isso também se aplica ao todo, mas é crucial saber se existe evidência de que este é mesmo o caso.

Já que observamos consistência nas coisas, o nosso pensamento pode se tornar enviesado de modo que presumimos consistência e padrões onde eles não existem.

Exemplo: Daniel era uma criança precoce com uma predileção por pensamento lógico. Ele sabia que átomos são invisíveis, então logo concluiu que ele, por ser feito de átomos, também era invisível. Nunca foi vitorioso em uma partida de esconde-esconde.

2.2.1 Composição

É o fato de concluir que uma propriedade das partes deve ser aplicada ao todo. Em outras palavras, concluir que, se tudo que é da categoria A é também da categoria B, tudo que é da categoria B é também da categoria A:

1. $x \in A \to x \in B$
2. $\vdash x \in B \to x \in A$

Exemplo: Todas as peças deste caminhão são leves; logo, o caminhão é leve.

2.2.2 Divisão

Supor que uma propriedade do todo pode ser aplicada a cada parte.

Exemplo: Você deve ser rico, pois estuda num colégio de ricos.

2.3 Acidente ou dicto simpliciter

Generalizar do seguinte modo:

- X é verdadeiro sob a condição Y.
- X acontece na condição Z.
- Logo, X é verdadeiro na condição Z.

Exemplo 1:

É permitido aos soldados matar em tempos de guerra. O soldado Julio matou em tempos de paz.
Logo, é permitido ao soldado Julio matar também em tempos de paz.

Exemplo 2:

Matheus não fuma para não desenvolver câncer de pulmão.
Ricardo não fuma e desenvolveu câncer de pulmão.
Logo, não fumar também provoca câncer de pulmão.

Falácias Lógicas Informais

Objetivo

Explorar diferentes tipos de falácias lógicas informais e como contorná-las.

Introdução

Uma falácia lógica é definida como um argumento incoerente, sem fundamento, inválido ou falho na tentativa de provar logicamente o que alega.

Argumentos que se destinam à persuasão podem parecer convincentes para grande parte do público apesar de conterem falácias, mas não deixam de ser falsos por causa disso.

Ao contrário das falácias formais, nas falácias informais não podemos identificar os erros a partir dos nossos conhecimentos de lógica formal vistos no começo do curso. Podem, assim, ter formato lógico coerente, mas premissas falsas ou adulteradas.

1. Red Herring

Uma falácia “red herring” (aranque vermelho) é um erro lógico no qual uma proposição utiliza-se de fatos irrelevantes para fazer inferências falsas. Em geral, qualquer inferência lógica baseada em argumentos irrelevantes com o intuito de substituir implicitamente o objeto de discussão é considerada um red herring.

1.1 Espantalho

A falácia do espantalho é basicamente uma demonização do oponente: através de uma representação infiel, exagero ou até mesmo a completa fabricação do argumento de outra pessoa, é muito mais fácil apresentar sua própria posição como razoável.

Exemplo: Após Cleiton dizer que o governo deveria investir mais em educação de qualidade, Maria respondeu que estava surpresa com o fato que Cleiton odiava tanto seu próprio país a ponto de cortar a verba dos hospitais.

1.2 Ad Hominem

Atacar características de uma pessoa para destruir o argumento dela.

Exemplo: Após Laura apresentar evidências persuasivas a favor de seu cliente, Ronaldo perguntou ao júri se deveríamos acreditar em qualquer coisa vinda de uma mulher que já foi detida uma vez pela polícia.

1.3 Apelo à autoridade

Assumir uma proposição como verdadeira porque uma autoridade o diz, usando a sua posição como figura ou instituição de renome no lugar de um argumento válido. (A popular "carteirada".)

É importante mencionar que, no que diz respeito a esta falácia, as autoridades de cada campo podem muito bem ter argumentos válidos, e que não se deve desconsiderar a experiência e expertise do outro.

Exemplo: Um professor de matemática se vê questionado de maneira insistente por um aluno especialmente chato. Lá pelas tantas, irritado após cometer um deslize em sua fala, o professor argumenta que tem mestrado, pós-doutorado e que isso é mais do que suficiente para o aluno confiar nele.

1.4 Apelo emocional

A falácia do apelo emocional consiste em manipular emocionalmente uma resposta ao invés de dar um argumento logicamente conciso.

Exemplo: Quando Diego se recusou a comer sua salada, seu pai o convenceu dizendo que havia muitas crianças passando fome que dariam tudo para estar em seu lugar.

1.5 Apelo à natureza

Você argumenta que só porque algo é "natural", aquilo é válido, justificado, inevitável ou ideal.

Só porque algo é natural, não significa que é bom. Assassinato, por exemplo, é bem natural, e mesmo assim a maioria de nós concorda que não é lá uma coisa muito legal de você sair fazendo por aí. A sua "naturalidade" não constitui nenhum tipo de justificativa.

Exemplo: O curandeiro chegou ao vilarejo com a sua carroça cheia de remédios completamente naturais, incluindo garrafas de água pura muito especial. Ele disse que é natural as pessoas terem cuidado e desconfiarem de remédios"artificiais", como antibióticos.

1.6 Ad populum

Você apela para a popularidade de um fato, no sentido de que muitas pessoas fazem/concordam com aquilo, como uma tentativa de validação dele.

A falha nesse argumento é que a popularidade de uma ideia não tem absolutamente nenhuma relação com a sua validade. Se houvesse, a Terra teria se feito plana por muitos séculos, pelo simples fato de que todos acreditavam que ela era assim.

Exemplo: Luciano, bêbado, apontou um dedo para Jão e perguntou como é que tantas pessoas acreditam em duendes se eles são só uma superstição antiga e boba. Jão, por sua

vez, já havia tomado mais Guinness do que deveria e afirmou que já que tantas pessoas acreditam, a probabilidade de duendes de fato existirem é grande.

1.7 Tu Quoque (você também)

Desacreditar a crítica de outra pessoa apontando o mesmo erro nela própria. Também conhecida como o "apelo à hipocrisia".

Exemplo:
Roger: "Você deveria praticar mais atividades físicas, Adam."
Adam: "Não me lembro de ver você fazendo exercícios nas últimas semanas, Roger."

2. Ambiguidade

Usar linguagem ou estruturas linguísticas com mais de um sentido para enganar alguém ou manipular a verdade.

2.1 Equívoca

Equívoco é uma falácia que consiste em usar uma afirmação com significado diferente do que seria apropriado ao contexto, ou seja, é a utilização da mesma palavra, mas com um sentido diferente.

O duplo sentido ou linguagem ambígua são usados para apresentar a verdade de modo enganoso.

Políticos frequentemente são culpados de usar ambiguidade em seus discursos, para depois, se forem questionados, poderem dizer que não estavam tecnicamente mentindo. Isso é qualificado como uma falácia, pois é intrinsecamente enganoso.

Exemplo: Em um julgamento, o advogado concorda que o crime foi desumano. Logo, tenta convencer o júri de que o seu cliente não é humano por ter cometido tal crime, e não deve ser julgado como um humano normal.

2.2 Anfibologia

Designa uma falácia baseada no dúbio sentido - proposital ou não - da estrutura gramatical da sentença de modo a distorcer o raciocínio lógico ou a torná-lo obscuro, incerto ou equivocado.

Exemplo: Derrotou o Corinthians o Boca Junior.

2.3 Ênfase

Enfatizar uma palavra na frase de modo a sugerir o contrário do que a mensagem passa.

Exemplo: *Hoje* você fez o que eu pedi.

3. Falsa causa

Esta falácia consiste em presumir que correlação implica em causalidade: assumir que determinada relação entre dois fatores é necessariamente de causa e efeito.

Exemplos: Top 10 - Correlações mais bizarras
[(https://www.buzzfeednews.com/article/kjh2110/the-10-most-bizarre-correlations)](https://www.buzzfeednews.com/article/kjh2110/the-10-most-bizarre-correlations)

Exemplo: Marcelo, sem perceber que o wifi está desligado, diz: "Essa não! Sempre que *eu* tento acessar este site, ele trava! Eu sou o problema!"

4. Bola de neve

Assumir uma sucessão de premissas e conclusões que conduzem ao absurdo para refutar um argumento. "Se A acontecer, Z eventualmente acontecerá, portanto A não deve acontecer."

Exemplo: Eu realmente gostaria de ir ao parque hoje com vocês, mas hoje está muito sol e se eu fizer isso vou contrair câncer de pele.

5. Viés da confirmação

Favorecer evidências que apóiam suas crenças enquanto você ignora as demais.

Exemplo: "Procurei a opinião de 10 amigos sobre meu dilema em adotar ou não um pinguim. Apenas um foi favorável a fazê-lo, mas ele é o mais sensato de todos, então decidi por adotar."

6. Argumento de incredulidade

Refutar um argumento porque ele é incompreensível para você.

Você considera algo difícil de entender, ou não sabe como funciona, por isso você dá a entender que não seja verdade.

Exemplo: Henrique desenhou um peixe e um humano em um papel e, com desdém efusivo, perguntou a Ricardo se ele realmente pensava que nós somos burros a ponto de acreditar que um peixe acabou evoluindo até a forma humana através de um monte de coisas aleatórias acontecendo com o passar dos tempos.

7. Alegação especial

Criar uma exceção arbitrária quando seu argumento é mostrado como falso.

É geralmente bem fácil encontrar um motivo para acreditar em algo que nos favorece, e é necessária uma boa dose de integridade e honestidade genuína consigo mesmo para examinar nossas próprias crenças e motivações sem cair na armadilha da auto-justificação.

Dr. Bronw: Ah, um bom cientista nunca está longe de seu laboratório! Estudante: Mas você nunca vem para cá.

Dr. Bronw: Ei, eu sou professor! Sou muito importante para ficar sentado no laboratóri

8. Pergunta carregada

Uma pergunta que contém uma afirmação embutida, de modo que ela não pode ser respondida sem o receptor parecer culpado.

Falácias desse tipo são particularmente eficientes em descarrilar discussões racionais, graças à sua natureza inflamatória – o receptor da pergunta carregada é compelido a se justificar e pode parecer abalado ou na defensiva. Esta falácia não apenas é um apelo à emoção, mas também reformata a discussão de forma enganosa.

Exemplo: "Por que você bate na sua esposa?"

9. Ônus da prova

Alegar que uma proposição é verdadeira simplesmente por ela não poder ser mostrada como falsa. Você espera que outra pessoa prove que você está errado, em vez de você mesmo provar que está certo.

O ônus (obrigação) da prova está sempre com quem faz uma afirmação, nunca com quem refuta a afirmação. A impossibilidade, ou falta de intenção, de provar errada uma afirmação não a torna válida, nem dá a ela nenhuma credibilidade.

Exemplo: Beltrano declara que uma chaleira está, nesse exato momento, orbitando o Sol entre a Terra e Marte e que, como ninguém pode provar que ele está errado, a sua afirmação é verdadeira.

10. Falácia do apostador

Assumir que altas frequências anteriores afetam fenômenos futuros em eventos estatisticamente independentes. Apesar de haver uma chance baixíssima de um cara-ou- coroa dar cara 20 vezes seguidas, a chance de dar cara em cada uma das vezes é e sempre será de 50%, independente de todos os lances anteriores ou futuros.

Exemplo: Uma roleta deu número par seis vezes em sequência, então Paulo teve certeza que o próximo número seria ímpar. Sofrendo uma forma econômica de seleção natural, ele logo foi separado do seu dinheiro.

11. Nenhum escocês de verdade...

Você faz o que pode ser chamado de apelo à pureza como forma de rejeitar críticas relevantes ou falhas no seu argumento.

Nesta forma de argumentação falha, a crença de alguém é tornada infalsificável porque, independente de quão convincente seja a evidência apresentada, a pessoa simplesmente move a situação de modo que a evidência supostamente não se aplique a um suposto "verdadeiro" exemplo. Esse tipo de pós-racionalização é um modo de evitar críticas válidas ao argumento de alguém.

Exemplo: Angus declara que escoceses não colocam açúcar no mingau, ao que Lachlan aponta que ele é um escocês e põe açúcar no mingau. Furioso, como um "escocês de verdade", Angus berra que nenhum escocês de verdade põe açúcar no seu mingau.

12. Genética

Você julga algo como bom ou ruim tendo por base a sua origem.

Esta falácia evita o argumento ao levar o foco às origens de algo ou alguém. É similar à falácia ad hominem no sentido de que ela usa percepções negativas já existentes para fazer com que o argumento de alguém pareça ruim, sem de fato dissecar a falta de mérito do argumento em si.

Exemplo: Acusado no Jornal Nacional de corrupção e aceitação de propina, o senador disse que devemos ter muito cuidado com o que ouvimos na mídia, já que todos sabemos como ela pode não ser confiável.

13. Preto-ou-branco

Você apresenta dois estados alternativos como sendo as únicas possibilidades, quando de fato existem outras.

Também conhecida como falso dilema, esta tática aparenta estar formando um argumento lógico, mas sob análise mais cuidadosa fica evidente que há mais possibilidades além das duas apresentadas.

O pensamento binário da falácia preto-ou-branco não leva em conta as múltiplas variáveis, condições e contextos em que existiriam mais do que as duas possibilidades apresentadas. Ele molda o argumento de forma enganosa e obscurece o debate racional e honesto.

Exemplo: Ao discursar sobre o seu plano para fundamentalmente prejudicar os direitos do cidadão, o Líder Supremo falou ao povo que ou eles estão do lado dos direitos do cidadão ou contra os direitos.

14. Argumento circular

Você apresenta um argumento circular no qual a conclusão foi incluída na premissa.

Este argumento logicamente incoerente geralmente surge em situações onde as pessoas têm crenças bastante enraizadas, e por isso consideradas verdades absolutas em suas mentes. Racionalizações circulares são ruins principalmente porque não são muito boas.

Exemplo: A Palavra do Grande Zorbo é perfeita e infalível. Nós sabemos disso porque diz aqui no Grande e Infalível Livro das Melhores e Mais Infalíveis Coisas do Zorbo Que São efinitivamente Verdadeiras e Não Devem Nunca Serem Questionadas.
Exemplo 2: O plano estratégico de marketing é o melhorpossível, foi assinado pelo Diretor Bam-bam-bam.

15. Anedótica

Você usa uma experiência pessoal ou um exemplo isolado em vez de um argumento sólido ou prova convincente.

Geralmente é bem mais fácil para as pessoas simplesmente acreditarem no testemunho de alguém do que entender dados complexos e variações dentro de um continuum.

Medidas quantitativas científicas são quase sempre mais precisas do que percepções e experiências pessoais, mas a nossa inclinação é acreditar naquilo que nos é tangível, e/ou na palavra de alguém em quem confiamos, em vez de em uma realidade estatística mais "abstrata".

Exemplo: José disse que o seu avô fumava, tipo, 30 cigarros por dia e viveu até os 97 anos -- então não acredite nessas meta análises que você lê sobre estudos metodicamente corretos provando relações causais entre cigarros e expectativa de vida.

16. O atirador do Texas

Você escolhe muito bem um padrão ou grupo específico de dados que sirva para provar o seu argumento sem ser representativo do todo.

Esta falácia de "falsa causa" ganha seu nome partindo do exemplo de um atirador disparando aleatoriamente contra a parede de um galpão, e, na sequência, pintando um alvo ao redor da área com o maior número de buracos, fazendo parecer que ele tem ótima pontaria.

Grupos específicos de dados como esse aparecem naturalmente, e de maneira imprevisível, mas não necessariamente indicam que há uma relação causal.

Exemplo: Os fabricantes da bebida gaseificada Cocaçúcar apontam pesquisas que mostram que, dos cinco países onde a Cocaçúcar é mais vendida, três estão na lista dos dez países mais saudáveis do mundo, logo, Cocaçúcar é saudável.

17. Meio-termo

Você declara que uma posição central entre duas extremas deve ser a verdadeira.

Em muitos casos, a verdade realmente se encontra entre dois pontos extremos, mas isso pode enviezar nosso pensamento: às vezes uma coisa simplesmente não é verdadeira, e um meio termo dela também não é verdadeiro. O meio do caminho entre uma verdade e uma mentira continua sendo uma mentira.

Exemplo: Mariana disse que a vacinação causou autismo em algumas crianças, mas o seu estudado amigo Calebe disse que essa afirmação já foi derrubada como falsa, com provas. Uma amiga em comum, a Alice, ofereceu um meio-termo: talvez as vacinas causem um pouco de autismo, mas não muito.

18. Falácia das falácias

Assumir que, porque uma falácia foi cometida ou pelo argumento ter sido mal construído, a conclusão em si é automaticamente falsa.

Exemplo: Maicon argumentou que todos deveriam se alimentar de maneira saudável ao ouvir uma nutricionista famosa dizendo que a prática estava se popularizando. Jeff, reconhecendo o argumento de Maicon como uma falácia, disse que deveríamos, então, todos comer pizza todos os dias.