DOI:10.13774/j.cnki.kjtb.2013.08.054

改进离散粒子群优化算法求解广义指派问题

王一川，单甘霖，童 俊

(军械工程学院 电子与光学工程系，石家庄 050003)

摘 要：广义指派问题是典型的NP-hard组合优化问题。对一类广义指派问题进行了建模，提出了一种基于连续空间的改进离散粒子群优化算法以求解该模型。算法针对问题设计了特定的粒子编码方案，引入了局部搜索以改进算法性能。数值仿真表明了所提离散粒子群优化算法求解广义指派问题的可行性。

关键词：广义指派问题；粒子群优化算法；粒子编码；局部搜索

中图分类号：TP301.6　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1001-7119(2013)08-0130-03

Solving Generalized Assignment Problem Based on Improved Discrete Particle Swarm Optimization

Wang Yichuan，Shan Ganlin，Tong Jun

(Dept. of Electronic and Optical Engineering，Ordnance Engineering College，Shijiazhuang 050003，China)

Abstract: Generalized assignment problem is a typical NP-hard problem in combinatorial optimization. Model for a class of generalized assignment problem is build up, and an improved discrete particle swarm optimization algorithm based on continuous space is proposed to solve this model. The algorithm designs a specific particle coding scheme based on the problem, introduces local search to increase performance. The simulation shows that the proposed algorithm is feasible in solving generalized assignment problem.

Key words: generalized assignment problem; particle swarm optimization algorithm; particle coding; local search

指派问题是指按照一定的分配原则和约束条件，将多个任务分配给多个人员以达到最优的分配效果。传统指派问题，仅研究人数与事数相等、一人一事且一事一人的情形。而广义指派问题 (Generalized Assignment Problem，GAP)则对应人数与事数不等、一人多事或一事多人的情形。

目前国内外对GAP的研究并不多见。文献[1]的改进匈牙利算法能够精确求解一类人数多于事数、一人一事，但一事多人的GAP，仅适用于小规模问题求解；文献 [2] 基于模拟退火算法仅研究了人数与事数不相等、一人一事且一事一人的GAP，适用范围不够；文献[3]基于遗传算法，研究了人数少于事数、一人多事但一事一人型的GAP，通过扩大问题维数将GAP转化为传统指派问题求解，但由于可能面临过大的问题维数，求解效率得不到保障。

粒子群优化(Particle Swarm Optimization，PSO)算法现已应用于传统指派问题的求解[4]，但尚没有能够有效应用其求解GAP的研究。对于文献[1]中的GAP问题，本文将应用PSO算法求解，旨在为GAP的研究提供新的思路和途径。

1 广义指派问题数学描述

文献[1]中的GAP描述如下：有n项任务分配m ($m\geq n$)人去做，每人仅分配一项任务，每项任务可分配多人但至少分配一人。已知第i人分配做第j项任务的效益为a_{ij} ($i=1,\cdots,m$；$j=1,\cdots,n$)，试确定分配总效益最大值及其对应的最优指派方案。定义人员-任务分配矩阵$R_{m\times n}$表征指派方案，其元素$r_{ij}=1$表示第i人分配做第j项任

收稿日期：2012-09-26
基金项目：军内科研资助项目

作者简介：王一川 (1993-)，男，安徽阜阳人，硕士研究生，主要研究方向：信息融合系统中的多传感器管理。

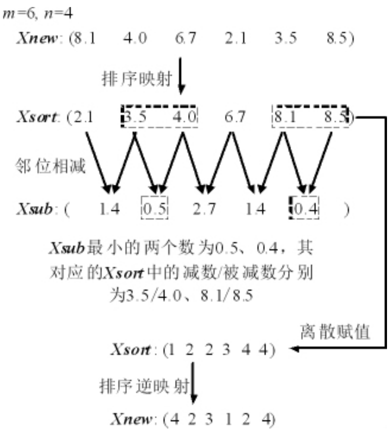

图1 位置矢量编码示例

Fig.1 Coding instance of position vector

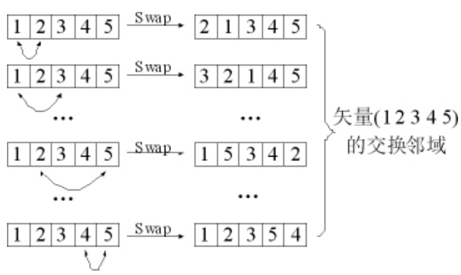

图2 交换邻域生成示例

Fig.2 Generation instance of exchange neighborhood

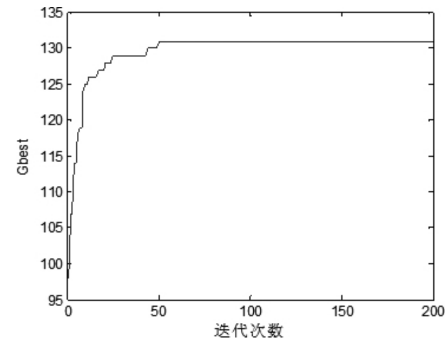

图3 Gbest适应度值变化曲线

Fig.3 Change gragh of Gbest fitness

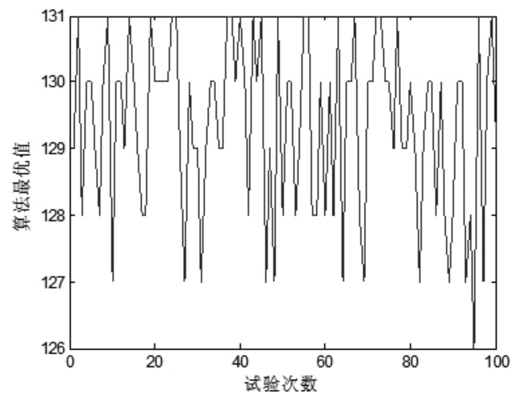

图4 算例2的优化结果

Fig.4 Optimization result of instance 2

务，否则$r_{ij}=0$。采用0-1整数规划模型对问题建模如下：

目标函数：$Maximize\ Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\times r_{ij}$　　(1)

约束条件：$\sum_{j=1}^{n}r_{ij}=1\quad i=1,2,\cdots,m$　　(2)

$$\sum_{i=1}^{m}r_{ij}\geqslant 1\quad j=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

2　广义指派问题的改进DPSO设计

2.1　基本PSO算法简介

基本PSO算法初始化一群随机粒子，每个粒子代表优化问题的一个解，通过迭代搜索来寻找最优解。每次迭代时，粒子将通过更新公式(4)，跟踪个体极值$Pbest$和全局极值$Gbest$，不断飞至解空间的最优解位置，迭代结束后输出的$Gbest$即为所搜索到的问题优化解。基本PSO算法只能求解连续空间上的优化问题，为了应用其求解GAP这种离散问题，需要将其离散化，后文中将设计一种基于连续空间的DPSO (Discrete PSO，DPSO)算法[5]。

$$\begin{cases}V_{t+1}=wV_t+c_1(Pbest_t-X_t)+c_2(Gbest_t-X_t)\\X_{t+1}=X_t+V_{t+1}\end{cases} \tag{4}$$

2.2　粒子位置表示

将粒子的位置矢量X表示为长度m的自然数串：

$$\begin{cases}X=(x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_m)\\i=1,2,\cdots,m\quad x_i=1,2,\cdots,n\end{cases} \tag{5}$$

式中X直接表示一种指派方案，其每一维的取值限定为1~n的自然数，且$x_i=j$表示第i维对应的人分配去做第j项任务。这种粒子位置表示较好地处理了GAP的约束条件公式(2)，能够保证每个人员分配且仅分配一项任务。

2.3　粒子迭代方式与编码

本文DPSO算法仍采用速度-位置更新公式(4)。位置矢量X更新后将得到连续型矢量$Xnew$，为了使其代表有意义的分配方案，需要将其编码映射到离散空间。编码方案设计如下：

Step1：按从小到大的顺序对$Xnew$每个维度进行排序，得到$Xsort$，并记录下$Xnew$与$Xsort$间的排序映射关系。

Step2：对$Xsort$执行邻位相减操作得到新矢量$Xsub$：

$$\begin{cases}Xsub(k)=Xsort(k+1)-Xsort(k)\\k=1,2,\cdots,m-1\end{cases} \tag{6}$$

Step3 取$Xsub$中最小的$m-n$个数，并记录下这些数对应的$Xsort$中的减数与被减数。

Step4 对$Xsort$每个维度按从小到大的顺序，依次赋值为1~n的自然数，需要注意的是此时将Step3中记录下的$Xsub$的数所对应的减数与被减数赋值为相同的值。

Step5 根据已记录的排序映射关系，进行逆映射，

即可得到$Xnew$的粒子位置矢量编码结果。

编码后$Xnew$被映射为一个可行的指派方案，接下来粒子仍按照公式(4)进行更新，又将得到一个连续型的新矢量，对其编码就能够继续迭代求解下去。此编码方案建立了粒子位置矢量与离散问题解间的映射关系，编码后的粒子既能够遍历所有的可行解，又满足了约束条件公式(3)。由于充分限制了不可行解的出现，搜索空间被大大压缩，效率显著提高。

2.4 适应度值计算

根据目标函数公式(1)，设定粒子适应度值如下：

$$Fitness(X)=\sum_{i=1}^{m} a_{ik} x_{ik}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{7}$$

经过上述粒子位置表示、迭代方式、编码等定义之后，基本上完成了DPSO算法的设计。后续内容中将在此算法中引入局部搜索以获得更好的优化效果。

2.5 引入局部搜索

本文借鉴Memetic算法所提出的混合搜索概念，将PSO算法和局部搜索相结合以提高算法的寻优效果和效率。

定义图2所示的交换邻域结构：对一个初始矢量p，任取两个不同位置，交换两位置上的值将得到一个新矢量，将所有这样的新矢量的集合称为p的交换邻域。局部搜索操作可描述为：每个粒子在经过迭代更新、编码和计算适应度值之后，再对其当前位置的交换邻域进行一次局部搜索。局部搜索将找出交换邻域中的最优解，若该解优于当前解，则用该解更新该粒子，否则不做处理。

2.6 算法流程

本文改进DPSO算法具体求解步骤描述如下：

Step1 初始化粒子种群和各参数.

Step2 对所有粒子位置矢量离散化并计算其适应度值。

Step3 对每个粒子执行一次局部搜索操作。

Step4 更新粒子$Pbest$ 与种群$Gbest$。

Step5 根据更新公式(4)更新粒子速度、位置矢量。

Step6 若算法达到最大迭代次数，输出$Gbest$位置矢量和适应度值，算法停止，否则转入Step2。

3 仿真与分析

算例1 采用文献[1]所提出的3项任务4个人员的算例对本文算法进行验证。采用本文算法，matlab编程求解，设定种群规模为3，最大迭代次数为10。其它参数取经验值w=0.5，c_1随迭代次数由0.7线性下降到0.3，c_2则随迭代次数由0.3线性增加到0.7。程序所得最优指派方案与文献[1]相同。

算例2 设定10项任务分配给15个人员的广义指派问题，试确定分配最大效益及最优指派方案。分配效益矩阵$A_{15\times10}=(a_{ij})_{15\times10}$如公式(8)所示。

$$A_{15\times10}=\begin{bmatrix}4&9&4&2&5&6&3&2&7&6\\6&6&5&2&6&9&6&5&3&2\\4&4&5&4&7&8&6&5&5&6\\6&7&6&5&2&3&5&2&8&4\\2&6&6&5&5&4&9&7&7&6\\6&7&2&6&5&3&7&9&6&3\\7&5&9&6&3&5&4&4&5&7\\7&9&3&4&7&5&5&4&5&6\\8&2&7&5&7&5&4&7&2&9\\7&6&8&6&5&6&5&7&5&7\\5&4&7&3&9&2&4&6&4&3\\7&8&3&9&3&4&5&5&4&5\\8&4&4&7&5&6&6&9&8&3\\2&7&7&6&8&3&7&5&8&4\\9&2&6&2&5&6&4&8&7&4\end{bmatrix}\quad R_{15\times10}=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix} \tag{8}$$

采用本文算法，matlab编程求解，设定种群规模为10，最大迭代次数为200，其它参数设定与算例1相同。程序求得分配总效益最大值为131，最优分配矩阵$R_{15\times10}$如公式(8)所示。

图3为某次运行$Gbest$ 适应度值随迭代次数变化曲线。设定最大迭代次数为60，其它参数不变，算法重复试验100次，图4为算例2优化解随试验次数变化曲线，算法平均耗时为0.98 s。由图4可知算法不是每次都能搜索到最优解，但得到的次优解与最优解相差不大，算法耗时亦可接受，仿真结果证明了本文算法求解GAP具有可行性。

4 结论

针对一类人数多于事数、一人一事但一事多人的广义指派问题，本文提出了一种基于连续空间的改进DPSO算法予以求解。为了使迭代更新后的连续型粒子位置矢量能够表示可行的指派方案，设计了编码方案使其映射到离散空间上。算法引入了局部搜索操作以提高算法的寻优能力。两算例的仿真结果表明了本文算法求解广义指派问题具有可行性。

参考文献：

[1] 黄德才.求广义指派决策问题最优解的有效算法[J]. 控制与决策, 1999, 14(3):272-275.

[2] 吴艳群, 董鹏.求解大规模不对称指派问题的通用模拟退火算法[J].兰州交通大学学报, 2008, 27(4): 149-155.

[3] Chu P C, Beasley J E. A genetic algorithm for the generalized assignment problem [J]. Computers Oper. Res, 1997: 17-23.

[4] 孙晓雅, 林焰.一种新的离散粒子群算法在指派问题中的应用[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(11): 4091-4093.

[5] 沈林成, 霍霄华, 牛轶峰. 离散粒子群优化算法研究现状综述[J].系统工程与电子技术, 2008, 30(10): 1986 -1990.