

文章编号: 1671-1114(2009)01-0070-04

基于混合算法求解指派问题

温晓磊, 王鹏涛

(天津理工大学 计算机与通信工程学院, 天津 300191)

摘要: 本研究建立了指派问题的数学模型, 提出了以遗传算法和蚁群算法相结合的思想及其解决方案. 算法主要是将每一个任务作为一个基因位形成染色体, 以遗传算法控制寻优方向, 更适宜解决组合优化问题. 实验结果表明, 使用此算法解决指派问题, 提高了搜索效率, 能够在短时间内找到最优分配方案, 证明该算法是可行的.

关键词: 指派; 组合优化; 遗传算法; 蚁群算法

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

Solving assignment problem based on mixed algorithm

WEN Xiaolei, WANG Pengtao

(School of Computer and Communication Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300191, China)

Abstract The mathematical model of assignment problem is established. By combining genetic algorithm with ant colony algorithm, the mixed algorithm for solving the problem is proposed. Every task is regarded as a genetic locus to form chromosome in this algorithm, and genetic algorithm used to search for optimal direction is suitable for solving combinatorial optimization problem. Experiment results show that the best solution can be found rapidly by using this algorithm, and the algorithm is proved feasible.

Key words: assignment; combinatorial optimization; genetic algorithm; ant colony algorithm

指派是现实生活中经常会遇到的一类组合优化问题, 有着十分广泛的应用, 可用于建立某些决策支持系统(DSS), 在现实的运筹学问题中, 通常使用匈牙利指派来解决该问题^[1]. 匈牙利指派适用于在问题规模不大时进行手工计算, 并且很难用计算机编程实现的情况^[2].

蚁群算法^[3]是基于自然界中蚁群觅食的过程建立起来的, 它是由意大利的学者 M. Dorigo 于 1991 年首次提出的, 并用该方法解决了一系列组合优化问题. 蚁群算法在解决这类问题中取得了一些很好的试验结果, 受其影响, 该算法逐渐引起了许多研究者的注意, 并将其应用到解决实际工程的问题之中.

蚁群算法中, 一群人工蚂蚁通过积淀在一张全连通图中各条边上的外激素(pheromone)交换信息, 并且蚁群合作可以找到一个问题的最优解. 以外激素为媒介的间接异步的联系方式是蚁群算法最大的特征. 但是, 蚁群算法有一个很大的缺陷: 该系统处在

一个从无序到有序的变化过程中, 算法开始时, 单个人工蚂蚁无序地寻找最优解, 需要经过很长的演化时间才能找到最优解, 因此, 当蚁群的数量很大时, 有可能很难找到最优解. 为了解决这一问题, 本研究提出了一种混合算法, 即通过遗传算法与蚂蚁算法相结合, 控制每一个人工蚂蚁的寻优过程, 保证用较快的速度找到最优解, 以解决实际的指派问题.

1 数学模型的建立和算法思想

1.1 数学模型的建立

设在某一单位中有 i 项任务和 j 个智能体(智能体可以是人、单位中的部门或计算机), 定义决策变量

x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, M$, $j = 1, 2, \dots, N$; x_{ij} 取值如下:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 项任务由第 } j \text{ 个智能体完成,} \\ 0, & \text{其他情况.} \end{cases}$$

p_{ij} 为智能体 j 完成任务 i 的可能性, $0 < p_{ij} < 1$.

$V_{ij} > 0$ 为智能体 j 完成任务 i 所要付出的代价, 可以

收稿日期: 2008-09-21

基金项目: 天津市教委自然科学基金资助项目(20030618); 天津市自然科学基金资助项目(043600511)

第一作者: 温晓磊(1983—), 男, 硕士研究生

通讯作者: 王鹏涛(1949—), 男, 教授, 主要从事信息与计算科学方面的研究.

是时间、费用等, 则建立指派问题的 0—1 规划数学模型^[4]:

$$\min \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M (1 - p_{ij}) V_{ij} x_{ij},$$

约束条件:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \leq S_i, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^M x_{ij} \leq D_j, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

数学模型的意义: 按照分配结果进行工作, 使之能够完成的任务尽量地多, 而没有完成的部分所花费的代价最小. 约束条件表示智能体 j 最多可以同时处理 D_j 项任务的处理, 对于任务 i , 允许同时有不超过 S_i 个智能体协同进行处理.

1.2 算法思想

蚁群算法具有并行性、正反馈、健壮性等特点, 且搜索过程不需要人工干预. 但是, 对于规模较大的问题, 其性能迅速恶化. 主要原因是: 算法的初始阶段, 各条道路上的外激素水平基本相等, 蚂蚁的搜索呈现较大的盲目性. 只有经过较长的时间后, 外激素水平才能呈现出明显的指导作用. 另外, 由于蚂蚁算法是一种正反馈算法, 在算法速度收敛较快的同时, 也容易陷入局部优化.

由于蚁群算法存在容易陷入局部优化, 那么可以利用遗传算法控制蚂蚁寻优方向的特点, 以解决蚂蚁在搜索时的盲目性, 同时也减少了陷入局部最优的概率, 在经过很多代的搜索过程后, 必然可以搜索到问题的最优解和次优解.

蚁群遗传算法是由美国 Michigan 大学的 John Holland 教授等于 1975 年首先提出的模拟自然界中生物遗传机制的搜索算法. 它是以达尔文的生物进化论“适者生存、优胜劣汰”和孟德尔的遗传变异理论“生物遗传进化主要在染色体上, 子代是父代遗传基因在染色体上的有序排列”为基础, 模拟生物在染色体层面的各种遗传优化作用而设计人工寻优方法. 此算法最大的优点是适合进行问题的整体优化, 在全局上把握寻优方向, 最大的不足是搜索速度较慢.

2 算法的设计

2.1 蚁群算法

蚂蚁的觅食过程如图 1 所示. 在图 1(a)中, 所有蚂蚁都是从一个未经历过的交叉点出发. 因此此

时没有任何提示信息, 所以对路径是随机选择的, 一半蚂蚁走路径一, 另一半走路径二. 每只蚂蚁会在它所走过的路上留下外激素, 途中虚线的数量大致与蚂蚁在地面上的外激素浓度成比例. 由于路径一比路径二短, 所以单位时间内走路径一的蚂蚁比走路径二的蚂蚁数量多, 路径一上所留下的外激素数量也就多, 加上蚂蚁选择路径时对外激素的喜好, 所以经过很短的时间后两条路上的外激素量就大得足以影响新的蚂蚁的决策, 如图 1(b). 由于这样的正向反馈, 使选择路径一的蚂蚁数量很快增加. 最终所有的蚂蚁都会选择走路径一, 如图 1(c).

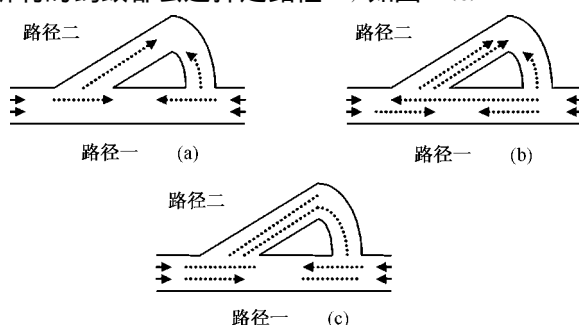


图 1 蚁群觅食原理

人工蚁群算法的一次原理, 是在一组节点中找出一条代价最小的路径, 每只人工蚂蚁根据状态转换规则选择城市并生成一个完整的旅程. 一旦所有的蚂蚁都完成了旅程, 就会使用一种全局的外激素更新规则. 所有边上仅有一小部分外激素被蒸发了, 每只蚂蚁将一定数量的外激素沉积在它所走过旅程的各条边上, 这些外激素的数量和它的旅程长短成反比. 这样的过程不断迭代直至达到终止条件, 即搜索到最优解.

蚁群所使用的状态转移规则由式 (2) 给出, 称为随机可能性规则. 它给出了在城市 r 中的蚂蚁 k 选择转移到城市 s 的可能性.

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r, s)]^\alpha [\eta(r, s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau(r, u)]^\alpha [\eta(r, u)]^\beta}, & s \in J_k(r), \\ 0, & \text{其他情况.} \end{cases} \quad (2)$$

其中 τ 为外激素, $\eta = 1/\delta$ 是距离 $\delta(r, s)$ 的倒数, $J_k(r)$ 是在城市 r 的蚂蚁 k 还未访问过的城市的集合, $\beta > 0$ 是启发式因子, $\alpha > 0$ 是自启发式因子.

当所有的蚂蚁都完成了本次旅程, 就开始根据式 (3) 进行全局激素更新:

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \rho)\tau(r, s) + \sum_{k=1}^q \Delta\tau_k(r, s), \quad (3)$$

其中

$$\Delta\tau_k(r, s) = \begin{cases} \frac{1}{L_k}, & r, s \in \text{蚂蚁 } k \text{ 的旅程,} \\ 0, & \text{其他情况.} \end{cases}$$

$0 < \rho < 1$ 是外激素的消逝参数, L_k 是由蚂蚁 k 完成的旅程的长度, q 是蚂蚁的数量. 外激素更新是为了将较多的外激素沉积在较短的边上.

从上述的蚁群算法可知, 它主要是把外激素的更新作为其算法的特征之一, 但通过实验发现, 其作用是有限的. 由于外激素的全局更新作用, 在经过几次搜索以后, 所有属于最佳路径的边, 其外激素水平远远高于其他边. 因此, 外激素的局部更新作用不能有效地阻止搜索陷入局部最优化. 另外, 由于外激素的局部更新在每一步搜索之后都要进行, 因此, 消耗了大量的时间. 它主要是在处理规模很小的问题时, 可以发挥巨大的作用, 而当处理规模很大的问题时, 蚁群算法的优势就大大削弱. 所以, 需要一种更加快速和有效的算法来解决这一问题, 采取一定的措施, 减少陷入局部优化的可能性.

2.2 混合算法

本研究所提到的混合算法是在蚁群算法的基础上, 引入遗传算法解决在处理大规模问题时, 减少陷入局部最优化的可能性. 其主要的设计思想是当所有的蚂蚁都完成了一次旅行后, 对所有的解进行遗传算法的相关操作, 然后再进行一次优化, 从而可以有效地缩短搜索最优解所需的时间.

遗传算法的核心内容包括参数编码、初始种群的设定、适应度函数的设计、遗传操作设计、控制参数设定(主要指群体的大小和使用遗传操作的概率等)5个要素.

2.2.1 编码

引入遗传算法首先要用字符串表达研究的问题, 表达问题的字符串相当于遗传学中的染色体. 每个字符串称作个体. 由于遗传算法计算过程中的鲁棒性, 它对编码的要求并不苛刻. 实际上, 大多数问题都可以采用基因呈一维排列定义染色体的表现形式. 在混合算法中, 当遗传算法实现时, 是以每个蚂蚁旅行之后的路径作为一个基因位, 第 k 个蚂蚁指派第 k 个基因位上表示的任务(即这只蚂蚁走过的路径).

2.2.2 初始群体

由于遗传算法群体型操作的需要, 必须为遗传

算法准备一个由若干初始界组成的初始群体. 常用随机方法产生初始群体, 即随机生成一组任意排列的字符串. 本研究对蚂蚁旅行之后所有的路径, 随机生成一组排列任意的数组.

2.2.3 适应度函数

衡量字符串(染色体)好坏的指标, 作为以后遗传操作优胜劣汰的依据, 即适应度(Fitness). 遗传算法在搜索进化过程中, 一般不需要其他外部信息, 仅用适应度评估个体或解的优劣, 并以此作为以后遗传操作的依据. 由于适应值是群体中个体生存机会选择的唯一确定性的指标, 因此适应函数的形式直接决定着群体的进化行为. 本研究的适应度函数设计如下:

$$f(x) = \begin{cases} C_{\max} - g(x), & \text{当 } g(x) < C_{\max}, \\ 0, & \text{其他情况.} \end{cases} \quad (4)$$

其中: $g(x)$ 是在相应蚁群算法之后所有蚂蚁旅行的路径的总和. C_{\max} 为进化过程中 $g(x)$ 的最大值或当前群体中 $g(x)$ 的最大值.

2.2.4 选择、交叉和变异操作

选择的目的是为了从当前群体中选出优良的个体, 使它们有机会作为父代为下一代繁衍子孙. 本算法采用最佳个体的保留策略, 即在交叉之前, 先按需保留最佳个体的个数, 选出最佳个体 g , 直接遗传到子代群体中, 其余个体采用比例选择法, 即第 i 个个体被选中的概率为

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1, j \neq g}^m f_j}, \quad (5)$$

式中, m 为种群数, $\sum_{j=1, j \neq g}^m f_j$ 为群体的累加适应度值.

为了产生新个体, 遗传算法仿生物学中采用杂交的办法, 对染色体的某些部分进行交叉换位. 本算法的交叉方法如下(设交叉概率为 P_c):

1) 在第二个字符串中随机选择一个用于交叉的区域;

2) 先将第二个字符串中交叉的区域放到第一个字符串的前面, 除去第一个字符串中已在第二个字符串的交叉区域中存在的数字.

通过交叉, 遗传算法的搜索能力得以飞跃提高.

本算法以设定的变异概率 P_m 选择个体 i 的概率为 P_i , 产生一个随机概率 p , 如果 $p \leq P_m$, 则对个体 i 实行变异; 变异时从选中的串中随机取一个数字, 将其放到该串的最后^[5].

经蚁群算法之后, 对所有蚂蚁走过的路径进行遗传算法的操作, 可以减少陷入局部最优的概率, 使其在进行下一次蚁群算法时, 效率有很大的改变. 经过遗传算法的加工, 蚁群算法的实际处理能力将有很大的提升, 这有助于更快地找到最优解.

2.3 混合算法设计

解决指派问题的混合算法如下:

Step1 由完成任务所付出的代价和任务被完成的可能性建立一个实际的数学模型;

Step2 初始化外激素信息和最优解, 设置外激素消逝速度等参数;

Step3 while (未达到终止条件);

Step3.1 初始化每只蚂蚁, 将蚂蚁随机放在代表智能体的城市中;

Step3.2 进行蚁群算法;

Step3.2.1 每只蚂蚁状态选择规则策略是选择一项任务, 同时完成此任务的智能体不超过特定的数目;

Step3.2.2 随机选择一个智能体, 该智能体已接受的任务数目不超过特定的数目;

Step3.2.3 记录蚂蚁所经过的路径;

End for

Step3.3 对所得的解(即所有蚂蚁走过的路径)进行遗传算法操作;

Step3.4 在所有解中, 如果存在比 best 的路径长度短的解, 更新最优解, 回到 Step3;

本算法中, 终止条件使用迭代次数进行控制.

3 实验

假设有 3 个人($j=3$)、5 项任务($i=5$), 完成任务所付出的代价和任务被完成的可能性见表 1、表 2.

表 1 完成任务所付出的代价

j	i				
	1	2	3	4	5
1	9.501	8.214	9.355	1.389	4.451
2	2.311	4.447	9.169	2.028	9.318
3	6.608	6.154	4.103	1.987	4.660

表 2 完成任务的可能性

j	i				
	1	2	3	4	5
1	0.818 0	0.838 5	0.794 8	0.275 7	0.284 4
2	0.660 2	0.568 1	0.956 8	0.437 3	0.869 2
3	0.342 0	0.370 4	0.522 6	0.136 5	0.264 8

参数选择为 $\alpha=1$, 外激素消逝因子 $\rho=0.3$, 启发因子 $\beta=2$, 蚂蚁个数 $q=5$.

本算法找到的最优解为第 1 人完成任务 2 和 4, 第 2 人完成任务 1 和 5, 第 3 人完成任务 3. 按照该分配方案所得到的完成任务的花费时间大约要比单一使用蚁群算法获得最优解短 2/5, 并且分别运行 10 次 10 代、20 代、40 代, 情况如表 3.

表 3 最优解的情况

代数	最优解个数
10	5
20	7
40	8

该算法经 60 代后只有极少数的蚂蚁找不到最优解.

4 结论

本研究引入遗传算法中的蚁群算法解决实际问题, 建立了指派问题的数学模型, 提出了一种解决指派问题的方法. 指派问题属于组合优化问题, 很适合用本研究的算法来求解. 混合算法能够准确快速求得最优或已有的分配结果. 对于规模较大的指派问题, 达到了缩短搜索时间的目的, 取得了良好的效果.

参考文献:

[1] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.

[2] 谢凡荣. 求解指派问题的一个算法[J]. 运筹与管理, 2004, 13(6): 37-40.

[3] Marco Donigo, Vittorio Maniezzo, Alberto Colomi. Ant system; Optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 1996, 26(1): 70-75.

[4] 梁耀, 覃征, 杨利英, 等. 指派问题的变异蚁群算法求解[J]. 微电子学与计算机, 2005, 22(6): 80-83.

[5] 吴海军. 基于遗传算法的指派问题求解[J]. 电脑学习, 2005, 12(6): 23-24.

(责任编辑 李宏伟)