

## 改进的人工蜂群算法求解任务指派问题

孙晓雅<sup>1,2</sup>, 林 焰<sup>2</sup>

(1 辽宁师范大学 管理学院, 辽宁 大连 116029; 2 大连理工大学 船舶 CAD 工程中心, 辽宁 大连 116024)

**摘 要:** 针对指派问题提出了一种改进的人工蜂群算法. 该算法充分考虑到指派问题解的离散性特点, 给出了食物源位置的离散编码方法, 并且采用邻域移动法生成候选食物源, 这一方法既保证了解的可行性, 又增加了食物源的多样性. 实算表明在求解指派问题时, 该算法比原人工蜂群算法在求解精度和收敛速度上都有显著地提高, 两性能也优于其他粒子群算法. 这种改进的离散人工蜂群算法简洁, 应用方便, 不但是一种有效求解指派问题的新算法, 同时也为其他组合优化问题求解提供了一种有益思路.

**关键词:** 人工蜂群算法; 指派问题; 离散; 邻域移动

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)01-0023-04

## Improved Artificial Bee Colony Algorithm for Assignment Problem

SUN Xiao-ya<sup>1,2</sup>, LIN Yan<sup>2</sup>

(1 College of Management, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China;

2 Ship CAD Engineering Center, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** An improved artificial bee colony (IABC) optimization algorithm is presented for assignment problem. In consideration of the solution's discreteness, this algorithm gives a discrete coding method for the food source position. The algorithm adopts neighborhood shift to produce a candidate food position, which can ensure the solution feasible and increase the diversity of food sources. The actual calculation shows that the IABC algorithm can accelerate the convergence process obviously and improve the precision compared with the original artificial bee colony (ABC) algorithm, and this method is also superior to other particle swarm optimization (PSO) algorithms. The principle of this algorithm is simple and its application is flexible and easy. It is a new algorithm for assignment problem and it presents a new vision for other combinatorial optimization problems.

**Key words:** artificial bee colony algorithm (ABC); assignment problem; discrete; neighborhood shift

### 1 引言

指派问题是一类特殊的 0-1 型整数规划问题, 在组合优化中属 NP-Complete 问题. 许多实际问题, 如工作分配、项目承包、航班安排、车辆调度、火力配置等都属于指派或类指派问题. 指派问题的求解方法主要分为两类: 一类是精确求解算法, 最常用的是匈牙利法. 但匈牙利法对大规模指派问题求解困难, 在处理一些特殊数据时无法收敛, 不能得到最优解<sup>[1]</sup>. 另一类是启发式算法, 近年来出现的遗传算法<sup>[2]</sup>、蚂蚁算法<sup>[3]</sup>、DNA 算法和粒子群算法等智能

算法成为求解指派问题的新途径. 受到蜜蜂群体觅食行为的启发, 文献[3]提出了一种基于蜂群智能的新的启发式算法, 人工蜂群算法(Artificial Bee Colony, ABC). Karaboga 等已经验证与遗传算法, 差分进化算法及粒子群算法相比, ABC 算法在连续型多峰函数寻优问题中能得到更好的结果. 文献[4]等用 ABC 算法求解了单模式资源受限项目调度问题(RCPSP), 实现了 ABC 算法在组合优化中的应用. ABC 算法是针对连续性优化问题提出的, 尽管 Akbari 求解了离散型优化问题, 但求解 RCPSP 时也是按连续型函数进行处理的, 没有考虑到解的离散性

收稿日期: 2011-04-02; 修回日期: 2011-05-30

特点.

本文在人工蜂群算法的基础上,针对指派问题解的离散性特点,提出了一种改进的人工蜂群算法(Improved Artificial Bee Colony, IABC),该算法操作简洁,能有效地避免连续人工蜂群算法求解离散问题时解的冗余.

## 2 指派问题的描述

指派问题的标准形式(以人和事为例):设有  $n$  个人和  $n$  件事,已知第  $i$  人做第  $j$  事的费用为  $c_{ij}$  ( $i, j=1, 2, \dots, n$ ),要求一个人和事之间一一对应的指派方案,使完成这  $n$  件事的总费用最少.

一般称矩阵  $C$  为指派问题的系数矩阵.

$$C = (c_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

为了建立标准指派问题的数学模型,引入  $n^2$  个 0-1 变量

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当指派第 } i \text{ 人去做第 } j \text{ 事时} \\ 0, & \text{当不指派第 } i \text{ 人去做第 } j \text{ 事时} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

这样,问题的数学模型可写成

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \end{aligned}$$

## 3 人工蜂群算法的原理

ABC 算法是模拟自然蜂群的一种群智能算法. 人工蜂群包含三类蜂<sup>[3]</sup>: 工作蜂、跟随蜂、侦查蜂. 工作蜂在蜜源采蜜并提供它所记忆的蜜源邻域的信息; 跟随蜂等候在舞蹈区从工作蜂那里得到食物源的信息,并根据食物源含蜜量情况选择一个食物源去采蜜; 侦查蜂负责寻找新蜜源. 蜂群按数量等分成两组,前半是工作蜂,后半是跟随蜂. 每一个食物源只有一个工作蜂. 也就是工作蜂的数目和蜂巢周围的食物源的数目相等. 当一个食物源被工作蜂或跟随蜂所抛弃,侦查蜂就去寻找一个新的食物源. 在 ABC 算法中食物源即蜜源,每个食物源的位置代表优化问题的一个可行解,食物源的蜂蜜量代表相

关解的质量,称为适应值. ABC 算法的步骤如下<sup>[2-3]</sup>:

(1) 初始化. ABC 算法首先产生初始种群,种群数量为 SN,也即代表 SN 个解(食物源). 每一个解  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, SN$ ) 是一个  $D$  维向量,  $D$  是优化参数.  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, SN$ ) 生成后,计算每个  $x_i$  的适应值  $fit_i$ .

(2) 迭代过程. 在初始化之后,进入迭代( $C=1, 2, \dots, C_{\max}$ )过程,  $C_{\max}$  为最大迭代次数. 在每次迭代中,三种类型的人工蜂执行如下不同的操作,种群的全局最优解就随着人工蜂群每次迭代中所寻找的食物源适应值的情况不断更新.

① 工作蜂有 SN 个,对应 SN 个食物源,任意工作蜂  $i$  在种群中随机选择一个工作蜂  $k$  做它的邻居,并在工作蜂  $k$  的食物源的  $D$  维向量中随机选择一位  $d$  ( $d=1, 2, \dots, D$ ).  $v_i$  为工作蜂  $i$  的候选食物源,  $v_i$  与  $x_i$  除了第  $d$  位  $v_{id}$  外,其余各位和  $x_i$  一致.  $v_{id}$  的计算方法如下

$$v_{id} = x_{id} + \omega \phi_{id} (x_{id} - x_{kd}) \quad (1)$$

其中,  $x_{id}$  是食物源  $x_i$  第  $d$  位,  $x_{kd}$  是相邻食物源  $x_k$  的第  $d$  位,  $\phi_{id}$  是  $[-1, 1]$  上的随机数,  $\omega$  是控制当前食物源和相邻食物源差别大小的参数. 这样,  $v_i$  生成后,  $v_i$  和  $x_i$  之间通过贪婪策略进行选择,即如果  $v_i$  的适应值不比  $x_i$  的适应值差,则  $x_i = v_i$ ,  $x_i$  重复使用的次数  $trail_i$  置 0. 否则舍弃  $v_i$ ,  $x_i$  保持不变,  $x_i$  重复使用的次数  $trail_i$  增加 1.

② 跟随蜂也有 SN 个,当工作蜂寻找到新的食物源后,回到蜂巢的跳舞场和跟随蜂分享食物源的信息. 工作蜂的食物源的蜂蜜量的概率值  $p_i$  的计算可按式(2)或(3).

$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{k=1}^{SN} fit_k} \quad (2)$$

$$\text{or } p_i = \frac{fit_i}{\max(fit_k)} \quad (3)$$

其中,  $fit_i$  为工作蜂  $i$  的食物源的适应值. 跟随蜂  $j$  通过轮盘赌的形式来从工作蜂的食物源中选择食物源,假设工作蜂  $i$  的食物源  $x_i$  被选中,跟随蜂  $j$  采用和①相同的方法来生产候选食物源  $v_j$ ,也采用和①相同贪婪策略在  $v_j$  和  $x_i$  之间进行取舍,  $trail_i$  的设置方法亦同上.

③ 当某一食物源  $x_i$  的  $trail_i$  等于最大重复使用次数的限定值时  $trail_{\max}$ , 侦查蜂就会随机生成一个新的食物源取代  $x_i$ , 原来的食物源被舍弃不用.

(3) 结束. 当第二步完成  $C_{\max}$  次迭代后, ABC 算法结束, 输出最优解及最优适应值.

#### 4 求解指派问题的离散人工蜂群算法

改进人工蜂群算法是在人工蜂群算法基本原理的基础上, 在食物源编码时采用的离散型编码, 同时在工作蜂和跟随蜂生成候选食物源时, 为了保持食物源对应的解的可行性提出了一种邻域移动方法.

##### 4.1 食物源位置编码

ABC 算法中每个食物源的位置代表一个可行解. IABC 根据指派问题解的特点进行编码, 设一个  $n$  维指派问题, 任一食物源的位置  $x_i$  是一个  $n$  维向量, 向量的维数对应任务数. 食物源的位置编码为  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})$ , 它代表一种任务指派的方案, 每一个  $x_{ij}$  是  $1 \sim n$  自然数的一个排列. 其中,  $x_{ij}$  表示第  $i$  个解的第  $j$  项任务由  $x_{ij}$  去完成.

##### 4.2 候选食物源的生成

在 ABC 算法寻找连续型解时, 工作蜂和跟随蜂都按照公式(1)来生成候选食物源. 本文食物源的位置  $x_i$  是离散的表达形式, 为了保持解的离散性和可行性, 采用邻域移动方法来生成候选食物源. 下面给出一个 5 个任务的例子来说明候选食物源的生成方法. 如图 1 所示. 食物源  $i$  是当前食物源, 食物源  $k$  是随机选取的相邻食物源, 它们移动前编码如图 1(a). 随机选择的位置  $d$ , 这里是第二位, 箭头①指向食物源  $k$  的第二位“1”, 箭头②指向食物源  $i$  的第二位“5”. 邻域移动的过程为: 食物源  $i$  的第二位“5”被食物源  $k$  的第二位“1”替换, 然后再寻找原食物源  $i$  中“1”的位置, 这里是第五位, 箭头③表示食物源第五位的“1”为“5”所替换, 流程如箭头①②③的流向所示. 这样移动后如图 1(b)生成的候选食物源仍为一个可行的指派方案. 随着指派问题规模的增大, 邻域移动法生成候选食物源时可以增加随机选择的位置的个数  $m$ , 每个随机位置的邻域移动方法不变. 多个随机位置点的选取既提高了搜索效率又增加食物源的多样性.

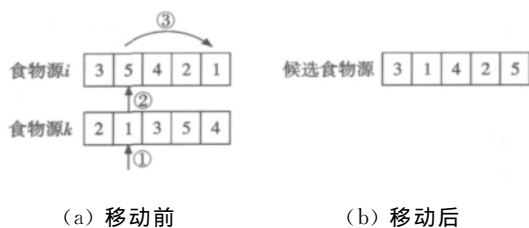


图1 邻域移动法生成候选食物源

##### 4.3 适应值函数

ABC 算法中食物源的好坏用蜂蜜量的多少来衡量, 蜂蜜量也就是指食物源对应的可行解的适应值函数. 在指派问题中食物源对应了指派方案, 每一指派方案对应了指派问题的总费用. 指派问题的优化目标是使总费用最小, ABC 算法的适应值  $fit_i$ , 可由式(4)转换得到.

$$fit_i = \frac{1}{\text{指派总费用}} \quad (4)$$

#### 5 仿真实验

##### 5.1 算例研究

###### 5.1.1 验证算例

本文对文献[5-8]中均采用的 10 个任务的标准指派问题算例进行验证. IABC 算法所取的参数为, 蜂群数量  $NP=60$ , 即食物源  $SN=30$ , 最大迭代次数  $C_{\max}=60$ , 应用邻域移动法随机选择的位置的个数  $m=2$ . 表 1 给出了用不同算法在 20 次仿真试验所得结果的情况的对比. 其中 DPSO 是指离散粒子群算法, IPSO 是指改进的粒子群算法, CPSO 是指交叉粒子群算法, 用这三种粒子群算法求解指派问题的数据取自文献[6], IACO 是指文献[7]所采用的改进的蚁群算法, 这些算法的参数设置见相关文献.

表1 四种算法所得结果对比

算法	最小值	最大值	均值	标准差
IABC	29	29	29	0
DPSO	29	31	29.3	0.7071
IPSO	29	33	29.32	0.9829
CPSO	31	44	38.75	10.1858
IACO	30	匈牙利法(精确值) 29		

由表 1 可以看出, IABC 算法的优化结果要远好于其他三种粒子群算法所得到的结果, 在 20 次仿真中, IABC 算法 100% 收敛到精确解, 同时程序运算速度也要快于其他算法.

###### 5.1.2 匈牙利法不能求解的算例

文献[1]指出“匈牙利法”对某些特殊系数矩阵的指派问题求解时不能收敛, 无法得到最优解, 同时给出了一个这样的 22 维任务指派算例, 并用一种改进的匈牙利算法得到解. 殷人昆等[8]采用蚁群算法对这一算例进行了求解. 本文采用 IABC 也对这一算例进行了求解, IABC 算法所取的参数为,  $NP=100$ , 即  $SN=50$ , 最大迭代次数  $C_{\max}=200$ , 应用邻域

移动法随机选择的位置的个数  $m=4$ . 在 20 次仿真中 IABC 算法亦 100% 收敛到 26, 结果和文献[8]所得最优解相同, 而文献[1]所采用的改进匈牙利法得到的最优解是 27. 同时, 应用 IABC 算法可以得到的最优指派方案不唯一, 表 2 给出了两个最优指派方案示例, 还能得到其他的最优指派方案.

表 2 IABC 算法得到的指派方案示例

任务 编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
方案 1	3	15	18	20	10	21	5	13	16	4	22	7	17	1	6	11	9	14	2	19	12	8
方案 2	3	11	18	9	10	21	19	16	12	15	13	22	5	1	6	7	4	14	2	20	17	8

## 5.2 算法及参数分析

### 5.2.1 ABC 与 IABC 算法

对 5.1.2 的算例, 采用本文的 IABC 算法与 ABC 算法分别进行了 20 次仿真计算. 二者在 20 次仿真迭代过程中的平均结果的对比情况如图 2. 由图可见, ABC 算法在求解指派问题时解的精度很不理想, 而 IABC 算法无论在收敛速度和精度上都远优于 ABC 算法.

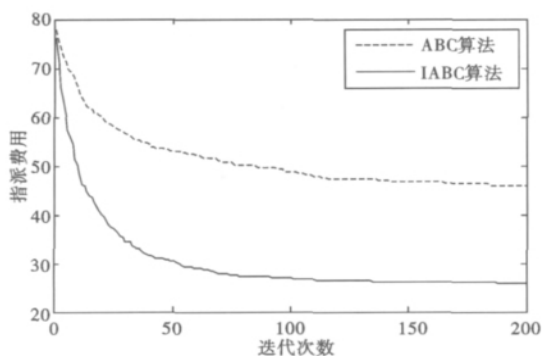


图 2 IABC 算法与 ABC 算法的迭代过程对比

### 5.2.2 随机位置的数目

本文在生成候选食物源时, 先生成随机位置点然后通过邻域移动法产生候选食物源. 实算表明, 随机位置点的多少会对收敛速度和精度有一定的影响. 图 3 给出了用 IABC 算法求解算例时随机位置点  $m$  分别取 1、4、12 时, 在 20 次仿真中的收敛情况, 其他参数选取同前. 当  $m$  较小或较大时, 如  $m=1$  或  $m=12$  时, 解的精度要比  $m=4$  时稍差.  $m$  在 3~8 范围内取值时解的精度较好.

## 6 结束语

本文在人工蜂群算法的基础上, 提出了一种求解指派问题的离散人工蜂群算法. 算法中充分考虑到解的离散性特点, 给出了适当的食物源编码方法,

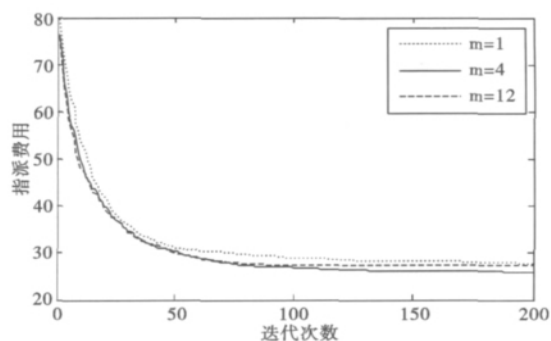


图 3 随机位置点  $m$  不同取值时的迭代过程对比  
同时利用邻域移动法生成候选食物源, 保证了迭代中解的可行性和多样性, 算法参数简洁、易于调整、方便操作与掌握. 实算表明, 改进的人工蜂群算法较原人工蜂群算法及粒子群算法具有更好的收敛性, 不易出现早熟现象, 解的精度也更高. 改进的人工蜂群算法为指派问题提供了一种新的求解方法, 同时也为其他组合优化问题求解提供了一种有益的思路.

### 参考文献:

- [1] 顾大权, 左莉, 侯太平, 等. “匈牙利法”存在的问题及改进方法 [J]. 微机发展, 2003, 13(4): 76-78.
- [2] 黄江波. 一种自适应遗传算法及其应用 [J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(9): 193-196.
- [3] 王海宁, 孙守迁. 基于优化成熟度的自适应蚁群优化算法 [J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(8): 140-144.
- [4] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization [R]. Technical Report-TRO6, 2005.
- [5] Akbari R, Zeighami V, Ziarati K. Artificial bee colony for resource constrained project scheduling problem [J]. International Journal of Industrial Engineering Computations, 2011, 2(1): 45-60.
- [6] 孙晓雅, 林焰. 一种新的离散粒子群算法在指派问题中的应用 [J]. 计算机应用研究, 2009, 26(11): 4091-4093.
- [7] 杨冬, 王正欧. 改进的蚂蚁算法求解任务分配问题 [J]. 天津大学学报, 2004, 37(4): 373-376.
- [8] 殷人昆, 吴阳, 张晶炜. 蚁群算法解决指派问题的研究和应用 [J]. 计算机工程与科学, 2008(04): 43-45.

### 作者简介:

孙晓雅 女, (1972—), 博士研究生, 副教授. 研究方向为智能优化与运筹学.

林 焰 男, (1963—), 博士, 教授, 博士生导师. 研究方向为船舶与海洋结构物设计与制造.