

一种解决指派问题的蚁群算法

黄 茹

(西安邮电学院 计算机系, 陕西 西安 710061)

摘要: 指派问题是组合优化问题的一个分支, 对解决现实生活中的任务分配问题有着重要的意义。本文将指派问题表述为 TSP 图, 使用具有局部搜索策略的蚁群算法加以解决。实验结果表明, 使用具有局部搜索策略的蚁群算法解决指派问题, 提高了搜索效率, 能够在短时间内得到最优分配方案。

关键词: 指派问题; 组合优化; 蚁群算法; 局部搜索策略

中图分类号: TP312

文献标识码: A

文章编号: 1007-3264(2006)03-0106-04

引言

指派问题是现实生活中常会遇到的一类问题, 有着十分广泛的应用, 可用于建立某些决策支持系统(DSS), 在运筹学中通常使用匈牙利指派来解决该问题^[1], 然而这一方法不易用计算机编程实现^[2]。

蚁群算法^[3,4]是由意大利学者 M. Dorigo 等人提出的一种进化算法, 它对解决离散组合优化问题有良好的效果。蚁群算法中, 一群人工蚂蚁根据在一张全连通图中各条边上的外激素(pheromone)交换信息, 合作找到一个问题的最优解。

本文采用具有局部搜索策略的蚁群算法, 建立了指派问题的数学模型, 在保证取得可行解的前提下, 寻求最优解, 适用于解决实际指派问题。

1 问题描述

1.1 指派问题

设有 M 项任务和 N 个能够完成任务的智能体。智能体可以是人、单位中的部门或计算机。定义决策变量 x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N$;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1: \text{第 } i \text{ 项任务由第 } j \text{ 个智能体完成} \\ 0: \text{其他情况} \end{cases}$$

p_{ij} 为智能体 i 完成任务 j 的可能性, $0 \leq p_{ij} \leq 1$ 。 $V_{ij} > 0$ 为智能体完成任务 j 所要付出的代价(可以是时间、费用等)。则可将指派问题定义如下:

$$\min \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M (1 - p_{ij}) * V_{ij} * x_{ij} (*)$$

约束条件为:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \leq S_i, i = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{i=1}^M x_{ij} \leq D_j, j = 1, 2, \dots, N$$

该模型表示: 按照分配结果进行工作后, 没有完成的任务所花费的代价是最小的。约束条件表示智能体 i 最多可以同时处理 S_i 项任务; 对于任务 j , 允许同时有不超过 D_j 个智能体协同进行处理。

1.2 建立指派问题的 TSP 图

本文将指派问题表述为 TSP 图进行处理, 建立 TSP 图的过程如下: $R = \{r_i \mid 1 \leq i \leq M\}$ 为所有智能体的集合, $L = \{l_j \mid 1 \leq j \leq N\}$ 为所有任务的集合, i, j 均为自然数。TSP 图中的城市为所有智能体和任务的集合, 即 $CITY = R + L$ 。城市间距离 D 的设置如下式:

$$D_{[i][j]} = \begin{cases} d_{[i][j]} & 1 \leq i \leq M \text{ 且 } M \leq j \leq M+N \\ Q & (1 \leq i \leq M \text{ 且 } 1 \leq j \leq M) \text{ 或 } (M \leq i \leq M+N \text{ 且 } M \leq j \leq M+N) \\ 0 & M < i \leq M+N \text{ 且 } 1 \leq j \leq M \end{cases}$$

收稿日期: 2005-11-28

作者简介: 黄茹(1978-), 女, 广东饶平人, 西安邮电学院计算机系助教。

其中, $d_{[i][j]} = (1 - p_{[i][j-M]}) * V_{[i][j-M]}$, Q 是一个足够大的常数, 以避免算法中, 某一智能体挑选其他智能体作为任务完成, 或某一任务变成了其他任务的完成者。

2 蚁群算法设计

2.1 蚁群算法

蚁群算法是基于蚂蚁觅食的过程建立的。在图 1(a)中, 一群蚂蚁从一个未经历过的分岔口开始出发, 最初所有蚂蚁随机选择路径行进。假设两条路径各被一半的蚂蚁选中。每只蚂蚁在行进过程中会在路径上留下外激素以提示后到的蚂蚁如何选择路径, 途中的虚线表示蚂蚁留下的外激素数量。如图 1(b), 由于路径一比路径二短, 所以同一时间内, 走过路径一的蚂蚁比走过路径二的蚂蚁多, 因此路径一上留下的外激素也就多。由于外激素数量对蚂蚁选择路径的影响, 经过很短的时间, 外激素数量的差异就大的足以影响新来的蚂蚁的决策。如图 1(c), 由于这样的正反馈, 选择路径一的蚂蚁越来越多。最终所有的蚂蚁都会选择路径一。

人工蚁群算法依此原理, 在一组节点中寻找出一条代价最小的路径。每只人工蚂蚁根据状态转换规则反复地选择为访问过的城市, 通过这种方式来完成一次完整的旅程。一旦所有的蚂蚁都完成了旅程, 系统就会使用一种全局的外激素更新规则, 根据路径被选择的情况更新所其上的外激素数量。算法不断迭代直至达到终止条件, 搜索到最优解。

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r, s)]^\alpha \cdot [\eta(r, s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau(r, u)]^\alpha \cdot [\eta(r, u)]^\beta}, & s \in J(r) \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (1)$$

蚁群所使用的状态转移规则由式(1)给出, 它表示在城市 r 中的蚂蚁 k 选择转移到城市 s 的可能性。其中 τ 为外激素数量, $\eta = 1/\delta$ 是距离 $\delta(r, s)$ 的倒数, $J_k(r)$ 是在城市 r 的蚂蚁 k 还未访问过的城市的集合, $\beta > 0$ 是启发式因子。

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \rho)\tau(r, s) + \sum_{k=1}^q \Delta\tau_k(r, s) \quad (2)$$

全局激素更新规则由式(2)定义, 其中

$$\Delta\tau_k(r, s) = \begin{cases} \frac{1}{L_k}, & (r, s) \in \text{蚂蚁 } k \text{ 的旅程} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases}$$

$0 \leq \rho < 1$ 表示外激素随时间的流失而消逝的

速度, L_k 是由蚂蚁 k 完成的旅程的长度, q 是蚂蚁的数量。

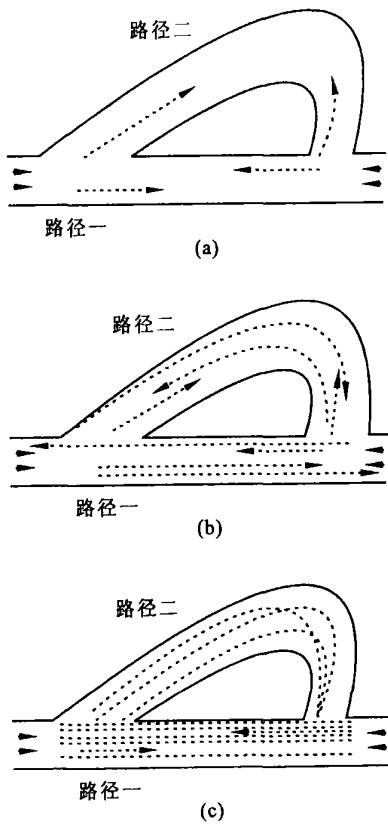


图 1 蚁群觅食原理

2.2 局部搜索策略

本文所使用的局部搜索策略为 2-交换方法^[6]。如图 2 所示:

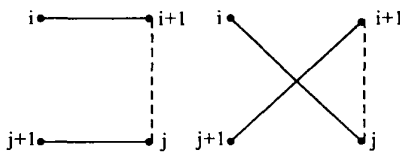


图 2 2-交换法

如果图中的路径长度满足条件:

$$D_{[i][i+1]} + D_{[j][j+1]} > D_{[i][j]} + D_{[i+1][j+1]}$$

那么将路径中 i, j 两点交换, i, j 之间所有的城市顺序反向重新排列。

2.3 算法设计

用于解决指派问题的带局部搜索蚁群算法设计如下:

- step 1. 根据给定的指派问题建立起一个表示指派问题的 TSP 矩阵;
- step 2. 初始化外激素信息矩阵 phero, 最优解 best, 设置外激素消逝速度等参数;

step 3. while (未达到终止条件)

step 3.1 初始化 q 只蚂蚁, 将蚂蚁随机放在代表智能体的城市中;

step 3.2 for $o=1$ to $2 * \max(M, N)$ 步长为 2;

step 3.2.1 每只蚂蚁根据状态转移规则选择一项任务 l_j , 同时完成 l_j 的智能体数不超过 D_j ;

step 3.2.2 随机选择一个智能体 r_i , r_i 已接受的任务数目不超过 S_i ;

step 3.2.3 将 j, i 两个城市按顺序记录在该蚂蚁的解中;

end for

step 3.3 对所有蚂蚁的解按照局部搜索策略进行优化, 更新 phero;

step 3.4 在本次所有蚂蚁的解中, 如果存在比 best 更好的解, 更新 best;

end while

本文的实验中, 终止条件使用代数进行控制。

3 实验

实验 1: 指派问题定义如下: 3 个人完成 5 项任务(见表 1、表 2)。

表 1 完成任务所付出的代价

任务 人	1	2	3	4	5
1	9.501	8.214	9.355	1.389	4.451
2	2.311	4.447	9.169	2.028	9.318
3	6.068	6.154	4.103	1.987	4.660

表 2 完成任务的可能性

任务 人	1	2	3	4	5
1	0.8180	0.8385	0.7948	0.2757	0.2844
2	0.6602	0.5681	0.9568	0.4373	0.8692
3	0.3420	0.3704	0.5226	0.1365	0.2648

参数选择为: $\alpha = 1$, 外激素消逝因子 $\rho = 0.3$, 启发式因子 $\beta = 2$, 蚂蚁个数 $q = 5$ 。

本文算法找到的最优解为(第 1 人完成任务 2、4)(第 2 人完成任务 1、5)(第 3 人完成任务 3)。按照该分配方案所得到的期望任务代价为 6.2955。

分别运行 10 次 10 代、20 代、40 代, 运行情况如表 3 所示:

表 3 蚁群算法求解指派问题的数据

代数	最优解个数	平均误差
10	5	0.1562
20	7	0.0273
40	8	0.0182

运行 60 代后只有极少数蚂蚁无法找到最优解。

实验 2: 指派问题定义如下: 8 个部门完成 8 项任务(见表 4、表 5)。

表 4 完成任务所付出的代价

任务 部门	1	2	3	4	5	6	7	8
1	9.501	8.214	9.355	1.389	4.451	8.381	3.046	3.784
2	2.311	4.447	9.169	2.028	9.318	0.196	1.897	8.600
3	6.068	6.154	4.103	1.987	4.660	6.813	1.934	8.537
4	4.860	7.919	8.936	6.038	4.186	3.795	6.822	5.936
5	8.913	9.218	0.579	2.722	8.462	8.318	3.028	4.966
6	7.621	7.382	3.529	1.988	5.252	5.023	5.417	8.998
7	4.565	1.763	8.132	0.153	2.026	7.095	1.509	8.216
8	0.185	4.057	0.099	7.468	6.721	4.289	6.979	6.449

表 5 完成任务的可能性

任务 部门	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.8180	0.8385	0.7948	0.2757	0.2844	0.7329	0.4833	0.4154
2	0.6602	0.5681	0.9568	0.4373	0.8692	0.2259	0.2808	0.7050
3	0.3420	0.3704	0.5226	0.1365	0.2648	0.5798	0.2611	0.8744
4	0.2897	0.7027	0.8801	0.7118	0.2883	0.4604	0.5678	0.3150
5	0.3412	0.5466	0.1730	0.1939	0.6828	0.7298	0.5942	0.7680
6	0.5341	0.4449	0.2797	0.1991	0.4235	0.6405	0.4592	0.9708
7	0.7271	0.6946	0.9714	0.2987	0.3155	0.6091	0.2029	0.9901
8	0.3093	0.6213	0.2523	0.6614	0.5340	0.3798	0.5503	0.7889

参数选择为 $\alpha = 1$, 外激素消逝因子 $\rho = 0.3$, 启发式因子 $\beta = 2$, 蚂蚁个数 $q = 10$ 。

使用本文算法可以找到的解为(部门 1 完成任务 2)(部门 2 完成任务 6)(部门 3 完成任务 7)(部门 4 完成任务 5)(部门 5 完成任务 3)(部门 6 完成任务 8)(部门 7 完成任务 4)(部门 8 完成任务 1)。按照该分配方案所得到的期望任务代价为 6.8631。

由于该模拟问题规模比较小, 所以可以采用穷举的方法得到问题的最优解, 期望值为 6.8631, 即上述分配方案所得到的期望任务代价。分别运行

10 次 30 代、50 代、100 代, 运行情况如表 6 所示:

表 6 蚁群算法求解指派问题的数据

代数	最优解个数	平均误差
30	5	0.1917
50	7	0.0893
100	9	0.0136

4 结论

本文使用了引入具有局部搜索策略的蚁群算法, 建立了指派问题的数学模型, 并建立了将指派问题转化为蚁群算法可解的 TSP 图的方法, 提出了一种解决指派问题的方法。指派问题属于组合优化问题, 很适合用本文算法来求解。用带有局部搜索策略的蚁群算法能够准确快速求得最优或次优的分配结果。并且, 对于智能体数和任务数相等或不等的

情况同样适用。对于规模较大的指派问题(智能体、任务数目和超过 30 个), 可对此算法进一步进行改进, 亦可缩短搜索时间, 达到良好的效果。

参 考 文 献

[1] 钱颂迪. 运筹学[M] . 北京: 清华大学出版社, 1990.
[2] 谢凡荣. 求解指派问题的一个算法[J] . 运筹与管理, 2004, 13(6): 37—40.
[3] Marco Dorigo, Vittorio Maniezzo, Alberto Colomi. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents [J] . IEEE Transactions on Cybernetics, Feb 1996, 26 (1): 29—41.
[4] Marco Dorigo, Luca Maria Gambardella. Ant Colonies for the Travelling sales—man Problem[J] . BioSystems, 1997(43): 73—81.
[5] 吴庆洪, 张纪会, 徐心和. 具有变异特征的蚁群算法 [J] . 计算机研究与发展, 1999, 36(10): 1240—1245.

Ant colony algorithm for assignment problem

HUANG Ru

(Department of Computer Science, Xi'an University of Post and Telecommunications Xi'an 710061, China)

Abstract: Assignment problem, a kind of combinatorial optimization problem, has significant importance for real life. In this paper, we established the mathematical model of assignment problem as well as described assignment problem as a TSP diagram, then solved it by using ant colony algorithm with a local search strategy. Experiments show that, by using this algorithm, the best solution can be found rapidly.

Key words: assignment problem; combinatorial optimization; ant colony algorithm; local search strategy

(上接第 77 页)

[4] Huiqing, Alexander Gilman, and Stephen, Monolithic clock and data recovery chip for 10Gbps fiber communication systems.

The design of the clock extracting circuit in the E1 error detector

DENG Jun-yong, HUANG Hai-sheng

(Department of Computer, Xi'an University of Post and Telecommunications Xi'an 710061, China)

Abstract: In this paper, the implementation schematic of the clock extraction circuit is presented, which is used in the E1 Error Detector; the analysis of the circuit performance is also provided; the project is realized and verified with the Verilog HDL, and the results accord with the requirements of the ITU—T.

Key words: PLL; coding; clock extraction; Verilog HDL