

基于信息熵的免疫粒子群算法求解指派问题

孙晓雅^{1,2}, 林 焰¹

(1 大连理工大学 船舶 CAD 工程中心, 辽宁 大连 116024; 2 辽宁师范大学 管理学院, 辽宁 大连 116029)

摘 要: 针对指派问题, 提出了一种带有免疫功能的离散粒子群优化算法. 在粒子群算法中通过交叉策略和局部搜索策略实现粒子位置的更新, 以保证解的可行性. 在迭代进程中为了防止粒子由于多样性降低陷入早熟收敛, 通过基于信息熵的种群亲和度动态评价和抗体浓度抑制机制, 很好地保持了种群的多样性, 增强了算法的全局寻优能力. 实验结果表明, 该算法能得到较优的指派方案, 且也能处理匈牙利法不能求解的指派问题.

关键词: 指派问题; 粒子群算法; 免疫; 信息熵

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2010)07-0065-04

An Immune Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Information Entropy to Assignment Problem

SUN Xiao-ya^{1,2}, LIN Yan¹

(1 Ship CAD Engineering Center, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2 College of Management, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: A discrete particle swarm optimization algorithm with immune function is given for the assignment problem. In particle swarm optimization the cross strategy and local search technology are adopted when updating the particle positions which can ensure the solution feasible. In the iterative process the particle diversity reduction can induce premature convergence. The dynamic affinity evaluation of population and antibody concentration inhibition mechanism based on information entropy are used, which can keep the particle diversity validly and enhance the ability of global optimization. The actual calculations show that the algorithm can achieve better solution, and it also can solve the assignment problem which the Hungary method can not do.

Key words: assignment problem; PSO; immune; information entropy

1 引言

指派问题在组合优化中属于 NP-Complete 问题, 许多实际问题, 如工作分配、项目承包、设备布置、生产安排、车辆调度等都属于指派或类指派问题. 匈牙利法是精确求解指派问题的常用方法. 但该算法在处理一些特殊数据时不能收敛, 无法得到最优解^[1]. 求解指派问题的另一类方法是启发式算法, 如禁忌搜索法、遗传算法、蚂蚁算法^[2-3]、DNA 算法和粒子群算法^[4-5]等为求解任务指派问题提供了新途径.

文献[4]中提出了一种求解指派问题的交叉粒

子群算法, 该算法应用于较大规模的指派问题时, 将迅速出现早熟收敛. 文献[5]中采用处理连续问题粒子群算[6]来求解指派问题, 这种做法没有充分考虑到指派方案解的离散特点, 因而会出现冗余较大的问题.

本文针对指派问题解的离散性特点, 对粒子的位置进行编码, 然后通过交叉策略和局部搜索的变异策略实现粒子位置的更新, 并借鉴免疫算法的特点, 引入了基于信息熵的种群亲和度动态评价和粒子浓度抑制机制, 从而保持了粒子的多样性, 有效地避免了早熟收敛, 提高了算法的全局寻优能力.

2 指派问题的数学模型

指派问题的标准形式(以人和事为例): 设有 n 个人和 n 件事, 已知第 i 人做第 j 事的费用为 c_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$), 要求一个人和事之间一一对应的指派方案, 使完成这 n 件事的总费用最少.

一般称矩阵

$$C = (c_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

为指派问题的系数矩阵.

为了建立标准指派问题的数学模型, 引入 n^2 个 0-1 变量:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当指派第 } i \text{ 人去做第 } j \text{ 事时} \\ 0 & \text{当不指派第 } i \text{ 人去做第 } j \text{ 事时} \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

这样, 问题的数学模型可写成

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 & j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 & i = 1, 2, \dots, n \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 & i, j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

3 基于信息熵的免疫粒子群算法

3.1 PSO 算法的基本原理

PSO 是一种基于群体智能理论的全局优化方法, 通过群体中粒子间的合作与竞争产生的群体智能指导优化搜索^[7-8]. 算法中的种群称作粒子群, 个体称为粒子. 每个粒子代表问题的一个可行解, 具有位置和速度两个属性, 分别表示当前粒子在解空间中的位置和移动速度, 以移动速度改变粒子位置, 以粒子位置对应的适应度函数值确定粒子的“优劣”程度. PSO 算法首先随机初始化一定数量的粒子构成粒子群, 然后粒子在每一次迭代中通过跟踪两个“极值”来更新自己. 一个极值是粒子本身所找到的最优解, 叫做个体极值 $pbest$, 另一个极值是整个种群目前找到的最优解, 称为全局极值 $gbest$. PSO 算法中的粒子寻优基本公式如下:

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(pbest_i^k - x_i^k) + c_2r_2(gbest^k - x_i^k) \tag{1}$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \tag{2}$$

式中, w 称为惯性因子; r_1, r_2 是 $[0, 1]$ 区间服从均匀分布的随机数; c_1, c_2 均为学习因子; k 代表迭代的次数; x_k 为迭代 k 次时粒子的空间位置; v_i^k 为迭代 n 次时粒子 i 的速度; $pbest_i^k, pbest^k$ 分别为微粒从初始到当前迭代次数搜索产生的个体极值和全局极值.

上述 PSO 算法的基本理论是针对连续性问题给出的. 而指派问题是一个特殊的整数规划问题, 指派方案解具有离散性特点, 因此, 本文采用的是一种离散粒子群算法.

3.2 求解指派问题的免疫粒子群算法

3.2.1 粒子的位置

设有一个 n 维指派问题, 粒子群的总数为 m , 每个粒子的位置 x_i 是一个 n 维向量, 向量的维数对应任务数. 粒子的位置 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})$ 代表一种任务指派方案, 它是 $1 \sim n$ 自然数的一个排列. 其中, x_{ij} 表示第 i 个粒子的第 j 项任务由 x_{ij} 去完成.

3.2.2 适应度函数

适应度函数用来评价粒子的性能. 指派问题的目标是完成任务的总费用最小, 因此选用该目标函数做为适应度函数, 粒子的适应度函数值称为适应值.

3.2.3 粒子位置的更新

为了保证粒子位置更新后得到的新粒子位置 x_i^k 仍为一种指派方案. 本文采用了遗传算法中交叉和变异的思想^[7], 来实现粒子位置的更新.

实现过程分两步: 第一步, 粒子对个体极值和全局极值的跟踪通过交叉操作来实现. 每个粒子首先和个体极值进行定位交叉, 产生两个粒子, 取二者中适应值小的粒子来更新粒子. 然后新粒子再和全局极值进行定位交叉, 同样再用适应值小的粒子更新粒子. 第二步, 采用一种局部搜索策略, 对第一步更新后的粒子进行改进, 以增强全局搜索能力. 具体做法为: 根据粒子位置的维数, 随机生成若干对位置点, 然后把每对位置点的值进行交换, 就得到新的粒子位置. 在完成整个粒子群的位置更新后, 计算粒子的适应值, 然后对个体极值和全局极值进行更新.

3.2.4 基于信息熵的免疫原理

粒子群算法在迭代中没有比较粒子之间的差别, 因而随着迭代次数的增加, 粒子呈现出强烈的趋同性, 多样性降低, 影响粒子的全局搜索能力, 导致早熟收敛. 免疫算法^[8] 是模拟生物免疫系统对病菌多样性的识别能力而设计出来的多峰值搜索算法,

具有与生物免疫系统类似的学习、记忆、多样性和识别的特点. 免疫算法将实际问题的目标函数和约束条件比作抗原, 将问题的可行解比作抗体, 可行解的目标函数值就代表了抗体与抗原之间的亲和力, 免疫算法总是优先选择那些亲和力好而且浓度小的个体进入下一代, 以实现对抗体亲和力好的抗体的促进和对浓度较大的抗体的抑制, 从而使免疫算法可以在进化过程中很好地保持个体多样性, 避免陷入局部最优解; 同时又可以利用记忆单元的作用提高局部搜索能力, 加快进化速度.

(1) 信息熵的计算

个体浓度的计算方法采用信息熵度量法. 如果有 W 个抗体, 每个抗体有 n 位编码, 每位可供选择的字母为 $1, \dots, n$. 则在 W 个抗体中粒子第 j 位编码的信息熵为

$$H_j(W) = - \sum_{i=1}^n - p_{ij} \log_2 p_{ij} \quad j = 1, \dots, n,$$

式中, p_{ij} 表示 W 个抗体中第 j 位是字母 i 的概率, $p_{ij} = \text{粒子位置 } j \text{ 上出现字符 } i \text{ 的总次数} / W$.

W 个粒子的平均信息熵由下式计算:

$$H(W) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n H_j(W).$$

(2) 粒子间的亲和力计算

粒子的亲和力表示粒子之间的相似程度. 2 个粒子 u 和 v 的亲和力计算公式为

$$D_{uv} = 1 / (1 + H(2)).$$

其中, $H(2)$ 为粒子的平均信息熵. 同理, 群体的亲和力为

$$D = 1 / (1 + H(W)),$$

$D \in (0, 1)$, 根据信息熵的极值特性, D 越大, 抗体群的亲和力越高, 多样程度越低.

(3) 种群多样性的评价及粒子浓度的计算

随着迭代的进行, 粒子群的亲和力不断提高, 多样性降低. 为了保持种群的多样性, 当粒子群的亲和力大于阈值 D_t (D_t 值随种群规模增大而减小, 本文取 $D_t \times m = 10$), 随机产生 t 个新粒子 (即抗体), 新粒子和原来的粒子合在一起共 $m + t$ 个粒子, 评价任一粒子 v 的浓度 C_v ,

$C_v = \text{与粒子 } v \text{ 的亲和力大于 } \lambda \text{ 的粒子数} / \text{粒子总数}$ 式中, λ 为亲和力常数, 一般取 $0.8 \leq \lambda \leq 1$. 粒子浓度越大表明种群中与该粒子相似的粒子越多. 免疫算法中抗体抑制的原理是抗体浓度越大被选择的概率就越小, 粒子 v 被选择的概率 P_v 为 $\frac{1}{C_v} / \sum_{k=1}^{m+t} \frac{1}{C_k}$. 因

此, 浓度低的粒子生存的机率就大, 得到促进, 浓度高的粒子生存机率小, 受到抑制.

3.3 算法的基本框架

基于上述免疫粒子群算法 (IA-PSO) 的基本原理, 用 Matlab 7.0 编制了求解指派问题的程序, 图 1 给出了算法的实现流程.

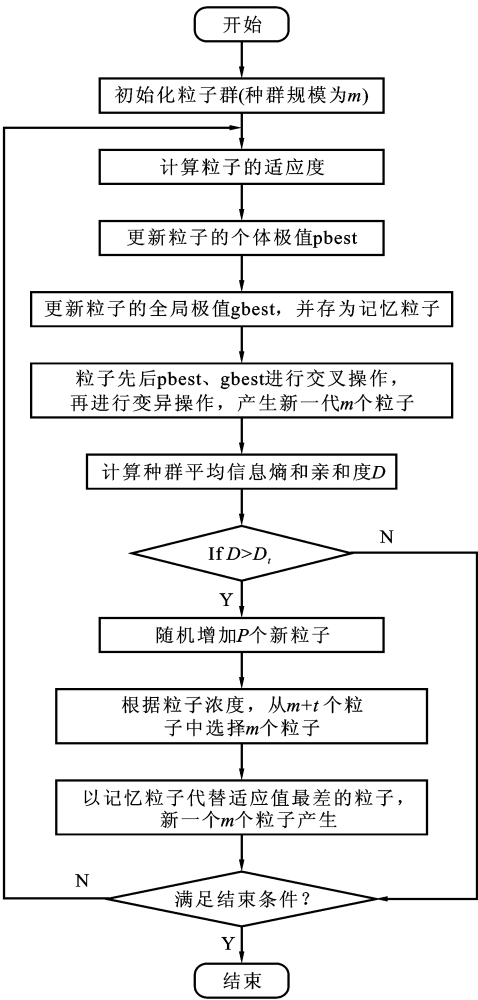


图 1 求解指派问题的 IA-PSO 算法流程图

4 仿真实验

4.1 算例 1

本文采用文献[2] 所提出的 10 个任务分配给 10 台机器的指派问题进行验证. 本文 IA-PSO 算法中取种群粒子数为 20, 最大迭代次数为 60, 粒子变异随机位为 2 对, 亲和力常数 λ 为 0.85. IA-PSO 算法最优适应值的收敛过程如图 2 所示, 可以看出本算法收敛速度很快, 在第 12 次迭代时已经收敛到最优解 29, 和匈牙利法得到的精确值一致.

表 1 是用不同算法求解该算例所得结果的对比, IA-PSO 是本文算法, IPSO 是文献[5] 利用改进

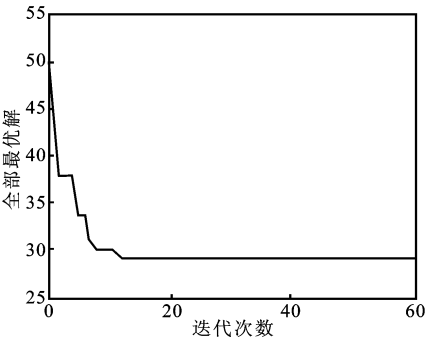


图 2 IA-PSO 算法最优解收敛过程

的粒子群算法得到的结果, CPSO 算法是采用文献 [4] 所提出的交叉粒子群算法结果. 这三种算法均给出了 20 次仿真试验中出现的最大值、最小值、均值和标准差. IA-PSO 算法参数设置同上不变, 在 20 次仿真中有 19 次收敛到 29. IPSO 参数设置参见文献 [5]. CPSO 参数设置和本文相同. 文献[2] 采用改进的蚁群算法 IACO 也给出了该问题的优化结果, 如表 1 所示. 可见, 从 20 次模拟试验的平均情况来看, 本文算法更容易收敛到精确解, 均值和标准差都较小, 这意味着迭代得到的全局最优解偏离精确解的程度很小, 结果更集中在精确解附近.

表 1 不同算法的数据对比

算法	最小值	最大值	均值	标准差
IA-PSO	29	30	29. 05	0. 05
IPSO	29	33	29. 32	0. 982 9
CPSO	31	44	38. 75	10. 185 8
IACO	30	匈牙利法(精确值)		29

4.2 算例 2

文献[1] 给出了一个标准“匈牙利法”求解无效的 22 维任务指派的算例, 该文献提出了一种改进的匈牙利算法. 文献[3] 采用蚁群算法对这一算例进行了求解. 本文也对这一算例用 IA-PSO 算法进行了验证. 取种群粒子数为 20, 最大迭代次数为 400, 局部搜索操作取 2 对位置变异点, 亲和度常数 λ 为 0. 85, 所得结果与上述文献对比如表 2 所示.

表 2 求解算例 2 的算法最优值对比

算法	改进的匈牙利法	蚁群算法	免疫粒子群
最优值	27	26	25

由表 2 可以看出, 用 IA-PSO 算法得到的最优值更小, 这时按任务编号的由小到大顺序, 得到的指派方案的执行任务的人员的编号依次为 3—11—18—5—10—21—19—16—17—15—22—7—13—1—6—20—9—14—2—4—12—8.

图 3 和图 4 分别给出了不带免疫功能和带免疫功能的粒子群的亲和度随迭代进程的变化情况, 可以看出不带免疫功能的粒子群亲和度很快增大, 且处于较大亲和度状态, 粒子相似程度较大, 易出现早熟收敛. 而带免疫功能的粒子群算法由于随迭代进程动态评价了种群的亲和度, 当亲和度大于给定阈值时, 启动抗体抑制机制, 因此使得粒子群的亲和度保持在较低的水平, 这就保证了粒子的多样性, 有效地避免了早熟, 增强了种群的全局寻优能力.

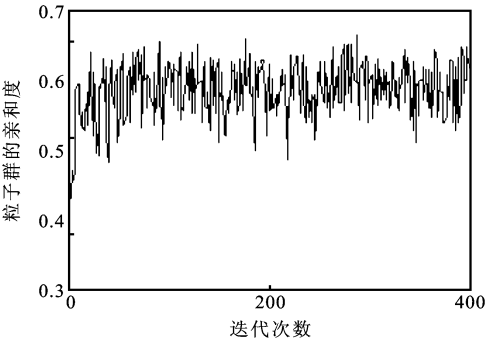


图 3 无免疫功能粒子群算法的亲和度变化情况

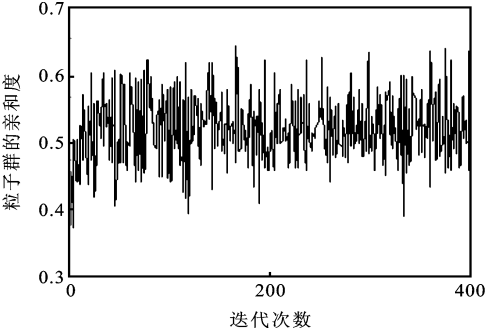


图 4 免疫粒子群算法的亲和度变化情况

5 结束语

指派问题是一类典型的组合优化问题, 本文所提出的免疫粒子群算法是有效求解该问题的智能优化方法, 通过实际仿真计算表明:

(1) 算法合理, 操作简便. 本算法是由免疫算法和离散粒子群算法构成的混合优化算法. 算法中充分考虑到指派问题解的离散性特点, 使得迭代进程中粒子的位置始终满足可行性的要求, 无须特殊处理. 算法参数设置简单, 易于调整, 便于掌握.

(2) 算法收敛速度较快, 精度较高. 算法一方面继承了粒子群算法高速收敛的特点, 另一方面又通过免疫功能的加入, 很好地保持了种群的多样性, 避免了早熟收敛. 能够得到更优的指派方案, 且能有效求解匈牙利法无法处理的指派问题.

(下转第 73 页)

5 结束语

文中提出了一种基于两阶、1 位量化的 Sigma Delta 调制器的高效行为级建模方法, 即宏模型与 Verilog-A 模型相结合的方法, 对关键模块进行宏模型建模, 对功能性模块进行 Verilog-A 描述, 与实际电路进行仿真对比. 结果显示, 这种建模方法既达到了较高的精度, 又取得了较快的仿真速度.

参考文献:

- [1] 沈佳铭, 洪亮, 石春琦, 等. 一种可重构的 24bit $\Sigma\Delta$ 调制器的设计[J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(4): 159—162.
- [2] Piero Malcovati, Simona Brigati, Francesconi, et al. Behavioral modeling of switched-capacitor sigma-delta modulators[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2003, 50(3): 352—364.
- [3] Brigati S, Francesconi F, Malcovati P, et al. Modeling sigma-delta modulator non-idealities in Simulink[J]// IEEE Pro. ISCAS' 99. USA: Orlando, 1999(2): 384—387.

- [4] Geoffrey J Coram. How to (and How not to) write a compact model in VERILOG—A[C]// Proc. 2004 IEEE International Behavioral Modeling and Simulation Conference (BMAS 2004). California, 2004: 97—106.
- [5] Batra R, Li P, Pileggi L, et al. A methodology for analog circuit macro-modeling[C]// IEEE International Behavioral Modeling and Simulation (BMAS) Conference. California, 2004: 41—46.
- [6] Nance Ericson M. High-Temperature, high-resolution A/D conversion using 2nd- and 4th-order cascaded $\Sigma\Delta$ Modulation in 3.3V 0.5 μ m SOS-CMOS[D]. Knoxville: The University of Tennessee, 2002.
- [7] 褚子乔, 王东辉, 侯朝焕. 高性能连续时间 Sigma-Delta 调制器系统级设计[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(8): 45—47.
- [8] Phillip E Allen, Douglas R Holberg. CMOS 模拟集成电路设计[M]. 2 版. 冯军, 李智群, 译. 北京: 电子工业出版社, 2005: 259—271.

作者简介:

许金波 男, (1987—), 硕士研究生. 研究方向为模拟及数模混合集成电路设计.

(上接第 68 页)

参考文献:

- [1] 顾大权, 左莉, 侯太平, 等. “匈牙利法”存在的问题及改进方法[J]. 微机发展, 2003, 13(4): 76—78.
- [2] 杨冬, 王正欧. 改进的蚂蚁算法求解任务分配问题[J]. 天津大学学报, 2004, 37(4): 373—376.
- [3] 殷人昆, 吴阳, 张晶炜. 蚁群算法解决指派问题的研究和应用[J]. 计算机工程与科学, 2008(4): 43—45.
- [4] 高尚, 杨静宇, 吴小俊. 求解指派问题的交叉粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(8): 54—55.
- [5] 谈文芳, 赵强, 余胜阳, 等. 改进粒子群优化算法求解任务指派问题[J]. 计算机应用, 2007, 27(12): 2892—2895.
- [6] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]// Proc of the 6th Int Symposium on Mi-

cro Machine and Human Science. New York: IEEE, 1995: 39—43.

- [7] 杨明, 李陶深. 一种基于粒子群优化的多 QoS 约束选播路由算法[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(9): 13—45.
- [8] 张雯, 杨春明, 罗雪春, 等. 改进的粒子群优化算法[J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(2): 70—72.

作者简介:

孙晓雅 女, (1972—), 博士研究生, 副教授. 研究方向为智能优化与运筹学.

林 焰 男, (1963—), 博士, 教授, 博士生导师. 研究方向为船舶与海洋结构物设计与制造.