Primeira Lista de Exercícios:
(deverá ser entregue até dia 23/03/2023 às 23:59)

Livro "LÓGICA para CIÊNCIA da COMPUTAÇÃO e ÁREAS AFINS" - João Nunes de Souza

CAPÍTULO 1 - A LINGUAGEM DA LÓGICA PROPOSICIONAL
Exercícios: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 10.

CAPÍTULO 2 - A SEMÂNTICA DA LÓGICA PROPOSICIONAL
Exercícios: 2 (letras 'a' e 'b'), 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 e 12.

1. Considere as concatenações de símbolos do alfabeto da Lógica Proposicional dadas a seguir. Identique aquelas que são fórmulas da Lógica Proposicional. Considere a forma simplicada de representação de fórmulas, em que os símbolos de pontuação podem ser omitidos.

(a) (P Q ∨ true) = **Não é uma fórmula válida**, pois o símbolo true não representa preposição

(b) (P ∧ Q) → ((Q ↔ P) ∨ ¬¬R) = **É uma formula valida**, pois contem preposições e símbolos lógicos

(c) ¬¬P = **É uma fórmula válida**, todo símbolo verdade é uma formula, assim como a negação do mesmo

(d) ∨Q = **Não é uma formula valida**, pois o e 'v' e um conectivo binario, sendo assim precisa de um antecessor e um sucessor

(e) (P ∧ Q) → ((Q ↔ ¬R)) = **É uma fórmula válida,** todos os sinais unários e binários estão corretos, assim como a paridade de parenteses

2. Responda as questáes a seguir, justicando suas respostas.

(a) Existe fórmula sem símbolo de pontuação?

Sim, segundo a regra 2, qualquer simbolo proposicional é uma formula

(b) Quantos tipos de símbolos possui o alfabeto da Lógica Proposicional? Quais são esses símbolos?

São 4 símbolos de pontuação P,Q,ReS, true,false, ∨, ∧,→ e ↔

(c) Existe fórmula da Lógica Proposicional com algum conectivo, mas sem símbolo de pontuação?

Não toda fórmula lógica com conectivo possui símbolo de pontuação

3. Determine o comprimento e as subfórmulas das fórmulas a seguir.

(a) ((¬¬P ∨ Q) ↔ (P → Q)) ∧ true

A fórmula possui 11 de comprimento e as seguintes fórmulas

¬¬P

¬¬P ∨ Q

P → Q

¬¬P ∨ Q ↔ (P → Q)

$((\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \land \text{true}$

(b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
A fórmula possui 13 de comprimento e as seguintes subfórmulas
$Q \rightarrow R$
$P \rightarrow R$
$P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R)$
$P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$

(c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \lor Q$
A fórmula possui 9 de comprimento e as seguintes subfórmulas
$(P \rightarrow \neg P)$
$((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P)$
$((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \lor Q$

(d) $\neg(P \rightarrow \neg P)$
A fórmula possui 5 de comprimento e as seguintes subfórmulas
$P \rightarrow \neg P$
$\neg(P \rightarrow \neg P)$

4. Elimine o maior número possível de símbolos de pontuação das fórmulas a seguir, mantendo a representação da fórmula original.
(a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \lor Q))) \rightarrow R)) \land P))$
$\neg\neg P \leftrightarrow (\neg(\neg\neg(P \lor Q) \rightarrow R) \land P$

(b) $(\neg P \rightarrow (Q \lor R)) \leftrightarrow ((P \land Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \lor \neg P))$
nao da pra tirar nada que não altere o valor da expressão

(c) $((P \lor Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$
$(P \lor Q) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

5. Considere as concatenações de símbolos a seguir. A partir da introdução de símbolos de pontuação, identique quais fórmulas da Lógica Proposicional é possível obter.
(a) $P \lor \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$
$(P \lor \neg Q) \rightarrow R \rightarrow \neg R$
$(P \lor \neg Q) \rightarrow (R \rightarrow \neg R)$
$(P \lor (\neg Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg R$
$P \lor (\neg Q \rightarrow (R \rightarrow \neg R))$

(b) $Q \rightarrow \neg P \land Q$
$Q \rightarrow (\neg P \land Q)$
$Q \rightarrow \neg(P \land Q)$

(c) $\neg P \lor Q \leftrightarrow Q$
$\neg P \lor Q \leftrightarrow Q$
$(\neg P \lor Q) \leftrightarrow Q$

$\neg(P \lor Q) \leftrightarrow Q$

(d) $\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \land P\neg\neg R$
Não é uma fórmula valida $P\neg\neg R$, falta um conectivo binário.

6.
(a) Escreva as fórmulas dos Exercícios 3 e 4 utilizando a notação polonesa.
(a) $((\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \land true$
$\land \leftrightarrow \lor\neg\neg PQ{\rightarrow}PQtrue$

(b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
$\rightarrow P{\rightarrow}{\rightarrow}QR{\rightarrow}{\rightarrow}PR{\rightarrow}PR$

(c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \lor Q$
$\lor \leftrightarrow{\rightarrow}P\neg P\neg PQ$

(d) $\neg(P \rightarrow \neg P)$
$\neg \rightarrow P\neg P$

(b) Determine quais sequências de símbolos, indicadas a seguir, são fórmulas da Lógica Proposicional que utilizam a notação polonesa. No caso em que a sequência de símbolos é uma fórmula, reescreva-a utilizando a notação convencional.

$\lor \rightarrow P\ Q \leftrightarrow R \rightarrow \lor P\ Q\neg S$ = Não está na notação polonesa
$\rightarrow\leftrightarrow P\ Q \lor \rightarrow P\ Q \rightarrow \neg RR$ = Não está na notação polonesa
$\rightarrow \neg P\neg QR \lor \lor P\ Q \lor \neg R\neg P$ = Está na notação polonesa
$\leftrightarrow\rightarrow \neg P \lor QR \leftrightarrow \land P\ Q \lor \neg\neg R\neg P$ = Não está na notação polonesa

7. Responda, justificando sua resposta.
(a) É possível encontrar uma fórmula H, da Lógica Proposicional, escrita na notação convencional e que corresponda a duas fórmulas diferentes escritas na notação polonesa?
Sim, é possível encontrar uma fórmula H na notação convencional que corresponde a duas fórmulas diferentes, pois existe a possibilidade com mudanças de sinais chegarmos ao mesmo resultado com fórmulas equivalentes

(b) É possível encontrar uma fórmula H escrita na notação polonesa, que corresponda a duas fórmulas diferentes da Lógica Proposicional escritas na notação convencional?
Não é possível encontrar uma fórmula H escrita na notação polonesa, que corresponda a duas fórmulas diferentes da Lógica Proposicional, pois existe apenas uma forma de escrita que determina a formula resultante

8. Faça os Exercícios 5 e 6 considerando a notação pós-xa, indicada pelas correspondências.
(¬P) corresponde a P¬
(P ∧ Q) corresponde a PQ∧
(P ∨ Q) corresponde a PQ∨
(P → Q) corresponde a PQ →
(P ↔ Q) corresponde a PQ ↔

5
(a) P ∨ ¬Q → R ↔ ¬R
P¬Q∨R→ ¬R

(b) Q → ¬P ∧ Q
Q¬P→∧ Q

(d) ¬¬P → Q ↔ P ∧ P¬¬R
P¬¬→ QP ↔ P ∧ P¬¬R

(c) ¬P ∨ Q ↔ Q
P¬∨QQ ↔

(d) ¬¬P → Q ↔ P ∧ P¬¬R
P¬¬→ QP↔ PR¬¬

6
(a) ((¬¬P ∨ Q) ↔ (P → Q)) ∧ true
¬PQ∧¬¬R→ ↔
(b) P → ((Q → R) → ((P → R) → (P → R)))
(c) ((P → ¬P) ↔ ¬P) ∨ Q
(d) ¬(P → ¬P)

correspondências.
(¬P) corresponde a P¬
(P ∧ Q) corresponde a PQ∧
(P ∨ Q) corresponde a PQ∨
(P → Q) corresponde a PQ →
(P ↔ Q) corresponde a PQ ↔

10. Seja H uma fórmula que não contém o conectivo ¬ .
(a) Qual a paridade de comp[H]?
(b) Qual a relação entre comp[H] e o número de conectivos de H?

2. Comente, do ponto de vista lógico, a diferença entre sintaxe e semântica.

A diferença entre sintaxe e semântica e que a sintaxe lida com a estrutura e a forma das expressões e comandos de uma linguagem de programação enquanto a semântica se preocupa com o significado e a interpretação

3. A interpretação do conectivo $\vee$, na Lógica Proposicional, corresponde ao exato signicado da palavra ou? Justique sua resposta. Nessa análise, considere, por exemplo, o signicado da sentença: Vou ao teatro OU ao cinema como sendo verdadeiro. Desse fato, é possível concluir que irei ao teatro e ao cinema ao mesmo tempo? Faça uma análise análoga para os outros conectivos.

Na logica proposicional, o conectivo logico ‘v’ é conhecido como disjunção, na linguagem natural “ou” geralmente permite a possibilidade de escolha entre duas alternativas caso uma seja verdadeira o resultado da sentença sera verdadeira

4. Sejam I uma interpretação e a fórmula H = (P → Q).
(a) Se I[H] = T, o que se pode concluir a respeito de I[P] e I[Q]?
Não. Existe é possivel que , I[P] = T e I[Q] = T.
(b) Se I[H] = T e I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[Q]?
Não. Existe a possibilidade onde, I[P] = T e I[Q] = T.
(c) Se I[Q] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H]?
I[H] = T
(d) Se I[H] = T e I[P] = F, o que se pode concluir a respeito de I[Q]?
Nada se pode concluir sobre I[Q].
(e) Se I[Q] = F e I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H]?
I[H] = F.

5. Considere as fórmulas a seguir:
(a) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$

P	Q	¬ P	P (¬ P ∨ Q)	(P → Q)	(¬ P ∨ Q) ↔ (P → Q)
T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F

O Valor verdade é T nao e possivel o valor verdade ser J|Q|=T

(b) $P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))$

P	Q	R	$(Q \to R)$	$(P \to R)$	$(P \to R) \to (P \to R)$	$(Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R))$	$P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$(P \to \neg Q)$	$(P \to \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

No caso da interpretação I, o valor verdade para esta fórmula é "T". Não é possível precisar o valor
verdade de J[Q] e J[R].

(c) $(P \to \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
No caso da interpretação I, o valor verdade para esta fórmula é "F". J[Q]=T.

(d) $(Q \to \neg P)$

P	Q	$\neg P$	$Q \to \neg P$
T	T	F	F
T	F	F	T

F	T	T	T
F	F	T	T

No caso da interpretação I, o valor verdade para esta fórmula é "T". J[Q]=F.

(e) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \land Q) \rightarrow R)$

(f) $(R \land \neg P) \leftrightarrow (P \land R)$
(g) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow Q))$
(h) $(f\ alse \rightarrow Q) \leftrightarrow R$
(i) $true \rightarrow Q$
(j) $(P \rightarrow f\ alse) \leftrightarrow R$
(k) $P \rightarrow true$
ˆ Determine a tabela-verdade associada a cada fórmula.
ˆ Seja I uma interpretação tal que I[P] = T, I[Q] = F e I[R] = F, o que podemos concluir a respeito do valor de verdade de cada fórmula?
ˆ Seja J uma interpretação que interpreta todas as fórmulas anteriores como sendo verdadeiras. Além disso, J[P] = T. O que podemos concluir a respeito de J[Q] e J[R], em cada um dos casos?

6. Seja I uma interpretação tal que: $I[P \rightarrow Q] = T$. O que se pode deduzir a respeito dos resultados das interpretações a seguir?
(a) $I[(P \lor R) \rightarrow (Q \lor R)] = T$
(b) $I[(P \land R) \rightarrow (Q \land R)] = T$
(c) $I[(\neg P \lor Q) \rightarrow (P \lor Q)]$ = Nada
Repita este exercício supondo $I[P \rightarrow Q] = F$.
a: Nada
b: Nada
c: F

7. Seja I uma interpretação tal que: $I[P \leftrightarrow Q] = T$. O que podemos deduzir a respeito dos resultados das interpretações a seguir?
(a) $I[\neg P \land Q]$
(b) $I[P \lor \neg Q]$
(c) $I[Q \rightarrow P]$
(d) $I[(P \land R) \leftrightarrow (Q \land R)]$
(e) $I[(P \lor R) \leftrightarrow (Q \lor R)]$
Repita este exercício supondo $I[P \leftrightarrow Q] = F$.

8. Seja H a fórmula a seguir e I uma interpretação.
$H = ((P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow Q))) \rightarrow P$
(a) Se I[P] = F, o que se pode concluir a respeito de I[H]?
(b) Se I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H]?

10. Escreva as sentenças a seguir utilizando a linguagem da Lógica Proposicional. Utilize símbolos proposicionais para representar proposições.

(a) José virá à festa e Maria não gostará, ou José não virá à festa e Maria gostará da festa.
(b) A novela será exibida, a menos que seja exibido o programa político.
(c) Se chover, irei para casa, caso contrário, carei no escritório.
(d) Se Maria é bonita, inteligente e sensível e se Rodrigo ama Maria, então ele é feliz.
45
(e) Se sr. Oscar é feliz, sra. Oscar é infeliz, e se sra. Oscar é feliz, sr. Oscar é infeliz.
(f) Maurício virá à festa e Kátia não virá ou Maurício não virá à festa e Kátia cará infeliz.

12. A sentença Todo homem é mortal pode ser representada na Lógica Proposicional, simplesmente fazendo: P = Todo homem é mortal. Assim, nesse caso, a sentença é representada pelo símbolo P. Entretanto, podemos dizer que essa não é uma representação que considera os detalhes da sentença, pois ela representa a sentença como um todo.
Represente as sentenças a seguir utilizando a linguagem da Lógica Proposicional. Em cada caso, a sua representação considera elementos internos da sentença? Nos casos em que não for, justique.
(a) Possivelmente, irei ao cinema.
(b) Fui gordo, hoje sou magro.
(c) Existe no curso de Ciência da Computação um aluno admirado por todos.
(d) Existe um aluno em minha sala que não gosta de nenhum colega.
(e) Existe aluno de Ciência da Computação que é detestado por seus colegas.
(f) Necessariamente algum político é desonesto.
(g) Amanhã irei ao cinema e depois irei ao teatro.
(h) Quase todo político é desonesto.
(i) Adalton sempre foi amigo de João Augusto.
(j) Toda regra tem exceção.
(k) Quase todo funcionário da Sigma é um talento.
(l) Poucos funcionários da Sigma não são empreendedores.
(m) O presidente da Sigma é admirado por seus colaboradores.
Os exercícios a seguir são curiosidades que utilizam raciocínio lógico na solução.