CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

Ensino Fundamental II

Wendel de Oliveira Silva

Fascículo 12
Unidades 34, 35 e 36

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Wilson Witzel

Vice-Governador
Claudio Castro

Secretário de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação
Leonardo Rodrigues

Secretário de Estado de Educação
Pedro Fernandes

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Elaboração de Conteúdo
Wendel de Oliveira Silva

Diretoria de Material Didático
Bruno José Peixoto

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Vasques de Miranda

Revisão de Língua Portuguesa
José Meyohas

Design Instrucional
Renata Vittoretti

Diretoria de Material Impresso
Ulisses Schnaider

Projeto Gráfico
Núbia Roma

Ilustração
Renan Alves

Programação Visual
Bianca Giacomelli

Capa
Renan Alves

Produção Gráfica
Fábio Rapello Alencar

C391

CEJA : Centro de educação de jovens e adultos. Ensino fundamental II. Matemática / Wendel de Oliveira Silva. Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 2019.

Fasc. 12 – unid. 34-35-36

44p.; 21 x 28 cm.

ISBN: 978-85-458-0186-3

1. Matemática. 2. Funções. I. Silva, Wendel de Oliveira. Título.

CDD: 510

Referências bibliográficas e catalogação na fonte, de acordo com as normas da ABNT.
Texto revisado segundo o novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

Sumário

Unidade 34 5

Funções

Unidade 35 19

Função polinomial do 1º grau

Unidade 36 31

Função polinomial do 2º grau ou função quadrática

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

CEJA

CENTRO DE EDUCAÇÃO de JOVENS e ADULTOS

Funções

Matemática - Fascículo 12 - Unidade 34

Objetivos de aprendizagem

1. Compreender o conceito de função, identificando suas variáveis e lei de formação;
2. Construir o sistema de coordenadas cartesianas, traçando os eixos ortogonais x e y, e representar geometricamente pares ordenados de números reais;
3. Descrever o domínio, o contradomínio e a imagem de uma função;
4. Ler e interpretar informações de dados apresentados em tabelas e gráficos a partir de situações-problemas.

Para início de conversa...

Muitas vezes, em situações do dia a dia, identificamos os assuntos estudados em Matemática. Assim aconteceu com Wagner. Certo dia, ele foi à padaria para comprar pão francês. Ao lado do balcão, avistou a tabela de preços dos pães, que são vendidos por unidade, conforme mostra a tabela abaixo.

Número de Pães	1	2	3	4	5	6
Preço	R\$0,40	R\$0,80	R\$1,20	R\$1,60	R\$2,00	R\$2,40

Como sua família é grande, Wagner logo pensou quanto pagaria pela compra de 15 pães. Esse é um exemplo de situação envolvendo a ideia de função, o qual abordaremos nesse fascículo! Preparado?

1. A Função no dia a dia

No problema relatado na introdução, podemos observar que a tabela fixa uma dependência entre a quantidade de pães e o preço a ser pago. Se chamarmos de x o número de pães e de y o preço a pagar, perceberemos que essas duas grandezas (quantidade e preço) estarão relacionadas de modo que, para cada x pães, existirá um único y preço. Para representar essa função, podemos usar a seguinte sentença matemática: $y = 0{,}40.x$ ou $y = 0{,}40x$. Denominamos essa sentença de **lei de formação** ou **fórmula** da função.

Agora que sabemos a fórmula da função, podemos calcular o valor pago por Wagner na compra de 15 pães. Vejamos:

Solução:

Sabemos que x representa a quantidade de pães, portanto: $x = 15$. Agora substituímos o x da fórmula por 15 para descobrirmos o valor de y.

$y = 0{,}40.x \rightarrow y = 0{,}40 \cdot 15 \rightarrow y = 6{,}00$.

Portanto, o preço de 15 pães é R\$6,00.

Vejamos outra situação envolvendo o mesmo exemplo: suponhamos que o Wagner tivesse em mãos a quantia de R\$3,60. Quantos pães ele poderia comprar?

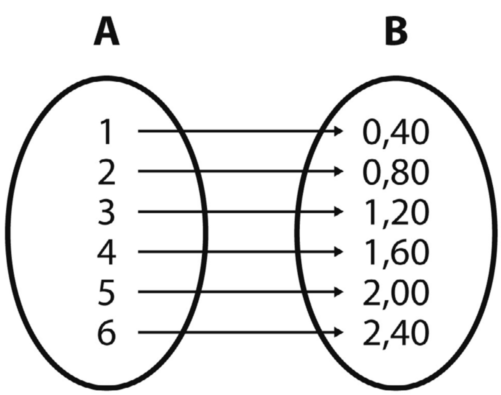
Solução:

Como *y* representa a quantia a ser paga: y = 3,60, basta substituirmos *y* por 3,60 para encontramos *x* (quantidade de pães).

$3{,}60 = 0{,}40.x \rightarrow \dfrac{3{,}60}{0{,}40} = x \rightarrow x = 9.$

Portanto, com a quantia R$ 3,60, Wagner compraria 9 pães.

Podemos representar a função anterior através de conjuntos. Veja:



O conjunto A representa a quantidade de pães.

O conjunto B representa o preço dos pães.

Nessa relação, note que:

- **Todo** elemento do conjunto A está associado (ligado) a um valor do conjunto B;
- Cada elemento do conjunto A está associado a **um único** valor do conjunto B.

Uma relação com essas características denomina-se Função e é indicada por $f: A \rightarrow B$ (lê-se: "f de A em B").

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 1

Um ciclista treina todos os dias para participar de uma corrida. Por dia, ele percorre 25km. Responda:

a) Qual a lei de formação (ou fórmula) que representa o número de quilômetros (y) percorridos em (x) dias?

b) Quantos quilômetros ele terá percorrido em 6 dias de treinamento?

c) Mantendo essa meta diária, quantos dias ele levará para percorrer 350km?

Anote as respostas em seu caderno

2. Plano Cartesiano

Na Matemática há um sistema que nos permite localizar pontos no plano. Esse sistema é composto por duas retas numeradas (uma horizontal e outra vertical), perpendiculares entre si.

Atenção ⚠

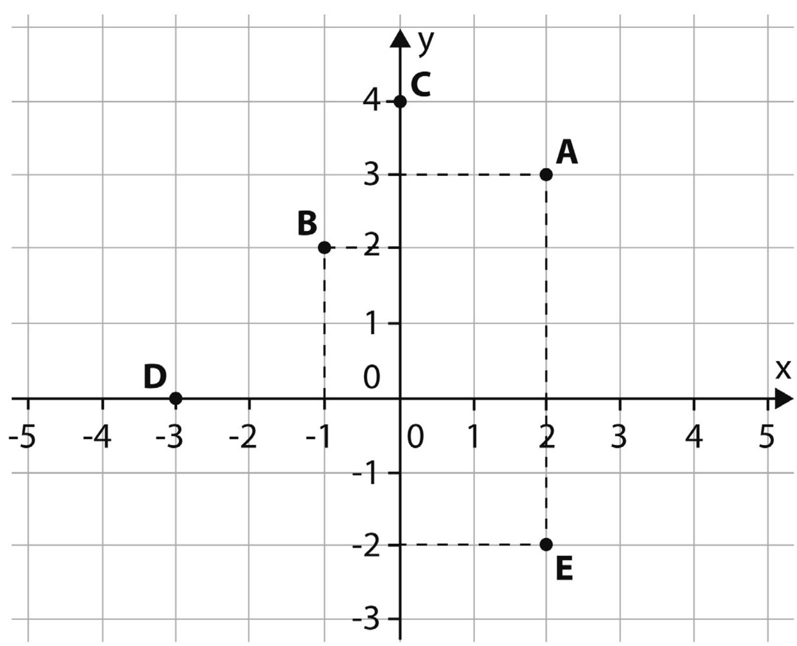
Retas perpendiculares são retas que se intersectam em um ponto, formando entre elas um ângulo de 90º.

Podemos representar um ponto através de um par ordenado em que o primeiro é o *x* (abscissa) e o segundo é o *y* (ordenada). Representamos as coordenadas de um ponto P como: P = (x , y) ou P(x, y).

Vejamos o exemplo a seguir:

Localize os pontos A(2,3), B(-1,2), C(0,4), D(-3,0) e E(2,-2) no plano cartesiano.

Solução:

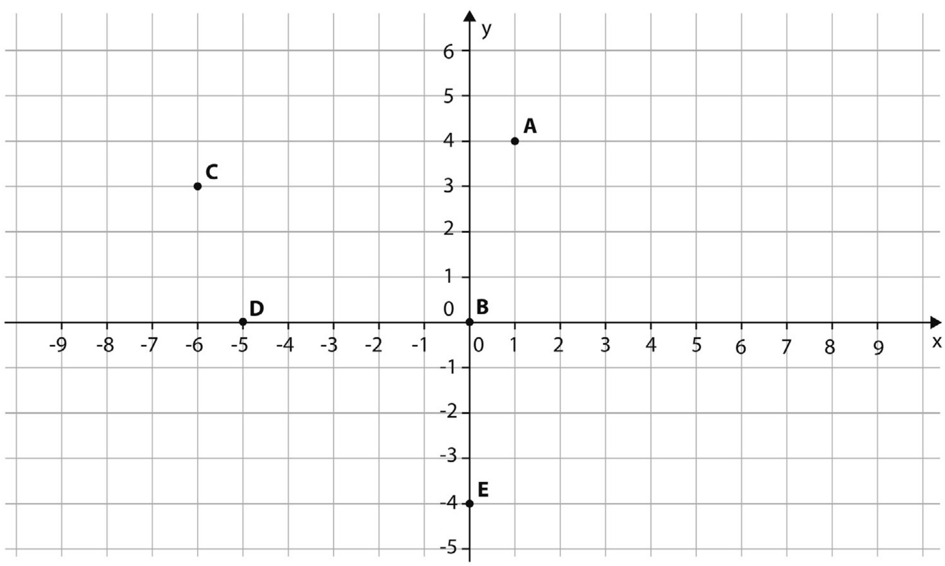


Na localização, por exemplo, do ponto A (2,3) no plano cartesiano, o número 2 representa a posição do ponto A em relação ao eixo das abscissas, e o número 3, a posição de A em relação ao eixo das ordenadas. Dizemos, então, que 2 e 3 são, respectivamente, abscissa e ordenada do ponto A.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 2

Observe o plano cartesiano abaixo e dê as coordenadas (x , y) dos pontos:



Anote as respostas em seu caderno

3. Relação e função

Sejam os conjuntos A= {0, 1, 2} e B= {1, 3, 4}.

A x B = {(0,1), (0, 3), (0, 4), (1,1), (1, 3), (1, 4), (2,1), (2, 3), (2, 4)}.

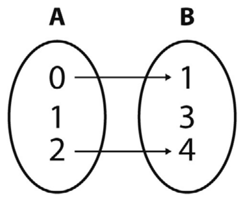
O conjunto A x B representa todas as relações possíveis dos elementos do conjunto A com os elementos do conjunto B.

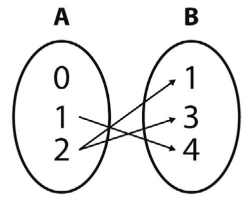
Atenção ⚠

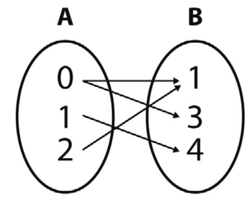
Denominamos relação de A em B qualquer subconjunto de A x B não vazio.

De acordo com essas definições, observe algumas relações de A em B.

a) $R_1 = \{(0,1), (2,4)\}$ **b)** $R_2 = \{(1,4), (2,1), (2,3)\}$ **c)** $R_3 = \{(0,1), (0,3), (1,4), (2,1)\}$



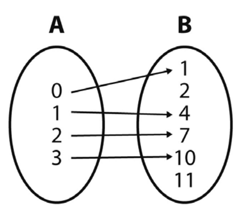




3.1 Lei de Associação

Podemos determinar uma relação por meio de uma lei que associe os elementos do conjunto A aos elementos do conjunto B. Vejamos um exemplo:

$R_4 = \{(0,1), (1,4), (2,7), (3,10)\}$



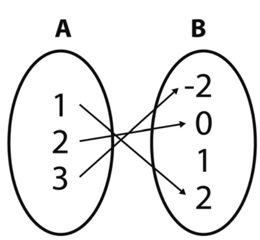
A lei de associação utilizada foi y = 3x + 1 e a relação pode ser assim representada:

$R_4 = \{(x, y) \in A \times B \,/\, y = 3x + 1\}$

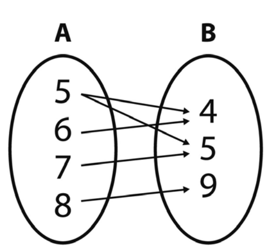
3.2 Definição de uma função

Dados dois conjuntos A e B, chama-se função de A em B qualquer relação entre os elementos desses conjuntos, de modo que cada elemento de A se associe a um único elemento de B.

Exemplos:



a) Podemos observar que todos os elementos do conjunto A estão associados a somente um único elemento de B. Portanto, trata-se de uma Função.



b) Podemos observar que o elemento 5 está associado a dois elementos do conjunto B. Portanto, trata-se apenas de uma relação, e não uma função.

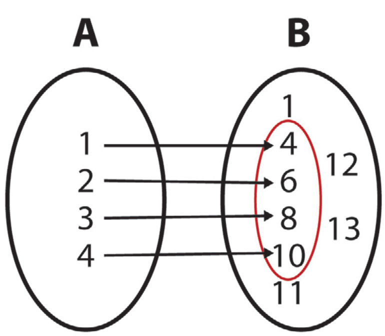
Atenção

Toda função é uma relação, mas nem toda relação é uma função.

3.3 Domínio, contradomínio e imagem de uma função

Já vimos que uma função é uma relação entre dois conjuntos definida por uma lei de formação ou fórmula matemática. Ao estudarmos funções, determinamos o domínio, o contradomínio e a imagem. Vejamos o seguinte exemplo:

Dada a função f(x) = 2x + 2 e os conjuntos A = {1,2,3,4,5} e B = {1,2,3,4,5,6,7}, vamos construir o diagrama de flechas e estabelecer as seguintes relações:



Vejamos que:

Para x = 1, temos: $y = 2 . 1 + 2 = 4$

Para x = 2, temos: $y = 2 . 2 + 2 = 6$

Para x = 3, temos: $y = 2 . 3 + 2 = 8$

Para x = 4, temos: $y = 2 . 4 + 2 = 10$

Nessa situação, temos que:

Domínio: representado por todos os elementos do conjunto A.

D(f) = {1, 2, 3, 4}

Contradomínio: representado por todos os elementos do conjunto B.

CD(f) = { 1, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13}

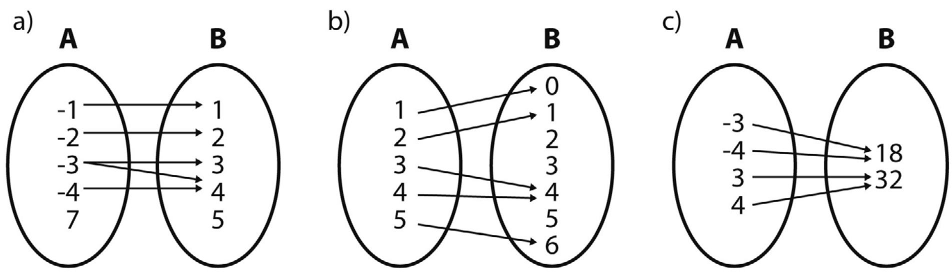
Imagem: Representado por todos os elementos pertencentes ao contradomínio que está associado a algum elemento do domínio.

Im(f) = {4, 6, 8, 10}.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 3

Descubra quais das relações abaixo representam uma função. Depois, descreva os domínios, os contradomínios e as imagens dessas funções.



Anote as respostas em seu caderno

Resumo

- Dados dois conjuntos A e B, uma **relação** de A em B é um conjunto de pares ordenados (x , y) onde $x \in A$ e $y \in B$;
- Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Função** de A em B qualquer relação entre os elementos desses conjuntos, de modo que cada elemento de A se associe a **um único** elemento de B;
- Toda função é uma relação, mas nem toda relação é uma função;
- O **Plano Cartesiano** consiste em duas retas reais perpendiculares, sendo uma horizontal, denominada eixo das abscissas (x), e uma vertical, denominada eixo das ordenadas (y).
- Dada uma função de A em B, o conjunto A é chamado **Domínio** D(f) da função, o conjunto B é chamado de **Contradomínio** CD(f) e o **conjunto imagem** Im(f) é o conjunto dos valores das ordenadas (y) associadas a um ou mais elementos do conjunto A, resultante da aplicação da função f(x), ou seja, da lei de formação ou fórmula matemática.

Referências

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática - 9º ano*. 3ª ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARROSO, Juliane Matsubara. *Matemática. Projeto Araribá: 8ª série*. 1ª ed. São Paulo: Editora Moderna, 2006.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática 9º ano*. 7a ed. São Paulo: Editora Moderna, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática – Ensino Fundamental 2 – 9º ano* 2a ed. São Paulo: Editora Ática, 2015.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy. *A conquista da Matemática - Nova - 8ª série.* 1ª ed. São Paulo: editora FTD, 1998.

SOUZA, Joamir e PATARO, Patricia Moreno. *Vontade de Saber Matemática, 9º ano*. 3a ed. São Paulo: Editora FTD, 2015.

YOUSSEF, Antonio Nicolau; PACHI, Clarice Gameiro da Fonseca e HESSEL, Heloisa Maria. *Linguagens e aplicações: Matemática. Ensino Fundamental - Anos Finais - 9º ano*. 1ª ed. São Paulo: Cereja Editora, 2015.

Respostas das atividades

Atividade 1

a) Veja a tabela abaixo:

Dias (x)	1	2	3	4	...
Km percorridos (y)	25	50	75	100	...

A fórmula que expressa a relação entre dias (x) e quilômetros (y) é y = 25x.

b) Nesse caso, temos que x = 6. Basta, então, substituir o 6 no lugar do x da fórmula: $y = 25x \rightarrow y = 25.6 \rightarrow y = 150$. Portanto, o ciclista terá percorrido 150km em 6 dias.

c) Nesse caso, sabemos a quantidade de quilômetros percorridos pelo ciclista e queremos descobrir a quantidade de dias. Temos que y = 350. Basta substituir 350 no lugar do *y* na fórmula: $y = 25x \rightarrow 350 = 35x \rightarrow \frac{350}{25} = x \rightarrow x = 14$. Portanto, mantendo o ritmo diário, o ciclista levará 14 dias para percorrer 350km.

Atividade 2

a) A = (1,4) b) B = (0,0) c) C = (-6,3) d) D = (-5,0) e) E = (0,- 4)

Atividade 3

a) Não é uma função, pois há um elemento do conjunto A (7) que não está associado a nenhum elemento do conjunto B.

b) É uma função. D(f) = {1,2,3,4,5}; CD(f) = {0,1,2,3,4,5,6} e Im(f) = {0,1,4,6}.

c) É uma função. D(f) = {-3,3,-4,4}; CD(f) = {18,32} e Im(f) = {18,32}.

Exercícios

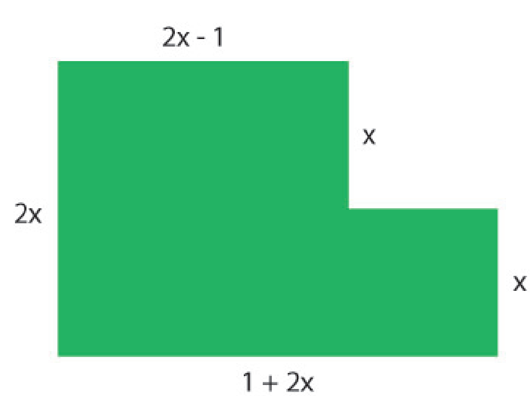
1. Em uma determinada cidade, a tarifa de táxi (y) é calculada da seguinte maneira: R$6,00 pela bandeirada mais R$1,50 por quilômetro percorrido, isto é, o preço do táxi (y) está em função do número de quilômetros (x).

a) Preencha a tabela abaixo.

Numero de KM	1	1,5	2	5,5
Preço a pagar				

b) Qual a lei de formação que define essa função?

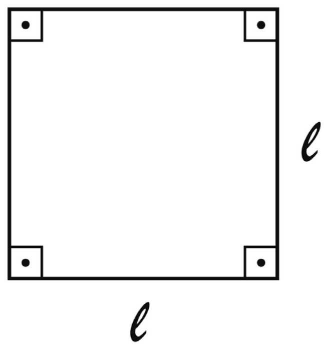
2. De acordo com a figura abaixo, resolva as questões a seguir.



a) Determine uma lei de formação, em função de x, que permite calcular o perímetro (P) e a área (A) da figura.

b) Determine o perímetro e a área da figura para x igual 3 cm.

3. A tabela abaixo relaciona duas grandezas variáveis: a medida do comprimento do lado de um quadrado (l) e o seu perímetro (P).



a) Complete a tabela abaixo.

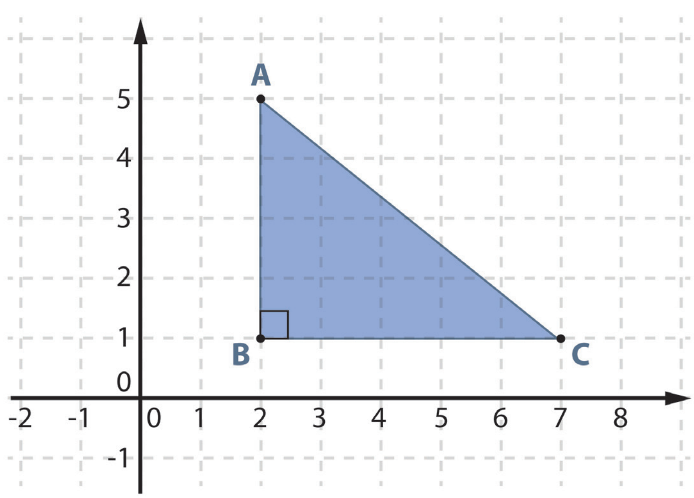
Lado (cm)	1	1,5	2	3	3,5	3,8	4	10
Perímetro (cm)	4	6						

b) Observe os dados da tabela, descubra qual é o padrão e escreva a fórmula que dá o perímetro (P) em função da medida do lado (ℓ).

c) O perímetro de um quadrado varia de forma diretamente proporcional à medida de seu lado? Explique sua resposta.

d) Se ℓ=11,75cm, qual é o valor de P?

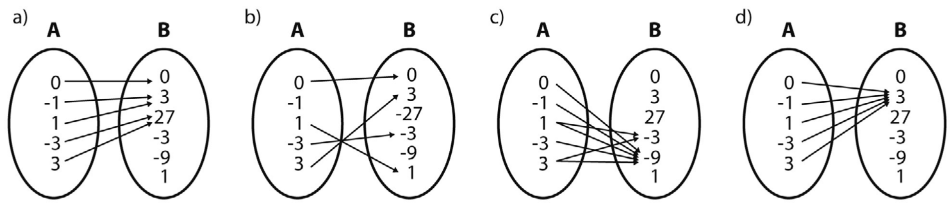
4. Observando o triângulo ABC, no plano cartesiano abaixo, responda:



a) Quais as coordenadas dos vértices desse triângulo?
b) Qual a classificação desse triângulo quanto aos ângulos?
c) Qual a área desse triângulo?

5. Dados os conjuntos $A = \{x \in Z \mid -3 \leq x < 1\}$ e $B = \{x \in Z \mid -5 \leq x < 2\}$, determine o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem da função $f : A \rightarrow B$ definida pela lei de formação $f(x) = 2x + 1$.

6. Quais das relações abaixo são funções. Para aquelas que não são funções, justifique a sua resposta.



7. Um fabricante vende parafusos por R$0,80 cada um. O custo total de um lote de parafusos é formado por uma taxa fixa de R$40,00 mais o custo de produção de R$0,30 por parafuso.

a) Que sentença dá o custo total y de um lote em função do número x de parafusos?

b) Qual é o custo da produção de um lote de 1000 parafusos?

c) Quanto o comerciante arrecada na venda de um lote de 1000 parafusos?

8. O preço dos serviços prestados por um bombeiro hidráulico é composto de uma taxa de visitação no valor de R$40,00 mais R$12,00 por hora de mão de obra. O preço y pago pelo conserto é dado em função de x horas trabalhadas pelo bombeiro. Responda às perguntas:

a) Qual é a lei de formação dessa função?

b) Qual é o valor cobrado pelo bombeiro hidráulico, que trabalhou 4 horas?

c) Sabe-se que esse mesmo bombeiro hidráulico prestou serviço para um vizinho e cobrou a quantia de R$ 100,00. Quantas horas trabalhou esse bombeiro?

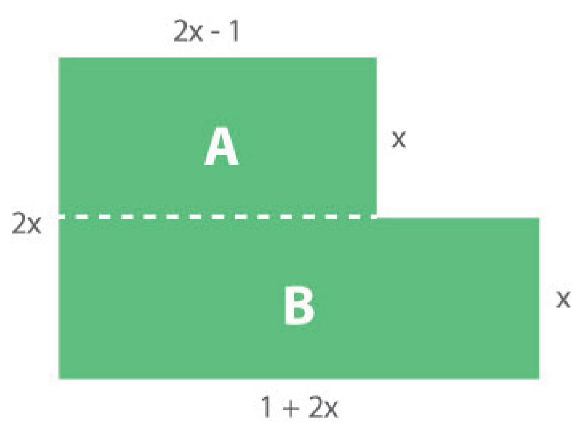
Respostas dos exercícios

1. a)

Número de KM	1	1,5	2	5,5
Preço a pagar	6 + 1.5(1) = 7,5	6 + 1.5(1,5) = 8,25	6 + 1.5(2) = 9	6 + 1.5(5,5)=14,25

b) $y = 6 + 1{,}5.x$ ou $y = 1{,}5x + 6$

2. a) O perímetro é a soma das medidas dos lados de um polígono.
Conforme a figura, temos: $P = 2x + 2x - 1 + x + x + 1 + 2x \rightarrow P = 8x$.
Para calcularmos a área da figura, podemos dividir a figura em duas partes, conforme a figura abaixo:



A área da figura toda seja o somatório das áreas das figuras A e B.
Área de A: $x.\ (2x - 1) \rightarrow 2x^2 - x$ (área da figura A)
Área de B: $x.(1 + 2x) \rightarrow x + 2x^2$ (área da figura B)
A área procurada é a soma das áreas de A e B. Portanto,
$A = 2x^2 - x + x + 2x^2 \rightarrow A = 4x^2$.
b) O perímetro da figura para $x = 3$ cm:
$P = 8x \rightarrow P = 8.3 \rightarrow P = 24$. Portanto, o perímetro da figura é de 24 cm.
A área da figura para $x = 3$ cm:
$A = 4x^2 \rightarrow A = 4.3^2 \rightarrow A = 4.9 \rightarrow A = 36$. Portanto, a área da figura é de 36 cm².

3. a)

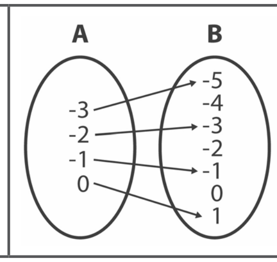
Lado (cm)	1	1,5	2	3	3,5	3,8	4	10
Perímetro (cm)	4	6	8	12	14	15,2	16	40

b) $P = 4\ell\ (\ell + \ell + \ell + \ell)$
c) Sim, pois dobrando a medida do lado, o perímetro dobra; triplicando a medida do lado, o perímetro triplica, e assim por diante.

d) Temos que $P = 4\ell$. Como $\ell = 11{,}75$, temos então: $P = 4 \,.\, 11{,}75 \rightarrow P = 47$ cm.

4. a) A(2,5); B(2,1) e C(7,1)
   b) Triângulo Retângulo
   c) $\textit{Área} = \dfrac{\textit{base x altura}}{2} = \dfrac{4.5}{2} = 10$

5. A = {– 3, – 2, – 1, 0} e B = {– 5, – 4, – 3, – 2, –1, 0, 1}. Construímos o diagrama de flechas e façamos a associação entre os conjuntos.

f(-3) = 2.(-3) + 1 = - 5 f(-2) = 2.(-2) + 1 = - 3 f(-1) = 2.(-1) + 1 = - 1 f(0) = 2.(0) + 1 = 1		D(f) = A = {-3,-2,-1,0} CD(f) = B = {-5,-4,-3,-2,-1,0,1} Im(f) = {-5,-3,-1,1}

6. a) É uma função.
   b) Não é uma função, pois o número –1 não está associado a nenhum elemento do conjunto B.
   c) Não é função, pois os números 1 e 3 estão associados a dois elementos do conjunto B, cada um.
   d) É uma função.

7. a) $y = 40 + 0{,}3x$
   b) Basta substituir x por 1000. Assim, $y = 40 + 0{,}3x \rightarrow y = 40 + 0{,}3.1000 \rightarrow y = 40 + 300 \rightarrow y = 340$. Portanto, o custo da produção é de R$340,00.
   c) Como o comerciante vende cada peça por R$0,80, a fórmula que representa o valor a receber em função da quantidade de peças vendidas é $y = 0{,}80x$. Portanto, basta substituir x por 1000. $y = 0{,}80.\ 1000 \rightarrow y = 800$. Portanto, o comerciante arrecada o valor de R$800,00.

8. a) $f(x) = 12x + 40$ ou $y = 12x + 40$
   b) $f(4) = 12 \,.\, 4 + 40 \rightarrow f(4) = 48 + 40 \rightarrow f(4) = 88$
   O valor da mão de obra cobrado pelo bombeiro hidráulico é R$88,00.
   c) Sabendo que $f(x) = 12x + 40$ e que $f(x) = 100$, temos que: $100 = 12x + 40 \rightarrow 100 - 40 = 12x \rightarrow 60 = 12x \rightarrow x = 5$.
   O tempo de trabalho desse bombeiro hidráulico foi de 5 horas.

CEJA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Função polinomial do 1º grau

Matemática - Fascículo 12 - Unidade 35

Objetivos de aprendizagem

1. Reconhecer uma função polinomial do 1º grau nas suas representações algébricas e gráficas;
2. Determinar as raízes de uma função polinomial do 1º grau;
3. Construir o gráfico de uma função polinomial do 1º grau;
4. Utilizar expressões algébricas e equações do 1º grau para modelar e resolver situações-problemas.

Para início de conversa...

Podemos notar que algumas situações do nosso cotidiano envolvem duas grandezas em que as variações numéricas de uma e as variações correspondentes da outra são diretamente proporcionais. Nesse caso, dizemos que as grandezas são dependentes uma da outra por uma função polinomial do 1º grau ou função afim.

Vejamos um exemplo:

Tainá é vendedora em uma loja de calçados. Seu salário é formado de duas partes: uma fixa correspondente ao valor de R$950,00, e outra variável, que corresponde a uma comissão de 2% sobre o valor total de produtos vendidos por ela ao final do mês.

Se chamarmos de *x* o valor total das vendas mensal e *f(x)* o salário mensal de Tainá, podemos escrever a seguinte fórmula que expressa seu salário em função do valor total de vendas em um determinado mês: $f(x) = 2\%.x + 950$ ou $f(x) = 0{,}02.x + 950$, que é um exemplo de função polinomial de 1° grau.

Estudaremos um pouco mais a respeito desta função em nosso próximo tópico.

1. Reconhecendo uma função polinomial do 1º grau

Uma função polinomial do 1º grau é toda função $R \rightarrow R$ que pode ser indicada por uma fórmula do tipo $y = ax + b$, com $\boldsymbol{a \neq 0, \{a, b\} \in R}$. Chamamos de termo dependente o y e de termo independente o x.

Vejamos alguns exemplos de função polinomial do 1º grau:

a) $y = -x + 2$ ($a = -1$ e $b = 2$)

b) $y = 3x$ ($a = 3$ e $b = 0$)

c) $y = \frac{3x - 1}{2} \left(y = \frac{3x}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ e } b = -\frac{1}{2} \right)$

d) $y = 5$

Saiba mais

- A função polinomial do 1º grau é também conhecida como função afim.

- A função do tipo y = ax + b onde a ≠ 0 e b = 0 é também denominada de função linear.

- A função do tipo y = b (b ∈ **R**) é chamada de função constante.

Não é função polinomial do 1º grau:

a) $y = x^3 - 3$, pois aparece um termo de grau 3;

b) $y = \frac{2}{5x}$, pois aparece a variável no denominador;

c) $y = 3^x$.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 1

1) Identifique as igualdades que representam uma função polinomial do 1º grau:

a. $y = x - 3x^3$ b. $y = -6x + 3$ c. $y = -x^2 + 2$

d. $y = -2x$ e. $y = 3 - x$

2) Dada a função definida pela lei de formação f(x) = 2x – 8, determine:

a. f(–1) b. $f\left(\frac{11}{2}\right)$

Anote as respostas em seu caderno

2. Raiz ou zero de uma função polinomial do 1º grau

Chamamos de zero ou raiz da função polinomial do 1º grau do tipo y = ax + b (com ***a* ≠ 0**) o valor de x para o qual se tem y = 0.

Exemplo: A raiz da função expressa pela lei de formação y = 3x – 9 é determinada substituindo o y por zero (y = 0) na fórmula e resolvendo a equação obtida.

Para y = 0, temos: $0 = 3x - 9 \rightarrow 9 = 3x \rightarrow x = 3$

A raiz da função y = 3x – 9 é 3.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 2

Determine a raiz ou zero de cada uma das seguintes funções:

a) $y = x - 7$ b) $y = -x + 10$ c) $y = 6 - 2x$ d) $y = \frac{1}{2}x + 5$

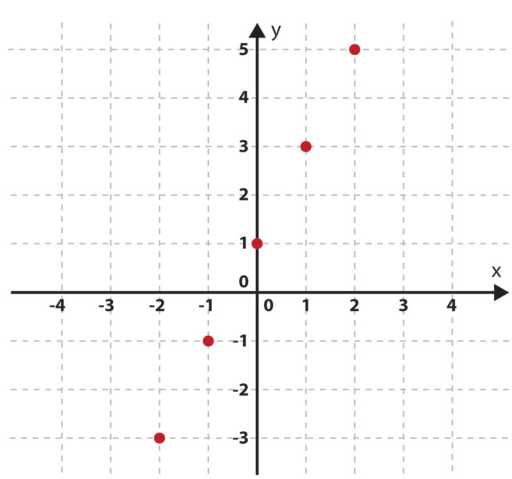
Anote as respostas em seu caderno

3. Construindo o gráfico de uma função polinomial do 1º grau

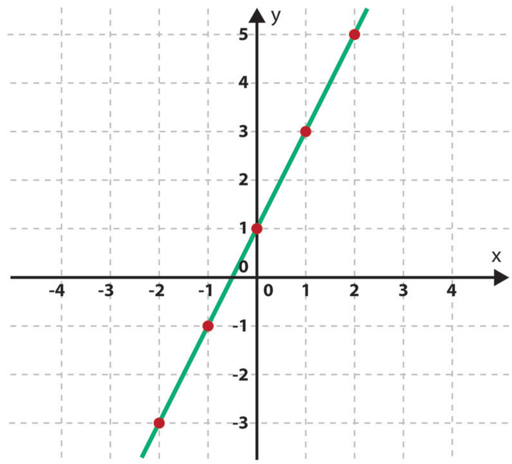
O gráfico de uma função nos fornece importantes informações. Vamos aprender aqui a construir o gráfico de uma função polinomial do 1º grau. Começaremos construindo o gráfico da função y = 2x + 1.

A princípio, construiremos uma tabela atribuindo valores a x e calculando, por meio da fórmula, os valores de correspondentes a y. Dessa forma, encontraremos alguns pares ordenados (x,y) dessa função, o que nos possibilitará a construção de seu gráfico.

x	y	(x , y)	Operações:
−2	−3	(−2, −3)	$x = -2$, temos: $y = 2.(-2) + 1 \rightarrow y = -4 + 1 \rightarrow y = -3$
−1	−1	(−1, −1)	$x = -1$, temos: $y = 2.(-1) + 1 \rightarrow y = -2 + 1 \rightarrow y = -1$
0	1	(0 , 1)	$x = 0$, temos: $y = 2.(0) + 1 \rightarrow y = 0 + 1 \rightarrow y = 1$
1	3	(1 , 3)	$x = 1$, temos: $y = 2.(1) + 1 \rightarrow y = 2 + 1 \rightarrow y = 3$
2	5	(2 , 5)	$x = 2$, temos: $y = 2.(2) + 1 \rightarrow y = 4 + 1 \rightarrow y = 5$



Na sequência, marcamos no plano cartesiano os pontos que encontramos. Observe que esses pontos estão alinhados. Se escolhermos outro valor para *x* na tabela, calcular o *y* e localizar o par ordenado (x,y) no plano, o ponto encontrado estará também alinhado com os pontos já marcados.



Todos os pontos que representam os pares ordenados formam seu gráfico, que, por sua vez, corresponde a uma reta. Veja o gráfico ao lado.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 3

Construa, em seu caderno, o gráfico da função $y = -3x + 2$.

Anote as respostas em seu caderno

4. As Funções Polinomiais do 1º grau no dia a dia

O estudo das funções polinomiais do 1º grau é utilizado na representação de problemas do dia a dia que envolvem valores constantes e variáveis em que um desses valores depende do outro. Como exemplo, ao abastecermos um veículo no posto de combustível, o valor a ser pago depende da quantidade de litros de combustível colocada no tanque. Situações-problemas como esta, ligadas às equações do 1º grau, serão abordadas aqui, respeitando sempre a lei de formação $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$.

Vejamos as seguintes situações:

Situação-problema 1

Um taxista cobra, de bandeirada, um valor fixo de R$4,50 acrescidos de R$2,00 por quilômetro percorrido (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 15 quilômetros.

A função que define o preço a ser cobrado por uma corrida de x quilômetros é f(x) = 2x + 4,5. Como queremos saber o valor a ser pago por uma corrida de percurso igual a 15 quilômetros, então, temos que x = 15, portanto,

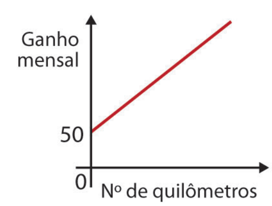
$f(x) = 2x + 4{,}5 \rightarrow f(15) = 2.15 + 4{,}5 \rightarrow f(15) = 30 + 4{,}5 \rightarrow f(15) = 34{,}5$. Portanto, o valor a ser pago pela corrida é R$34,50.

Situação-problema 2

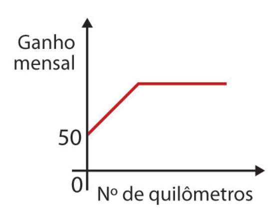
(Saresp) Um motoboy, para fazer entregas ou retirar documentos de escritórios espalhados pela cidade de São Paulo, recebe R$3,00 por quilômetro rodado. Suponhamos que ele passe a receber, mensalmente, um auxílio fixo de R$50,00. Qual o gráfico que representa o seu ganho mensal, em reais, em função dos quilômetros rodados?

a)

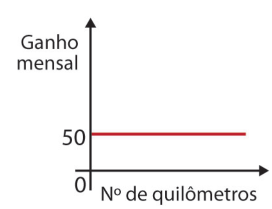
b)



c)



d)



Resumo

- Uma Função Polinomial do 1º Grau é uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida como f(x) = ax + b, sendo a e b números reais;
- Chamamos de zero ou raiz da Função Polinomial do 1º Grau do tipo y = ax + b (com $a \neq 0$) o valor de x para o qual se tem y ou f(x) = 0;
- A representação gráfica de uma Função Polinomial do 1º Grau é sempre uma reta.

Referências

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática - 9º ano*. 3ª ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARROSO, Juliane Matsubara. *Matemática. Projeto Araribá: 8ª série*. 1ª ed. São Paulo: Editora Moderna, 2006.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática 9º ano*. 7a ed. São Paulo: Editora Moderna, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática – Ensino Fundamental 2 – 9º ano* 2a ed. São Paulo: Editora Ática, 2015.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy. *A conquista da Matemática - Nova - 8ª série*. 1ª ed. São Paulo: editora FTD, 1998.

SOUZA, Joamir e PATARO, Patricia Moreno. *Vontade de Saber Matemática, 9º ano*. 3a ed. São Paulo: Editora FTD, 2015.

YOUSSEF, Antonio Nicolau; PACHI, Clarice Gameiro da Fonseca e HESSEL, Heloisa Maria. *Linguagens e aplicações: Matemática. Ensino Fundamental - Anos Finais - 9º ano*. 1ª ed. São Paulo: Cereja Editora, 2015.

Respostas das atividades

Atividade 1

1) São funções polinomiais do 1º grau as letras b, d, e.

2) a. $f(-1) = 2.(-1) - 8 \rightarrow f(-1) = -2 - 8 \rightarrow f(-1) = -10$

b. $f\left(\frac{11}{2}\right) = 2.\left(\frac{11}{2}\right) - 8 \rightarrow f\left(\frac{11}{2}\right) = \cancel{2}.\left(\frac{11}{\cancel{2}}\right) - 8 \rightarrow f\left(\frac{11}{2}\right) = 11 - 8 \rightarrow f\left(\frac{11}{2}\right) = 3.$

Atividade 2

a. Sendo $y = 0$, temos que: $0 = x - 7 \rightarrow x = 7$. $S = \{7\}$.

b. Sendo $y = 0$, temos que: $0 = -x + 10 \rightarrow x = 10$. $S = \{10\}$.

c. Sendo $y = 0$, temos que: $0 = 6 - 2x \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$. $S = \{3\}$.

d. Sendo $y = 0$, temos que: $0 = \frac{1}{2}x + 5 \rightarrow -\frac{1}{2}x = 5 \rightarrow -x = 10 \rightarrow x = -10$.

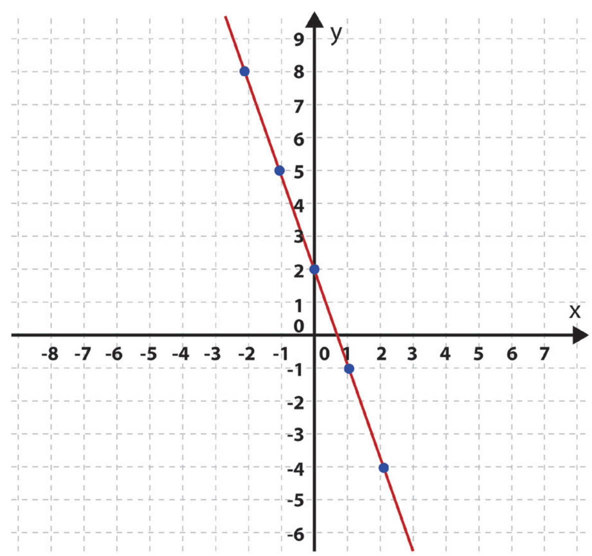
$S = \{-10\}$.

Atividade 3

a)

x	y	(x , y)	Operações:
-2	8	(-2,8)	x = - 2, temos: y = - 3.(- 2) + 2 → y = 6 + 2 → y = 8
-1	5	(-1,5)	x = - 1, temos: y = - 3.(- 1) + 2 → y = 3 + 2 → y = 5
0	2	(0 , 2)	x = 0, temos: y = - 3.(0) + 2 → y = 0 + 2 → y = 2
1	-1	(1 , -1)	x = 1, temos: y = - 3.(1) + 2 → y = -3 + 2 → y = -1
2	-4	(2 , -4)	x = 2, temos: y = - 3.(2) + 2 → y = - 6 + 2 → y = - 4

Marcando os pares ordenados (x,y) no plano cartesiano e traçando uma reta que passa por esses pontos, esboçamos o gráfico da função y = – 3x + 2.



Exercícios

1. Quais das equações abaixo representam uma função polinomial do 1º grau?

a) $y = \sqrt{2}x - 3$ b) y = x² – 3 c) y = – x d) $y = \frac{3}{x} + x - 1$

2. Dada a função definida pela lei de formação f(x) = -3x - 4, determine:

a) f(–3) b) $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ c) O valor de x para que se tenha f(x) = – 4

3. Represente, graficamente, as seguintes funções:

a) y = – x + 2 b) y = 3x + 4

4. Determine a raiz ou zero de cada uma das seguintes funções:

a) y = – 2x + 8 b) y = 4x + 10 c) y = – 6 – 3x d) $y = -\frac{3}{5}x - 6$

5. Qual o valor de k para que o zero da função f(x) = – x + k + 3 seja igual a 5?

6. Uma empresa de telefonia fixa oferece a seus clientes dois planos de serviços.
Plano A: Mensalidade de R$20,00 mais R$0,30 por minuto de ligação;
Plano B: Mensalidade de R$50,00 mais R$0,20 por minuto de ligação.
a) Para cada um dos planos, escreva uma função afim que represente o valor da conta telefônica em função da quantidade x de minutos falados.
b) Se um cliente utilizar, ao mês, o telefone durante 356 minutos no Plano A, quantos reais ele vai pagar na fatura? E se ele usar o Plano B?

7. A produção de peças em uma indústria tem um custo de R$8,00 mais um custo variável de R$0,50 por unidade produzida. Considerando **x** o número de unidades produzidas:
a) Determine a lei da função que fornece o custo total **y** de **x** peças;
b) Calcule o custo de 100 peças;
c) Tendo um custo total de R$258,00, determine a quantidade de peças produzidas nessa indústria.

Respostas dos exercícios

1. a) É uma função polinomial de 1º grau;
b) Não é uma função polinomial de 1º grau, pois possui grau 2;
c) É uma função polinomial de 1º grau;
d) Não é uma função polinomial de 1º grau, pois a função y = $\frac{3}{x}$ + x - 1 é equivalente à função y = $3x^{-1}$ + x - 1.

2. f(x) = – 3x – 4

a) $f(-3) = -3(-3) - 4 \Rightarrow f(-3) = 9 - 4 \Rightarrow f(-3) = 5$

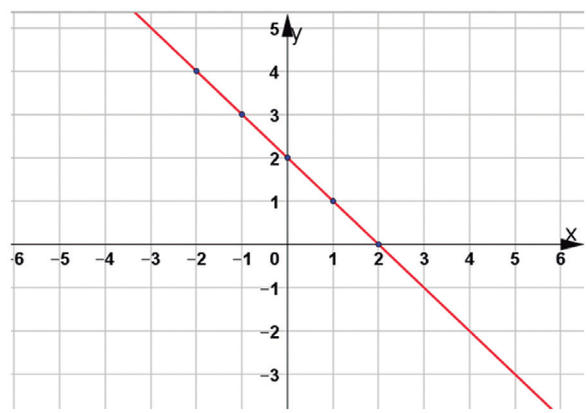
b) $f\left(-\frac{1}{3}\right) = -3\left(-\frac{1}{3}\right) - 4 \Rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = 1 - 4 \Rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = -3$

c) Para f(x) = – 4 temos:
$-4 = -3x - 4 \Rightarrow -4 + 4 = -3x \Rightarrow 0 = -3x \Rightarrow x = 0$

3. a) $y = -x + 2$

x	y	(x , y)	Operações
-2	4	(-2,4)	$x = -2$, temos: $y = -(-2) + 2 \rightarrow y = 2 + 2 \rightarrow y = 4$
-1	3	(-1,3)	$x = -1$, temos: $y = -(-1) + 2 \rightarrow y = 1 + 2 \rightarrow y = 3$
0	2	(0 , 2)	$x = 0$, temos: $y = -(0) + 2 \rightarrow y = 0 + 2 \rightarrow y = 2$
1	1	(1 , 1)	$x = 1$, temos: $y = -(1) + 2 \rightarrow y = -1 + 2 \rightarrow y = 1$
2	0	(2 , 0)	$x = 2$, temos: $y = -(2) + 2 \rightarrow y = -2 + 2 \rightarrow y = 0$

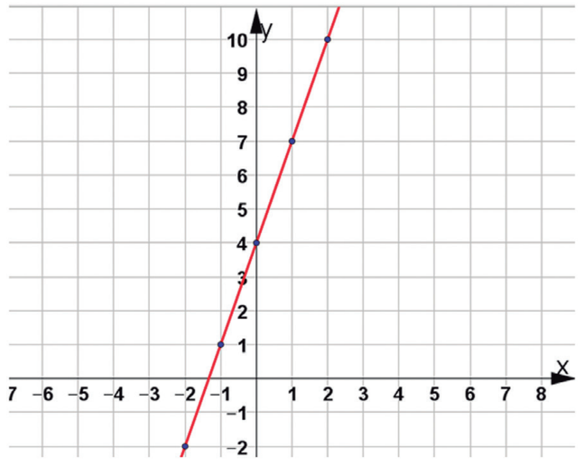
Marcando os pares ordenados (x,y) no plano cartesiano e traçando uma reta que passa por esses pontos, esboçamos o gráfico da função $y = -x + 2$.



b) $y = 3x + 4$

x	y	(x , y)	Operações
-2	-2	(-2,-2)	$x = -2$, temos: $y = 3(-2) + 4 \rightarrow y = -6 + 4 \rightarrow y = -2$
-1	1	(-1,1)	$x = -1$, temos: $y = 3(-1) + 4 \rightarrow y = -3 + 4 \rightarrow y = 1$
0	4	(0 , 4)	$x = 0$, temos: $y = 3(0) + 4 \rightarrow y = 0 + 4 \rightarrow y = 4$
1	7	(1 , 7)	$x = 1$, temos: $y = 3(1) + 4 \rightarrow y = 3 + 4 \rightarrow y = 7$
2	10	(2 , 10)	$x = 2$, temos: $y = 3(2) + 4 \rightarrow y = 6 + 4 \rightarrow y = 10$

Marcando os pares ordenados (x,y) no plano cartesiano e traçando uma reta que passa por esses pontos, esboçamos o gráfico da função $y = 3x + 4$.



4. a) $y = -2x + 8$

Para $y = 0$, temos: $0 = -2x + 8 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

b) $y = 4x + 10$

Para $y = 0$, temos: $0 = 4x + 10 \rightarrow -4x = 10 \rightarrow x = -\frac{10}{4} \rightarrow x = -\frac{5}{2}$

c) $y = -6 - 3x$

Para $y = 0$, temos: $0 = -6 - 3x \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = -2$

d) $y = -\frac{3}{5}x - 6$

Para $y = 0$, temos: $0 = -\frac{3}{5}x - 6 \rightarrow \frac{3}{5}x = -6 \rightarrow 3x = -30 \rightarrow x = -10$

5. (5,0) é a coordenada da raiz da função. Basta, então, substituir essa coordenada na função e encontrar o valor de k.

$f(x) = -x + k + 3 \rightarrow 0 = -5 + k + 3 \rightarrow 0 = -2 + k \rightarrow k = 2$. Portanto, para que a função tenha como raiz 5, o valor de k deve ser 2.

6. a) Plano A: $A(x) = 20 + 0{,}30x$ e Plano B: $B(x) = 50 + 0{,}20x$

b) $A(356) = 20 + 0{,}30.356 \rightarrow A(356) = 20 + 106{,}80 \rightarrow$

$A(356) = 126{,}80$. Portanto, o cliente pagará R$126,80 no Plano A.

$B(356) = 50 + 0{,}20.356 \rightarrow B(356) = 50 + 71{,}20 \rightarrow B(356) = 121{,}20$. Portanto, o cliente pagará R$121,20 no Plano B.

7. a) $y = 8 + 0{,}5x$

b) Para $x = 100$, temos: $y = 8 + 0{,}5.100 \rightarrow y = 8 + 50 \rightarrow y = 58$

c) Para $y = 258$, temos: $258 = 8 + 0{,}5x \rightarrow 250 = 0{,}5x \rightarrow x = 500$

CEJA
CENTRO DE EDUCAÇÃO de JOVENS e ADULTOS

Função polinomial do 2º grau ou função quadrática

Matemática - Fascículo 12 - Unidade 36

Objetivos de aprendizagem

1. Reconhecer uma função quadrática e determinar seu valor dado um domínio qualquer;
2. Determinar as raízes da função quadrática;
3. Determinar as coordenadas do vértice, o valor máximo e o valor mínimo de uma função quadrática;
4. Construir o gráfico de uma função quadrática.

Para início de conversa...

Na ciência e nas mais variadas atividades humanas, as funções são usadas para descrever e estudar a relação entre grandezas. Nas aulas anteriores, vimos que no nosso dia a dia aplicamos a função:

- para calcular o consumo do combustível em função da distância percorrida;
- na dose de remédio dada a uma criança, que muitas vezes é em função da massa da criança;
- no juro pago por um empréstimo, que é calculado em função da quantia emprestada;
- no cálculo de áreas de figuras geométricas em função das medidas de seus lados;
- na posição do automóvel na pista em função do tempo.

Nesta aula, vamos conhecer a Função Polinomial do 2º Grau ou Função Quadrática.

1. Reconhecendo uma função quadrática

Pedro quer fazer uma horta para plantar couve e beterraba em seu terreno. A figura a seguir representa parte do terreno que ele reservou para esta horta. Podemos determinar uma fórmula para calcular a área total da horta (y) em função de (x).

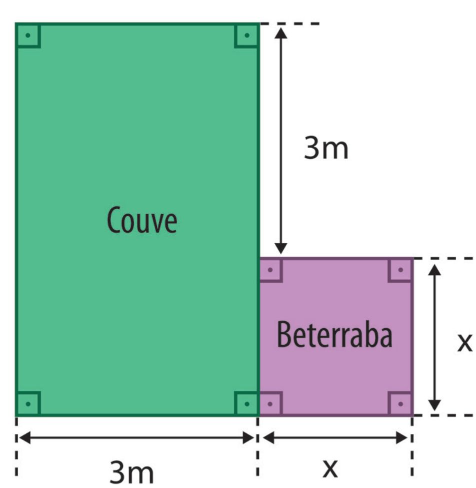


Figura 36.1: Área da horta de Pedro

Note que a área destinada para o plantio de beterraba possui a forma de um quadrado, medindo x metros de lados. Calculando a área desse quadrado, temos:

Área do quadrado

$$Aq = x.x = x^2$$

A área destinada ao plantio de couve tem a forma de um retângulo, com lado medindo 3m e (x + 3) m. Calculando a área, obtemos:

Área do retângulo

$$Ar = b.h = 3.(x + 3) = 3x + 9$$

Como queremos obter a área total da horta, somamos as duas áreas:

$$y = Aq + Ar$$

$$y = x^2 + 3x + 9$$

onde y é a área total;

x^2 é a área do plantio de beterraba;

$3x + 9$ é a área do plantio de couve.

A fórmula $y = x^2 + 3x + 9$ corresponde à função quadrática.

Uma função quadrática ou função polinomial do 2º grau é toda função que pode ser representada por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

ou

$$y = ax^2 + bx + c$$

Em que:

- *a, b* e *c* são os coeficientes reais, com $a \neq 0$;
- *a* é o coeficiente de x^2;
- *b* é o coeficiente de x;
- *c* é o termo independente;
- *x* e *y* são as variáveis.

Veja alguns exemplos:

- $y = x^2 - x + 3$
- $y = x^2 - 4x$
- $y = -x^2 - 1$

Para determinar o valor de uma função quadrática, basta substituir o valor de x (domínio) na função.

Exemplos:

- Qual é o valor da função $y = -x^2 + 1$ para $x = -1$?

  Vamos substituir o valor de x e achar o valor da função:

  $y = -(-1)^2 + 1 = 0$

- Dada a função $y = 5x^2 + 10$, determine a imagem de $\sqrt{3}$.

  Para determinar a imagem do domínio $\sqrt{3}$, basta substituir este valor em *x*.

  $y = 5.\left(\sqrt{3}\right)^2 + 10 \Rightarrow y = 5.3 + 10 \Rightarrow y = 25$

  Logo, a imagem de $\sqrt{3}$ é 25.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 1

Dados os coeficientes a, b e c, escreva em seu caderno a função quadrática na forma $y = ax^2 + bx + c$.

a) $a = -2$, $b = 5$ e $c = 15$

b) $a = 8$, $b = \frac{1}{2}$ e $c = -3$

c) $a = \frac{3}{5}$, $b = 0$ e $c = -\frac{1}{5}$

d) $a = 1$, $b = 0$ e $c = 0$

Anote as respostas em seu caderno

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 2

Dada a função polinomial do 2º grau $y = 2x^2 - 6$, determine:

a) f(5)

b) f(−2)

c) a imagem de $\sqrt{11}$

d) f(0)

Anote as respostas em seu caderno

2. Raiz ou zero de uma função quadrática

Para determinar as raízes ou zeros da função y = ax²+ bx + c, basta resolver a equação ax²+ bx + c = 0.

Exemplos:

Exemplo 1: Determine os zeros da função y = x² – 5x + 6.

Solução:

x² – 5x + 6 = 0 com a = 1; b = -5 e c = 6

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} \left\langle \begin{array}{l} x' = \dfrac{5+1}{2} = 3 \\ x'' = \dfrac{5-1}{2} = 2 \end{array} \right.$$

Podemos afirmar que essa função possui duas raízes ou dois zeros (x' = 2 e x" = 3).

No plano cartesiano, os zeros da função correspondem às abscissas dos pontos de intersecção do seu gráfico com eixo x.

Exemplo 2: Determine os zeros da função y = – x² + 1

Solução:

– x² + 1 = 0

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4.(-1).1}}{2.(-1)} \Rightarrow x = \frac{\pm\sqrt{4}}{-2} \left\langle \begin{array}{l} x' = \dfrac{2}{-2} = -1 \\ x'' = \dfrac{-2}{-2} = 1 \end{array} \right.$$

Podemos afirmar que a função possui dois zeros (x' = – 1 e x" = 1).

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 3

Determine os zeros (ou raízes) das seguintes funções.

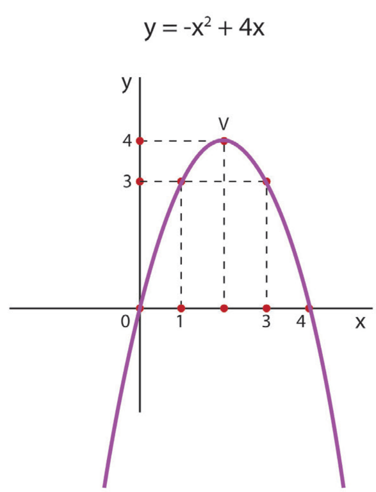
a) y = x² – 6x + 9 b) y= – 5x² + 3x – 4

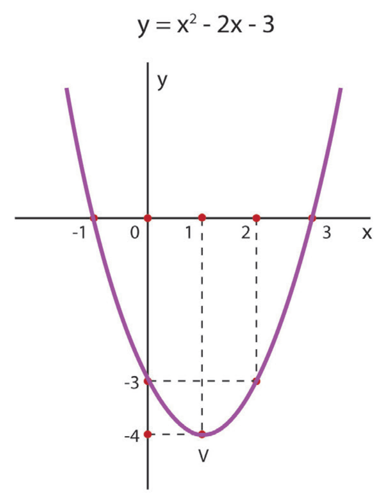
Anote as respostas em seu caderno

3. Determinando as coordenadas do vértice, o valor máximo e o valor mínimo de uma função quadrática

3.1 Os vértices de uma função quadrática

Observe os gráficos das funções:





Nos dois casos, podemos perceber que a abscissa do vértice corresponde à semissoma (soma dos valores das raízes e divisão do resultado dessa soma por 2) dos zeros da função.

Assim, obtemos a abscissa do vértice da parábola usando a semissoma dos zeros da função:

$$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad e \qquad x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_v = \frac{\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}{2} \Rightarrow x_v = \frac{\dfrac{-2b}{2a}}{2} \Rightarrow x_v = \frac{-2b}{2a}.\frac{1}{2} \Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a}$$

Logo, podemos definir que a abscissa do vértice da parábola é:

$$x_V = \frac{-b}{2a}$$

A ordenada do vértice é obtida substituindo o $x_v = \frac{-b}{2a}$ na variável x da função $y = ax^2 + bx + c$, onde teremos:

$$y_v = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c$$

$$y_v = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} \Rightarrow y_v \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a}$$

Lembrando que: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Logo, temos:

$y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$

Podemos concluir que:

No primeiro caso, o vértice da parábola é: V (2,4).

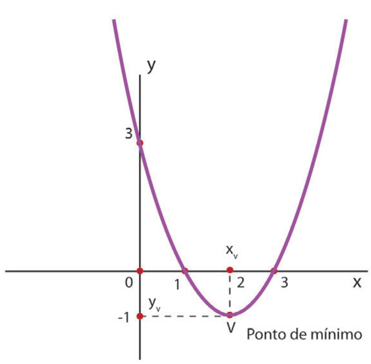
No segundo caso, o vértice da parábola é: V (1,-4).

3.2 Valor de Mínimo e Valor de Máximo da função quadrática

Observe os gráficos das funções quadráticas abaixo:

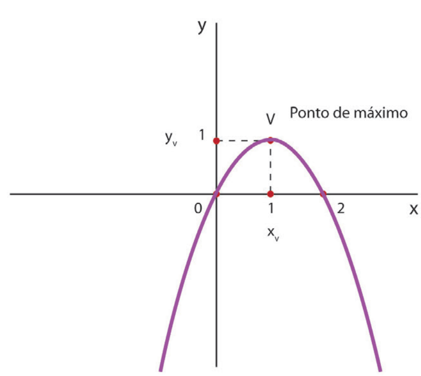
$y = x^2 - 4x + 3$

$a > 0$



$y = -x^2 + 2x$

$a < 0$



Podemos concluir que:

Se $a > 0$, a função $y = ax^2 + bx + c$ tem ponto de mínimo, o vértice.

Se $a < 0$, a função $y = ax^2 + bx + c$ tem ponto de máximo, o vértice.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 4

Um golfinho realiza um salto cuja trajetória é uma parábola. A função que representa essa parábola é $y = -x^2 + 4x$. Quais as coordenadas do ponto no qual esse golfinho atinge a sua altura máxima?

Anote as respostas em seu caderno

3.3 Construção do gráfico de uma função quadrática

Para a construção do gráfico de uma função quadrática devemos seguir alguns passos. Vejamos uma sequência prática:

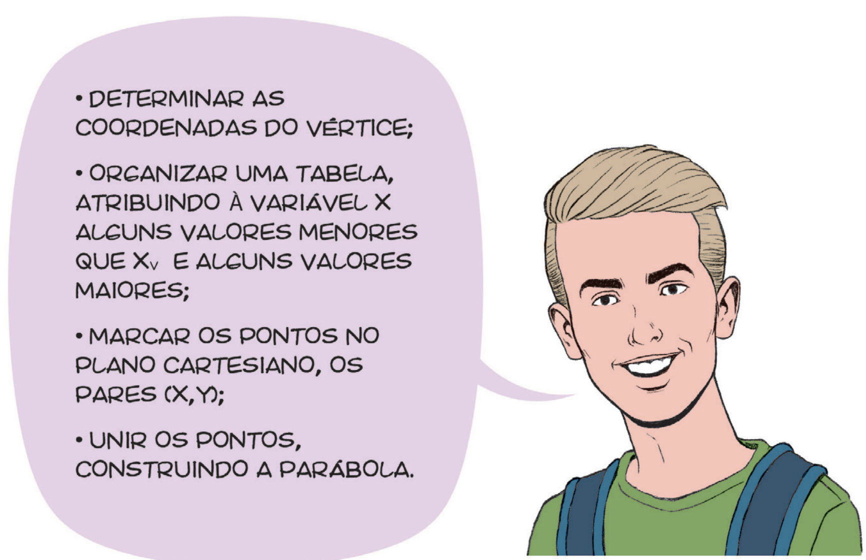


Figura 36.2: os passos da construção do gráfico de uma função quadrática.

Exemplo:

Construa no plano cartesiano o gráfico da função:

- $y = x^2 - 4x + 5$

Vamos seguir a sequência:

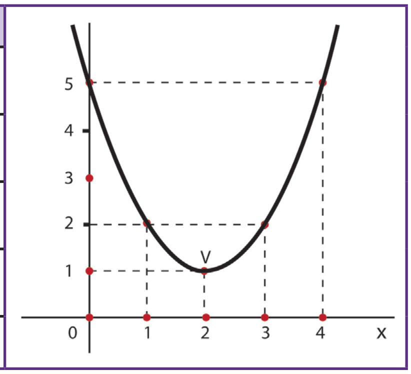
$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-4)}{2.1} \Rightarrow x_v = 2$$

Substituindo o valor de xv em yv, temos:

Logo, temos V (2,1).

Vamos montar uma tabela, atribuindo valores de x menores e maiores que x_v (2).

x	y	(x, y)
0	5	(0, 5)
1	2	(1, 2)
2	1	(2, 1)
3	2	(3, 2)
4	5	(4, 5)



Saiba mais

O vídeo abaixo apresenta, passo a passo, a construção do gráfico de uma função quadrática.

https://www.youtube.com/watch?v=BeLCo7GxPeI

Resumo

- Função polinomial do 2º grau, ou função quadrática, é toda função definida por uma fórmula do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$;
- Para se determinar o valor de uma função do 2º grau, basta substituir o valor de x (domínio) na função;
- Para se determinar as raízes ou zeros da função $y= ax^2 + bx + c$, basta resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$;
- No plano cartesiano, os zeros da função correspondem às abscissas

dos pontos de intersecção do seu gráfico com eixo x;

- O vértice da parábola é o ponto em que a função muda seu comportamento com relação ao seu crescimento ou decrescimento. O vértice é o ponto: $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$;
- Para a construção de um gráfico de uma função quadrática, você deve determinar os vértices; encontrar alguns pontos que pertencem a essa função; marcar os pontos no plano cartesiano e, por fim, unir esses pontos.

Referências

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática - 9º ano*. 3ª ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARROSO, Juliane Matsubara. *Matemática. Projeto Araribá: 8ª série*. 1ª ed. São Paulo: Editora Moderna, 2006.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática 9º ano*. 7a ed. São Paulo: Editora Moderna, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática – Ensino Fundamental 2 – 9º ano* 2a ed. São Paulo: Editora Ática, 2015.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy. *A conquista da Matemática - Nova - 8ª série*. 1ª ed. São Paulo: editora FTD, 1998.

SOUZA, Joamir e PATARO, Patricia Moreno. *Vontade de Saber Matemática, 9º ano*. 3a ed. São Paulo: Editora FTD, 2015.

YOUSSEF, Antonio Nicolau; PACHI, Clarice Gameiro da Fonseca e HESSEL, Heloisa Maria. *Linguagens e aplicações: Matemática. Ensino Fundamental - Anos Finais - 9º ano*. 1ª ed. São Paulo: Cereja Editora, 2015.

Respostas das atividades

Atividade 1

Para escrever a função na forma de $y = ax^2 + bx + c$, basta substituir os coeficientes pelos valores dados.

a) y = − 2x² + 5x +15

b) $y = 8x^2 + \frac{1}{2}x - 3$

c) $y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{5}$

d) $y = x^2$

Atividade 2

Nesta atividade, vamos substituir o valor de x, dado em cada item para obter o valor da função, isto é, o valor de y, pois f(x) = y.

a) $f(5) = 2.\ 5^2 - 6 = 44.$

b) $f(-2) = 2.\ (-2)2^2 - 6 = 2.$

c) $f(\sqrt{11}) = 2.(\sqrt{11})^2 - 6 = 16$

d) $f(0) = 2.0^2 - 6 = -6.$

Atividade 3

a) $x^2 - 6x + 9 = 0$ temos a = 1; b = -6 e c = 9

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.1.9}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36-36}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{6+0}{2} = 3 \\ x'' = \frac{6-0}{2} = 3 \end{cases}$$

Podemos afirmar que a função só tem um zero (x = 3).

b) $-5x^2 + 3x - 4 = 0$ temos a = -5; b = 3 e c = -4

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4.(-5).(-4)}}{2.(-5)} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-80}}{-10} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{-71}}{-10}$$

Como Δ <0 (−7), podemos afirmar que a função não possui zeros; portanto, seu gráfico não corta o eixo das abscissas (eixo x).

Atividade 4

$y = -x^2 + 4x$

$x_v = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \dfrac{-4}{-2} = 2$

$y_v = -2^2 + 4.2 \Rightarrow y_v = 4$

Optamos aqui por determinar o y_v substituindo o x_v na função. Poderíamos também encontrar o y_v utilizando a fórmula $y_v = \dfrac{-\Delta}{4a}$

As coordenadas da altura máxima que o golfinho atinge é (2, 4).

Exercícios

1. Entre as sentenças abaixo, marque as que são funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 6x + 10$

b) $y = 4x^2$

c) $y = 5x - 7$

d) $y = x(3x - 2)$

2. Dada a função quadrática $y = 3x^2 - 4x + 1$, determine:

a) Os coeficientes a, b e c;

b) y para $x = 0$, $x = 1$ e $x = -3$

3. Determine os zeros de cada uma das funções quadráticas.

a) $y = x^2 - 6x + 8$

b) $y = -x^2 + 6x - 9$

4. Durante uma partida de futebol, ao cobrar um tiro de meta, o goleiro chutou a bola e esta percorreu uma trajetória na forma de uma parábola expressa pela lei $f(x) = -x^2 + 8x$, em que f(x) indica a altura que a bola alcançou e x representa a distância em metros que a bola percorreu na direção horizontal. Qual foi a altura máxima atingida pela bola?

5. Construa o gráfico da função quadrática $y = x^2 - 2x + 1$.

Respostas dos exercícios

1. a) Sim
   b) Sim
   c) Não. É uma função linear.
   d) Sim. Veja que, multiplicando $x(3x - 2)$, temos: $3x^2 - 2x$, isto é, $y = 3x^2 - 2x$.

2.

a) a = 3; b = −4 e c = 1

b) $f(0) = 3.(0)^2 - 4.(0) + 1 \rightarrow f(0) = 1$

$f(1) = 3.(1)^2 - 4.(1) + 1 \rightarrow f(1) = 3 - 4 + 1 \rightarrow f(1) = -1 + 1 \rightarrow f(1) = 0$

$f(-3) = 3.(-3)^2 - 4.(-3) + 1 \rightarrow f(-3) = 3.9 + 12 + 1 \rightarrow f(-3) = 27 + 12 + 1 \rightarrow f(-3) = 40$

3.

a) $y = x^2 - 6x + 8$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.1.8}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \Rightarrow x = \frac{6 \pm 2}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{6+2}{2} \Rightarrow x_1 = 4 \text{ e } x_2 = \frac{6-2}{2} \Rightarrow x_2 = 2$$

S = {2,4}

b) $y = -x^2 + 6x - 9$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4.(-1).(-9)}}{2.(-1)} \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{-2} \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{-2} \Rightarrow x = \frac{-6}{-2} \Rightarrow x_1 = x_2 = 3$$

S = { 3 }

4. Para se determinar a altura máxima atingida pela bola, basta aplicar a fórmula para encontrar a ordenada do vértice: $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ da função quadrática $f(x) = -x^2 + 8x$.

Sabendo que a = − 1, b = 8 e c = 0, substituímos esses coeficientes na fórmula:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \Rightarrow \frac{-[8^2 - 4(-1).0]}{4.(-1)} \Rightarrow \frac{-[64+0]}{-4} \Rightarrow \frac{-64}{-4} \Rightarrow 16, \text{ isto é,}$$

a altura máxima atingida pela bola foi de 16m.

5 . $y = x^2 - 2x + 1$

Vamos seguir a sequência: $x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-2)}{2.1} \Rightarrow x_v = 1$

Substituindo o valor de x_v em y_v, temos:

$y_v = (1)^2 - 2.1 + 1 = 0$

Logo, temos V (1,0).

Vamos montar uma tabela, atribuindo valores de x menores e maiores que x_v (2).

x	y	(x, y)
0	1	(0, 1)
1	0	(1, 0)
2	1	(2, 1)
3	4	(3, 4)
4	9	(4, 9)