UNIVERSIDAD NACIONAL “SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO”

FACULTAD DE CIENCIAS

NÚMEROS PRIMOS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS NÚMEROS PRIMOS DE MERSENNE

Responsable:

Dr. Bibiano Martin Cerna Maguiña

Co-responsables:

M.Cs. Perpetua María Alayo Meregildo

M.Cs. Miguel Ángel Yglesias Jáuregui

Mag. Juan Modesto Olivera Sanchez

Dr. Carlos Antonio Reyes Pareja

M.Cs. Hever Hinostroza Encarnación

M.Cs. Cesar Augusto Gonzales Chiclayo

Lic. Jackson García Muñoz

M.Cs. Victor Alberto Pocoy Yauri

Lic. Segundo Oscar Minaya Salinas

M.Cs. Nelida Bustamante Malaver

M.Cs. Rubén Mario Leiva Bernuy

Huaraz - Perú

Resumen

Dentro de la comunidad matemática mundial el problema de la primalidad de números primos de Mersenne es relevante por constituir un problema abierto y sirve de motivación para construir otras teorías, es por está razón el propósito del presente trabajo de investigación es “construir un algoritmo que nos permita obtener números primos hasta mas de 22 millones de cifras apartir de un número primo de Mersenne”.

Está investigación de tipo descriptivo y explicativo; se hizo realidad haciendo uso del teorema 1, la observación 3 y la tabla de números primos de Mersenne, los mismos que son validados por los métodos de análisis, la deducción y la inducción matemática.

Como resultado del estudio y las verificaciones que el caso amerita, efectivamente como una aplicación del teorema 1 se logra obtener y generar números primos planteados sobrepasando inclusive hasta cifras muy grandes(millones de cifras), los mismos que pueden ser fácilmente comprobados mediante la ayuda de una computadora. Asimismo, con un procedimiento similar a la demostración del teorema 1.1. de [1] se logra establecer el teorema 1 sustento del presente trabajo algebraico.

Palabras claves:
Algoritmo, números primos y números primos de Mersenne.

Abstract

In the world mathematical community, the problem of Mersenne prime number primality is relevant because it is an open problem and serves as a motivation to build other theories. The reason for this investigation is "create build an algorithm for obtain prime numbers with more than 22 million digits from a prime Mersenne number".

This descriptive and explanatory type of research and we obtain results using the theorem 1, the remark 3 and the table of prime numbers of Mersenne, which are validated by the analysis methods, deduction and mathematical induction.

We obtain the algorithm and show as the application of the theorem 1. We obtain results and generated prime numbers that exceed the million digits and this can be checked with computer. Likewise, with a procedure similar to the proof of Theorem 1.1. of cite cerna is possible to establish theorem 1 of the present algebraic work.

Keywords:
Algorithm, prime numbers and Mersenne prime numbers.

1. Introducción

En la comunidad matemática mundial el problema de la primalidad de números de Mersenne dados es un problema abierto, dado que los números primos tienen trascendencia en la tecnología de hoy en día, pues lo vemos presente en tarjetas de crédito, débito, transacciones financieras, etc. Creemos que nuestra investigación contribuirá en conocer un poco mas a estos maravillosos números.

Animados también por el artículo “Algunos resultados sobre números primos” (ver [1]) y por el premio que ofrecen para aquel que exhiba un número primo de cien millones de cifras, en esta investigación se pudo obtener dicho número que posee más de cien millones de cifras, tal objetivo fue logrado usando el teorema 1.3 de [1] y el uso de la tabla de números primos de Mersenne.

Adicionalmente se logró un teorema similar al teorema 1.1 de [1], el cual puede ser usado para construir números primos en base a los números primos de Mersenne.

Así mismo se puede conjeturar que es posible estudiar los primos gemelos usando las ideas que se virtieron en el artículo [1].

En este trabajo $\mathbb{N}$ representa el conjunto de los números naturales, $\overset{\circ}{n}$ representa el conjunto de los múltiplos de n.

Si (X, d) es un espacio métrico y A, B son subconjuntos de X, entonces $d(A, B) = \inf\limits_{\substack{x \in A \\ y \in B}} d(x, y)$ es la distancia entre el conjunto A y el conjunto B.

$\mathbb{Q}^+$ es el conjunto de los números racionales positivos.

2. Hipótesis

Se puede elaborar un algoritmo eficiente que permita obtener un número primo a partir de un número primo de Mersenne.

3. Bases teóricas

El problema que estudiaremos se centra en la búsqueda de números primos más concretos, los números primos de Mersenne, llamados así en honor al monje, filósofo y matemático Frances Marin Mersenne. Aunque a lo largo de la historia han sido analizados por renombrados matemáticos incluso anteriores a Mersenne, inicialmente se pensaba que cualquier número de la forma $2^p - 1$ (con p primo) sería primo en todos los casos, veremos a continuación un repaso histórico:

En 1536, Hudalricus Reius fue capaz de demostrar que esto no es cierto para el caso $2^{11} - 1$.

En 1588, Pietro Cataldi confirmó que $2^{17} - 1$ y $2^{19} - 1$ son primos, también afirmó que para exponentes 23,29,31,37 serían primos, pero Fermat en 1640 y Euler en 1738 demostraron que esa afirmación no fue correcta.

En 1644, fue por fin Mersenne, en su obra "Cognitata Physica-Mathematic", quien postuló que los números de la forma $2^n - 1$ eran números primos para: $n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257$; pero incluyó erróneamente los exponentes 67 y 257. Además el mismo reconoció que no sabía cómo comprobar la primalidad de todos aquellos números.

En 1772, Leonard Euler demostró que $2^{31} - 1$ es un número primo.

En 1876, con la aparición de las primeras calculadoras, Edouard Lucas verifica la primalidad de $2^{127} - 1$.

En 1883, Ivan Mikheevic Pervushin demuestra que es primo, por lo cual encuentra la primera omisión en la lista de Mersenne.

En 1903, F.N. Cole en una reunión de la American Matematical Society demostró que $2^{257} - 1$ no era número primo.

En 1911 y 1914 Ralp Ernest Powers demuestra dos omisiones en la lista de números primos de Mersenne $2^{89} - 1$ y $2^{107} - 1$, con eso se ve totalmente comprobado que la lista correcta es $n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 9, 107, 127$.

En 1996 surge el proyecto GIMPS, el cual se dedica a la búsqueda de números primos de Mersenne mediante el uso colaborativo de recursos a través de la red y la computación distribuida. Desde el inicio del proyecto han logrado encontrar 13 nuevos números primos de Mersenne, el último de ellos el 25 de enero del 2013 que es $2^{57885161} - 1$ que tiene la nada despreciable longitud de 17425170 cifras.
Además debemos acotar que los números primos de Mersenne son números que terminan en la cifra siete o uno.

Definición 1. *(Números de Mersenne)*
Sea $n \in \mathbb{N}$. Se dice que M_n es un número de Mersenne si

$$M_n = 2^n - 1$$

Decimos que un número de Mersenne es primo si M_n es primo para n primo.

En esta sección se obtiene el teorema (1), el cual es similar al teorema 1.1 de [1] y usando la observación (2) se muestra los resultados mencionados en la introducción.

Teorema 1. *Sea p un número primo que termina en uno, entonces $p + 10L$, $(L \in \mathbb{N})$ es un número primo si las siguientes condiciones son satisfechas:*

(i) $\dfrac{p+10L-81}{90}, \dfrac{p+10L-21}{70}, \dfrac{p+10L-21}{30} \notin \mathbb{N}$.

(ii) *Los números enteros que pertenecen a los intervalos* $\left\langle \dfrac{p-81}{90}, \dfrac{p+10L-71}{90} \right\rangle$, *no son solución entera de la ecuación*

$$p + 10L = (10x+9)(10y+9).$$

(iii) *Los números enteros* y_0 *pertenecientes al intervalo* $\left\langle \dfrac{p-21}{70}, \dfrac{p+10L-21}{90} \right\rangle$ *y los números enteros* x_0 *pertenecientes al intervalo* $\left\langle \dfrac{p-21}{30}, \dfrac{p+10L-21}{90} \right\rangle$, *no son soluciones de la ecuación*

$$p + 10L = (10x+7)(10y+3).$$

(iv) *Los números enteros que pertenecen al intervalo* $\left\langle \dfrac{p-1}{10}, \dfrac{p+10L-1}{10} \right\rangle$, *no son solución entera de la ecuación*

$$p + 10L = (10x+1)(10y+1).$$

Demostración. Supongamos que $p+10L$ no es un número primo. En este caso L es un número natural fijo.

Por lo tanto se presentan 3 casos posibles:

$$p + 10L = (10A+9)(10B+9),\ (A,B) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \tag{1}$$

$$p + 10L = (10C+7)(10D+3),\ (C,D) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \tag{2}$$

$$p + 10L = (10E+1)(10F+1),\ (E,F) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}. \tag{3}$$

Del caso (1) y de las condiciones *(i)* y *(ii)* tenemos que:

De (1) como $(A,B) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ es solución entera de la ecuación:

$$p + 10L = (10x+9)(10y+9) \tag{4}$$

La recta $y = B$ intersecta la curva de ecuación

$$p = (10x+9)(10y+9)$$

en el punto (x_0, B),

$$p = (10x_0+9)(10B+9) \tag{5}$$

De (1) y (5) tenemos

$$10L = [10(A - x_0)]\,[10B + 9]$$

$$A - x_0 = \frac{L}{10B + 9} \tag{6}$$

Análogamente la recta $x = A$ intersecta la curva de ecuación

$$p = (10x + 9)(10y + 9)$$

en el punto (A, y_0), luego tenemos

$$B - y_0 = \frac{L}{10A + 9} \tag{7}$$

Además de (1)

$$\sqrt{p + 10L} \leq 10A + 9 \;\vee\; \sqrt{p + 10L} \leq 10B + 9 \tag{8}$$

De las relaciones (8), (6) y (7) tenemos

$$0 < A - x_0 \leq \frac{L}{\sqrt{p + 10L}} \;\vee\; 0 < B - y_0 \leq \frac{L}{\sqrt{p + 10L}} \tag{9}$$

Para p grande y siendo L fijo tenemos que de (9) $A = x_0 \vee B = y_0$, con lo cual (A, B) sería solución de la ecuación $p = (10x + 9)(10y + 9)$, lo cual es falso pues p es un número primo.

De las condiciones *(i)* y *(iii)* y de la relación (2) se obtiene resultado similar a lo obtenido de las condiciones *(i)*, *(ii)* y la relación (1).

Resultado análogo se obtiene de las condiciones *(i)* y *(iv)* y la relación (3). $\square$

Observación 2. *La distancia entre las curvas:*

$$\mathcal{C}_1 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (10x + 9)(10y + 9) = p\right\} \;\; y$$

$$\mathcal{C}_2 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (10x + 9)(10y + 9) = p + 10L\right\}$$

$L \in \mathbb{N}$, L fijo, cuando (x, y) pertenece al primer cuadrante es de:

$$d(\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2) = \inf_{\substack{x \in \mathcal{C}_1 \\ y \in \mathcal{C}_2}} d(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}\left[\sqrt{p + 10L} - \sqrt{p}\right],$$

en este caso d es la métrica euclidiana y p es un número primo.

La distancia entre las curvas:

$$\mathcal{C}_3 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (10x+7)(10y+3) = p\right\} \ \ y$$

$$\mathcal{C}_4 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (10x+7)(10y+3) = p + 10L\right\}$$

cuando (x,y) pertenece al primer cuadrante es de:

$$d(\mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4) = \inf_{\substack{x \in \mathcal{C}_3 \\ y \in \mathcal{C}_4}} d(x,y) = \frac{\sqrt{2}}{10}\left[\sqrt{p+10L} - \sqrt{p}\right],$$

La distancia entre las curvas:

$$\mathcal{C}_5 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (10x+1)(10y+1) = p\right\} \ \ y$$

$$\mathcal{C}_6 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (10x+1)(10y+1) = p + 10L\right\}$$

cuando (x,y) pertenece al primer cuadrante es de:

$$d(\mathcal{C}_5, \mathcal{C}_6) = \inf_{\substack{x \in \mathcal{C}_5 \\ y \in \mathcal{C}_6}} d(x,y) = \frac{\sqrt{2}}{10}\left[\sqrt{p+10L} - \sqrt{p}\right],$$

luego si $L = 1$ tenemos de (9)

$$\frac{1}{\sqrt{p+10}} \geq A - x_0 \geq \frac{\sqrt{2}}{10}\left[\sqrt{p+10} - \sqrt{p}\right]$$

es decir si p es primo que termina en uno, entonces $p+10$ es primo si

$$\frac{p-71}{90}, \frac{p-11}{70}, \frac{p-11}{30} \notin \mathbb{N}$$

este p según las restricciones y cotas puede tomar desde el valor de $p = 101$.

Observación 3. *Sean p y q números primos que terminan en uno, donde $p < q$, $q \neq p + 10$ como*

$$\lim_{p\to\infty} I(p) = \lim_{p\to\infty} \left[\frac{\sqrt{2}}{10}\left(\sqrt{p+10} - \sqrt{p}\right), \frac{1}{\sqrt{p+10}}\right] = \{0\},$$

entonces dado $\epsilon > 0$, existe p_0 tal que $l(I(p)) < \epsilon, \forall p \geq p_0$. Por lo tanto si p es un número primo que termina en uno y $p+10$ es un número primo, entonces para $p < q$, donde q es un número primo que termina en uno, $q+10$ será primo si:

$$\frac{q-71}{90}, \frac{q-11}{70}, \frac{q-11}{30} \notin \mathbb{N}.$$

Teorema 4. *Sea P un número primo que termina en uno,*

$$\frac{P-11}{70}, \frac{P-11}{30}, \frac{P-71}{90} \notin \mathbb{N}.$$

Sea (A,B) la solución entera de la ecuación $P+10=(10x+7)(10y+3)$, luego

$$(A,B)=\left(\frac{P-11-10\lambda}{30}, \frac{3\lambda}{P-10(\lambda-1)}\right) \ \ o$$

$$(A,B)=\left(\frac{7\lambda}{P-10(\lambda-1)}, \frac{P-11-10\lambda}{70}\right), \ \textit{para algún } \lambda \in \mathbb{N}.$$

Además si P es un número primo grande, entonces

$$(A,B)=\left(\frac{P-11-10\lambda}{30}, 0\right) \ \ o \ (A,B)=\left(0, \frac{P-11-10\lambda}{70}\right).^{o}$$

Demostración. La intersección de la curva $\mathcal{C}_1 : P+10=(10x+7)(10y+3)$ con los ejes coordenados son los puntos $\left(\frac{P-11}{30}, 0\right)$, $\left(0, \frac{P-11}{70}\right)$. Por lo tanto los posibles números enteros son de la forma:

$$x=\frac{P-11-10\lambda}{30} \text{ o } y=\frac{P-11-10\lambda}{70}, \ \lambda \in \mathbb{N}$$

al reemplazar $x=\frac{P-11-10\lambda}{30}$, en la ecuación de la curva $\mathcal{C}_1$ tenemos que $y_0=\frac{3\lambda}{P-10(\lambda-1)}$, donde $\lambda=1,2,....$ Análogamnte para $y=\frac{P-11-10\lambda}{70}$ se obtiene el punto $x_0=\frac{7\lambda}{P-10(\lambda-1)}$, $\lambda=1,2,....$ Como (A,B) es solución entera de la ecuación significa que (A,B) es de la forma mencionada.
Para $x_1=\frac{P-11-10\lambda}{30}$, $\lambda=1,2,...$ la altura $y_1=\frac{3\lambda}{P-10(\lambda-1)}$ pertenece a la curva $\mathcal{C}_1$. Para es esta misma abscisa tenemos que $y_2=\frac{\lambda-1}{P+10-10\lambda}$ pertenece a la curva $\mathcal{C}_2 : P=(10x+7)(10y+3)$, entonces si

$$0<B-\widetilde{y}_0<\frac{1}{\sqrt{P+10}} \text{ o } 0<A-\widetilde{x}_0<\frac{1}{\sqrt{P+10}}$$

ver [1], considerando el primer caso tenemos:
Para $\lambda=2$ tenemos: $0 \leq \frac{5}{P-20}-\frac{3}{P-10} \leq \frac{6}{P-10}-\frac{3}{P-10} \leq \frac{1}{\sqrt{P+10}}$.

Para $\lambda = 3$ tenemos: $0 \leq \dfrac{8}{P-30} - \dfrac{6}{P-20} \leq \dfrac{9}{P-20} - \dfrac{6}{P-20} \leq \dfrac{1}{\sqrt{P+10}}$.
Continuando este proceso obtenemos:

$$0 \leq \frac{3(\lambda+1)-1}{P-10-10\lambda} - \frac{3\lambda}{P-10\lambda} \leq \frac{1}{\sqrt{P+10}}, \ \lambda = 1, 2....$$

Realizando operaciones tenemos:

$$0 \leq \frac{3\lambda}{P-10-10\lambda} - \frac{3\lambda}{P-10\lambda} \leq \frac{1}{\sqrt{P+10}} - \frac{2}{P-10-10\lambda} \leq \frac{1}{\sqrt{P+10}}.$$

Luego

$$\frac{1}{P-10-10\lambda} - \frac{1}{P-10\lambda} \leq \frac{1}{3\lambda}.\frac{1}{\sqrt{P+10}}.$$

Integrando obtenemos

$$\int_1^\lambda \frac{d\lambda}{P-10-10\lambda} - \int_1^\lambda \frac{1}{P-10\lambda} d\lambda \leq \int_1^\lambda \frac{d\lambda}{3\lambda\sqrt{P+10}},$$

realizando operaciones obtenemos:

$$\frac{(P-10\lambda)}{(P-10-10\lambda)}.\frac{(P-20)}{(P-10)} \leq \lambda^{\frac{10}{3\sqrt{P+10}}}$$

$$1 + \frac{10}{P-10-10\lambda} \leq \lambda^{\frac{10}{3\sqrt{P+10}}}.\left(1 + \frac{1}{P-20}\right),$$

de esta inecuación observamos que $P - 10 - 10\lambda$ debe ser grande pues P es grande con lo cual el valor de $B = \dfrac{3\lambda}{P-10\lambda+10}$ debe tender a cero.
Análogamente se obtiene para $0 < A - x_0 \leq \dfrac{1}{\sqrt{P+10}}$, lo siguiente:

$$1 + \frac{10}{P-10-10\lambda} \leq \lambda^{\frac{10}{7}\sqrt{P+10}} \left(1 + \frac{1}{P-20}\right).$$

consecuentemente $B = \dfrac{7\lambda}{P-10\lambda+10}$ debe tender a cero. $\square$

4. Materiales y métodos

En el ámbito de la matemática la metodología se rige a procesos de análisis y demostración matemática y por tanto su estudio es descriptivo como toda ciencia formal.

La presente investigación se inició efectuando revisiones bibliográficas acerca de números primos, números de Mersenne. Seguidamente se uso las funciones test y las condiciones de divisibilidad para comprobar manualmente la primalidad de algunos números de muchas cifras que son propuestos como consecuencia de los resultados de los algoritmos de la presente investigación.

5. Resultados

5.1. Número primo de treinta y tres millones de cifras

Sean $P_1 = 74207281$, $P_2 = 37156667$ donde P_1 y P_2 son dos números primos. Según la tabla de números primos de Mersenne (ver [4]) tenemos que:

$2^{74207281} - 1$ es un número primo que termina en 1.
$2^{37156667} - 1$ es un número primo que termina en 7.

Sea

$$K = \left(2^{74207281} - 1\right)\left(2^{37156667} - 1\right) \tag{10}$$

De (10) se obtiene los siguiente:

$$2^{74207281} - 1 = \overset{\circ}{7} + 1$$

$$2^{37156667} - 1 = \overset{\circ}{7} + 3$$

luego

$$\frac{k-7}{70} \notin \mathbb{N}, \frac{k+3}{70} \notin \mathbb{N}, \frac{k-17}{90} \notin \mathbb{N}, \frac{k-17}{30} \notin \mathbb{N}, \frac{k-27}{90} \notin \mathbb{N}, \frac{k-27}{30} \notin \mathbb{N}$$

y además existe un único $(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tal que $k = (10a+1)(10b+7)$ donde

$$a = \frac{(2^{74207281} - 2)}{10}, \ b = \frac{(2^{37156667} - 8)}{10}.$$

Además es claro que la ecuación

$$K = (10x + 9)(10y + 3) \tag{11}$$

no tiene solución entera positiva.

Por lo tanto supongamos que la ecuación

$$K + 10 = (10x + 9)(10y + 3) \tag{12}$$

tiene solución entera positiva,

luego existe $(A, B) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tal que en (12) se tiene

$$K + 10 = (10A + 9)(10B + 3) \tag{13}$$

La recta $Y = B$, intersecta la curva dada en (11),

luego tenemos

$$K = (10x_0 + 9)(10B + 3) \tag{14}$$

Análogamente la recta $X = A$, intersecta la curva dada en (11), luego se tiene

$$K = (10A + 9)(10y_0 + 3) \tag{15}$$

Note que $(x_0, y_0) \in \mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+$.

De las relaciones (13), (14) y (15) obtenemos lo siguiente:

$$0 < A - x_0 < \frac{1}{\sqrt{K+10}} \vee 0 < B - y_0 < \frac{1}{\sqrt{10+K}}$$

lo cual es falso junto con lo afirmado en (12), pues para K grande $A \cong x_0$, $y_0 \cong B$.

Aplicando el teorema 1.3 de [1] y la observación (3) tenemos que:

$$K + 10 = \left(2^{74207281} - 1\right)\left(2^{37156667} - 1\right) + 10$$

es un número primo de treinta y tres millones de cifras y termina en 7.

Análogamente el número

$$k_1 + 10 = \left(2^{74207281} - 1\right)\left(2^{25964951} - 1\right) + 10$$

es un número primo de treinta y tres millones de cifras y termina en 7.

5.2. Número primo de cincuenta y cinco millones de cifras

Sean

$$P_2 = \left(2^{74207281} - 1\right)\left(2^{37156667} - 1\right) + 10$$
$$P_3 = \left(2^{74207281} - 1\right) + 10$$

Por el resultado de la sección anterior P_2 es un número es un número primo que termina en siete.

P_3 es un número primo por el teorema (1) y la observación (3).

Sea $K_2 = P_2P_3$
Como
$$P_2 = \overset{\circ}{7}+6,\ P_3 = \overset{\circ}{7}+4 \Rightarrow K_2 = \overset{\circ}{7}+3$$
$$P_2 = \overset{\circ}{3}+2,\ P_3 = \overset{\circ}{3}+2 \Rightarrow K_2 = \overset{\circ}{3}+1$$
Luego
$$\frac{K_2-17}{90} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_2-17}{30} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_2-27}{90} \notin \mathbb{N}$$
$$\frac{K_2-27}{30} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_2-7}{70} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_2+3}{70} \notin \mathbb{N}$$

Por lo tanto aplicando el mismo raciocinio hecho en la sección 2, aplicando el teorema 1.3 de [1] y la observación (3) tenemos que:
$$K_2 = P_2P_3 + 10$$
es un número primo de cincuenta y cinco millones de cifras y termina en siete.

5.3. Número primo de setenta y siete millones de cifras

Sean
$$P_4 = P_2P_3 + 10$$
$$P_5 = 2^{74207281} - 1$$
P_4 y P_5 son números primos.

Sea
$$K_3 = P_4P_5 = (K_2 + 10)(P_3)$$
entonces
$$K_3 = \overset{\circ}{7}+3,\ K_3 = \overset{\circ}{3}+1$$
$$P_3 = \overset{\circ}{7}+4,\ P_3 = \overset{\circ}{3}+2$$
Por lo tanto
$$\frac{K_3-17}{90} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_3-17}{30} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_3-27}{90} \notin \mathbb{N}$$
$$\frac{K_3-27}{30} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_3-7}{70} \notin \mathbb{N},\ \frac{K_3+3}{70} \notin \mathbb{N}$$

Luego aplicando el racionio mencionado anteriormente, tenemos que
$$K_3 + 10 = P_4P_5 + 10$$
es un número primo de 77 millones de cifras.

5.4. Número primo de noventa y nueve millones de cifras

Sean

$$P_6 = P_4P_5 + 10$$

$$P_7 = P_3$$

P_6 y P_7 son números primos.

Sea

$$K_4 = P_6P_7 = (K_3 + 10)(P_3)$$

Entonces

$$K_4 = \overset{\circ}{7} + 3, \ K_4 = \overset{\circ}{3} + 1$$

Por lo tanto

$$\frac{K_4 - 17}{90} \notin \mathbb{N}, \ \frac{K_4 - 17}{30} \notin \mathbb{N}, \ \frac{K_4 - 27}{90} \notin \mathbb{N}$$

$$\frac{K_4 - 27}{30} \notin \mathbb{N}, \ \frac{K_4 - 7}{70} \notin \mathbb{N}, \ \frac{K_4 + 3}{70} \notin \mathbb{N}$$

Luego aplicando lo ya mencionado anteriormente tenemos que:

$$K_4 + 10 = P_6P_7 + 10$$

es un número primo de 99 millones de cifras.

5.5. Número primo de ciento doce millones de cifras

Siguiendo el esquema trazado, para

$$K_5 = (K_4 + 10)(P_3)$$

y aplicando lo mencionado anteriormente, $K_5 + 10$ es un número primo de ciento doce millones de cifras.

Continuando con este mismo proceso se pueden obtener más números primos, mucho más grandes.

6. Discusión

Se obtuvo teoremas que nos permiten garantizar que si P es un numero primo que termina en uno entonces $P + 10L$ continua siendo numero primo, bajo ciertas condiciones, donde L es un número natural fijo y es un numero mucho menor que P.

Usando los resultados de la sección anterior y la tabla de los números primos de Mersenne, se obtienen números primos mayores a los números primos de Mersenne, que a la vez son de varios millones de cifras; esto se logra verificando las condiciones dadas por los teoremas en los números primos de Mersenne y luego de manera recursiva se va generando números primos cada vez más grandes utilizando los números primos ya generados.

7. Conclusiones

Se concluye que si es posible elaborar un algoritmo eficiente que permita obtener un número primo a partir de un número primo de Mersenne y a partir de este algoritmo generar números primos tan grandes como se quiera.

8. Recomendaciones

Para tener una mayor certeza del algoritmo propuesto, en números específicos generados por el algoritmo, se recomienda que mediante la ayuda de supercomputadoras y otros algoritmos de verificación de la primalidad de un número, se haga la verificación para dichos números generados.

Referencias

[1] Cerna B. y Blas H.(2017). *Algunos resultados sobre números primos.* IJPAM (International Journal of Pure and Applied Mathematics).

[2] Niven I. y Zuckerman H.(1976). *Introducción a la Teoría de Números.* México: LIMUSA.

[3] Riemann. B.(1859) *Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einergegebenen Grosse, Monatsberichte der Berliner Akademie (Monatsberichte der Koniglichen Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* Berlin.

[4] Wikipedia, *https://es.wikipedia.org/wiki/Número_primo_de_Mersene*, lista de los números primos de Mersene.