

Урок 2 Домашнее задание "Элементарная алгебра"**1. Задание**

Напишите уравнение параболы, проходящей через три точки (x,y):
(1,2), (3,10), (5,1)

Решение

В общем виде, уравнение параболы: $y = ax^2 + bx + c$
Зная три точки (координаты x, y) нужно найти коэф.: a, b, c

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2 = a + b + c \\ 10 = 9a + 3b + c \\ 1 = 25a + 5b + c \end{cases}$$

В первом ур-ии выразим c через другие переменные и подставим во второе и

Третье уравнения

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ 10 = 9a + 3b + 2 - a - b \\ 1 = 25a + 5b + 2 - a - b \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ 8a + 2b = 8 \\ 24a + 4b = -1 \end{cases}$$

Разделим обе части второго уравнения на 2 и выразим b через a и подставим в третье уравнение

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ 24a + 4(4 - 4a) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ 24a + 16 - 16a = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ 8a = -17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ a = -\left(\frac{17}{8}\right) \end{cases}$$

Нашли a, найдем b

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4 * \left(-\left(\frac{17}{8}\right)\right) \\ a = -\left(\frac{17}{8}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 + \left(\frac{68}{8}\right) = \left(\frac{100}{8}\right) \\ a = -\left(\frac{17}{8}\right) \end{cases}$$

Теперь можно найти с

$$\begin{cases} c = 2 + \left(\frac{17}{8}\right) - \left(\frac{100}{8}\right) = -\left(\frac{67}{8}\right) \\ b = \frac{25}{2} \\ a = -\frac{17}{8} \end{cases}$$

Искомое уравнение параболы: $y = -\frac{17}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - \frac{67}{8}$

Ответ: $y = -\frac{17}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - \frac{67}{8}$

2. Задание

Известно, что свежий огурец на 99% состоит из воды. Месяц назад взвесили мешок со свежими огурцами. Получилось, что огурцов ровно 100 кг. Мешок убрали, а через месяц снова взвесили. Огурцы за это время усохли, и теперь вода составляет уже только 98% их веса. Сколько теперь (в кг) весят огурцы?

Решение

Пусть весь огурцов после усушки x кг

Тогда построим соотношение:

$$100 \text{ кг} : 99 = x : 98$$

$$99x = 100 \cdot 98$$

$$x = 98.9898 \text{ (кг)}$$

Ответ: вес огурцов получился примерно 98.99 кг

3. Задание 3. Определение логарифма. Решить уравнение

3.1 Задание

$$2^x = 256$$

Прологарифмируем обе части ур-я по основанию 2:

$$\log_2 2^x = \log_2 256;$$

$$x \cdot \log_2 2 = \log_2 256$$

$$x = \log_2 256$$

$$x = 8$$

Ответ: $x = 8$

3.2 Задание

$$2^x = 300$$

Прологарифмируем обе части ур-я по основанию 2:

$$\log_2 2^x = \log_2 300$$

$$x \cdot \log_2 2 = \log_2 300$$

$$x = \log_2 300$$

X равен примерно 8.22881...

Ответ: $x = \log_2 300$

3.3 задание со звездочкой(*)

$$\log_8 2^{8x-4} = 4$$

Из формулы $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$$(8x - 4) \log_8 2 = 4$$

Из формулы $\log_{a^h} b = \frac{1}{h} \cdot \log_a b$

$$\log_8 2 = \frac{1}{3} \cdot \log_2 2 = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$$

Тогда ур-ие принимает вид:

$$(8x - 4) \frac{1}{3} = 4 \quad | \text{умножим обе части на 3}$$

$$8x - 4 = 12$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$

3.4 Задание со звездочкой(*)

$$3^{\log_9(5x-5)} = 5$$

Воспользуемся формулой $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Тогда ур-ие примет вид:

$$(5x - 5)^{\log_9 3} = 5$$

$$\text{Т.к. } \log_9 3 = \frac{1}{2}$$

$$(5x - 5)^{1/2} = 5$$

$$\sqrt{5x - 5} = 5 \quad | \text{ возведем обе части ур-ия в квадрат}$$

$$5x - 5 = 25$$

$$x = 6$$

Ответ: $x = 6$

3.5 Задание со звездочкой(*)

$$x^{\log_3 x + 1} = 9$$

Прологарифмируем обе части ур-я по основанию 3:

Прологарифмируем по основанию 3:

$$\log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 9$$

$$(\log_3 x + 1) * \log_3 x = 2$$

Пусть $\log_3 x = a$, тогда ур-ие примет вид:

$$(a + 1) * a = 2$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

Решим квадратное ур-ие:

$$D = 1^2 - 4 * (1 * (-2)) = 9$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = -2$$

Отсюда имеем два решения

$$\log_3 x = 2 \text{ и } \log_3 x = -1$$

$$x_1 = 3^2 = 9;$$

$$x_2 = 3^{-1} = \frac{1}{3};$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 9; x_2 = \frac{1}{3};$$

4. Задание. Свойства логарифмов. Вычислить

$$4.1) \log_4 16 = 4$$

$$4.2) \log_{25} 5 = 1/2$$

$$4.3) \log_5 \frac{1}{25} = -2$$

$$4.4) \log_3 \sqrt{27} = 1.5$$

$$4.5) \log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = \log_2 4 = 2$$

$$4.6) \log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 (12 * 3) = \log_6 36 = 6$$

$$4.7) e^{\ln 5} = 5 \text{ (т.к. } e^{\log_e 5} \text{ и } a^{\log_a b} = b)$$

$$4.8) \frac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$$

$$4.9) \log_4 32 + \log_{0.1} 10 = \log_{2^2} 2^5 + \log_{10^{-1}} 10^1 = \frac{5}{2} \log_2 2 + \frac{1}{-1} \log_{10} 10 = \frac{5}{2} + \frac{1}{-1} = 1.5$$

$$4.10) 9^{\log_3 \sqrt{5}} = (3^2)^{\log_3 \sqrt{5}} = 3^{\log_3 \sqrt{5}^2} = \sqrt{5}^2 = 5$$