

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФ. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)

Р. М. Вивчарь, Д. И. Исаенко, Р. В. Киричек, А. В. Пачин

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ В КИБЕРФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Лабораторный практикум

СПб ГУТ)))

Санкт-Петербург
2024

УДК
ББК

Рецензент
кандидат технических наук,
доцент кафедры программной инженерии и вычислительной техники СПбГУТ
М. А. Бирюков

Утверждено
редакционно- издательским советом СПбГУТ
в качестве учебно-методического пособия

Вивчарь, Р. М.

Математические модели и алгоритмы управления в киберфизических системах : лабораторный практикум. / Р. М. Вивчарь, Д. И. Исаенко, Р. В. Киричек, А. В. Пачин : СПбГУТ. – СПб., – 118 с.

В соответствии с рабочей программой дисциплины «Математические методы и алгоритмы функционирования киберфизических систем» сформулированы лабораторные работы и практические задания. Изложены алгоритмы их выполнения.

Предназначено для методического сопровождения проведения лабораторных и практических занятий обучающихся по направлениям подготовки 09.03.04 «разработка программного обеспечения и приложений искусственного интеллекта в киберфизических системах» и 09.03.01 «искусственный интеллект в сетях шестого поколения (6G) со сверхвысокой плотностью»

УДК
ББК

© Вивчарь Р. М., Исаенко Д. И., Киричек Р. В.,
Пачин А. В., 2024

© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2024

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 1 Разработка и исследование аналитической модели телекоммуникационного оборудования как элемента киберфизической системы.....	4
Справочные данные	12
Сборник индивидуальных заданий	13
Лабораторная работа №2 Разработка и исследование имитационной модели телекоммуникационного оборудования как элемента киберфизической системы».....	19
Сборник индивидуальных заданий	38
Лабораторная работа 3 Разработка и исследование имитационной модели сети передачи данных как элемента киберфизической системы	44
Сборник индивидуальных заданий	65
Практическое занятие №1 Оценивание вероятности достижения целей функционирования киберфизической системы с помощью ее имитационной модели.....	72
Сборник индивидуальных заданий	78
Практическое занятие №2 Получение и исследование аналитической модели элемента киберфизической системы путем регрессионного анализа результатов моделирования	84
Лабораторная работа 4 Планирование вычислительного эксперимента с имитационной моделью элемента киберфизической системы	89
Лабораторная работа 5 Оценивание адекватности имитационной модели элемента киберфизической системы	109
Практическое занятие 3 Обоснование оптимального решения по управлению функционированием киберфизической системы	113

Лабораторная работа 1

Разработка и исследование аналитической модели телекоммуникационного оборудования как элемента киберфизической системы

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков разработки аналитических моделей физических объектов и сложных технических систем с использованием теории графов и случайных марковских процессов.

Длительность занятия: 6 академических часов.

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленным пакетом прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB;
- настоящее методическое пособие;
- сборник индивидуальных заданий.

Индивидуальное задание

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводится техническое обслуживание с периодичностью:

- 1 раз в месяц и средней продолжительностью 10 часов;
- 1 раз в год и средней продолжительностью 120 часов.

При нахождении ТУ на ежемесячном техническом обслуживании оно продолжает находиться в готовности к применению по назначению. Объем годового технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование. При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие:

- средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 300 часов;
- средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 2000 часов;
- среднее время восстановления составляет 12 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Задачи работы

1. Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

2. Оценить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению.

Постановка цели моделирования

Целью разработки модели поддержания ТУ в готовности является возможность оценивания вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии в зависимости от заданных параметров системы поддержания в готовности.

Разработка концептуальной модели

На первом этапе необходимо определить в каких возможных состояниях может находиться ТУ. Исходя из задания ТУ может находиться в следующих состояниях:

- S_1 – работоспособном состоянии, готово к применению по назначению;
- S_2 – неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению;
- S_3 – неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится годовое техническое обслуживание;
- S_4 – неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится ежемесячное техническое обслуживание;
- S_5 – работоспособном состоянии, готово к применению по назначению, проводится ежемесячное техническое обслуживание;
- S_6 – работоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится годовое техническое обслуживание;
- S_7 – неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводятся ремонтно-профилактические работы.

На втором этапе необходимо определить каковы возможные переходы из каждого состояния:

- из состояния 1:
 - в состояние 2, что обусловлено надежностью оборудования;
 - в состояние 5, что обусловлено необходимостью проведения ежемесячного технического обслуживания;
 - в состояние 6, что обусловлено необходимостью проведения годового технического обслуживания;
- из состояния 2:
 - в состояние 3, что обусловлено необходимостью проведения годового технического обслуживания;
 - в состояние 4, что обусловлено необходимостью проведения ежемесячного технического обслуживания;
- из состояния 3:

- в состояние 7, что обусловлено тем, что в результате проверки на функционирование ТУ, определённой объемом годового технического обслуживания, будет выявлен отказ оборудования.

- из состояния 4:

- в состояние 2, что обусловлено окончанием проведения ежемесячного технического обслуживания и невозможностью выявить отказ вследствие того, что объем ежемесячного технического обслуживания не предусматривает проверку на функционирование.

- из состояния 5:

- в состояние 1, что обусловлено окончанием проведения ежемесячного технического обслуживания;

- из состояния 6:

- в состояние 1, что обусловлено окончанием проведения годового технического обслуживания;

- в состояние 7, что обусловлено надежностными характеристиками ТУ и, как следствие, возможностью появления отказа при проверке ТУ на функционирование, определенной объемом годового технического обслуживания;

- из состояния 7:

- в состояние 1, что обусловлено надежностными характеристиками ТУ, а именно показателями его ремонтпригодности.

На третьем этапе необходимо определить входные и выходные параметры модели.

Входные параметры модели:

T_o^{Φ} – средняя наработка на отказ в режиме функционирования;

T_o^{Γ} – средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению;

T_v – среднее время восстановления ТУ;

τ_m – периодичность проведения ежемесячного технического обслуживания;

τ_{Γ} – периодичность проведения годового технического обслуживания;

T_m – средняя продолжительность ежемесячного технического обслуживания;

T_{Γ} – средняя продолжительность годового технического обслуживания.

Выходной параметр модели:

P_{Γ} – вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению

Определение допущений и ограничений

Допущение: рассматриваемое ТУ может в любой момент времени может находиться только в одном состоянии и проводить в нем, случайное время, распределенное по экспоненциальному закону.

Основанием для такого допущения является анализ практики эксплуатации различного телекоммуникационного оборудования и накопленный опыт моделирования схожих объектов.

Выбор метода моделирования

Для моделирования поддержания ТУ в готовности к применению по назначению, исходя из принятых допущений и анализа научно-технической литературы в данной предметной области, целесообразно использовать теорию графов и случайных марковских процессов.

Подготовка исходных данных для моделирования

Исходя из индивидуального задания исходные данные следующие:

$$T_o^{\Phi} = 300 \text{ ч.};$$

$$T_o^{\Gamma} = 2000 \text{ ч.};$$

$$T_B = 12 \text{ ч.};$$

$$\tau_M = 720 \text{ ч.};$$

$$\tau_{\Gamma} = 8640 \text{ ч.};$$

$$T_M = 10 \text{ ч.};$$

$$T_{\Gamma} = 120 \text{ ч.}$$

Построение модели

На первом этапе построим граф модели (рис. 1) и определим интенсивности переходов из состояний.

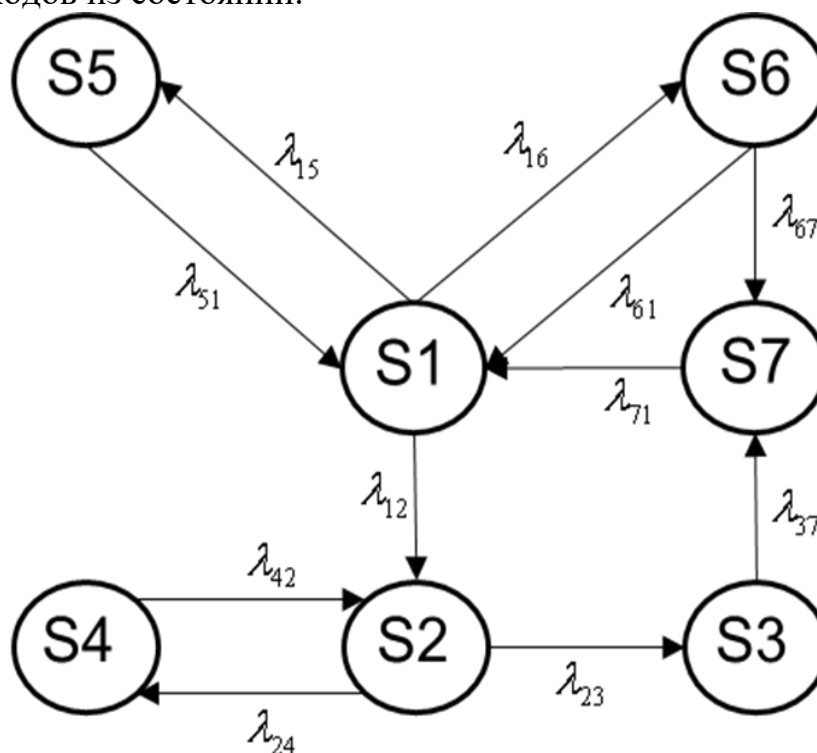


Рис. 1 – граф модели

$$\lambda_{12} = \frac{1}{T_0}; \lambda_{15} = \frac{1}{\tau_M}; \lambda_{51} = \frac{1}{T_M}; \lambda_{16} = \frac{1}{\tau_r}; \lambda_{61} = \frac{1}{T_r};$$

$$\lambda_{23} = \left(\frac{1}{\lambda_{12}} - \frac{\tau_r e^{-\lambda_{12} \tau_r}}{1 - e^{-\lambda_{12} \tau_r}} \right)^{-1}; \lambda_{24} = \left(\frac{1}{\lambda_{12}} - \frac{\tau_M e^{-\lambda_{12} \tau_M}}{1 - e^{-\lambda_{12} \tau_M}} \right)^{-1};$$

$$\lambda_{42} = \frac{1}{T_M}; \lambda_{37} = \frac{1}{T_r}; \lambda_{67} = \frac{1}{T_r}; \lambda_{71} = \frac{1}{T_B}.$$

На втором этапе составим систему уравнений Колмогорова.

Назовем вероятностью i -го состояния – вероятность $p_i(t)$ того, что в момент t ТУ будет находиться в состоянии S_i . Очевидно, что для любого момента времени сумма всех вероятностей состояний равна единице:

$$\sum_{i=1}^7 p_i(t) = 1.$$

Для начала найдем запишем выражение для вероятности нахождения ТУ в состоянии S_1 .

Придадим t малое приращение Δt и найдем $p_1(t + \Delta t)$ вероятность того, что в момент времени $t + \Delta t$ составная часть будет находиться в состоянии S_1 , что может произойти в результате того, что:

- ТУ в момент времени t уже находилась в состоянии S_1 и за период Δt не вышла из него в состояние S_2, S_5 или S_6 ;
- ТУ в момент времени t находилась в состоянии S_5, S_6 или S_7 и за время Δt перешла из него в состояние S_1 .

Найдем вероятность первого варианта. Суммарный поток событий выводящий ТУ из состояния S_1 , будет простейшим, с интенсивностью:

$$\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16}.$$

Значит вероятность того, что за время Δt система выйдет из состояния S_1 , равна:

$$(\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16})\Delta t;$$

вероятность того, что не выйдет:

$$[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16})\Delta t].$$

Отсюда вероятность первого варианта равна:

$$p_1[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16})\Delta t].$$

Найдем вероятность второго варианта. Она равна сумме вероятностей того, что в момент времени t система будет в состоянии S_5, S_6 или S_7 , а за время Δt перейдет из него в состояние S_1 , т.е. она равна:

$$p_5(t) \lambda_{51} \Delta t + p_6(t) \lambda_{61} \Delta t + p_7(t) \lambda_{71} \Delta t.$$

Складывая вероятности обоих вариантов (по правилу сложения вероятностей), получим:

$$p_1(t + \Delta t) = p_1[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16})\Delta t] + p_5(t) \lambda_{51} \Delta t + p_6(t) \lambda_{61} \Delta t + p_7(t) \lambda_{71} \Delta t.$$

Раскроем квадратные скобки, перенесем $p_1(t)$ в левую часть и разделим обе части на Δt :

$$\frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = -p_1(t) (\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16}) + p_5(t) \lambda_{51} + p_6(t) \lambda_{61} + p_7(t) \lambda_{71}.$$

Устремим Δt к нулю; слева получим в пределе производную функции $p_1(t)$. Таким образом, запишем дифференциальное уравнение для $p_1(t)$:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_{51}p_5(t) + \lambda_{61}p_6(t) + \lambda_{71}p_7(t) - (\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16}) p_1(t),$$

затем, отбросим (t) и запишем:

$$\frac{dp_1}{dt} = p_5\lambda_{51} + p_6\lambda_{61} + p_7\lambda_{71} - p_1(\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16}).$$

Правило составления системы дифференциальных уравнений может быть записано в общем виде.

Для каждого состояния i производная вероятности нахождения в этом состоянии по времени равна сумме произведений вероятностей нахождения в состояниях, из которых возможен переход в состояние i , на интенсивности таких переходов за вычетом произведения вероятности нахождения в состоянии i на сумму интенсивностей возможных переходов в другие состояния.

Аналогично составим уравнения для остальных состояний и запишем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_1}{dt} = p_5\lambda_{51} + p_6\lambda_{61} + p_7\lambda_{71} - p_1(\lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{16}) \\ \frac{dp_2}{dt} = p_1\lambda_{12} + p_4\lambda_{42} - (\lambda_{23} + \lambda_{24})p_2 \\ \frac{dp_3}{dt} = p_2\lambda_{23} - p_3\lambda_{37} \\ \frac{dp_4}{dt} = p_2\lambda_{24} - p_4\lambda_{42} \\ \frac{dp_5}{dt} = p_1\lambda_{15} - p_5\lambda_{51} \\ \frac{dp_6}{dt} = p_1\lambda_{16} - p_6(\lambda_{61} + \lambda_{67}) \\ \frac{dp_7}{dt} = p_6\lambda_{67} + p_3\lambda_{37} - p_7\lambda_{71} \end{array} \right.$$

Полагая все p_i постоянными, а все производные равными нулю, получим систему алгебраических уравнений. Решим систему уравнений, добавив нормирующее уравнение $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = 1$, а результат представим в виде:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \frac{1}{1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}}, \\
 p_2 &= \frac{B}{\left(1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}\right) \lambda_{23}}, \\
 p_3 &= \frac{B}{\left(1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}\right) \lambda_{37}}, \\
 p_4 &= \frac{\lambda_{24}B}{\left(1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}\right) \lambda_{23}\lambda_{42}}, \\
 p_5 &= \frac{\lambda_{15}}{\left(1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}\right) \lambda_{51}}, \\
 p_6 &= \frac{\lambda_{16}}{\left(1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}\right) (\lambda_{61} + \lambda_{67})}, \\
 p_7 &= \frac{1}{\left(1 + \frac{B}{\lambda_{23}} + \frac{B}{\lambda_{37}} + \frac{\lambda_{24}B}{\lambda_{23}\lambda_{42}} + \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{51}} + \frac{\lambda_{16}}{\lambda_{61}+\lambda_{67}}\right) \cdot \frac{\lambda_{71}(\lambda_{12} + \lambda_{16})(\lambda_{61} + \lambda_{67}) - \lambda_{71}\lambda_{16}\lambda_{61}}{\lambda_{61} + \lambda_{67}}}, \\
 B &= \frac{(\lambda_{12} + \lambda_{16})(\lambda_{61} + \lambda_{67}) - \lambda_{16}\lambda_{61} - \lambda_{16}}{\lambda_{61} + \lambda_{67}}.
 \end{aligned}$$

Так как выходным параметром модели для нас должна являться вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению – P_Γ , то найдем эту вероятность. Исходя из концептуальной модели, ТУ находится в готовности к применению по назначению при нахождении в состояниях S_1 и S_5 . Тогда:

$$P_\Gamma = p_1 + p_5.$$

Аналитическая модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению построена.

Выбор средства моделирования

Для моделирования и вычисления вероятности P_Γ будем использовать пакет прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB.

Разработка программной реализации модели и получение результатов моделирования

В результате расчетов искомая вероятность равняется $P_T = 0,991$.

Исследование процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению с помощью разработанной модели

В зависимости от индивидуального задания каждому обучающемуся предложено провести с помощью разработанной модели исследование процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению и представить результаты этого исследования в графическом и вербальном виде.

Справочные данные

Интенсивность перехода неработоспособного оборудования в состояние различных периодических мероприятий (контроль, техническое обслуживание, профилактические работы и т. д) равна:

$$\lambda = \frac{1}{\lambda_0} - \frac{\tau e^{-\lambda_0 \tau}}{1 - e^{-\lambda_0 \tau}}^{-1},$$

где λ_0 – интенсивность перехода оборудования из работоспособного состояния в неработоспособное;

τ – периодичность проведения мероприятия.

Интенсивность перехода из работоспособного состояния, при котором также проводится его контроль, в неработоспособное состояние обусловленного надежностными характеристиками средств контроля:

$$\lambda = \alpha T_k^{-1},$$

где α – вероятность признания при контроле работоспособного объекта неработоспособным;

T_k – средняя продолжительность контроля.

Интенсивность перехода из работоспособного состояния, при котором также проводится его контроль, в работоспособное состояние при учете надежностных характеристик средств контроля:

$$\lambda = (1 - \alpha) T_k^{-1}.$$

Сборник индивидуальных заданий

Задание 1

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводится техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в год и средней продолжительностью 280 часов.

Объем технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование. Мероприятия технического обслуживания не позволяют вовремя его проведения находится ТУ в готовности к применению по назначению.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 50 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 700 часов, среднее время восстановления составляет 72 часа.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению. Провести исследования с моделью с целью определения наиболее влияющего на вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению входного параметра модели.

Задание 2

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению. При нахождении ТУ в готовности к применению по назначению возможны его отказы.

С целью установления отказа ТУ и своевременного восстановления его работоспособности проводится периодический контроль его технического состояния продолжительностью 10 часов. Периодичность контроля технического состояния задана в эксплуатационной документации и равна 500 часов. Технология проведения контроля позволяет ТУ вовремя его проведения находиться в готовности к применению по назначению.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 1000 часов, среднее время восстановления составляет 25 часов.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в работоспособном

состоянии. Провести исследования с моделью с целью установления зависимости вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии от периодичности контроля его технического состояния.

Задание 3

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению. При нахождении ТУ в готовности к применению по назначению возможны его отказы.

С целью установления отказа ТУ и своевременного восстановления его работоспособности проводится периодический контроль его технического состояния продолжительностью 5 часов. Периодичность контроля технического состояния задана в эксплуатационной документации и равна 200 часов. Технология проведения контроля позволяет ТУ вовремя его проведения находиться в готовности к применению по назначению.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 1200 часов, среднее время восстановления составляет 18 часов.

Техническая документация предписывает после восстановления работоспособности ТУ вследствие отказа проводить контроль его технического состояния в таком же объеме, как и для установления отказа ТУ. Надежностные характеристики средств контроля обуславливают возможность ошибочного признания работоспособного объекта неработоспособным с вероятностью 0,01.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в работоспособном состоянии. Провести исследования с моделью с целью установления зависимости вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии от надежности средств контроля и его продолжительности.

Задание 4

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в квартал и средней продолжительностью 25 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в полгода и средней продолжительностью 120 часов.

Технологии проведения технических обслуживаний не позволяют ТУ находиться в готовности к применению по назначению.

Объем технических обслуживаний включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 100 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 600 часов, среднее время восстановления составляет 20 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность нахождения ТУ в работоспособном состоянии. Провести исследования с моделью с целью определения способа повышения вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии (**ограничение**: надежностные характеристики оборудования неизменны). Проиллюстрировать целесообразность использования предложенного способа.

Задание 5

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- профилактические работы с периодичностью 1 раз в месяц и средней продолжительностью 50 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в год и средней продолжительностью 270 часов.

Технологии проведения профилактических работ и технического обслуживания позволяют ТУ находиться в готовности к применению по назначению.

Объем профилактических работ и технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ возможны его отказы. ТУ обладает такими надежностными характеристиками, что при нахождении его в готовности к применению по назначению возникновение отказов маловероятно.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 200 часов, среднее время восстановления составляет 10 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению. Провести исследования с моделью с целью получения зависи-

мостей вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению от периодичности проведения профилактических работ и технического обслуживания. Оценить возможность повышения вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению путем снижения средних продолжительностей этих мероприятий.

Задание 6

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в квартал и средней продолжительностью 20 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в год и средней продолжительностью 200 часов.

При нахождении ТУ на ежемесячном техническом обслуживании оно продолжает находиться в готовности к применению по назначению.

Объем годового технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 100 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 1100 часов, среднее время восстановления составляет 5 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность неготовности ТУ к применению по назначению. Провести исследования с моделью, с целью определения наиболее влияющего на вероятность неготовности ТУ к применению по назначению входного параметра модели.

Задание 7

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению. При нахождении ТУ в готовности к применению по назначению возможны его отказы.

С целью установления отказа ТУ и своевременного восстановления его работоспособности проводится периодический контроль его технического состояния продолжительностью 10 часов. Периодичность контроля технического состояния задана в эксплуатационной документации и равна 500 часов. Технология проведения контроля позволяет ТУ вовремя его проведения находиться в готовности к применению по назначению.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 700 часов, среднее время восстановления составляет 25 часов.

Техническая документация предписывает после восстановления работоспособности ТУ вследствие отказа проводить контроль его технического состояния в таком же объеме, как и для установления отказа ТУ. Надежностные характеристики средств контроля обуславливают возможность ошибочного признания работоспособного объекта неработоспособным с вероятностью 0,05.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в работоспособном состоянии. Провести исследования с моделью с целью установления зависимости вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии от периодичности контроля технического состояния и надежностных характеристик ТУ.

Задание 8

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- техническое обслуживание с периодичностью 1000 часов и средней продолжительностью 50 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 4500 часов и средней продолжительностью 80 часов.

Технологии проведения технических обслуживаний не позволяют ТУ находиться в готовности к применению по назначению.

Объем технических обслуживаний включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 1000 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 2000 часов, среднее время восстановления составляет 10 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность неготовности ТУ к применению по назначению. Провести исследования с моделью с целью определения способа повышения вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии (**ограничение**: надежностные характеристики оборудования неизменны). Проиллюстрировать целесообразность использования предложенного способа.

Лабораторная работа №2

Разработка и исследование имитационной модели телекоммуникационного оборудования как элемента киберфизической системы»

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков разработки имитационных моделей физических объектов и сложных технических систем в среде имитационного моделирования Anylogic.

Длительность занятия: 4 академических часа.

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленной средой имитационного моделирования Anylogic;
- настоящее методическое пособие;
- сборник индивидуальных заданий.

Индивидуальное задание

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводится техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в полгода и средней продолжительностью 120 часов.

Технология проведения технического обслуживания не позволяет ТУ находиться в готовности к применению по назначению. Объем технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 300 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 2000 часов, среднее время восстановления составляет 12 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению за период эксплуатации равный одному году (8760 часов).

Постановка целей моделирования

Целью разработки модели является возможность оценивания вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению от заданных параметров системы поддержания в готовности.

Разработка концептуальной модели

На первом этапе необходимо определить в каких возможных состояниях может находиться ТУ. Исходя из задания ТУ может находиться в следующих состояниях:

S_1 – ТУ находится в работоспособном состоянии, готово к применению по назначению;

S_2 – ТУ находится в неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению;

S_3 – ТУ находится в работоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится полугодовое техническое обслуживание;

S_4 – ТУ находится в неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится полугодовое техническое обслуживание;

S_5 – ТУ находится в неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводятся ремонтно-восстановительные работы.

На втором этапе необходимо определить каковы возможные переходы из каждого состояния:

- из состояния 1:
 - в состояние 2, что обусловлено надежностью оборудования;
 - в состояние 3, что обусловлено необходимостью проведения полугодового технического обслуживания;
- из состояния 2:
 - в состояние 4, что обусловлено необходимостью проведения полугодового технического обслуживания;
- из состояния 3:
 - в состояние 3, что обусловлено надежностными характеристиками ТУ и, как следствие, возможностью появления отказа при проверке ТУ на функционирование, определенной объемом полугодового технического обслуживания;
 - в состояние 1, что обусловлено окончанием проведения полугодового технического обслуживания;
- из состояния 4:
 - в состояние 5, что обусловлено тем, что в результате проверки на функционирование ТУ, определённой объемом полугодового технического обслуживания, будет выявлен отказ оборудования;
- из состояния 5:
 - в состояние 1, что обусловлено надежностными характеристиками ТУ, а именно, показателями его ремонтпригодности.

Концептуально модель поддержания в готовности может быть представлена в виде рисунка 2.

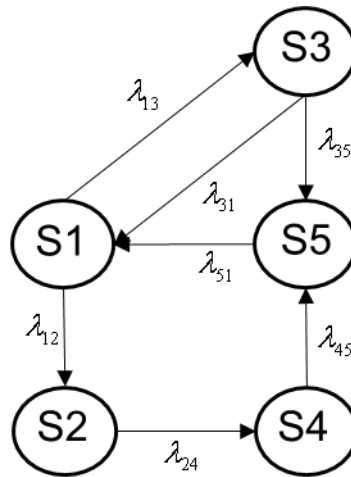


Рис. 2 – Концептуальное представление модели поддержания ТУ в готовности к применению по назначению

На третьем этапе необходимо определить входные и выходные параметры модели.

Входные параметры модели:

T_o^Φ – средняя наработка на отказ в режиме функционирования;

T_o^Γ – средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению;

T_v – среднее время восстановления ТУ;

τ – периодичность проведения полугодового технического обслуживания;

T – средняя продолжительность полугодового технического обслуживания.

Выходной параметр модели:

P_T – вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению.

Определение допущений и ограничений

Допущение: рассматриваемое ТУ может в любой момент времени может находиться только в одном состоянии и проводить в нем, случайное время, распределенное по экспоненциальному закону.

Основанием для такого допущения является анализ практики эксплуатации различного телекоммуникационного оборудования и накопленный опыт моделирования схожих объектов.

Выбор метода моделирования

Для описания процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению будем использовать имитационное моделирование.

Подготовка исходных данных

Исходя из индивидуального задания исходные данные следующие:

$T_o^\Phi = 300$ ч.;

$T_o^\Gamma = 2000$ ч.;

$T_b = 12$ ч.;
 $\tau = 4380$ ч.;
 $T = 120$ ч.

Построение модели

На этом этапе необходимо разработать моделирующий алгоритм, который будет воспроизводить логику процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Алгоритм необходимо представить в виде блок-схемы в соответствии с требованиями ГОСТ 19.701–90 (ИСО 5807–85) «Схемы алгоритмов, программ, данных и систем»

Выбор средств моделирования и реализации модели

В качестве средства моделирования рекомендуется использовать среду имитационного моделирования Anylogic.

Для разработки и реализации модели поддержания ТУ в готовности к применению по назначению в среде Anylogic используются элементы панели инструментов (палитры) Диаграммы состояний (рис. 3).

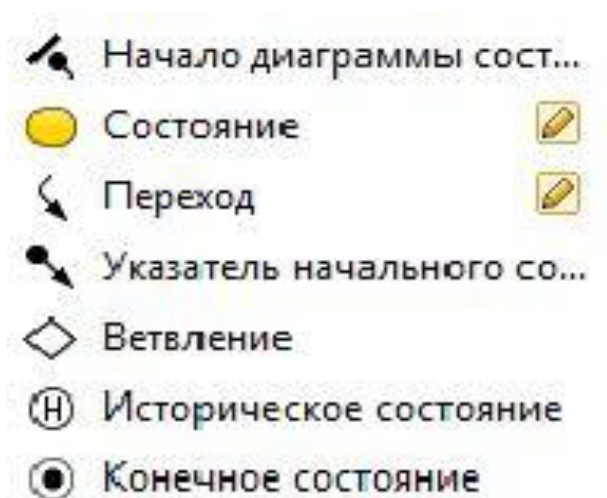


Рис. 3 – Элементы диаграммы состояний

Для создания диаграммы нужно использовать следующие инструменты:

- *Начало диаграммы* – отмечает начальную точку обработки стеичарта;
- *Состояние* – задает состояние диаграммы;
- *Переход* – используется для соединения состояний;
- *Указатель начального состояния* – служит для отметки состояния, с которого начинается обработка вложенной последовательности состояний;

– *Конечное состояние* – отмечает точку завершения обработки состояний.

Элементы диаграммы состояний добавляются на диаграмму путем перетаскивания соответствующих элементов из палитры *Диаграмма состояний* (рис. 4).

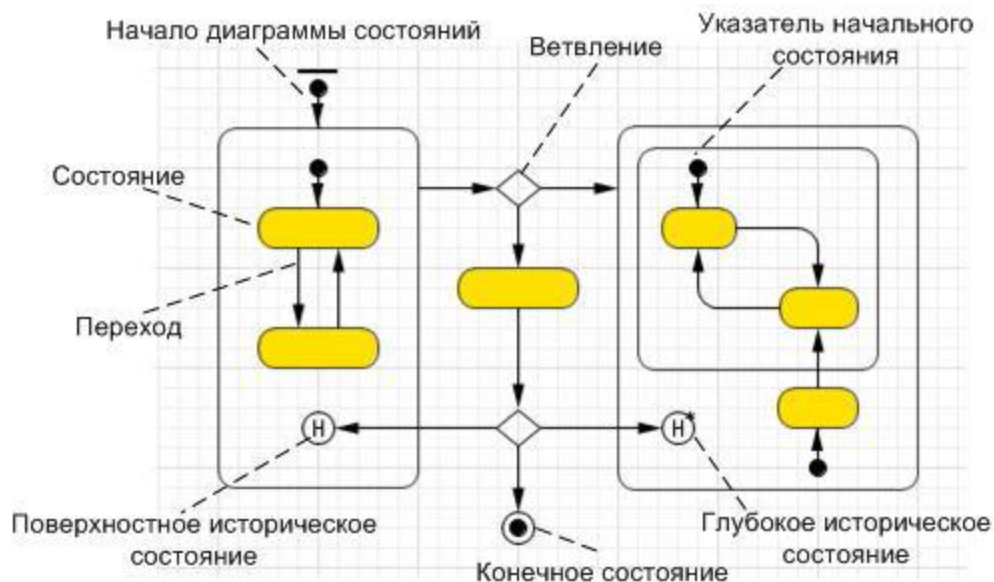


Рис. 4 – Элементы диаграммы состояний

Наличие начала диаграммы обязательно.

Состояние

Состояние представляет собой местонахождение управления диаграммы состояний (рис. 5). Вы можете задать действия, которые должны быть выполнены при происхождении определенных событий и/или выполнении некоторых условий. Состояние может быть, как простым, так и сложным (если оно содержит в себе другие состояния). Управление всегда принадлежит одному из простых состояний, а текущий набор действий включает в себя действия как текущего простого состояния, так и действия всех сложных состояний, содержащих это простое – то есть, может сработать переход, выходящий из любого из этих состояний.

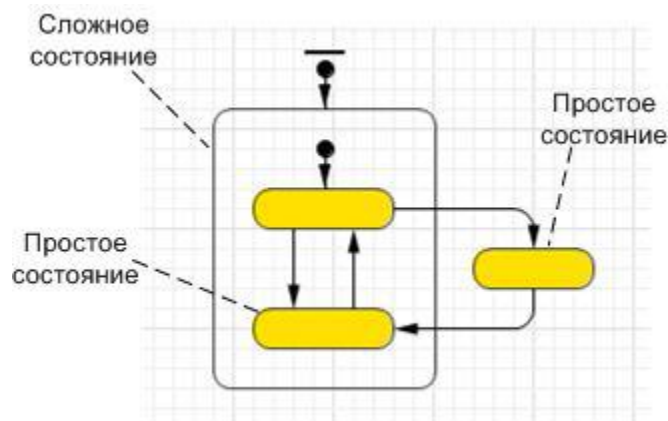


Рис. 5 – Примеры типов состояний

Основные свойства:

Имя – Имя состояния. Имя используется для идентификации состояния и доступа к нему из кода.

Отображать имя – Если опция выбрана, то имя состояния будет отображаться в графическом редакторе.

Исключить – Если опция выбрана, то состояние будет исключено из модели.

На презентации – Если опция выбрана, то состояние будет отображаться на презентации во время выполнения модели.

Цвет заливки – Задаёт цвет заливки состояния. Щёлкните мышью внутри элемента управления и выберите нужный цвет из списка наиболее часто используемых цветов или же выберите любой другой цвет с помощью диалога Цвета. Если Вы не хотите, чтобы состояние было закрашено, выберите *Нет заливки*.

Действие при входе – Код, выполняемый, когда управление переходит в это состояние (состояние становится активным).

Действие при выходе – Код, выполняемый, когда управление покидает это состояние (состояние перестаёт быть активным).

Переход

Переход означает переключение управления диаграммы состояний, её переход из одного состояния в другое (рис. 6). *Переход* означает, что если происходит заданное событие срабатывания перехода, и выполняется заданное дополнительное условие, то диаграмма состояний переключается из одного состояния в другое и выполняет заданные действия. Когда это происходит, мы говорим, что срабатывает переход.

Если переход пересекает состояние, но и начальная и конечная точки этого перехода лежат за пределами состояния, то считается, что это состояние не участвует в процессе смен состояний диаграммы состояний, и ни действие при входе, ни действие при выходе из этого состояния выполняться не будут.

Внутренние переходы

Есть специальный тип перехода, называемый *внутренним переходом* (рис. 6). Внутренний переход лежит внутри состояния, причем как начальная, так и конечная точки этого перехода лежат на границе этого состояния. Поскольку внутренний переход не покидает состояние, то не выполняются ни действия, которые должны выполняться при выходе из этого состояния, ни действия, выполняемые при входе в него. Более того, не изменяется и текущее простое состояние этого сложного состояния. Поэтому внутренний переход очень удобен для выполнения фоновых задач, которые не должны прерывать основную активность сложного состояния.

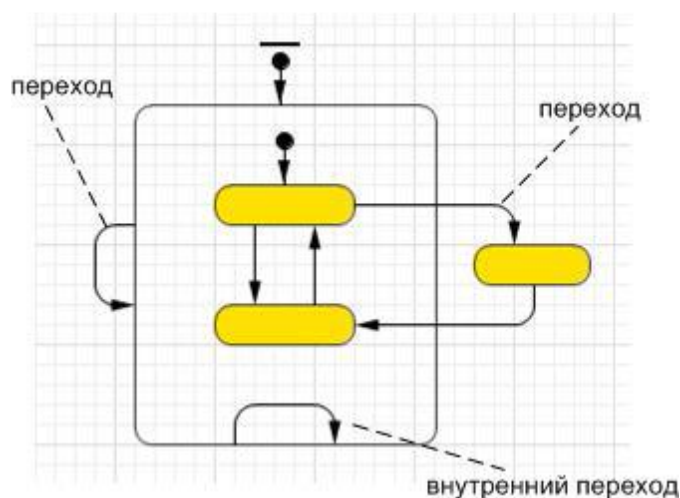


Рис. 6 – Примеры типов переходов

Основные свойства:

Имя – имя перехода. Имя используется для идентификации перехода.

Отображать имя – если опция выбрана, то имя перехода будет отображаться в графическом редакторе.

Исключить – если опция выбрана, то переход будет исключен из модели.

На презентации – если опция выбрана, то переход будет отображаться на презентации во время выполнения модели.

Происходит – выберите здесь тип события, при происхождении которого переход сработает:

- *По таймауту* – переход будет активирован, если истечет время заданного таймаута.

- *С заданной интенсивностью* – переход будет активироваться с заданной интенсивностью.

- *При выполнении условия* – переход будет активирован, когда будет выполнено заданное логическое условие.

– *При получении сообщения* – переход будет активирован по прибытии сообщения в соединенный с диаграммой состояний порт.

– *По прибытию агента* – переход будет активирован, когда агент (чье поведение задается этой диаграммой состояний) достигнет точки назначения.

Таймаут – (только для перехода, происходящего по таймауту по истечении которого сработает переход.

Интенсивность – (только для перехода, происходящего с заданной интенсивностью) интенсивность, с которой будет срабатывать данный переход. Переход активируется по таймауту, вычисленному согласно экспоненциальному распределению с параметром, равном заданной Интенсивности (таймаут отсчитывается от момента входа управления в состояние, из которого выходит данный переход). То есть, если интенсивность равна 5, то переход будет срабатывать в среднем 5 раз в единицу модельного времени.

Условие – (только для перехода, происходящего при выполнении условия) логическое условие, при выполнении которого будет активирован переход.

Тип сообщения – (только для перехода, происходящего по прибытии сообщения) здесь Вы выбираете тип сообщения, при получении которого сработает переход. Вы можете выбрать один из наиболее часто используемых типов (*int*, *double*, *boolean*, *String*), выбрав соответствующую опцию справа, либо же задать любой другой Java класс, выбрав опцию Другой и введя имя класса в поле Имя класса.

Осуществлять переход – (только для перехода, происходящего по прибытии сообщения) здесь Вы можете задать дополнительное условие, выполнение которого будет требоваться для срабатывания перехода:

– *Безусловно* – выберите эту опцию, если Вы не хотите производить проверку типа сообщения.

– *Если сообщение равно* – если опция выбрана, то переход будет срабатывать только по приходе сообщений, удовлетворяющих заданному в поле справа дескриптору.

– *Если выполняется условие* (сообщение доступно как *msg*) – здесь Вы можете ввести код сложной проверки содержимого сообщения (только что полученное сообщение доступно здесь как локальная переменная *msg*).

Действие – последовательность выражений Java, выполняемых при срабатывании перехода.

Доп. условие – логическое выражение, разрешающее (если оно истинно, т.е. равно *true*) или запрещающее (если равно *false*) срабатывание перехода. Если условие не задано, то подразумевается *true*.

Свойства переходов, исходящих из ветвлений, отличаются от свойств обычных переходов.

Свойства переходов, ведущих из ветвления:

Условие – если опция выбрана, то этот переход будет срабатывать, если заданное в поле справа логическое условие будет истинно.

По умолчанию (выбирается, если все остальные условия не выполняются) – если опция выбрана, то этот переход будет выбираться в том случае, если условия всех остальных переходов, ведущих из состояния ветвления, не выполняются.

Конечное состояние

Конечное состояние является конечной точкой диаграммы состояния (рис. 7). Когда управление передается в конечное состояние, выполняется действие этого состояния, и диаграмма состояния завершает свою работу. Из конечного состояния не могут выходить никакие переходы.

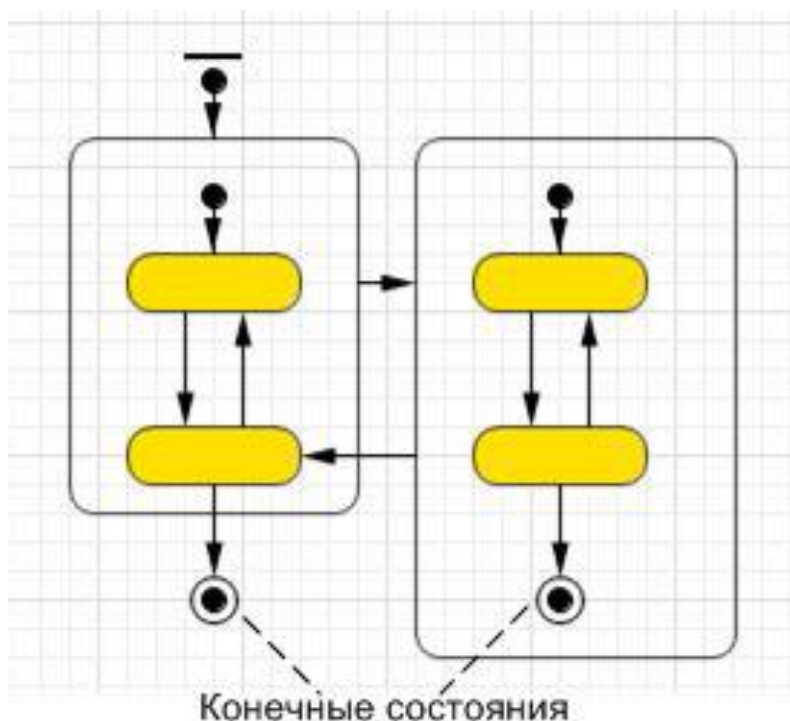


Рис. 7 – Примеры конечных состояний

Ветвление

Ветвление представляет собой точку разветвления или соединения переходов (рис. 8). С помощью ветвлений Вы можете создать переход, имеющий более одного пункта назначения, или соединить несколько переходов, выполняющих вместе некое общее действие.

Когда управление проходит через состояние-ветвление, выполняется действие этого состояния, и вычисляются дополнительные условия переходов, исходящих из этого состояния. Срабатывает первый же найденный разрешенный переход – т.е., тот переход, дополнительное условие которого истинно.

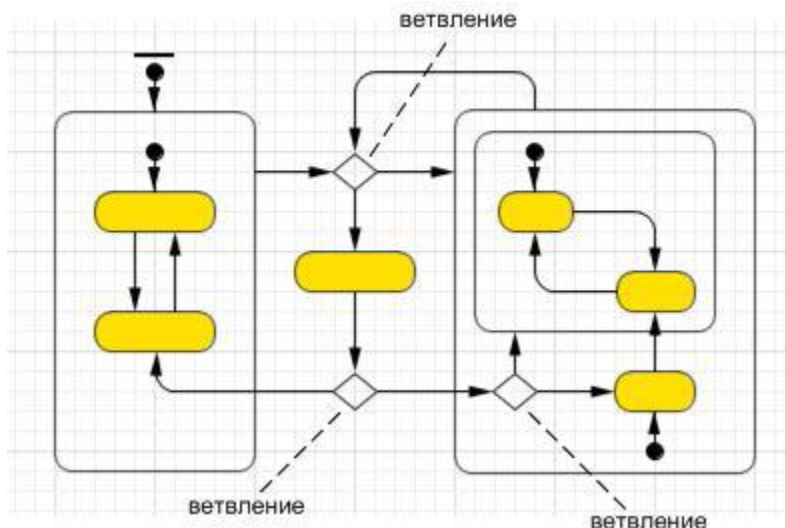


Рис. 8 – Примеры ветвлений

Основные свойства

Имя – имя состояния. Имя используется для идентификации состояния и доступа к нему из кода.

Отображать имя – если опция выбрана, то имя состояния будет отображаться в графическом редакторе.

Исключить – если опция выбрана, то состояние будет исключено из модели.

На презентации – если опция выбрана, то состояние будет отображаться на презентации во время выполнения модели.

Действие – код, выполняемый, когда управление переходит в это состояние.

Ветвление может иметь не более одного выходящего перехода, помеченного как выход из ветвления по умолчанию. Этот переход сработает в том случае, когда все остальные исходящие переходы будут закрыты.

Переходы, ведущие из состояний-ветвлений, имеют свойства, несколько отличные от свойств обычных переходов.

Практическая реализация

Порядок разработки модели поддержания ТУ в готовности к применению по назначению следующий:

Создаем новую модель. Для этого из меню *Файл* выбираем *Создать новую модель*. В открывшемся окне указываем название модели, а также единицы модельного времени (для заданного примера – часы).


Добавим в проект пять элементов типа *Параметр*  для хранения входных параметров модели: средней наработка на отказ в режиме функционирования; средней наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению; среднего времени восстановления ТУ; периодичности проведения технического обслуживания; средней продолжительности технического обслуживания (рис. 9).




Рис. 9 – Добавление входных параметров модели

Свойства этих элементов задаем согласно таблицы 1.

Таблица 1

Задание свойств входных параметров

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
<i>t0g</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	2000
	Описание	средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению
<i>t0f</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	300
	Описание	средняя наработка на отказ в режиме функционирования
<i>tv</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	12
	Описание	среднее время восстановления ТУ
<i>taug</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	4380
	Описание	периодичность проведения технического обслуживания
<i>Tg</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	120
	Описание	средняя продолжительность технического обслуживания

Добавим элементы диаграммы состояний *Состояние*  и соединим их между собой, как показано на рис. 10.

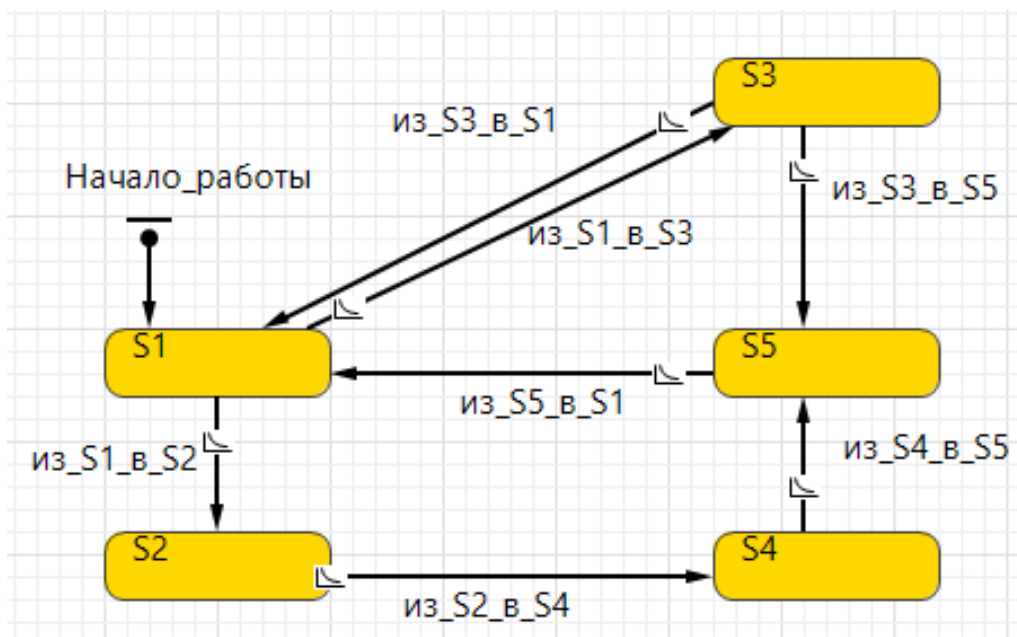


Рис. 10 – Добавление состояний ТУ

Свойства этих элементов задаем согласно таблицы 2.

Таблица 2

Задание свойств состояний

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соот- ветствующего эле- мента)	Свойство	Значение
Начало работы (начало диаграммы состояний)	Отображать имя	Отметить галочкой
S1 (элемент <i>Состоя- ние</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Действие при входе	
	Действие при выходе	
	Описание	ТУ находится в работоспособном состоянии, готово к применению по назначению
S2 (элемент <i>Состоя- ние</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Действие при входе	
	Действие при выходе	
	Описание	ТУ находится в неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению
S3 (элемент <i>Состоя- ние</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Действие при входе	
	Действие при выходе	
	Описание	ТУ находится в работоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
		годовое техническое обслуживание
S4 (элемент <i>Состояние</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Действие при входе	
	Действие при выходе	
	Описание	ТУ находится в неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводится годовое техническое обслуживание
S5 (элемент <i>Состояние</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Действие при входе	
	Действие при выходе	
	Описание	ТУ находится в неработоспособном состоянии, не готово к применению по назначению, проводятся ремонтно-восстановительные работы
Из_S1_в_S2 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	$1/t0g$ – (в час)
	Действие	
Из_S2_в_S4 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	$(t0g - (taug * \exp(-t0g * taug)) / (1 - \exp(-t0g * taug)))$ – (в час)
	Действие	
Из_S1_в_S3 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	$1/taug$ – (в час)
	Действие	
Из_S3_в_S1 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	$1/Tg$ – (в час)
	Действие	
Из_S3_в_S5 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	$1/t0f$ – (в час)
	Действие	
Из_S4_в_S5 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	$1/Tg$ – (в час)
	Действие	

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
Из_55_в_51 (элемент <i>Переход</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Происходит	С заданной интенсивностью
	Интенсивность	1/tv – (в час)
	Действие	

Так как целью моделирования является оценивание вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению, которая может быть определена согласно выражению:

$$P = \frac{T_1}{\theta},$$


где T_1 – суммарная продолжительность нахождения ТУ в состоянии *51* за период эксплуатации θ , то для подсчета суммарной продолжительности нахождения ТУ в состоянии *51* за период эксплуатации θ добавим элементы диаграммы состояний *Переменная*  (рис. 11) и зададим их свойства согласно таблице 3.

Таблица 3

Задание свойств переменных

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
time1 (элемент <i>Переменная</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Начальное значение	0
	Описание	Переменная для хранения времени входа в состояние <i>S1</i>
time2 (элемент <i>Переменная</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Начальное значение	0
	Описание	Переменная для хранения времени выхода из состояния <i>S1</i>
time21 (элемент <i>Переменная</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Начальное значение	0
	Описание	Переменная для хранения суммарной продолжительности нахождения ТУ в состоянии <i>S1</i>
<i>P</i> (элемент <i>Переменная</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Начальное значение	0
	Описание	Переменная для хранения вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению

Далее необходимо добавить код в поле «Действие при входе» и «Действие при выходе» для элемента состояние *S1* согласно таблице 4.

Таблица 4

Изменение свойств состояния *S1*

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
<i>S1</i> (элемент <i>Состояние</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Действие при входе	<i>time1=time()</i>
	Действие при выходе	<i>time2=time(); time21=time2-time1</i>
	Описание	ТУ находится в работоспособном состоянии, готово к применению по назначению

Примечание: *time()* – оператор, возвращающий текущее модельное время как количество единиц модельного времени, прошедшее с начала запуска модели.

По условию задания нам необходимо определить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению за один год (8760 часов).

Для этого добавим элемент *Событие* ⚡ и зададим его свойства согласно таблице 5.

Таблица 5

Задание свойств событие Р

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
rashetKg (элемент <i>Событие</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип события	По таймауту
	Использовать модельное время	Выбрать
	Время первого срабатывания	8760 (часы)
	Действие	$P=time21/8760$

Для наглядности изменим цвета элементов *S1-S5* с помощью изменения свойства «Цвет заливки» следующим образом: зеленый – работоспособное состояние (*S1*); желтый – работоспособное состояние, проводится техническое обслуживание (*S3*); красный – неработоспособное состояние (*S2*, *S4*, *S5*) (рис. 11).

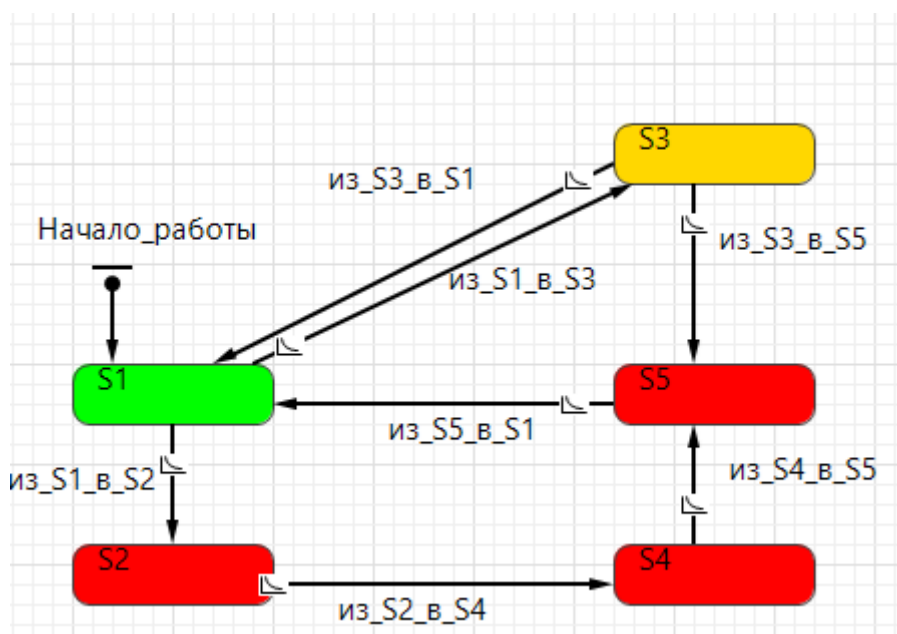


Рис. 11 – Изменение цветов диаграммы состояний

Также для наглядности визуализируем процесс изменения состояния ТУ.

Для этого добавим элемент *Овал*  и зададим его свойства согласно рис. 12.

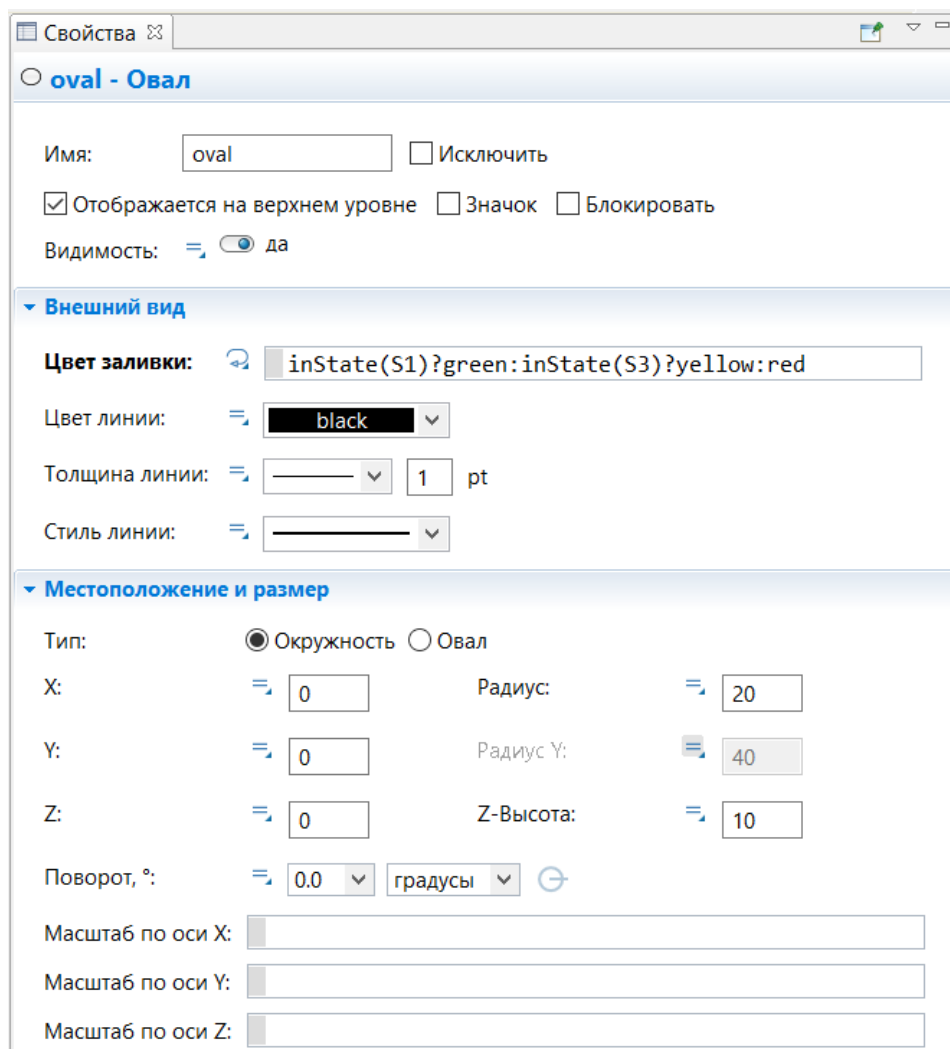


Рис. 12 – Задание свойств элемента Овал, для визуализации процесса изменения состояния ТУ. **Примечание:** оператор *inState()* проверяет истинность нахождения в определенном состоянии

Свойство *Цвет заливки* будет динамически изменяться согласно условию *inState(S1)?green:inState(S3)?yellow:red*, что означает если активно состояние *S1* цвет заливки зеленый, если *S3* – желтый, иначе – красный, что в свою очередь и будет визуализировать процесс изменения состояния ТУ в процессе моделирования.

После этого производим отладку модели и заканчиваем процесс создания имитационной модели поддержания ТУ в готовности к применению по назначению. Модель представлена на рис. 13

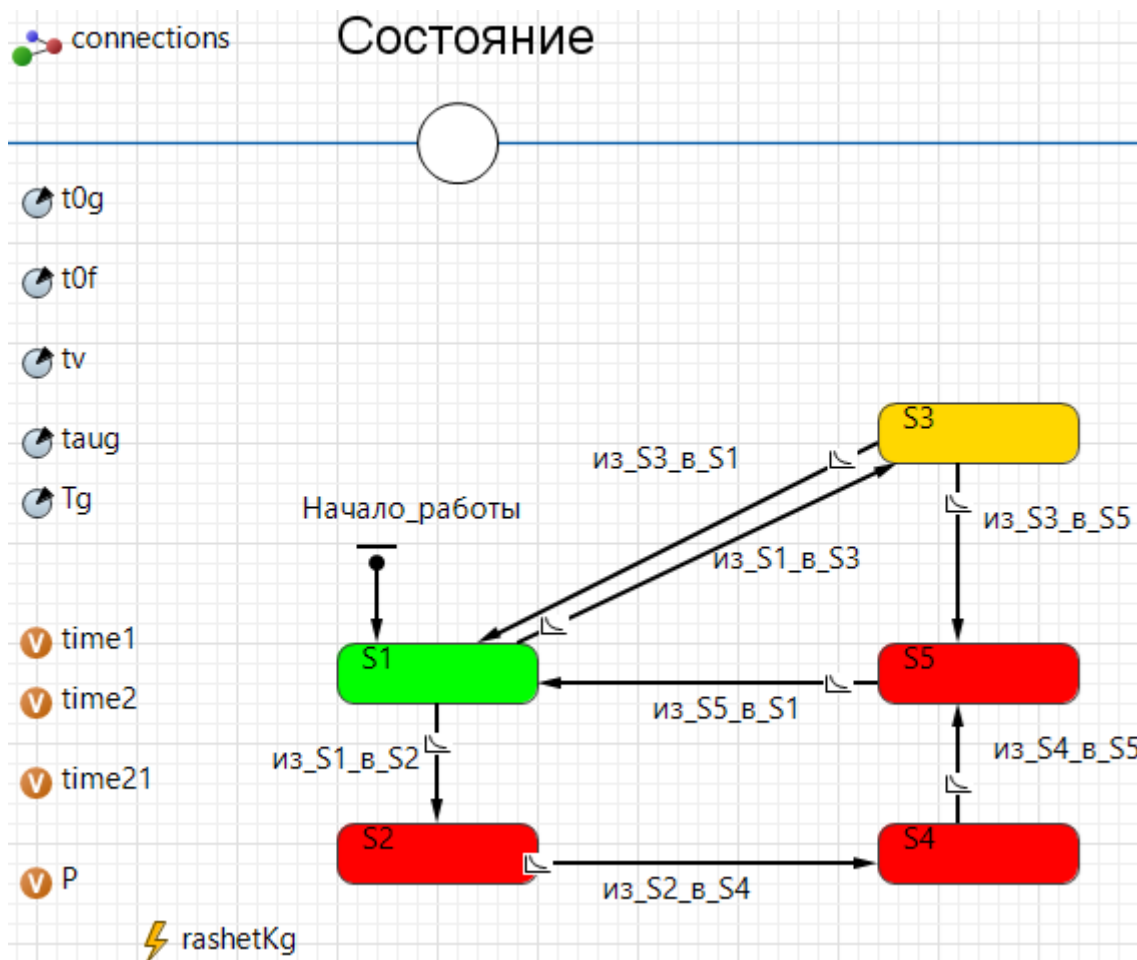


Рис. 13 – Имитационная модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению

Получение результатов моделирования

В результате моделирования искомая вероятность равняется $P = 0,98$.

Исследование процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению с помощью разработанной модели

В зависимости от индивидуального задания каждому обучающемуся предложено провести, с помощью разработанной модели, исследование процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению и представить результаты этого исследования в графическом и вербальном виде.

Сборник индивидуальных заданий

Задание 1

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводится техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в год и средней продолжительностью 280 часов.

Объем технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование. Мероприятия технического обслуживания не позволяют вовремя его проведения находится ТУ в готовности к применению по назначению.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 50 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 700 часов, среднее время восстановления составляет 72 часа.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению. Провести исследования с моделью с целью определения наиболее влияющего на вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению входного параметра модели.

Задание 2

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению. При нахождении ТУ в готовности к применению по назначению возможны его отказы.

С целью установления отказа ТУ и своевременного восстановления его работоспособности проводится периодический контроль его технического состояния продолжительностью 10 часов. Периодичность контроля технического состояния задана в эксплуатационной документации и равна 500 часов. Технология проведения контроля позволяет ТУ вовремя его проведения находиться в готовности к применению по назначению.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 1000 часов, среднее время восстановления составляет 25 часов.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в работоспособном

состоянии. Провести исследования с моделью с целью установления зависимости вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии от периодичности контроля его технического состояния.

Задание 3

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению. При нахождении ТУ в готовности к применению по назначению возможны его отказы.

С целью установления отказа ТУ и своевременного восстановления его работоспособности проводится периодический контроль его технического состояния продолжительностью 5 часов. Периодичность контроля технического состояния задана в эксплуатационной документации и равна 200 часов. Технология проведения контроля позволяет ТУ вовремя его проведения находиться в готовности к применению по назначению.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 1200 часов, среднее время восстановления составляет 18 часов.

Техническая документация предписывает после восстановления работоспособности ТУ вследствие отказа проводить контроль его технического состояния в таком же объеме, как и для установления отказа ТУ. Надежностные характеристики средств контроля обуславливают возможность ошибочного признания работоспособного объекта неработоспособным с вероятностью 0,01.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в работоспособном состоянии. Провести исследования с моделью с целью установления зависимости вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии от надежности средств контроля и его продолжительности.

Задание 4

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в квартал и средней продолжительностью 25 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в полгода и средней продолжительностью 120 часов.

Технологии проведения технических обслуживаний не позволяют ТУ находиться в готовности к применению по назначению.

Объем технических обслуживаний включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 100 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 600 часов, среднее время восстановления составляет 20 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность нахождения ТУ в работоспособном состоянии. Провести исследования с моделью с целью определения способа повышения вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии (**ограничение**: надежностные характеристики оборудования неизменны). Проиллюстрировать целесообразность использования предложенного способа.

Задание 5

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- профилактические работы с периодичностью 1 раз в месяц и средней продолжительностью 50 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в год и средней продолжительностью 270 часов.

Технологии проведения профилактических работ и технического обслуживания позволяют ТУ находиться в готовности к применению по назначению.

Объем профилактических работ и технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ возможны его отказы. ТУ обладает такими надежностными характеристиками, что при нахождении его в готовности к применению по назначению возникновение отказов маловероятно.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 200 часов, среднее время восстановления составляет 10 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность нахождения ТУ в готовности к применению по назначению. Провести исследования с моделью с целью получения зависи-

мостей вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению от периодичности проведения профилактических работ и технического обслуживания. Оценить возможность повышения вероятности нахождения ТУ в готовности к применению по назначению путем снижения средних продолжительностей этих мероприятий.

Задание 6

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в квартал и средней продолжительностью 20 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 1 раз в год и средней продолжительностью 200 часов.

При нахождении ТУ на ежемесячном техническом обслуживании оно продолжает находиться в готовности к применению по назначению.

Объем годового технического обслуживания включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 100 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 1100 часов, среднее время восстановления составляет 5 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность неготовности ТУ к применению по назначению. Провести исследования с моделью, с целью определения наиболее влияющего на вероятность неготовности ТУ к применению по назначению входного параметра модели.

Задание 7

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению. При нахождении ТУ в готовности к применению по назначению возможны его отказы.

С целью установления отказа ТУ и своевременного восстановления его работоспособности проводится периодический контроль его технического состояния продолжительностью 10 часов. Периодичность контроля технического состояния задана в эксплуатационной документации и равна 500 часов. Технология проведения контроля позволяет ТУ вовремя его проведения находиться в готовности к применению по назначению.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 700 часов, среднее время восстановления составляет 25 часов.

Техническая документация предписывает после восстановления работоспособности ТУ вследствие отказа проводить контроль его технического состояния в таком же объеме, как и для установления отказа ТУ. Надежностные характеристики средств контроля обуславливают возможность ошибочного признания работоспособного объекта неработоспособным с вероятностью 0,05.

Построить модель поддержания в готовности ТУ к применению по назначению. Определить вероятность нахождения ТУ в работоспособном состоянии. Провести исследования с моделью с целью установления зависимости вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии от периодичности контроля технического состояния и надежностных характеристик ТУ.

Задание 8

Имеется техническое устройство (ТУ), функционирование которого имеет многократный циклический характер применения по назначению.

С целью поддержания ТУ в готовности к применению по назначению проводятся следующие мероприятия:

- техническое обслуживание с периодичностью 1000 часов и средней продолжительностью 50 часов;
- техническое обслуживание с периодичностью 4500 часов и средней продолжительностью 80 часов.

Технологии проведения технических обслуживаний не позволяют ТУ находиться в готовности к применению по назначению.

Объем технических обслуживаний включает в себя проверки ТУ на функционирование.

При функционировании ТУ и нахождении его в готовности к применению по назначению возможны отказы ТУ.

Надежностные характеристики ТУ следующие: средняя наработка на отказ в режиме функционирования составляет 1000 часов, средняя наработка на отказ в режиме поддержания в готовности к применению составляет 2000 часов, среднее время восстановления составляет 10 часов.

Особенности ТУ таковы, что отказ можно выявить только в результате проверки на функционирование.

Построить модель поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Оценить вероятность неготовности ТУ к применению по назначению. Провести исследования с моделью с целью определения способа повышения вероятности нахождения ТУ в работоспособном состоянии (**ограничение**: надежностные характеристики оборудования неизменны). Проиллюстрировать целесообразность использования предложенного способа.

Лабораторная работа 3

Разработка и исследование имитационной модели сети передачи данных как элемента киберфизической системы

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков разработки имитационных моделей физических объектов и сложных технических систем в среде имитационного моделирования Anylogic.

Длительность занятия: 4 академических часа.

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленной средой имитационного моделирования Anylogic;
- настоящее методическое пособие;
- сборник индивидуальных заданий.

Индивидуальное задание

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из двух каналов (основного и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 5 сообщений.

На направление поступают два потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых $T1 = 3$ мин и $T2 = 4$ мин. При нормальной работе сообщения передаются по основному каналу. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением $T3 = 2$ мин.

В основном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением $T4 = 15$ мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время $T5 = 5$ с запускается резервный канал, который передает сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределено по экспоненциальному закону со средним значением $T6 = 3$ мин.

Основной канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением $T7 = 2$ мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 2 ч. с целью определения:

- рациональную ёмкость накопителя;
- загрузку основного и резервного каналов связи;
- вероятности передачи сообщений потока 1 и потока 2;

- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Постановка цели моделирования

Целью разработки модели является возможность оценивания рациональной ёмкости накопителя; загрузки основного и резервного каналов связи; вероятности передачи сообщений потока 1 и потока 2; вероятности передачи сообщений направлением связи в целом в зависимости от заданных характеристик направления связи.

Разработка концептуальной модели

Направление связи можно представить в виде системы массового обслуживания разомкнутого типа с ожиданием и с отказами из-за ограниченной ёмкости входного буфера, а также не абсолютной надёжности – выходами из строя (отказами) основного канала.

В качестве заявок выступают сообщения, в качестве обслуживающих приборов – каналы связи.

Количество источников заявок – 2 шт., количество обслуживающих приборов – 2 шт. (основной, резервный).

Определим основные характеристики такой СМО:

1. Входящий поток представляет собой два потока со следующими характеристиками:

1.1. *поток 1*: закон распределения длительности между прибытиями сообщений экспоненциальный, среднее время $T1$. Количество заявок, прибывающих за один раз равно $Z1$.

1.2. *поток 2*: закон распределения длительности между прибытиями сообщений экспоненциальный, среднее время $T2$. Количество заявок, прибывающих за один раз равно $Z2$.

2. Дисциплина постановки в очередь: FIFO

3. Правило обслуживания:

Для основного обслуживающего прибора:

- длительность обслуживания: закон распределения экспоненциальный, средняя продолжительность $TO1$;

- количество заявок, обслуживаемых одновременно равно $ZO1$;

- дисциплина обслуживания беспriorитетная, раньше поступил на обслуживание, раньше обслужился, обслуживание прекращается при отказе обслуживающего прибора, частично обслуженные заявки уничтожаются.

Для резервного обслуживающего прибора:

- длительность обслуживания: закон распределения экспоненциальный, средняя продолжительность $TO2$;

- количество заявок, обслуживаемых одновременно равно $ZO2$;

- дисциплина обслуживания беспriorитетная, раньше поступил на обслуживание, раньше обслужился, обслуживание прекращается при отказе обслуживающего прибора, частично обслуженные заявки уничтожаются.

1. Выходящий поток: характеристики не важны, так как СМО од-нофазная.
 2. Режим работы:
 - 2.1. надежностные характеристики основного обслуживающего прибора:
 - 2.1.1. продолжительность работы прибора между отказами: закон рас-пределения экспоненциальный, средняя продолжительность $Totk1$;
 - 2.1.2. продолжительность восстановления: закон распределения экс-поненциальный, средняя продолжительность $Tv1$.
 - 2.2. продолжительность включения резервного канала – $Tvk2$.
- Структура СМО имеет следующий вид (рис. 14).



Рис. 14 – Представление направления связи в виде СМО

Далее необходимо определить входные и выходные параметры модели.

Входные параметры модели:

- $T1$ – среднее время между прибытиями сообщений из первого источника;
- $T2$ – среднее время между прибытиями сообщений из второго источника;
- $Z1$ – количество сообщений, прибывающих за один раз из первого источ-ника;
- $Z2$ – количество сообщений, прибывающих за один раз из второго источ-ника;
- C – емкость буфера;
- $TO1$ – средняя продолжительность обслуживания основным обслуживаю-щим прибором;
- $TO2$ – средняя продолжительность обслуживания резервным обслуживаю-щим прибором;
- $ZO1$ – количество одновременно обслуживаемых заявок основным об-служивающимся прибором;
- $ZO2$ – количество одновременно обслуживаемых заявок резервным об-служивающимся прибором;
- $Totk$ – средняя продолжительность работы основного обслуживающего при-бора между отказами;

T_v – средняя продолжительность восстановления основного обслуживающего прибора;

T_{vk} – продолжительность включения резервного канала.

Выходные параметр модели:

$R1$ – загрузка основного канала связи;

$R2$ – загрузка резервного канала связи;

$P1$ – вероятность передачи сообщений источника 1;

$P2$ – вероятность передачи сообщений источника 2;

P_{ob} – вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Определение допущений и ограничений

Допущения:

- потоки сообщений простейшие;
- надежность характеристиками резервного канала связи можно пренебречь.

Основанием для таких допущений является анализ функционирования различных сетей связи и накопленный опыт моделирования схожих объектов.

Выбор метода моделирования

Для описания процесса функционирования направления связи будем использовать имитационное моделирование.

Подготовка исходных данных для моделирования

Исходя из индивидуального задания исходные данные следующие:

$T1=3$ мин.;

$T2=4$ мин.;

$Z1=1$;

$Z2=1$;

$C=5$;

$TO1=2$ мин.;

$TO2=3$ мин.;

$ZO1=1$;

$ZO2=1$;

$Totk1=15$ мин.;

$T_v1=2$ мин.;

$T_{vk2}=5$ с.

Построение модели

На этом этапе необходимо разработать моделирующий алгоритм, который будет воспроизводить логику процесса поддержания ТУ в готовности к применению по назначению.

Алгоритм необходимо представить в виде блок-схемы в соответствии с требованиями ГОСТ 19.701–90 (ИСО 5807–85) «Схемы алгоритмов, программ, данных и систем»

Выбор средств моделирования и реализации модели

В качестве средства моделирования рекомендуется использовать среду имитационного моделирования Anylogic.

Целесообразно представить модель функционирования направления связи в соответствии с определённой нами структурой направления связи как СМО (см. рис. 14) в виде совокупности следующих сегментов:

- исходные данные;
- источники сообщений;
- буфер, основной и резервный каналы связи;
- имитатор отказов основного канала;
- результаты моделирования.

Для временного согласования элементов имитационной модели введём масштабирование: 1 единица модельного времени соответствует 1 с, то есть, например, время моделирования равно 2 часам, тогда $2 \cdot 60 \cdot 60 = 7200$ единиц модельного времени.

Разработаем каждый сегмент имитационной модели, при этом в начале создадим новую модель.

1. Создание новой модели

1.1. Выполните команду *Файл>Создать>Модель*.

1.2. В поле Имя модели диалогового окна Новая модель введите Направление связи.


1.3. Установите Единицы модельного времени: секунды.


1.4. Выберите каталог, в котором будут сохранены файлы модели.

Щёлкните кнопку *Готово*.

Будем разрабатывать все сегменты модели так, чтобы они будут видны в ходе работы модели.

2. Создания сегмента *Исходные данные*

Для того, чтобы сегмент был виден в ходе работы модели, воспользуемся инструментами Палитры *Презентация* .

– *Скругленный прямоугольник* .

– *text Аа*.

Алгоритм следующий:

2.1. Перетащите элемент *Скругленный прямоугольник* для размещения элементов исходных данных.

2.2. Установите свойства элемента *Скругленный прямоугольник* согласно табл. 6.

Таблица 6

Задание свойств элемента *Скругленный прямоугольник*

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
	Местоположение и размер	X: 630; Y: 20; Ширина: 370; Высота: 210.

2.3. Перетащите элемент *text* и в свойствах элемента вместо *text* введите *Исходные данные*.

Далее необходимо добавить элементы, необходимые для хранения исходных данных. Для этого в *Палитре* выделите библиотеку инструментов *Агент*. Перетащите 12 элементов типа *Параметр* на элемент с именем *Исходные данные*. Разместите их и дайте имена так, как показано на рис. 15. Значения свойств установите согласно табл. 7.

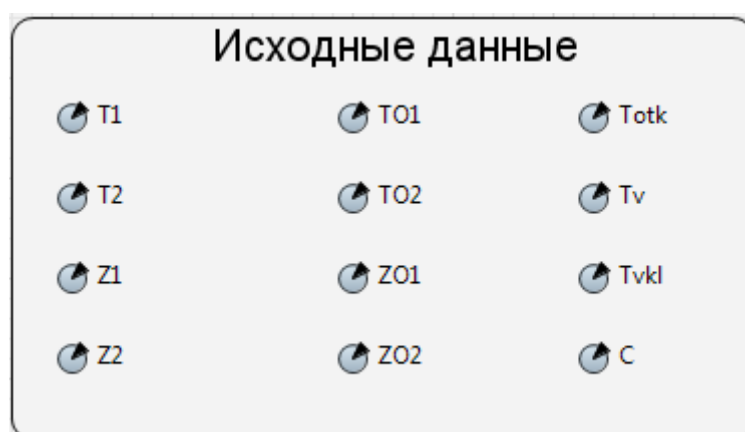


Рис. 15 – Сегмент модели «Исходные данные»

Таблица 7


Задание свойств входных параметров


Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
T1	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	180
	Описание	среднее время между прибытиями сообщений из первого источника

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
T2	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	240
	Описание	среднее время между прибытиями сообщений из второго источника
Z1	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	int
	Значение по умолчанию	1
	Описание	количество сообщений, прибывающих за один раз из первого источника
Z2	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	int
	Значение по умолчанию	1
	Описание	количество сообщений, прибывающих за один раз из второго источника
TO1	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	120
	Описание	средняя продолжительность обслуживания основным обслуживающим прибором
TO2	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	180
	Описание	средняя продолжительность обслуживания резервным обслуживающим прибором
ZO1	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	int
	Значение по умолчанию	1
	Описание	количество одновременно обслуживаемых заявок основным обслуживаемым прибором
ZO2	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	int

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
	Значение по умолчанию	1
	Описание	количество одновременно обсуживаемых заявок резервным обсуживаемым прибором
<i>Totk</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	900
	Описание	средняя продолжительность работы основного обслуживающего прибора между отказами
<i>Tv</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	120
	Описание	средняя продолжительность восстановления основного обслуживающего прибора
<i>Tvkl</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double
	Значение по умолчанию	2
	Описание	продолжительность включения резервного канала
<i>C</i>	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	int
	Значение по умолчанию	5
	Описание	емкость буфера

3. Создание сегмента Результаты моделирования

Для того, чтобы сегмент был виден в ходе работы модели, воспользуемся инструментами *Палитры Презентация* :

- *Скругленный прямоугольник* ;
- *text Aa*.

Алгоритм следующий:

3.1. Перетащите элемент *Скругленный прямоугольник* для размещения элементов исходных данных.


3.2. Установите свойства элемента *Скругленный прямоугольник* согласно табл. 8.

Таблица 8

Задание свойств элемента *Скругленный прямоугольник*

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
	Местоположение и размер	X: 440; Y: 240; Ширина: 490; Высота: 320.


3.3. Перетащите элемент *text* и в свойствах элемента вместо *text* введите *Результаты моделирования*.



Далее необходимо добавить элементы, необходимые для хранения выходных данных и промежуточных результатов, которые будут использоваться для их расчета. Для этого в *Палитре* выделите библиотеку инструментов *Агент*. Перетащите элементы типа *Переменная*  на элемент с именем *Результаты моделирования*. Разместите их и дайте имена так, как показано на рис. 16.

Установите в свойствах *Тип* всех переменных *double*, кроме переменной – *тек_емк_буфера*. Её тип – *int*.

Рис. 16 – Сегмент модели *Исходные данные*

4. Построение сегментов Источники сообщений, Буфер, основной и резервный каналы связи, Имитатор отказов основного канала

Для того, чтобы сегменты были видны в ходе работы модели воспользуемся инструментами *Палитры Презентация* :

- *Прямоугольник* ;
- *text* .

Алгоритм следующий:

5. В *Палитре* выделите *Презентация*, перетащите 3 элемента *Прямоугольник* и разместите их так, как указано на рис. 17.

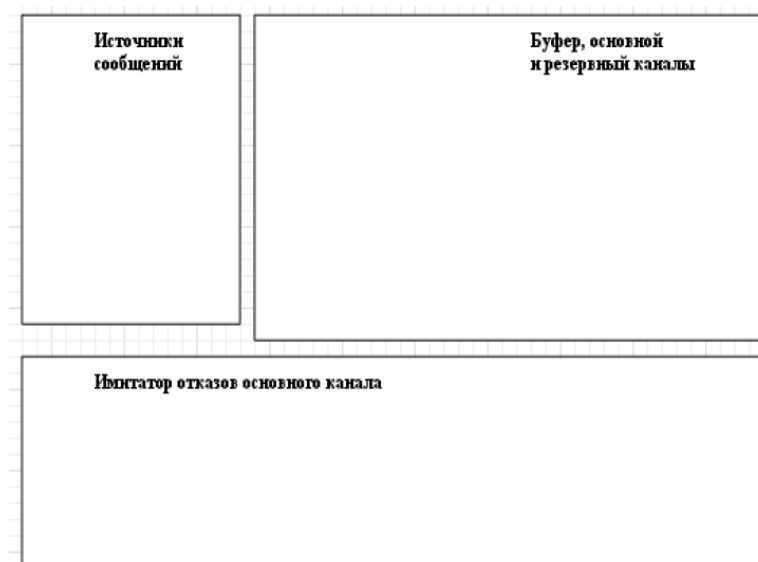


Рис. 17 – Размещение сегментов модели «Источники сообщений», «Буфер, основной и резервный каналы связи», «Имитатор отказов основного канала»

6. Установите свойства элемента *Прямоугольник* для размещения объектов имитации источников сообщений согласно табл. 9.

Таблица 9

Задание свойств элемента Прямоугольник

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
По умолчанию	Местоположение и размер	X: 20; Y: 20; Ширина: 150; Высота: 190.

7. Установите свойства элемента «Прямоугольник» для размещения объектов имитации буфера, основного и резервного каналов согласно табл. 10.

Таблица 10

Задание свойств элемента «Прямоугольник»

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
По умолчанию	Местоположение и размер	X: 20; Y: 20; Ширина: 150; Высота: 190.

8. Установите свойства элемента Прямоугольник для размещения объектов имитации отказов основного канала согласно табл. 11.

Таблица 11

Задание свойств элемента Прямоугольник


Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
По умолчанию	Местоположение и размер	X: 20; Y: 250; Ширина: 380; Высота: 130.

9. Перетащите также три элемента *text* и в свойстве *Текст* для каждого элемента вместо *text* введите названия, показанные на рис. 17.

9.1. Сегмент Источники сообщений

Данный сегмент предназначен для имитации поступления сообщений, счёта суммарного количества поступающих сообщений на направление связи и по потокам 1 и 2.

9.1.1. В Палитре выделите Библиотека моделирования процессов .

9.1.2. Перетащите два элемента *Source*  на диаграмму *Main* и разместите в прямоугольнике с именем *Источники сообщений* (рис. 18).

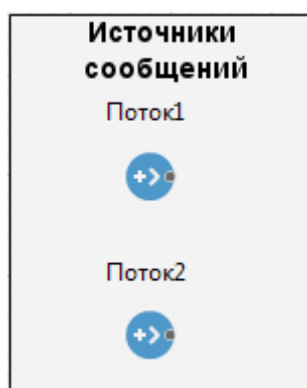


Рис. 18 – Добавление источников сообщений

9.1.3. Для записи и хранения параметров сообщений в дополнительные поля сообщений нужно создать новый тип агента *Message*. Алгоритм при этом следующий:

9.1.3.1. В панели *Проекты* щёлкните правой кнопкой мыши элемент модели верхнего уровня дерева и выберите *Создать>Java класс* (рис. 19).

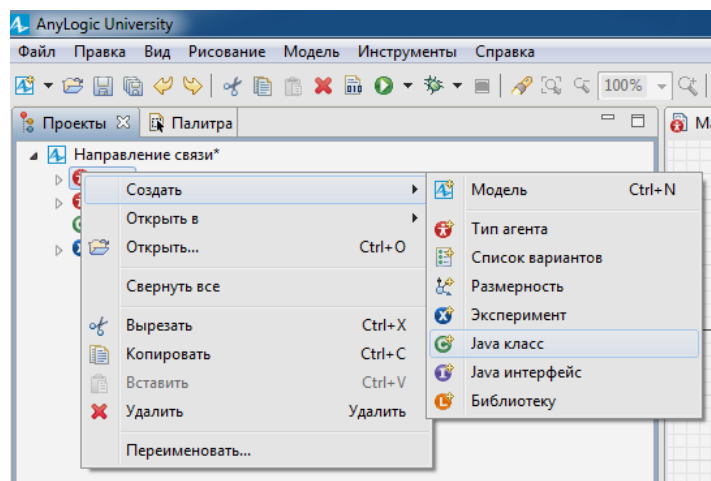


Рис. 19 – Создание нового Java класса

9.1.3.2. Появится диалоговое окно *Новый Java класс*. В поле *Имя* введите имя нового класса *Message*.

9.1.3.3. В поле *Базовый класс* выберите из выпадающего списка *Agent* в качестве базового класса. Щёлкните кнопку *Далее*.

9.1.3.4. Появится вторая страница *Мастера создания Java класса*. Добавьте следующее поле Java класса (см. рис. 20), которое потребуется в дальнейшем для разделения переданного направлением потока сообщений на потоки 1 и 2. Имя *номерПотока*; Тип *int*.

9.1.3.5. Оставьте выбранными флажки *Создать конструктор* и *Создать метод toString()*.

9.1.3.6. Щёлкните кнопку *Готово*. Появится редактор кода и автоматически созданный код вашего Java класса. Закройте код.

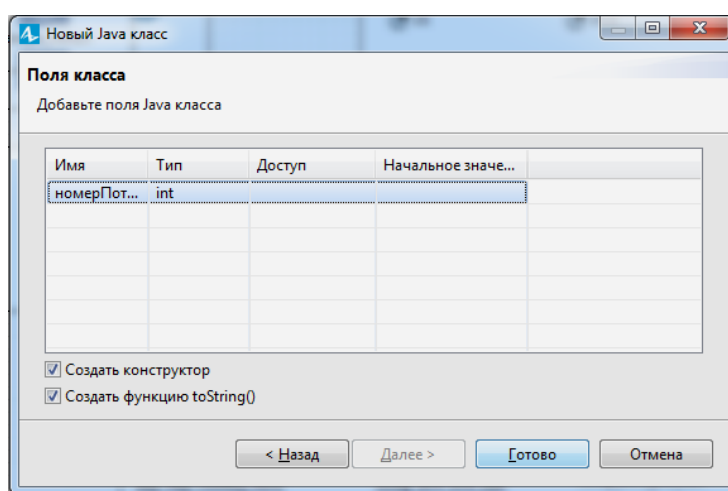


Рис. 20 – Создание Java класса *Message*

9.1.3.7. Теперь нужно преобразовать Java класс в тип агента. Для этого щёлкните правой кнопкой мыши в панели *Проект* только что созданный Java класс и в контекстном меню выберите *Преобразовать Java класс в тип агента*. (см. рис. 21).

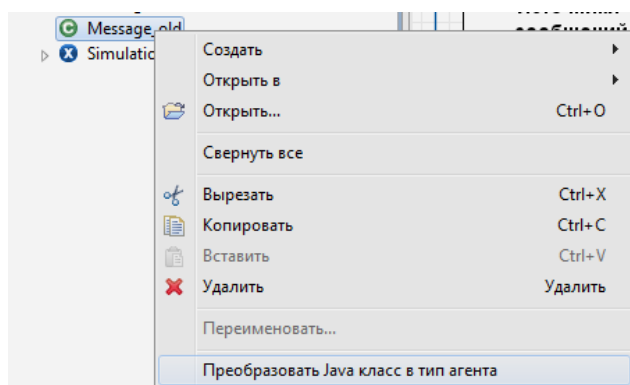


Рис. 21 – Преобразование Java класса Message в тип агента

9.1.3.8. Появится окно с автоматически созданными параметрами нового типа агента *Message*.

9.1.3.9. Далее необходимо задать потоки 1 и 2 сообщений. Для этого выделите последовательно первый и второй объекты *Source* и задайте им свойства согласно табл. 12.

Таблица 12

Задание свойств источников сообщений

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
Поток1 (элемент <i>Source</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Прибывают согласно	Времени между прибытиями
	Время между прибытиями	exponential(1/T1) секунды
	Новый агент	Message
	Действия/При выходе	agent.номерПотока=1; пост_сообщ_пот1 ++; всего_сообщ_пост ++
Поток2 (элемент <i>Source</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	Времени между прибытиями
	Значение по умолчанию	exponential(1/T2) секунды
	Описание	Message
	Действия/При выходе	agent.номерПотока=2; пост_сообщ_пот2 ++; всего_сообщ_пост ++

Примечание: оператор ++ увеличивает на единицу свой единственный операнд, который должен быть левосторонним выражением (переменной, элементом массива или свойством объекта) – в нашем случае операндами являются переменные: *пост_сообщ_пот1*, *пост_сообщ_пот2*, *всего_сообщ_пост*. Таким образом, выражение *пост_сообщ_пот1++* эквивалентно выражению *пост_сообщ_пот1=пост_сообщ_пот1+1*.

9.2. Сегмент Буфер, основной и резервные каналы

Сегмент предназначен для приёма поступающих сообщений, имитации их передачи, счета переданных и потерянных сообщений, расчета вероятности передачи сообщений.

9.2.1. В Палитре выделите Библиотеку моделирования процессов

9.2.2. Перетащите на диаграмму *Main* и разместите в прямоугольнике с именем *Буфер, основной и резервный каналы* элементы (см. рис. 22):

- элемент *Queue*
- два элемента *Sink*
- два элемента *Delay*
- элемент *Select Output*

Соедините их между собой, а также с объектами сегмента *Источники сообщений* с помощью инструмента *Соединитель* библиотеки *Агент*.

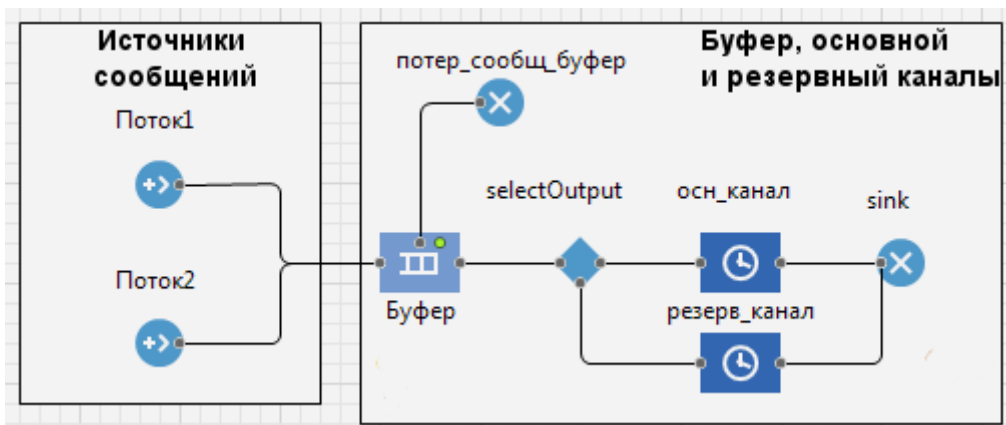


Рис. 22 – Сегмент «Буфер, основной и резервный каналы»

9.2.3. Перетащите на диаграмму *Main* и разместите в прямоугольнике с именем *Буфер, основной и резервный каналы* два элемента *Переменная библиотеки Агент* как показано на рис. 23. Задайте им имена в свойствах *в* и *осн_канал_раб*. Все остальные параметры свойств оставьте по умолчанию.

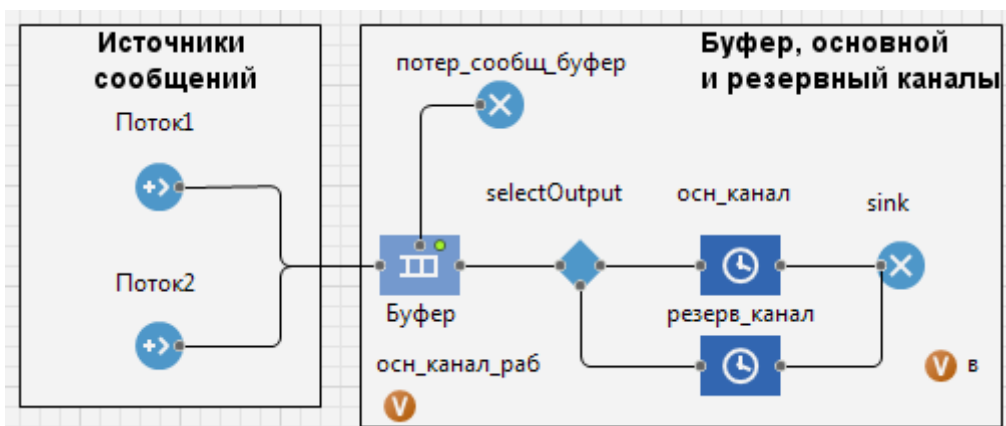


Рис. 23 – Сегмент «Буфер, основной и резервный каналы» – продолжение

Элемент *SelectOutput* и элементы *Переменная* с именами *в* и *осн_канал_раб* предназначены для блокирования/разблокирования потока сообщений. При выходе из строя основного канала сообщения не будут поступать на его входной порт, а будут поступать на входной порт резервного канала. После восстановления основного канала поток сообщений разблокируется для основного канала и блокируется для резервного канала. Процесс блокирования/разблокирования подробно рассмотрим в п. 5.3.

9.2.4. Последовательно выделите все элементы из прямоугольника *Буфер, основной и резервный каналы* и установите им свойства согласно табл. 13.

Таблица 13

Задание свойств элементов сегмента *Буфер, основной и резервный каналы*

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
Буфер (элемент <i>Queue</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Вместимость	<i>C</i>
	Действия/При входе	тек_емк_буфера=Буфер.size();
	Действия/При выходе	тек_емк_буфера=Буфер.size();
	Специфические/Разрешить вытеснение	Отметить галочкой
	Специфические/Включить сбор статистики	Отметить галочкой
	Специфические/Очередь	FIFO
Потер_сообщ_буфер (элемент <i>Sink</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Специфические/Тип агента	Message
	Действия/При входе	if (agent.номерПотока==1) пот_сообщ_пот1 ++; if (agent.номерПотока==2) пот_сообщ_пот2 ++; всего потеряно сообщ ++;
selectOutput (элемент <i>SelectOutput</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Выход true выбирается	При выполнении условия
	Условие	осн_канал_раб
осн_канал (элемент <i>Delay</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	Определённое время
	Время задержки	exponential(1/ <i>TO1</i>) секунды
	Вместимость	1
	Специфические/Включить сбор статистики	Отметить галочкой
	Действия/При выходе	коэф_исп_осн_кан=осн_канал.statsUtilization.mean()
резерв_канал (элемент <i>Delay</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	Определённое время
	Время задержки	exponential(1/ <i>v</i>) секунды
	Вместимость	1
	Специфические/Включить сбор статистики	Отметить галочкой
	Действия/При входе	if (<i>a</i> ==0) <i>b</i> = <i>TO2</i> ; if (<i>a</i> ==1) { <i>b</i> = <i>TO2</i> + <i>Tvkl</i> ; <i>a</i> =0;}
	Действия/При выходе	коэф_исп_рез_кан=резерв_канал.statsUtilization.mean()
sink	Отображать имя	Отметить галочкой

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
(элемент <i>Sink</i>)	Специфические/Тип агента	Message
	Действия/При входе	<pre> if (agent.номерПотока==1) { пер_сообщ_пот1++; P1=пер_сообщ_пот1/пост_сообщ_пот1; } if (agent.номерПотока==2) { пер_сообщ_пот2++; P2=пер_сообщ_пот2/пост_сообщ_пот2; } всего_передано_сообщ++; Pob=всего_передано_сообщ/всего_сообщ_пост; вер_пот_сообщ=1-Pob; коэф_исп_кан=коэф_исп_осн_кан+коэф_исп_рез_кан; </pre>
осн_канал_раб (элемент <i>Переменная</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	boolean
	Начальное значение	true




Примечания:

– функция *Имя_элемента.size()* возвращает текущее значение агентов в элементе *Имя_элемента*. В нашем случае возвращает количество сообщений, находящихся в буфере;

– функция *Имя_элемента_Delay.statsUtilization.mean()* возвращает среднее (*mean()*) из всех измеренных встроенным набором данных *statsUtilization* элемента *Delay* с именем *Имя_элемента_Delay*, занимающимся сбором статистики использования этого блока. В нашем случае возвращает среднее число сообщений, проходящих по каналу за одну секунду.

9.3. Сегмент Имитатор отказов основного канала

Данный сегмент предназначен для розыгрыша интервала времени до очередного отказа, блокирования основного канала, разблокирования (запуска) резервного канала, имитации восстановления основного канала, его разблокирования и блокирования резервного канала.

Сегмент построен из элементов *Delay* , *Source* , *Переменная* .

Идея его работы заключается в следующем. Элемент *Source* вырабатывает одну заявку и становится неактивным. Заявка поступает на объект за-

держки (элемент *Delay*), разыгрывающий время до очередного отказа основного канала *Totk*. После этого заявка поступает на второй объект задержки (элемент *Delay*), имитирующий время восстановления основного канала *Tv*.

С выхода второго объекта задержки заявка поступает опять на вход первого объекта задержки для розыгрыша времени до очередного отказа основного канала. Процесс имитации отказов повторяется в цикле.

Если построить сегмент так, что время до очередного отказа будет разыгрывать элемент *Source*, то это не логично, так как при таком варианте отсчёт времени до очередного отказа не будет начинаться от момента окончания восстановления канала. Возможно, возникновения ситуаций, в которых очередной отказ придётся на время, когда идёт процесс восстановления канала.

Постройте сегмент имитации отказов основного канала связи, используя следующий алгоритм.

9.3.1. В Палитре выделите Библиотеку моделирования процессов

9.3.2. Перетащите на диаграмму *Main* и разместите в прямоугольнике с именем *Имитатор отказов основного канала* элементы (см. рис. 24):

- элемент *Source*
- два элемента *Delay*

Соедините их между собой с помощью инструмента *Соединитель* библиотеки *Агент* (см. рис. 24).

9.3.3. В Палитре выделите библиотеку *Агент*

9.3.4. Перетащите на диаграмму *Main* и разместите в прямоугольнике с именем *Имитатор отказов основного канала* элемент *Переменная*. Установите ей в свойствах имя *a* (см. рис. 24). **Внимание:** переменная *a* предназначена для организации включения резервного канала таким образом, чтобы время на включение учитывалось только при поступлении первого сообщения на резервный канал. При последующих поступлениях время включения резервного канала не учитывается. И это каждый раз повторяется при выходе из строя основного канала, так как после восстановления основного канала резервный канал выключается. Резервный канал выключается, но передача сообщения по нему, если это было в момент включения в работу основного канала, продолжается. Таким образом, какое-то время каналы работают параллельно. Потерь сообщений при выключении резервного канала нет.

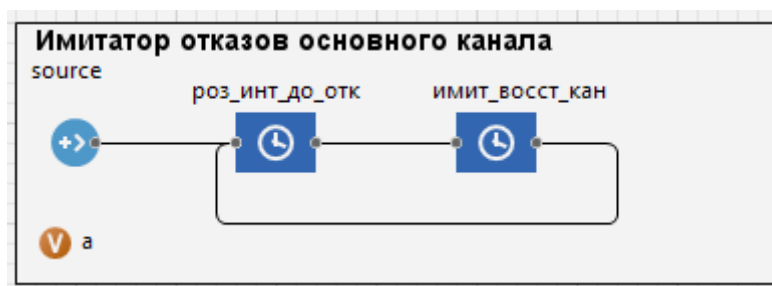


Рис. 24 – Сегмент «Имитатор отказов основного канала»

9.3.5. Последовательно выделите все элементы из прямоугольника *Имитатор отказов основного канала* и установите им свойства согласно табл. 14.

Таблица 14

Задание свойств элементов сегмента *Имитатор отказов основного канала*

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
source (элемент <i>Source</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Прибывают согласно	Интенсивности
	Интенсивность прибытия	1
	Ограниченное количество прибытий	Отметить галочкой
	Максимальное количество прибытий	1
	Новый агент	Agent
роз_инт_до_отк (элемент <i>Delay</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	Определённое время
	Время задержки	exponential(1/Totk) секунды
	Вместимость	1
	Специфические/Включить сбор статистики	Отметить галочкой
	Действия/При выходе	<pre> осн_канал_раб=false; if (осн_канал.size() != 0) { Message m=осн_канал.get(0); осн_канал.stopDelay(осн_канал.get(0)); всего_потеряно_сообщ ++; всего_передано_сообщ --; if (m.номерПотока==1) {пер_сообщ_пот1 --; пот_сообщ_пот1 ++;} if (m.номерПотока==2) {пер_сообщ_пот2 --; пот_сообщ_пот2 ++;} </pre>

Название элемента (устанавливается в свойстве <i>Имя</i> соответствующего элемента)	Свойство	Значение
		} $a=1$
имит_восст_кан (элемент <i>Delay</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	Определённое время
	Время задержки	exponential(1/ T_v) секунды
	Вместимость	1
	Специфические/Включить сбор статистики	Отметить галочкой
	Действия/При выходе	осн_канал_раб=true; коэф_без_раб_осн_к=1- имит_восст_кан.statsUtilization.mean();
	Специфические/Тип агента	Agent
a (элемент <i>Переменная</i>)	Отображать имя	Отметить галочкой
	Тип	double

10. Настройка вычислительного эксперимента

В окне *Проекты* выделите *Simulation.Main*. На странице *Модельное время* панели *Свойства* установите:

- режим выполнения: *Виртуальное время*;
- остановить: *В заданное время*;
- конечное время: 7200 (что равняется двум минутам, обусловленным индивидуальным заданием).

На странице *Случайность* установите:

- генератор случайных чисел: *Фиксированное начальное число* (воспроизводимые прогоны);
- начальное число: 7200.

Запустите модель. После запуска, если вы все рекомендации выполнили верно, получите результаты, приведенные на рис. 25.



Рис. 25 – Результаты моделирования

Получение результатов моделирования

В результате моделирования было получено:

$R1$ – загрузка основного канала связи;

$R2$ – загрузка резервного канала связи;

$P1=0,658$;

$P2=0,694$;

$Pob=0,676$.

Исследование процесса функционирования направления связи с помощью разработанной модели

В зависимости от индивидуального задания каждому обучающемуся предложено провести, с помощью разработанной модели, исследование процесса функционирования направления связи и представить результаты этого исследования в графическом и вербальном виде.

Сборник индивидуальных заданий

Задание 1

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из двух каналов (основного и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 8 сообщений.

На направление поступают два потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых равны 7 мин и 5 мин соответственно. При нормальной работе сообщения передаются по основному каналу. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 4 мин.

В основном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением 20 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 10 с. запускается резервный канал, который передаёт сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 6 мин.

Основной канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением 1 мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 5 ч. с целью определения.

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;
- вероятности передачи сообщений потока 1 и потока 2;
- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью, с целью определения наиболее влияющего на вероятность передачи сообщений направлением связи в целом входного параметра модели.

Задание 2

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из трёх каналов (двух основных и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 4 сообщения.

На направление поступают два потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых равны 6 мин и 10 мин соответственно. При нормальной работе сообщения переда-

ются по основным каналам. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин.

В основных каналах происходят сбои через интервалы времени, распределенные по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 7 с. запускается резервный канал, который передает сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределено по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин.

Основные каналы являются восстанавливаемыми. Время восстановления каналов подчинено экспоненциальному закону со средним значением 2 мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 3 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;

- вероятности передачи сообщений потока 1 и потока 2;

- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью получения зависимостей вероятности передачи сообщений потоками 1 и 2 от емкости буфера.

Задание 3

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из трех каналов (двух основных и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 4 сообщения.

На направление поступают три потока сообщений с экспоненциально распределенными интервалами времени, средние значения которых равны 6 мин, 7 мин и 10 мин соответственно. При нормальной работе сообщения передаются по основным каналам. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 7 мин.

В основных каналах происходят сбои через интервалы времени, распределенные по экспоненциальному закону со средним значением 20 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 6 с. запускается резервный канал, который передает сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределено по экспоненциальному закону со средним значением 8 мин.

Основные каналы являются восстанавливаемыми. Время восстановления каналов подчинено экспоненциальному закону со средним значением 6

мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 2 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;
- вероятности передачи сообщений потоками 1, 2 и 3;
- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью получения зависимостей вероятности передачи сообщений потоками 1 и 2 от средней продолжительности передачи сообщения по основному каналу связи.

Задание 4

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из двух каналов (основного и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 6 сообщений.

На направление поступают три потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых равны 5 мин, 10 мин и 7 мин соответственно. При нормальной работе сообщения передаются по основному каналу. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин.

В основном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 6 с. запускается резервный канал, который передаёт сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 9 мин.

Основной канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением 5 мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 7 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;
- вероятности передачи сообщений потоками 1, 2 и 3;
- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью получения зависимостей вероятности передачи сообщений потоками 1 и 2 от интенсивности прибытия сообщений.

Задание 5

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из двух каналов (основного и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 6 сообщений.

На направление поступают три потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых равны 5 мин, 10 мин и 7 мин соответственно. При нормальной работе сообщения передаются по основному каналу. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин.

В основном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 6 с. запускается резервный канал, который передаёт сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 9 мин. В резервном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется.

Основной канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением 5 мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения. Резервный канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением 5 мин.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 6 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;
- вероятности передачи сообщений потоками 1, 2 и 3;
- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью получения зависимостей вероятности передачи сообщений потоками 1 и 2 от интенсивности прибытия сообщений.

Задание 6

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из двух каналов (основного и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 6 сообщений.

На направление поступают два потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых равны 3 мин и 7 мин соответственно. При нормальной работе сообщения передаются по основному каналу. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 6 мин.

В основном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением 20 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 5 с. запускается резервный канал, который передаёт сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 9 мин. В резервном канале происходят сбои через интервалы времени, распределённые по экспоненциальному закону со средним значением 20 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется.

Основной канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением 7 мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения. Резервный канал является восстанавливаемым. Время восстановления канала подчинено экспоненциальному закону со средним значением 7 мин.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 5 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;
- вероятности передачи сообщений потока 1 и потока 2;
- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью получения зависимостей вероятности передачи сообщений потоками 1 и 2 от ёмкости буфера.

Задание 7

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из трёх каналов (двух основных и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 8 сообщений.

На направление поступают три потока сообщений с экспоненциально распределёнными интервалами времени, средние значения которых равны 5 мин, 5 мин и 5 мин соответственно. При нормальной работе сообщения

передаются по основным каналам. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 8 мин.

В основных каналах происходят сбои через интервалы времени, распределенные по экспоненциальному закону со средним значением 15 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 5 с. запускается резервный канал, который передает сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределено по экспоненциальному закону со средним значением 10 мин.

Основные каналы являются восстанавливаемыми. Время восстановления каналов подчинено экспоненциальному закону со средним значением 7 мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 5 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;

- вероятности передачи сообщений потоками 1, 2 и 3;

- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью определения путей повышения вероятности передачи сообщений направлением связи в целом.

Задание 8

Направление связи между сложным техническим объектом и его цифровым двойником состоит из трех каналов (двух основных и резервного) и общего входного буфера ёмкостью на 10 сообщений.

На направление поступают два потока сообщений с экспоненциально распределенными интервалами времени, средние значения которых равны 10 мин и 10 мин соответственно. При нормальной работе сообщения передаются по основным каналам. Продолжительность передачи одного сообщения по основному каналу распределена по экспоненциальному закону со средним значением 5 мин.

В основных каналах происходят сбои через интервалы времени, распределенные по экспоненциальному закону со средним значением 18 мин. Если сбой происходит во время передачи, то сообщение теряется. За время 7 с. запускается резервный канал, который передает сообщения, начиная с очередного. Продолжительность передачи одного сообщения по резервному каналу распределено по экспоненциальному закону со средним значением 8 мин.

Основные каналы являются восстанавливаемыми. Время восстановления каналов подчинено экспоненциальному закону со средним значением 5

мин. После восстановления резервный канал выключается и основной канал продолжает работу с очередного сообщения.

Необходимо разработать имитационную модель направления связи и провести исследование функционирования направления связи в течение 6 ч. с целью определения

- коэффициентов использования основного и резервного каналов связи;

- вероятности передачи сообщений потока 1 и потока 2;

- вероятность передачи сообщений направлением связи в целом.

Провести исследования с моделью с целью получения зависимостей вероятности передачи сообщений потоками 1 и 2 от продолжительности функционирования направления связи.

Практическое занятие №1

Оценивание вероятности достижения целей функционирования киберфизической системы с помощью ее имитационной модели

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков оценивания вероятности достижения целей функционирования киберфизической системы с помощью ее имитационной модели.

Длительность занятия: 4 академических часа.

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленным пакетом прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB;
- настоящее методическое пособие;
- сборник индивидуальных заданий.

Индивидуальное задание

Задание 1

Одним из показателей функционирования киберфизической системы (КФС) является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{\text{тр}}=100000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – экспоненциальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание1N*, где N – номер варианта индивидуального задания).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{\text{тр}}]$.

Решение

Для того, чтобы определить вероятность $P[S \leq S^{\text{тр}}]$ по результатам имитационного моделирования необходимо знать плотность распределения S . Исходя из задания известно, что S распределена по экспоненциальному закону, плотность вероятности которого задана выражением:

$$f(S) = \lambda e^{-\lambda S}.$$

Однако не известен параметр закон распределения, которым является λ . Определим неизвестный параметр с помощью метода максимального правдоподобия.

Для реализации метода максимального правдоподобия предлагается использовать пакет прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB.

Для этого необходимо выполнить ряд последовательных этапов.

11. Экспорт выборки значений S в MATLAB.

Используя встроенную функцию *xlsread()* сохраним выборку значений S в массив *Data*:

```
| 1 Data=xlsread('задание1N','A1:ALL1').
```

12. Определение выражения для нахождения λ и вычисление его значения.

Найдем функцию правдоподобия $L(Data, \lambda)$

$$L(Data, \lambda) = f_1(S_1, \lambda) f_2(S_2, \lambda) \dots f_{1000}(S_{1000}, \lambda) = \lambda^{1000} e^{-\lambda^{1000} \sum_{i=1}^{1000} S_i}.$$

Для упрощения определения λ целесообразно перейти к натуральному логарифму функции правдоподобия $l(Data, \lambda)$:

$$\begin{aligned} l(Data, \lambda) &= \ln L = \ln \lambda^{1000} e^{-\lambda^{1000} \sum_{i=1}^{1000} S_i} = \ln \lambda^{1000} + \ln e^{-\lambda^{1000} \sum_{i=1}^{1000} S_i} = \\ &= 1000 \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{1000} S_i. \end{aligned}$$

Найдем такое λ , при котором $l(Data, \lambda) \rightarrow \max$.

Необходимое условие:

$$d'(\lambda) = \frac{1000}{\lambda} - \sum_{i=1}^{1000} S_i = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1000}{\sum_{i=1}^{1000} S_i} = 0.00001.$$

Достаточное условие:

$$d''(\lambda) = -\frac{1000}{\lambda^2} < 0.$$

Значение $\lambda = 0.00001$.

13. Определение вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС:

$$P[S \leq S^{\text{TP}}] = \int_0^{S^{\text{TP}}} f(S) = \int_0^{S^{\text{TP}}} 0.00001 e^{-0.00001 S} = 0.64.$$

Задание 2

Одним из показателей функционирования киберфизической системы (КФС) является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{\text{TP}} = 100000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание2N*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность неперевышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности неперевышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Решение

Восстановление плотности вероятности с помощью гистограммного метода.

3. Экспорт выборки значений S в MATLAB.

Используя встроенную функцию *xlsread()* сохраним выборку значений S в массив *Data*

```
| 1 Data=xlsread('задание2N','A1:ALL1').
```

4. Определение ширины пропускания h .

Для определения оптимальной ширины пропускания используем правило Стерджиса.

В соответствии с правилом Стерджеса:

$$h = \frac{s}{J_{\max}^{\min}}$$

где $S^{\max \min}$ – максимальные и минимальные значения реализации стоимости функционирования КФС;

$J = 1 + 3.322 \lg I$ – количество интервалов разбиения.

Программная реализация в MATLAB:

```
| 1 I = size(Data,2);  
| 2 J = round(1+3.322*log10(N_element));  
| 3 minimum = min(Data(1,:));  
| 4 maximum = max(Data(1,:));  
| 5 h =(maximum-minimum)/J
```

5. Определение количества попаданий реализаций значений S в интервалы шириной h .

Разобьём область изменения значений S на равные непересекающиеся интервалы шириной h и подсчитаем количество попаданий реализаций значений S в эти интервалы, используя встроенную функцию *hist*.

Программная реализация в MATLAB:

```
| 1 %Определение границ интервалов (массив Grani_int)  
| 2 Grani_int(1)=minimum - h;  
| 3 for j=2:J+4  
| 4     Grani_int(j)=Grani_int(j-1)+h;
```

```

5   end
6   end
7
8   %Определение центров интервалов (массив c)
9   for j=1:(size(Grani_int,2)-1)
10      c(j)= Grani_int (j)+h/2;
11   end
12
13   % Определение количества попаданий реализаций значений сто-
14   имости функционирования КФС в интервалы
15   Datatr=transp(Data);
16   c=transp(c);
17   [z]=hist(Datatr,c);

```

6. Определение значений плотности вероятности стоимости КФС в центрах интервалов и построение гистограммы.

Определим оценку значений плотности вероятности стоимости КФС в центрах интервалов по формуле:

$$f = \frac{n}{Ih}.$$

Программная реализация в MATLAB:

```

1   zz=z./size(Data,2)*h;
2   figure
3   bar(zz)

```

В результате получим гистограмму, представленную на рис. 26

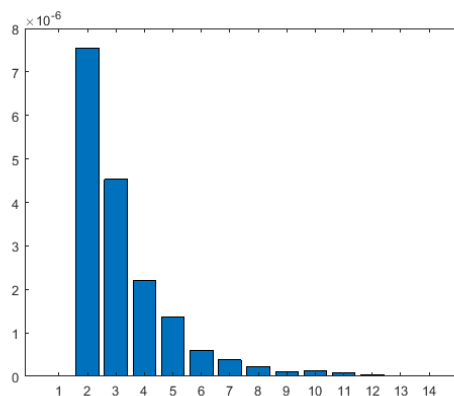


Рис. 26 – Оценка плотности вероятности стоимости функционирования КФС при использовании гистограммного метода

Определим приближенно вероятность невышшения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, используя полученную выше плотность вероятности:

$$P[S \leq S^{TP}] = 0.69.$$

Восстановление плотности вероятности с помощью ядерной оценки плотности.

1. Экспорт выборки значений S в MATLAB.

Используя встроенную функцию *xlsread()* сохраним выборку значений S в массив *Data*

```
| 1 Data=xlsread('задание2N','A1:ALL1').
```

2. Определение ширины пропускания h .

Значение ширины было получено выше.

3. Использование ядерной оценки и построение плотности вероятности стоимости функционирования КФС.

Плотность вероятности стоимости функционирования КФС представлена выражением:

$$f(S) = \frac{1}{Ih} \sum_{i=1}^I K_{\frac{S-S^i}{h}},$$

где S^i – реализация значения стоимости в i -ом эксперименте;

$K\left(\frac{S-S^i}{h}\right)$ – ядерная функция.

В качестве ядерной функции будем использовать Гауссову ядерную функцию, заданную выражением:

$$K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2t^2}}.$$

Для реализации ядерной оценки плотности вероятности будем использовать встроенную функции MATLAB *fitdist*.

Программная реализация в MATLAB:

```
| 1 aa=interval(1):(interval(size(interval,2))-inter-  
  val(1))/100:interval(size(interval,2));  
| 2 pd_kernel=fitdist(Datatr,'Kernel');  
| 3 y=pdf(pd_kernel,aa);  
| 4 figure  
| 5 plot(aa,y)
```

В результате получим плотность вероятности стоимости функционирования КФС, график которой представлен на рис. 27.

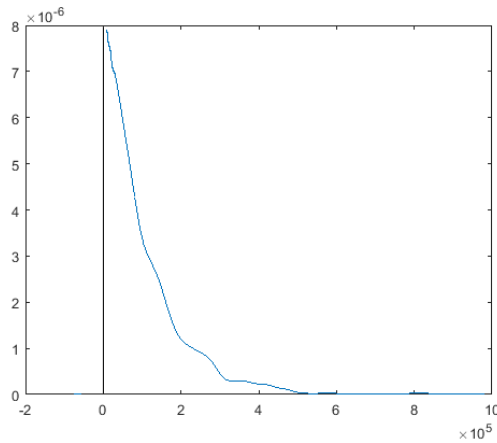


Рис. 27 – Оценка плотности вероятности стоимости функционирования КФС при использовании ядерной оценки плотности

4. Определение вероятности невышения требований к стоимости процесса функционирования КФС

Для определения вероятности $P[S \leq S^{\text{tp}}]$ проинтегрируем полученную плотность вероятности.

Программная реализация в MATLAB:

```
1 fun=@(xx)pdf(pd_kernel,xx);
2 p2=integral(fun,0,100000)
```

В результате $P[S \leq S^{\text{tp}}] = \int_0^{S^{\text{tp}}} f(S) = 0.61$.

Сборник индивидуальных заданий

Вариант 1

Задание 1

Одним из показателей функционирования киберфизической системы (КФС) является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{\text{TP}}=100000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – нормальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание11*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{\text{TP}}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{\text{TP}}=2000000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание22*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{\text{TP}}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{\text{TP}}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 2

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{\text{TP}}=800$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – экспоненциальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов

модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание12*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=30000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание22*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 3

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=15000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – нормальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание13*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=2000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание23*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 4

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=1600$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – экспоненциальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание14*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=10000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание24*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 5

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=7000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – нормальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание15*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=1400$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание25*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 6

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=1400$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – экспоненциальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание16*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=100000000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание26*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 7

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=200000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – нормальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание17*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=2000000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание27*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Вариант 8

Задание 1

Одним из показателей функционирования КФС является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=80$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. Предполагается, что закон распределения S – экспоненциальный закон. Была разработана имитационная модель функционирования КФС. По результатам 1000 прогонов модели была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание18*).

Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$.

Задание 2

Одним из показателей функционирования киберфизической системы (КФС) является ее стоимость S . Заданы требования к стоимости процесса функционирования КФС ($S^{TP}=40000000$ у.е.). Процесс функционирования КФС подвержен влиянию различных факторов неопределенности, что обуславливает стохастический характер значений стоимости функционирования КФС. По результатам имитационного моделирования была получена выборка значений S (Excel-файл с названием *Задание28*, где N -номер варианта индивидуального задания).

1. Определить вероятность непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$, восстановив при этом плотность вероятности стоимости функционирования КФС путем использования непараметрических методов (гистограммный и ядерная оценка плотности);

2. Получить зависимость вероятности непревышения требований к стоимости процесса функционирования КФС $P[S \leq S^{TP}]$ от ширины пропускания при использовании ядерной оценки плотности вероятности.

Практическое занятие №2

Получение и исследование аналитической модели элемента киберфизической системы путем регрессионного анализа результатов моделирования

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков получения аналитических моделей функционирования элементов КФС на основе регрессионного анализа.

Длительность занятия: 4 академических часа.

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленным пакетом прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB;
- настоящее методическое пособие;
- сборник индивидуальных заданий.

Индивидуальное задание

Задание

Одним из показателей процесса создания сети передачи данных (ПС СПД) между телекоммуникационным оборудованием и его цифровым двойником является его стоимость S . Была разработана имитационная модель, позволяющая оценить стоимость ПС СПД от ее характеристик, а именно: количества основных каналов связи (x_1), количества резервных каналов связи (x_2), времени обслуживания заявки (x_3), средней наработки до отказа канала связи (x_4), емкости буфера (x_5). По результатам 30 экспериментов с различными значениями входных параметров были получены значения стоимости ПС СПД (Excel-файл с названием *ЗаданиеN*, где N – номер варианта индивидуального задания).

Путем регрессионного анализа получить аналитическую модель:

$$S = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5).$$

Решение

Для получения аналитической модели путем регрессионного анализа необходимо выполнить ряд последовательных этапов.

1. Экспорт значений входных параметров модели (факторов с 1 по 5) в MATLAB.

Используя встроенную функцию *xlsread()* сохраним значения входных параметров модели в массив *Data*

```
| 1 Data=xlsread('заданиеN', 'B2:F31').
```

2. Добавление в массив входных параметров массива с единичными значениями нулевого фактора.

```

1 %Генерация массива с единичным значением нулевого фактора
2 x=ones(size(Data,1),1);
3 %Построение матрицы значений факторов
4 Data=[x Data];

```

3. Экспорт значений выходного параметра модели в MATLAB.

Используя встроенную функцию *xlsread()* сохраним значения выходного параметра модели в массив *Y*

```

1 Y=xlsread('заданиеN','I2:I31').

```

4. Вычисление коэффициентов уравнения регрессии при предположении о том, что получаемая аналитическая модель – линейная.

Коэффициенты уравнений линейной регрессии определяются по результатам экспериментов с помощью метода наименьших квадратов. Сущность этого метода заключается в минимизации суммы квадратов отклонений значений выходного параметра, которые рассчитаны с помощью уравнения регрессии, и значений, которые получены в результате эксперимента.

Для случая множественной линейной регрессии искомая сумма квадратов определяется из выражения:

$$S = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=0}^m c_j x_{ji} - \tilde{y}_i \right]^2,$$

где n – количество опытов в эксперименте;

x_{ji} – значение j -го фактора в i -ом опыте;

\tilde{y}_i – значение выходного параметра в i -ом опыте.

Расчет коэффициентов уравнения множественной регрессии производится по формуле:

$$C = X^T X^{-1} X^T \tilde{Y},$$

C – вектор коэффициентов: $C = [c_0, c_1, c_2, \dots, c_m]^T$;

X – матрица размера $n \times (m + 1)$ значений факторов;

\tilde{Y} – вектор выходных параметров: $\tilde{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$.

Нахождение матрица C в MATLAB реализовано следующим образом:

```

1 %Вычисление коэффициентов регрессии
2 C=(transp(Data)*Data)\(transp(Data)*Y);

```

5. Проверка адекватности подобранного уравнения регрессии.

Для решения задачи адекватности уравнения регрессии, полученного по результатам эксперимента, рассчитываются следующие значения:

– среднее значение выходного параметра, полученного по результатам эксперимента:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i,$$

где \tilde{y}_i – значение выходного параметра, которое получено в результате эксперимента;

– сумма квадратов отклонений выходного параметра, полученного по результатам эксперимента, от его среднего значения:

$$C_y = \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i - \bar{y}^2,$$

– сумма квадратов отклонений выходного параметра, полученного с помощью уравнения регрессии, от его среднего значения (регрессионная сумма квадратов):

$$C_R = \sum_{i=1}^n y_i - \bar{y}^2,$$

где y_i – значение выходного параметра, которое рассчитано с помощью уравнения регрессии;

– остаточная сумма квадратов отклонений:

$$C_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i - y_i^2.$$

При этом можно показать, что между суммами квадратов отклонений $C_y, C_R, C_{\text{ост}}$ существует зависимость $C_y = C_R + C_{\text{ост}}$.

Решение об адекватности математической модели может быть принято с помощью критерия, основанного на коэффициенте детерминированности R^2 , который рассчитывается по формуле:

$$R^2 = \frac{C_R}{C_y}.$$

Модели с коэффициентом детерминированности выше 0,8 можно признать достаточно хорошими. Значение коэффициента детерминированности – 1 означает функциональную зависимость между переменными x и y .

Нахождение коэффициента детерминированности в MATLAB реализовано следующим образом:

```

1  %Вычисление значение выходного параметра с помощью урав-
   нения регрессии
2  for i=1:size(Data,1)
3      Y1(i,1)=C(1)+C(2)*Data(i,2)+C(3)*Data(i,3)+C(4)*Data(i,4)+C(5)*Data(i,5)+C(6)*Data(i,6);
4  end
5
6  %Вычисление коэффициента Cy
7  Ys=sum(Y)/size(Data,1);
8  Cy=0;
9  for i=1:size(Data,1)
10     xx=(Y(i)-Ys)^2;
11     Cy=Cy+xx;
12 end
13
14 %Вычисление коэффициента Cr
15 Cr=0;
16 for i=1:size(Data,1)
17     xx=(Y1(i)-Ys)^2;
18     Cr=Cr+xx;
19 end
20
21 %Вычисление коэффициента детерминированности R^2
22 R2=Cy/Cr;

```

Полученное значение коэффициента детерминированности 0,83 говорит о высокой адекватности уравнения регрессии. Но следует также проверить гипотезы о том, что получаемая нами аналитическая модель может иметь вид неполного и полного квадратного полинома.

В неполный квадратный полином (НКП) дополнительно включены попарные произведения факторов:

$$y = \sum_{j=0}^m c_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{q=j+1}^m c_{jq} x_j x_q.$$

Для расчета коэффициентов уравнения регрессии применяется метод наименьших квадратов:

$$C_{\text{НКП}} = X_{\text{НКП}}^T X_{\text{НКП}}^{-1} X_{\text{НКП}}^T \tilde{Y},$$

где $X_{\text{НКП}}$ (по сравнению с матрицей X) увеличивается на C_m^2 столбцов, представляющих собой попарные произведения факторов, где $C_m^2 = \frac{m!}{2!(m-2)!}$.

После получения матрицы коэффициентов $C_{\text{НКП}}$ в соответствии с пунктом 5 проводится оценка адекватности. Полученное значение коэффициента регрессии равно 0,81, что показывает, что неполный квадратный полином в меньшей степени соответствует виду получаемой аналитической модели.

Далее необходимо рассмотреть полный квадратный полином (ПКП), вид которого представлен выражением:

$$y = \sum_{j=0}^m c_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{q=j+1}^m c_{jq} x_j x_q + \sum_{j=1}^m c_{jj} x_j^2.$$

Для расчета коэффициентов уравнения применяется метод наименьших квадратов. При этом к матрице $X_{\text{НКП}}$ добавляется m столбцов, состоящих из квадратов значений факторов.

После получения матрицы коэффициентов $C_{\text{ПКП}}$ в соответствии с пунктом 5 проводится оценка адекватности. Полученное значение коэффициента регрессии равно 0,55, что показывает, что полный квадратный полином не соответствует виду получаемой аналитической модели.

Таким образом по результатам регрессионного анализа получаем аналитическую модель, позволяющую оценить стоимость ПС СПД от ее характеристик, которая имеет вид неполного квадратного полинома и представлена выражением:

$$S = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_5.$$

Лабораторная работа 4

Планирование вычислительного эксперимента с имитационной моделью элемента киберфизической системы

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков планирования вычислительного эксперимента с имитационной моделью элемента киберфизической системы.

Длительность занятия: 4 академических часа

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленным приложением MS Excel;
- настоящее методическое пособие;
- сборник индивидуальных заданий.

Основные теоретические положения

Экспериментом называют целенаправленное воздействие на объект исследования с целью получения о нем достоверной информации. В науке эксперимент играет важную роль, являясь источником познания и критерием истинности теорий и гипотез. Объекты исследования разнообразны, но методы экспериментальных исследований имеют много общего.

По цели проведения и форме представления полученных результатов различают качественные и количественные эксперименты. Качественный эксперимент устанавливает только сам факт существования какого-либо явления, но при этом не даёт никаких количественных характеристик объекта исследования. Результатом такого эксперимента является словесное описание объекта. Количественный эксперимент не только фиксирует факт существования того или иного явления, но и позволяет установить соотношения между количественными характеристиками явления и количественными характеристиками способов внешнего воздействия на объект исследования.

Одним из видов активных экспериментов является машинный эксперимент. Организация и проведение такого эксперимента содержит следующие этапы:

- обоснование плана проведения эксперимента;
- контроль хода эксперимента;
- оценка адекватности результатов эксперимента;
- исключение влияния случайных внешних воздействий;
- анализ и интерпретация полученных результатов.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов. Планированием эксперимента называется выбор плана эксперимента, удовлетворяющего поставленным требованиям. Современные методы планирования эксперимента и обработки его результатов, разработанные на основе математической статистики и теории

вероятностей, позволяют существенно сократить число необходимых для проведения опытов. Знание и использование этих методов делает работу экспериментатора целенаправленной и повышает надёжность получаемых им результатов.

Основные этапы планирования эксперимента:

- выбор состава фактора (основной критерий – получение достоверной информации о исследуемой КФС или ее составных частях при минимизации объема проводимых опытов);
- выбор диапазонов варьирования каждого фактора в зависимости от конкретной задачи, стоящей перед исследователем;
- выбор числа повторений каждого опыта для получения дисперсии воспроизводимости опытов;
- выбор числа опытов.

Выбор состава фактора осуществляется следующим образом:

- формирование полного множества факторов;
- сужение полного множества факторов до подмножества, которое было бы причиной большей части вариации выходного параметра эксперимента (наиболее значимых факторов).

Для сужения полного множества факторов целесообразно использовать экспертные методы, например, метод ранговой корреляции, и/или дисперсионный анализ.

На результаты машинных экспериментов с моделями КФС оказывает влияние определенная совокупность внешних и внутренних факторов, которые, в общем случае, имеют случайный характер. Поэтому определяемые в ходе эксперимента параметры изделия являются случайными величинами. Для выявления наиболее значимых факторов, воздействующих на выходные параметры эксперимента, широкое применение получил метод, который называется дисперсионным анализом.

Дисперсионный анализ – это статистический метод анализа результатов экспериментов, зависящих от различных одновременно действующих факторов, для обоснованного выбора наиболее значимых факторов и оценки их влияния¹.

Исследования влияния тех или иных факторов на изменчивость определяемых при экспериментах параметров проводятся путем анализа их средних значений. При этом изменчивость неопределяемых параметров оценивается дисперсиями.

В этом случае проверяется так называемая нулевая гипотеза H_0 .

Нулевая гипотеза заключается в том, что, например, две выборки, полученные из результатов эксперимента, принадлежат одной генеральной совокупности, т.е. различия между выборками являются несущественными, и они объясняются случайным характером распределения выходной переменной. Для проверки нулевой гипотезы применяется критерий Фишера, основанный на сравнении дисперсий двух выборок.

В качестве функции от статистических показателей, распределение которой не зависит от каких-либо неизвестных и неконтролируемых в процессе эксперимента факторов, используется отношение дисперсий, полученных из независимых выборок, распределенных по нормальному закону, т. е. распределение величины:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \quad (1)$$

где s_1^2 и s_2^2 – оценки дисперсий выходной переменной, которые рассчитаны по выборкам объемами N_1 и N_2 соответственно.

Причем в качестве числителя в соотношении (1) выбирается наибольшая оценка из двух оценок дисперсий. Распределение величины F называется распределением Фишера. Значения функции и квантилей распределения Фишера приведены в таблицах справочников по математике и в таблицах других носителей статистической информации, например, таблицах MS Excel. Исходными данными для входа в эти таблицы являются уровень значимости α и значения ν_1 и ν_2 степеней свободы числителя и знаменателя соотношения (1), которые рассчитываются по формулам $\nu_1 = N_1 - 1$ и $\nu_2 = N_2 - 1$ соответственно.

Уровень значимости — это вероятность отклонения гипотезы о равенстве дисперсий s_1^2 и s_2^2 , в то время как она верна. Если, например, уровень значимости $\alpha = 0,01$, то вероятность правильного решения равна $1 - \alpha = 0,99$. Значение α , как правило, выбирается из диапазона (0,01 – 0,05).

С помощью таблиц квантилей распределения Фишера определяется квантиль:

$$F_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2).$$

Гипотеза о равенстве дисперсий s_1^2 и s_2^2 принимается при выполнении условия:

$$F < F_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2). \quad (2)$$

В зависимости от количества воздействующих на параметр изделия факторов различают однофакторный, двухфакторный и многофакторный дисперсионный анализ.

В настоящем методическом пособии полагается, что параметр, который варьируется в эксперименте, является скалярной величиной. При этом исследования проводятся при воздействии на этот параметр одного или двух факторов.

Однофакторный дисперсионный анализ

При однофакторном дисперсионном анализе исследуется влияние одного фактора X , имеющего L уровней: x_1, x_2, \dots, x_L . В действительности на параметр Y испытываемого изделия, наряду с фактором X , оказывают влияние также другие факторы, которые полагаются случайными.

В связи с этим из общей дисперсии параметра Y выделяют, так называемую, «факторную» дисперсию, обусловленную воздействием фактора X и «остаточную» дисперсию, обусловленную случайными факторами. Если различие между ними значимо, то фактор X оказывает существенное влияние на параметр Y . В этом случае средние значения параметра Y на каждом уровне фактора X значимо отличаются друг от друга.

Схема однофакторного дисперсионного анализа зависит от количества опытов на каждом j -ом ($j = \overline{1, L}$) уровне скалярного фактора X . Предположим, что количество опытов на каждом уровне (в каждой группе) равно N . Результаты эксперимента представлены в таблице 15.

Таблица 15

Результаты однофакторного эксперимента

Номер опыта	Уровень фактора X					
	x_1	x_2	...	x_j	...	x_L
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1j}	...	y_{1L}
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2j}	...	y_{2L}
...						
i	y_{i1}	y_{i2}	...	y_{ij}	...	y_{iL}
...						
N	y_{N1}	y_{N2}	...	y_{Nj}	...	y_{NL}

Для проведения анализа рассчитывают:

– групповое среднее значение параметра Y для каждого j -го уровня фактора:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij};$$

– общее (выборочное) среднее параметра Y :

$$\bar{y} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \bar{y}_j.$$

Для расчета дисперсий, необходимых для последующего анализа, определяют:

– общую сумму квадратов отклонений полученных в эксперименте значений y_{ij} исследуемого параметра Y от общего среднего значения \bar{y} (полная вариация):

$$C_Y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^L (y_{ij} - \bar{y})^2; \quad (3)$$

– факторную сумму квадратов отклонений групповых средних \bar{y}_j от общего среднего значения \bar{y} (межгрупповая вариация):

$$C_\Phi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^L (y_{ij} - \bar{y})^2 = N \sum_{j=1}^L (\bar{y}_j - \bar{y})^2; \quad (4)$$

– остаточную сумму квадратов отклонений полученных в эксперименте значений y_{ij} от групповых средних значений \bar{y}_j (внутригрупповая вариация):

$$C_{\text{ост}} = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^N (y_{ij} - \bar{y}_j)^2. \quad (5)$$

Из анализа выражений (3) – (5) следует, что общая сумма C_Y характеризует рассеивание исследуемого параметра Y , факторная сумма C_Φ – рассеивание между группами (между средними значениями параметра Y на разных уровнях), а $C_{\text{ост}}$ – рассеивание внутри группы (на одном уровне фактора).

Можно показать, что справедливо равенство:

$$C_{\text{ост}} = C_Y - C_\Phi. \quad (6)$$

На основе рассчитанных сумм (3) – (5) определяются следующие дисперсии:

– общая (полная) дисперсия

$$S_Y^2 = \frac{C_Y}{NL-1}; \quad (7)$$

– факторная (межгрупповая) дисперсия

$$S_\Phi^2 = \frac{C_\Phi}{L-1}; \quad (8)$$

– остаточная (внутригрупповая) дисперсия

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{C_{\text{ост}}}{L(N-1)}. \quad (9)$$

В знаменателе каждого из соотношений (7) – (9) находится коэффициент, который равен «числу степеней свободы». Это обусловлено тем, что в математической статистике число степеней свободы – это число независимых переменных в каком-либо множестве. Например, пусть имеется N переменных x_i ($j = \overline{1, N}$) и рассчитанное среднее значение $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$. Тогда количество независимых переменных равно $N-1$ поскольку оставшаяся переменная определяется из $N-1$ независимых переменных и среднего значения \bar{x} . Таким образом, число степеней свободы равно $N-1$, т.е. количеству переменных минус число ограничений, которые на них накладываются.

При проведении однофакторного дисперсионного анализа предполагается, что дисперсии S_Φ^2 и $S_{\text{ост}}^2$ однородны (хотя и не известны), т. е. выдвигается гипотеза о том, что дисперсии S_Φ^2 и $S_{\text{ост}}^2$ равны между собой.

После расчета факторной и остаточной дисперсий гипотеза о равенстве этих дисперсий проверяется. Для решения этой задачи используется критерий Фишера.

Согласно этому критерию дисперсии S_Φ^2 и $S_{\text{ост}}^2$ отличаются незначительно, если выполняется неравенство:

$$F = \frac{S_\Phi^2}{S_{\text{ост}}^2} < F_{1-\alpha}(v_\Phi, v_{\text{ост}}), \quad (10)$$

где $F = \frac{S_\Phi^2}{S_{\text{ост}}^2}$ – статистика Фишера;

$F_{1-\alpha}(v_{\text{ф}}, v_{\text{ост}})$ – квантиль распределения Фишера;

α – уровень значимости, который характеризует степень достоверности выявленных различий между дисперсиями $S_{\text{ф}}^2$ и $S_{\text{ост}}^2$, т. е. он показывает, насколько мы можем доверять тому, что различия действительно существуют;

$v_{\text{ф}} = L - 1$ – число степеней свободы числителя, т. е. дисперсии $S_{\text{ф}}^2$;

$v_{\text{ост}} = L(N - 1)$ – число степеней свободы знаменателя, т. е. дисперсии $S_{\text{ост}}^2$.

Это значит, что групповые средние $\bar{y}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij}$, где $j = \overline{1, L}$ незначимо отличаются друг от друга, то есть фактор, который исследуется в эксперименте, не оказывает существенное влияние на исследуемый параметр изделия.

Если дисперсии $S_{\text{ф}}^2$ и $S_{\text{ост}}^2$ отличаются значимо, то справедливо неравенство:

$$F \geq F_{1-\alpha}(v_{\text{ф}}, v_{\text{ост}}). \quad (11)$$

Из выражения (11) следует, что групповые средние значения \bar{y}_j существенно отличаются друг от друга, то есть рассматриваемый фактор X существенно влияет на параметр Y .

Однофакторный дисперсионный анализ находит широкое применение для проверки нулевой гипотезы о равенстве групповых средних нормальных генеральных совокупностей, для чего достаточно проверить гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий.

Таким образом, однофакторный дисперсионный анализ позволяет:

- оценить влияние фактора на исследуемый в ходе эксперимента параметр при проведении на каждом уровне фактора нескольких опытов;
- оценить степень влияния фактора на оцениваемый параметр;
- проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий (средних значений) нескольких нормально распределенных случайных величин.

Двухфакторный дисперсионный анализ

Если уровни, вызывающие изменчивость средних значений параметра Y , принадлежат двум факторам X (уровни $x_j, j = \overline{1, L}$) и Z (уровни $z_k, k = \overline{1, M}$), то используется двухфакторный дисперсионный анализ. Результаты эксперимента вводятся в таблицу 16, которая имеет два входа.

По результатам эксперимента рассчитывают:

- общее выборочное среднее:

$$\bar{y} = \frac{1}{LM} \sum_{j=1}^L \sum_{k=1}^M y_{jk}; \quad (12)$$

- групповое среднее для каждого уровня фактора X (среднее по строкам):

$$\bar{y}_{Xj} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M y_{jk}; \quad (13)$$

– групповое среднее для каждого уровня фактора Z (среднее по столбцам):

$$\overline{y_{Zk}} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{jk}; \quad (14)$$

Результаты расчета средних значений сводят в таблицу 16.

Для расчета дисперсий, необходимых для последующего анализа, определяют:

– общую сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от общего среднего значения:

$$C_Y = \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^L (y_{jk} - \bar{y})^2; \quad (15)$$

– факторную сумму квадратов отклонений групповых средних фактора X от общего среднего значения:

$$C_X = M \sum_{j=1}^L (\overline{y_{Xj}} - \bar{y})^2; \quad (16)$$

– факторную сумму квадратов отклонений групповых средних фактора Z от общего среднего значения:

$$C_Z = L \sum_{k=1}^M (\overline{y_{Zk}} - \bar{y})^2; \quad (17)$$

– остаточную сумму квадратов отклонений полученных в эксперименте значений y_{ij} от групповых средних факторов X и Z , т. е. y_{Xj} и y_{Zk} :

$$C_{\text{ост}} = \sum_{j=1}^L \sum_{k=1}^{ML} (y_{jk} - y_{Xj} - y_{Zk} - \bar{y})^2. \quad (18)$$

Таблица 16

Результаты двухфакторного эксперимента

Уровень фактора X	Уровень фактора Z						Среднее по строкам
	z_1	z_2	...	z_k	...	z_M	
x_1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1k}	...	y_{1M}	$\overline{y_{x1}}$ $= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M y_{1k}$
x_2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2k}	...	y_{2M}	$\overline{y_{x2}}$ $= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M y_{2k}$
...							
x_j	y_{j1}	y_{j2}	...	y_{jk}	...	y_{jM}	$\overline{y_{xj}}$ $= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M y_{jk}$
...							
x_L	y_{L1}	y_{L2}	...	y_{Lk}	...	y_{LM}	$\overline{y_{xL}}$ $= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M y_{Lk}$
Среднее по столбцам	$\overline{y_{z1}}$ $= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{j1}$	$\overline{y_{z2}}$ $= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{j2}$		$\overline{y_{zk}}$ $= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{jk}$		$\overline{y_{zM}}$ $= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{jM}$	–

Можно показать, что справедливо равенство:

$$C_{\text{ост}} = C_Y - C_X - C_Z. \quad (19)$$

На основе сумм (15-18) вычисляются:

– общая дисперсия:

$$S_Y^2 = \frac{C_Y}{ML-1}; \quad (20)$$

– факторная дисперсия для фактора X:

$$S_X^2 = \frac{C_X}{L-1}; \quad (21)$$

– факторная дисперсия для фактора Z:

$$S_Z^2 = \frac{C_Z}{M-1}; \quad (22)$$

– остаточная дисперсия:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{C_{\text{ост}}}{L-1} (M-1). \quad (23)$$

Проверка гипотезы об отсутствии влияния на параметр Y факторов X и Z производится путем сравнения оценок дисперсий (21) и (22) с остаточной дисперсией (23). Для этой цели на основании критерия Фишера определя-

ются значения статистик Фишера $F_X = \frac{S_X^2}{S_{\text{ост}}^2}$ и $F_Z = \frac{S_Z^2}{S_{\text{ост}}^2}$, которые рассчитываются по результатам эксперимента. Согласно этому критерию, факторы X и Z не влияют на параметр Y при выполнении следующих условий:

$$F_X = \frac{S_X^2}{S_{\text{ост}}^2} < F_{1-\alpha}(v_x, v_{\text{ост}}), \quad (24)$$

$$F_Z = \frac{S_Z^2}{S_{\text{ост}}^2} < F_{1-\alpha}(v_z, v_{\text{ост}}), \quad (25)$$

где v_x – число степеней свободы числителя в выражении (24), $v_x = L - 1$;
 v_z – число степеней свободы числителя в выражении (25), $v_z = L - 1$;
 $v_{\text{ост}}$ – число степеней свободы числителя в выражении (24, 25), $v_x = L - 1$.

Если одно из условий (24) или (25) не выполняется, то делается вывод о том, что либо один из факторов, либо оба фактора оказывают существенное влияние на параметр Y (выходной параметр эксперимента).

Использование средств MS Excel для проведения дисперсионного анализа

Инструмент «Однофакторный дисперсионный анализ» находится в пакете «Анализ данных» на вкладке «Данные» главного меню. Пакет «Анализ данных» представляет собой надстройку Microsoft Excel, т. е. программу, которая становится доступной при установке Microsoft Office или Excel.

При отсутствии пакета «Анализ данных» необходимо сначала загрузить эту надстройку. С этой целью необходимо выполнить действия, которые изложены, например, в учебных пособиях:

1. Открыть вкладку «Файл» и выбрать пункт «Параметры».
2. Выбрать команду «Надстройки», а затем в поле «Управление» выбрать пункт «Надстройки Excel».
3. Нажать кнопку «Перейти».
4. В окне «Доступные надстройки» установите флажок «Пакет анализа», а затем нажать кнопку «ОК»¹.
5. После загрузки пакета анализа в группе «Анализ» на вкладке «Данные» становится доступной команда «Анализ данных».

Если выполнить команду «Анализ данных», то на экране монитора появляется окно «Анализ данных», вид которого показан на рисунке 28. В этом окне представлены все инструменты Microsoft Excel, которые можно использовать при решении практических задач, возникающих при планировании и обработке результатов экспериментов.

¹ Если надстройка «Пакет анализа» отсутствует в списке поля «Доступные надстройки», следует нажать кнопку «Обзор», чтобы найти ее. В случае появления сообщения о том, что «Пакет анализа» не установлен на компьютере, нажать кнопку «Да» для его установки.

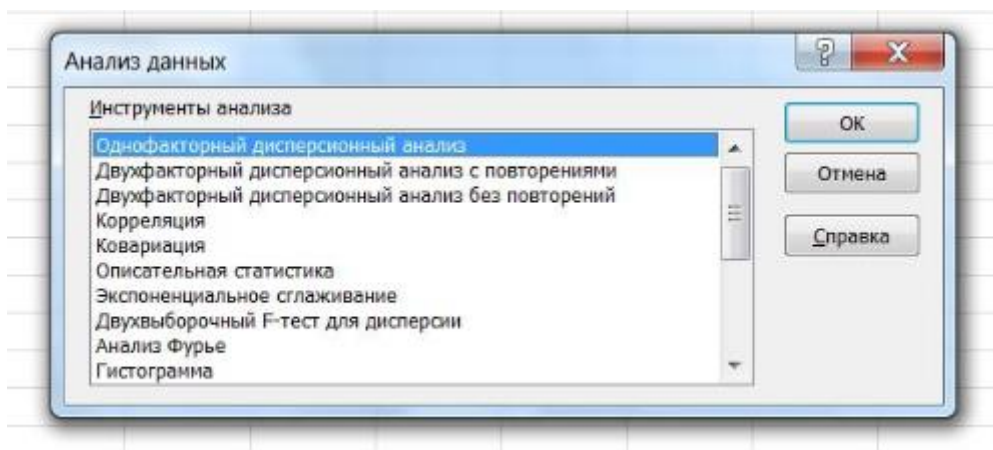


Рис. 28 – Окно «Анализ данных»

При этом откроется диалоговое окно «Однофакторный дисперсионный анализ», которое показано на рисунке 29.

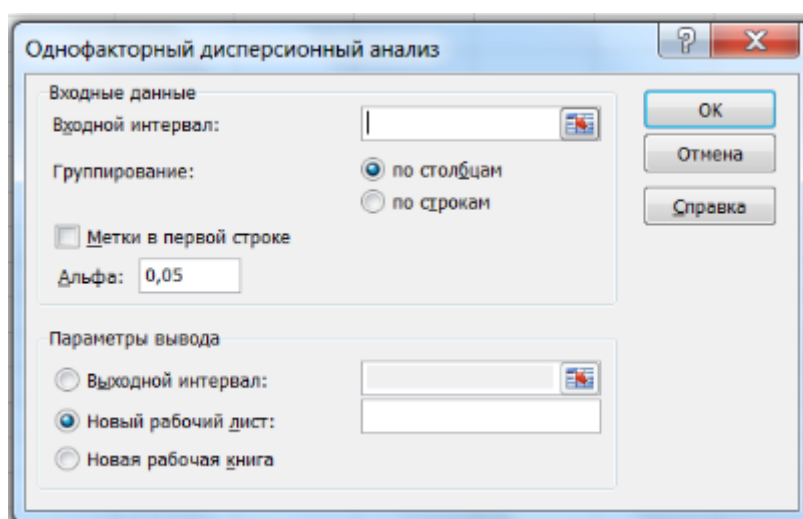


Рис. 29 – Окно «Однофакторный дисперсионный анализ»

Диалоговое окно «Однофакторный дисперсионный анализ» содержит две области – «Входные данные» и «Параметры вывода».

В области «Входные данные» находится окно «Входной интервал». В это окно необходимо ввести ссылку на диапазон, в котором находится таблица, содержащая значения случайной величины, сгруппированной по выбранным условиям исследуемого фактора. Ссылка должна состоять не менее чем из двух смежных диапазонов данных, данные в которых расположены по строкам или столбцам.

Переключатель «Группирование» необходимо установить в одном из двух положений «По столбцам» или «По строкам» в зависимости от расположения данных во входном диапазоне.

Область «Входные данные» содержит переключатель «Метки в первой строке». В исходном состоянии этот переключатель не установлен. Он устанавливается в двух случаях, во-первых, если первая строка исходного диапазона содержит названия столбцов и, во-вторых, если названия строк находятся в первом столбце входного диапазона.

В окно «Альфа» необходимо ввести уровень значимости, который выбирается, как правило, из диапазона $\alpha = 0,001 - 0,05$.

Параметрами вывода являются: «Выходной интервал», «Новый лист» и «Новая рабочая книга». Если переключатель установлен на «Выходной интервал», то окно, которое расположено напротив положения переключателя, необходимо ввести ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Размеры выходной области будут рассчитаны автоматически.

При этом если выходной диапазон занимает место существующих данных или его размеры превышают размеры листа, то на экране появится соответствующее сообщение.

Если переключатель установлен на «Новый лист», то в окно, которое расположено напротив положения переключателя, необходимо ввести имя нового листа. Вывод результатов анализа будет выполнен, начиная с ячейки A1.

Если переключатель установлен на «Новый лист», то результаты анализа будут выведены в ячейку A1 на первом листе новой книги.

Пример 1

Предположим, что цель эксперимента состоит в оценке влияния количества каналов связи на выходной параметр эксперимента. Диапазон значений количеств каналов связи имеет шесть уровней: $x_i, i = \overline{1,6}$. Количество опытов при каждом уровне принято равным шести $N=6$.

Результаты эксперимента представлены в таблице окна Microsoft Excel, который показан на рисунке 30.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Номер	Уровни фактора					
3	опыта						
4		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
5	1	1	4	4	4	6	9
6	2	2	5	6	8	6	7
7	3	3	2	4	3	4	6
8	4	4	5	7	5	8	8
9	5	3	4	5	4	7	9
10	6	1	2	4	3	7	9

Рис. 30 – Таблица с результатами эксперимента (Пример 1)

Выберем уровень значимости $\alpha = 0,05$. Введем в окно «Однофакторный дисперсионный анализ» входные данные и параметры вывода.

Вид диалогового окна «Однофакторный дисперсионный анализ» после ввода необходимой информации приведен на рисунке 31.

Рис. 31 – Диалоговое окно «Однофакторный дисперсионный анализ» после ввода входных данных и параметров вывода

Результаты однофакторного дисперсионного анализа приведены в двух таблицах, которые представлены на рисунке 32 в виде окна Microsoft Excel.

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1								Однофакторный дисперсионный анализ						
2								ИТОГИ						
3								Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия		
4								Столбец 1	6	14	2,33	1,47		
5								Столбец 2	6	22	3,67	1,87		
6								Столбец 3	6	30	5,00	1,60		
7								Столбец 4	6	27	4,50	3,50		
8								Столбец 5	6	38	6,33	1,87		
9								Столбец 6	6	48	8,00	1,60		
10								Дисперсионный анализ						
11								Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
12								Между группами	119,47	5	23,89	12,05	1,88497E-06	2,53
13								Внутри групп	59,50	30	1,98			
14								Итого	178,97	35				

Рис. 32 – Результаты однофакторного дисперсионного анализа

В таблицах, приведенных на рисунке 33, показаны основные результаты однофакторного дисперсионного анализа. В таблице «ИТОГИ» представлены: количество опытов $N=6$, значения сумм, средних и дисперсий результатов экспериментов по столбцам, соответствующие каждому уровню фактора, например, средние значения параметра Y для каждого j -го уровня фактора, рассчитанные по формуле (1):

$$\begin{aligned}\bar{y}_1 &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{i1} = 2,33; \\ \bar{y}_2 &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{i2} = 3,67; \\ \bar{y}_3 &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{i3} = 5,00; \\ \bar{y}_4 &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{i4} = 4,50; \\ \bar{y}_5 &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{i5} = 6,33; \\ \bar{y}_6 &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{i6} = 8,00.\end{aligned}$$

В таблице «Дисперсионный анализ» приведены следующие результаты:

- общая сумма квадратов, рассчитываемая по формуле (3), $C_Y = 178,97$;
- факторная сумма квадратов, рассчитываемая по формуле (4), $C_\Phi = 119,47$;
- остаточная сумма, рассчитываемая по формуле (5)¹, $C_{\text{ост}} = 59,50$;
- факторная дисперсия, рассчитываемая по формуле (8), $S_\Phi^2 = 23,89$;
- остаточная дисперсия, рассчитываемая по формуле (9), $S_{\text{ост}}^2 = 1,98$;
- статистика Фишера, $F = 12,05$;
- квантиль распределения Фишера (F-критическое), $F_{1-0,05}(v_\Phi = 5, v_{\text{ост}} = 30) = 2,53$, где $v_\Phi = N - 1 = 5$ – число степеней свободы числителя; $v_{\text{ост}} = N(k - 1) = 30$ – число степеней свободы знаменателя.

Анализ полученных результатов показывает, что справедливо неравенство:

$$F = 12,05 > F_{1-0,05}(v_\Phi = 5, v_{\text{ост}} = 30) = 2,53.$$

Следовательно, групповое среднее исследуемого параметра изделия отличается значимо. Поэтому гипотеза равенства дисперсий $S_{\text{ост}}^2 = S_\Phi^2$ отвергается.

Вывод: количество каналов связи существенно влияет на выходной параметр модели.

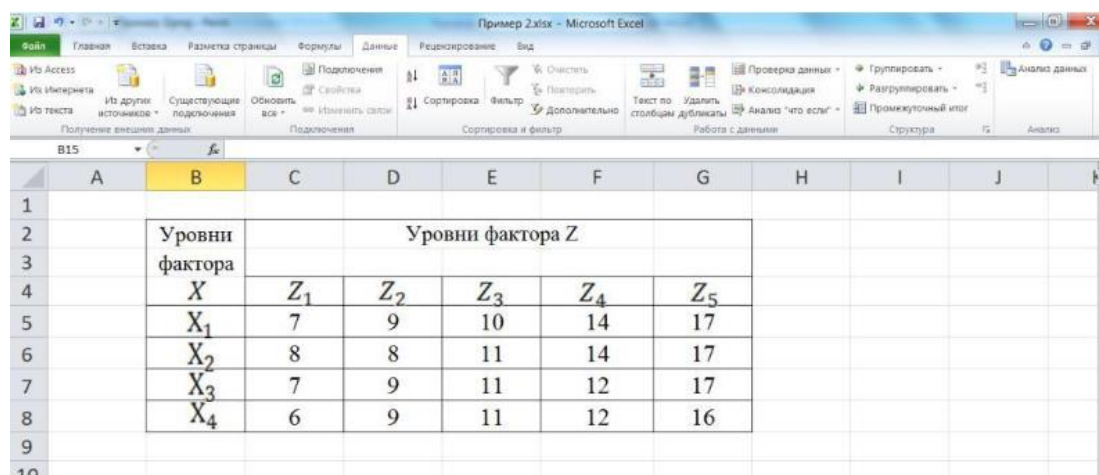
Инструмент «Двухфакторный дисперсионный анализ»

В пакете анализа находятся два инструмента для выполнения дисперсионного анализа результатов экспериментов при наличии двух факторов – «Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями» и «Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений» (рис. 28).

Инструмент «Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений» применяется в случае, если в процессе эксперимента проведено по одному опыту для каждого сочетания уровней двух факторов. Использование этого инструмента рассмотрим на примере.

Пример 2

Предположим, что в процессе эксперимента оценивается стойкость системы управления к двум внешним возмущающим факторам X и Z . Для каждого из четырех уровней фактора X проведено по пять опытов. Причем каждый из этих опытов характеризуется соответствующим (одним из пяти) уровнем фактора Z . Результаты эксперимента приведены в таблице листа Microsoft Excel, который показан на рисунке 33.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Уровни фактора	Уровни фактора Z							
3		X	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄	Z ₅			
4		X ₁	7	9	10	14	17			
5		X ₂	8	8	11	14	17			
6		X ₃	7	9	11	12	17			
7		X ₄	6	9	11	12	16			
8										
9										
10										

Рис. 33 – Таблица с результатами эксперимента (Пример 2)

Требуется установить, какой из факторов оказывает наибольшее влияние на стойкость системы управления при уровне значимости 0,05.

Для решения этой задачи введем в диалоговое окно «Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений» входные данные и параметры вывода. Вид диалогового окна после ввода входных данных и параметров вывода показан на рисунке 34.

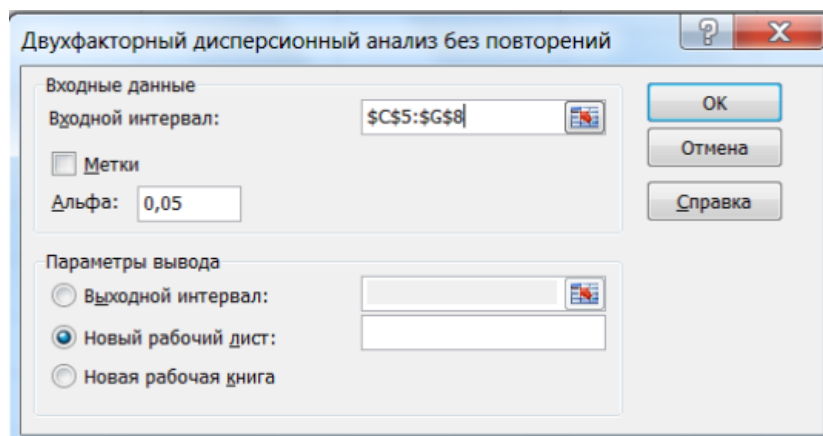


Рис. 34 – Диалоговое окно «Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений» после ввода входных данных и параметров вывода

Результаты двухфакторного дисперсионного анализа представлены в виде окна Microsoft Excel, который показан на рисунке 35.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений						
2							
3	ИТОГИ	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия		
4	Строка 1	5	57	11,40	16,30		
5	Строка 2	5	58	11,60	15,30		
6	Строка 3	5	56	11,20	14,20		
7	Строка 4	5	54	10,80	13,70		
8							
9	Столбец 1	4	28	7,00	0,67		
10	Столбец 2	4	35	8,75	0,25		
11	Столбец 3	4	43	10,75	0,25		
12	Столбец 4	4	52	13,00	1,33		
13	Столбец 5	4	67	16,75	0,25		
14							
15							
16	Дисперсионный анализ						
17	Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
18	Строки	1,75	3	0,58	1,08	0,40	3,49
19	Столбцы	231,50	4	57,88	106,85	2,8368E-09	3,26
20	Погрешность	6,50	12	0,54			
21							
22	Итого	239,75	19				

Рис. 35 – Результаты двухфакторного дисперсионного анализа без повторений

Основные результаты двухфакторного дисперсионного анализа сведены в две таблицы. В первой таблице представлены: количество опытов, которое проведено в ходе эксперимента ($M=5$ и $L=4$), значения сумм, групповых средних и дисперсий результатов экспериментов по строкам и столбцам, соответствующие каждому уровню фактора, например, групповое

среднее для каждого уровня фактора X (среднее по строкам), рассчитанные по формуле (13):

$$\overline{y_{x1}} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 y_{1k} = 11,40;$$

$$\overline{y_{x2}} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 y_{2k} = 11,60;$$

$$\overline{y_{x3}} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 y_{3k} = 11,20;$$

$$\overline{y_{x4}} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 y_{4k} = 11,80.$$

В таблице «Дисперсионный анализ» приведены следующие результаты:

– факторная сумма квадратов отклонений групповых средних фактора X от общего среднего значения, рассчитываемая по формуле (16):

$$C_X = 1,75;$$

– факторная сумма квадратов отклонений групповых средних фактора Z от общего среднего значения, рассчитываемая по формуле (17):

$$C_Z = 231,50;$$

– остаточная сумма квадратов отклонений полученных в эксперименте значений y_{ij} от групповых средних факторов X и Z , рассчитываемая по формуле (18):

$$C_{\text{ост}} = 6,50;$$

– общая сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений от общего среднего значения, рассчитываемая по формуле (15):

$$C_Y = 239,75;$$

– факторная дисперсия для фактора X , рассчитываемая по формуле (21):

$$S_X^2 = 0,58;$$

– факторная дисперсия для фактора Z , рассчитываемая по формуле (22):

$$S_Z^2 = 57,88;$$

– остаточная дисперсия, рассчитываемая по формуле (23):

$$S_{\text{ост}}^2 = 0,54;$$

– статистика Фишера для фактора X :

$$F_X = \frac{S_X^2}{S_{\text{ост}}^2} = \frac{0,58}{0,54} = 1,08;$$

– статистика Фишера для фактора Z :

$$F_Z = \frac{S_Z^2}{S_{\text{ост}}^2} = \frac{57,88}{0,54} = 106,85;$$

- квантиль распределения Фишера (F-критическое):

$$F_{1-0,05}(v_X = 3, v_{\text{ост}} = 12) = 3,49;$$

- квантиль распределения Фишера (F-критическое):

$$F_{1-0,05}(v_Z = 4, v_{\text{ост}} = 12) = 3,26;$$

Анализ полученных результатов показывает, что справедливы неравенства $F_X = 1,08 < F_{1-0,05}(v_\Phi = 3, v_{\text{ост}} = 12) = 3,49$ и $F_Z = 106,85 > F_{1-0,05}(v_Z = 4, v_{\text{ост}} = 12) = 3,26$.

Вывод: на стойкость системы управления существенно влияет фактор Z, а фактор X не оказывает существенного влияния на стойкость системы управления.

Исходные данные

В качестве исходных данных при выполнении практического занятия используются результаты экспериментов по теме выбранной дипломной работы обучающегося. При этом обучающиеся самостоятельно выбирают исследуемые параметры и оцениваемые факторы, задаются уровнем значимости и на основе анализа влияния выбранных факторов на исследуемые параметры делают обоснованные выводы.

В случае отсутствия результатов экспериментов, целью которых является определение значимости исследуемых факторов, обучающиеся выполняют индивидуальные задания, которые выдаются преподавателем. При этом моделируется стохастическая зависимость выходного параметра y от одного фактора x . Моделируемая зависимость имеет линейный вид, а ее параметры определяются порядковым номером (ПН) расчета обучающихся:

$$y(\text{ПН}) = \alpha_0(\text{ПН}) + \alpha_1(\text{ПН})x + \xi,$$

где $\alpha_0(\text{ПН})$ и $\alpha_1(\text{ПН})$ – постоянные коэффициенты: $\alpha_0(\text{ПН}) = \text{ПН}$, $\alpha_1(\text{ПН}) = \text{ПН}^{-1}$;

ξ – случайная величина, распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением $\sigma(\text{ПН})$, которое определяется из выражения

$$\sigma(\text{ПН}) = \begin{cases} 1 & \text{при } 1 \leq \text{ПН} < 3 \\ 2 & \text{при } 3 \leq \text{ПН} < 5 \\ 3 & \text{при } 5 \leq \text{ПН} < 10 \end{cases}$$

В настоящей работе полагается, что контролируемый фактор x варьируется на шести уровнях $x_j = j$, где $j = \overline{1, L}$, $L=6$, а количество опытов в эксперименте $N=30$.

Для проведения научного эксперимента необходимо:

- ввести в ячейку P3 первой страницы отчета, вид которой приведен на рисунке 36, значение ПН;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P																																																																																																																																																																																																																																
1	Отчет																																																																																																																																																																																																																																															
2	о практическом занятии "Дисперсионный анализ в научных экспериментах"																																																																																																																																																																																																																																															
3	адъюнкта 11 кафедры																																																																																																																																																																																																																																															
4	старшего лейтенанта Иванова И.И.																																																																																																																																																																																																																																															
5																																																																																																																																																																																																																																																
6	Таблица 1 - Результаты генерирования случайных величин								Таблица 2 - Результаты моделирования выходного параметра																																																																																																																																																																																																																																							
7																																																																																																																																																																																																																																																
8	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">Номер опыта</th> <th colspan="6" style="text-align: center;">Номер случайной величины</th> </tr> <tr> <th></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>13</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>14</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>21</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>22</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>25</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>26</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>27</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>28</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>29</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>																Номер опыта	Номер случайной величины							1	2	3	4	5	6	1							2							3							4							5							6							7							8							9							10							11							12							13							14							15							16							17							18							19							20							21							22							23							24							25							26							27							28							29							30						
Номер опыта	Номер случайной величины																																																																																																																																																																																																																																															
	1	2	3	4	5	6																																																																																																																																																																																																																																										
1																																																																																																																																																																																																																																																
2																																																																																																																																																																																																																																																
3																																																																																																																																																																																																																																																
4																																																																																																																																																																																																																																																
5																																																																																																																																																																																																																																																
6																																																																																																																																																																																																																																																
7																																																																																																																																																																																																																																																
8																																																																																																																																																																																																																																																
9																																																																																																																																																																																																																																																
10																																																																																																																																																																																																																																																
11																																																																																																																																																																																																																																																
12																																																																																																																																																																																																																																																
13																																																																																																																																																																																																																																																
14																																																																																																																																																																																																																																																
15																																																																																																																																																																																																																																																
16																																																																																																																																																																																																																																																
17																																																																																																																																																																																																																																																
18																																																																																																																																																																																																																																																
19																																																																																																																																																																																																																																																
20																																																																																																																																																																																																																																																
21																																																																																																																																																																																																																																																
22																																																																																																																																																																																																																																																
23																																																																																																																																																																																																																																																
24																																																																																																																																																																																																																																																
25																																																																																																																																																																																																																																																
26																																																																																																																																																																																																																																																
27																																																																																																																																																																																																																																																
28																																																																																																																																																																																																																																																
29																																																																																																																																																																																																																																																
30																																																																																																																																																																																																																																																
9	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">Номер опыта</th> <th colspan="6" style="text-align: center;">Уровень воздействующего фактора</th> </tr> <tr> <th></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>13</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>14</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>21</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>22</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>25</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>26</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>27</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>28</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>29</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>																Номер опыта	Уровень воздействующего фактора							1	2	3	4	5	6	1							2							3							4							5							6							7							8							9							10							11							12							13							14							15							16							17							18							19							20							21							22							23							24							25							26							27							28							29							30						
Номер опыта	Уровень воздействующего фактора																																																																																																																																																																																																																																															
	1	2	3	4	5	6																																																																																																																																																																																																																																										
1																																																																																																																																																																																																																																																
2																																																																																																																																																																																																																																																
3																																																																																																																																																																																																																																																
4																																																																																																																																																																																																																																																
5																																																																																																																																																																																																																																																
6																																																																																																																																																																																																																																																
7																																																																																																																																																																																																																																																
8																																																																																																																																																																																																																																																
9																																																																																																																																																																																																																																																
10																																																																																																																																																																																																																																																
11																																																																																																																																																																																																																																																
12																																																																																																																																																																																																																																																
13																																																																																																																																																																																																																																																
14																																																																																																																																																																																																																																																
15																																																																																																																																																																																																																																																
16																																																																																																																																																																																																																																																
17																																																																																																																																																																																																																																																
18																																																																																																																																																																																																																																																
19																																																																																																																																																																																																																																																
20																																																																																																																																																																																																																																																
21																																																																																																																																																																																																																																																
22																																																																																																																																																																																																																																																
23																																																																																																																																																																																																																																																
24																																																																																																																																																																																																																																																
25																																																																																																																																																																																																																																																
26																																																																																																																																																																																																																																																
27																																																																																																																																																																																																																																																
28																																																																																																																																																																																																																																																
29																																																																																																																																																																																																																																																
30																																																																																																																																																																																																																																																
10																																																																																																																																																																																																																																																
11																																																																																																																																																																																																																																																
12																																																																																																																																																																																																																																																
13																																																																																																																																																																																																																																																
14																																																																																																																																																																																																																																																
15																																																																																																																																																																																																																																																
16																																																																																																																																																																																																																																																
17																																																																																																																																																																																																																																																
18																																																																																																																																																																																																																																																
19																																																																																																																																																																																																																																																
20																																																																																																																																																																																																																																																
21																																																																																																																																																																																																																																																
22																																																																																																																																																																																																																																																
23																																																																																																																																																																																																																																																
24																																																																																																																																																																																																																																																
25																																																																																																																																																																																																																																																
26																																																																																																																																																																																																																																																
27																																																																																																																																																																																																																																																
28																																																																																																																																																																																																																																																
29																																																																																																																																																																																																																																																
30																																																																																																																																																																																																																																																
31																																																																																																																																																																																																																																																
32																																																																																																																																																																																																																																																
33																																																																																																																																																																																																																																																
34																																																																																																																																																																																																																																																
35																																																																																																																																																																																																																																																
36																																																																																																																																																																																																																																																
37																																																																																																																																																																																																																																																
38																																																																																																																																																																																																																																																
39																																																																																																																																																																																																																																																
40																																																																																																																																																																																																																																																

Рис. 36 – Форма первой страница отчета

– выполнить генерирование шести случайных величин, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим (стандартным) отклонением $\sigma(ПН)$. Для генерирования случайных величин использовать пакет «Анализ данных» – «Генерация случайных чисел» – «Нормальное распределение». При генерации случайных величин с помощью этого пакета число переменных выбрать равным шести, а число случайных чисел (число опытов) – 30. Случайное рассеивание в окне «Генерация случайных чисел» принять равным ПН. «Параметром вывода» назначить «Выходной интервал» и в соответствующее окно ввести «\$B\$10:\$G\$39». Результаты генерирования случайных величин сохранить в таблице 15 отчета;

– выполнить моделирование стохастической зависимости выходного параметра от контролируемых и неконтролируемых факторов. Для этого в одну из ячеек таблицы 16, например, в ячейку J10, в соответствии с принятой зависимостью выходного параметра у от фактора х ввести формулу $=P\$3+(1/P\$3)*J\$9+B10$. Копию этой ячейки вставить в другие ячейки таблицы 16;

– обработать результаты научного эксперимента методом дисперсионного анализа с помощью пакета «Анализ данных» – «Однофакторный дисперсионный анализ» MS Excel. Для выполнения этой задачи:

1. ввести в окно «Входной интервал» области «Входные данные» диалогового окна «Однофакторный дисперсионный анализ» результаты эксперимента, которые размещены в таблице J10:O39;

2. группирование производить «По столбцам»;
3. уровень значимости «Альфа» выбрать равным 0,05;
4. вывод результатов анализа выполнить на «Новый рабочий лист», который назвать «Результаты анализа».

На основании анализа результатов, полученных в процессе научного эксперимента, сделать вывод о значимости (или незначимости) фактора. Формулировку вывода записать в отчет о практическом занятии.

Отчетные материалы по результатам занятия

В качестве отчетных материалов по результатам занятия обучающиеся представляют преподавателю результаты дисперсионного анализа результатов научных экспериментов в электронном виде. Отчет должен содержать:

- таблицу с результатами экспериментальных данных или результатами моделирования выходного параметра объекта исследования;
- результаты обработки экспериментальных данных или данных, полученных в процессе моделирования, методом дисперсионного анализа;
- выводы.

Отчет имеет две страницы «Исходные данные» и «Результаты анализа». Форма первой страницы и пример второй страницы отчета приведены на рисунках 36 и 37 соответственно.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Однофакторный дисперсионный анализ													
2														
3	ИТОГИ													
4	Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия									
5	Столбец 1	30	128,05	4,27	1,01									
6	Столбец 2	30	135,27	4,51	1,46									
7	Столбец 3	30	149,79	4,99	0,70									
8	Столбец 4	30	146,15	4,87	0,83									
9	Столбец 5	30	152,36	5,08	0,85									
10	Столбец 6	30	159,27	5,31	0,76									
11														
12														
13	Дисперсионный анализ													
14	Источники вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое							
15	Между группами	22,14	5	4,43	4,91	0,0003	2,27							
16	Внутри групп	158,89	174	0,90										
17														
18	Итого	179,02	179											
19														
20														
21	Выводы:													
22	1. Выполнено генерирование шести случайных величин по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.													
23	2. Выполнено моделирование зависимости выходной величины от контролируемых и неконтролируемых факторов													
24	3. Результаты научного эксперимента обработаны методом дисперсионного анализа с использованием пакета «Анализ данных» MS Excel.													
25	4. Анализ таблицы "Дисперсионный анализ" показывает, что статистика Фишера F=4,91 и квантиль распределения Фишера F критическое =2,27.													
26	5. Поскольку значение статистика Фишера больше квантиля распределения Фишера, то фактор оказывает существенного влияния на выходной параметр.													
27														

Рис. 37 – Пример второй страница отчета

Для оформления отчета необходимо:

- заполнить таблицу 15 отчета результатами генерирования случайных величин;

- заполнить таблицу 16 отчета результаты моделирования зависимости выходной величины от контролируемых и неконтролируемых факторов;
- обработать результаты научного эксперимента методом дисперсионного анализа с использованием пакета «Анализ данных» – «Однофакторный дисперсионный анализ» MS Excel и представить на втором листе отчета «Результаты анализа» полученные данные в виде таблицы «ИТОГИ» и «Дисперсионный анализ».

На основании анализа результатов, полученных в процессе научного эксперимента, сделать вывод о значимости (или незначимости) фактора. Формулировку вывода записать в отчет о практическом занятии.

Лабораторная работа 5

Оценивание адекватности имитационной модели элемента киберфизической системы

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков оценивания адекватности имитационной модели элемента киберфизической системы.

Длительность занятия: 4 академических часа

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленным пакетом прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB;
- настоящее методическое пособие;
- задание на практическое занятие.

Задание

Для оценивания стоимости функционирования S киберфизической системы (КФС) была разработана имитационная модель M этого процесса. Оценить адекватность такой имитационной модели, если ее точность должна быть не ниже 150 у. е., а достоверность не меньше 98%.

Исходные данные

В Excel-файле с именем «Исходные данные» содержатся значения стоимостей функционирования реальной КФС и выборки результатов имитационного моделирования, полученные при одних и тех же исходных параметрах (рис. 38).

№ эксперимента	Значения параметров КФС	Стоимость функционирования реальной КФС, у. е.	Результаты имитационного моделирования (250 прогонов модели), у. е.							
1	u1	6350	5872,527	5749,586	6109,911	5811,644	5670,02	5333,579	5143,742	5962,959
2	u2	8180	7977,438	8164,289	7739,925	8468,539	7645,295	8287,605	8839,814	8052,705
3	u3	7900	8022,54	8008,882	7965,529	7872,589	7526,854	7891,237	7577,378	7832,937
•	•	•				•				
•	•	•				•				
•	•	•				•				
•	•	•				•				
29	u29	7630	7492,223	7502,129	7614,422	7784,297	7622,955	7316,584	7507,775	7219,988
30	u30	7890	8000,1	8269,993	7942,247	7697,099	7963,35	7706,081	7913,827	7518,307

Рис. 38 – Исходные данные для оценивания

Каждый из 30 экспериментов характеризуется определенными значениями параметров КФС, представленными векторами $u1$ - $u2$.

Для оценивания адекватности имитационной модели M необходимо использовать алгоритм, представленный на рис. 39.

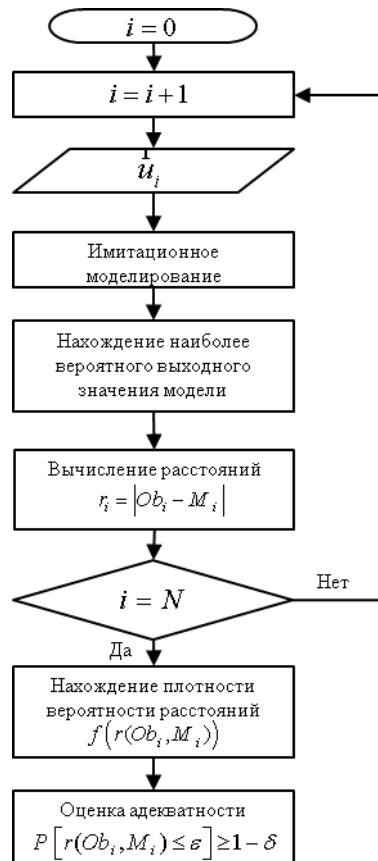


Рис. 39 – Схема алгоритма оценивания адекватности имитационной модели

Так как статистические данные о процессе функционирования реальной КФС и результаты имитационного моделирования уже получены, то необходимо первым шагом определить по результатам имитационного моделирования наиболее вероятные значения стоимости функционирования КФС в каждом эксперименте $S_{Mi}^{HB}, i = \overline{1, 30}$.

Для этого необходимо обработать выборку результатов имитационного моделирования в каждом эксперименте и получить плотность вероятности стоимости функционирования КФС. Значение стоимости функционирования КФС, соответствующее максимальному значению плотности вероятности, есть наиболее вероятное значение стоимости функционирования КФС (рис. 40).

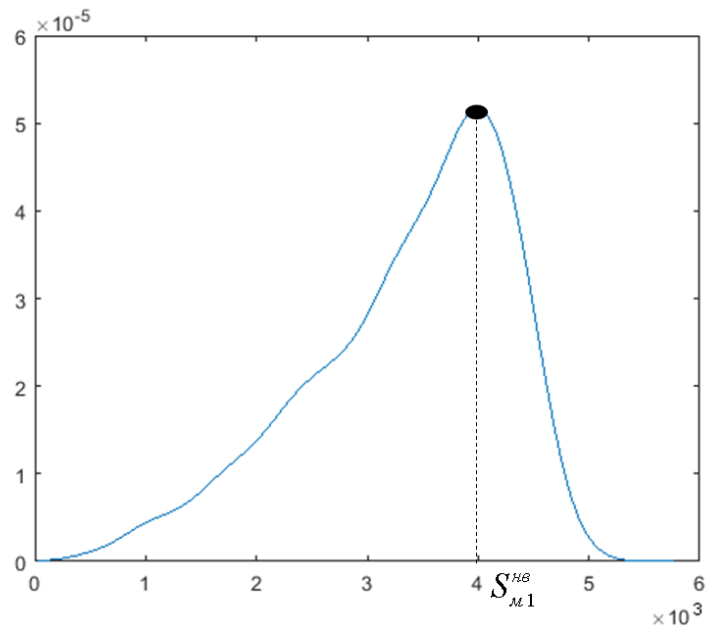


Рис. 40 – Определение наиболее вероятного значения стоимости функционирования КФС на примере 1-ого эксперимента

Для восстановления плотности вероятности стоимости функционирования КФС рекомендуется использовать метод ядерной оценки плотности (см. руководство к практическому занятию №4).

Получим таблицу 17 со значениями стоимости функционирования реальной КФС S_{pi} и соответствующими наиболее вероятными ее значениями S_{Mi}^{HB} , полученными в результате моделирования.

Таблица 17

Стоимости функционирования

№ эксперимента	S_{pi} , у.е.	S_{Mi}^{HB} , у.е.
1	6350	6370
2	8180	8400
...
30	7890	8050

Далее, используя данные из таблицы 17 и выражение (26), получим выборку меры близости реальных значений и модельных $r_i(S_{pi}, S_{Mi}^{HB})$.

$$r_i(S_{pi}, S_{Mi}^{HB}) = |S_{pi} - S_{Mi}^{HB}|. \quad (26)$$

Далее необходимо получить плотность вероятности меры близости $f(r_i)$ (рис. 4). Для этого рекомендуется использовать ядерную оценку плотности вероятности.

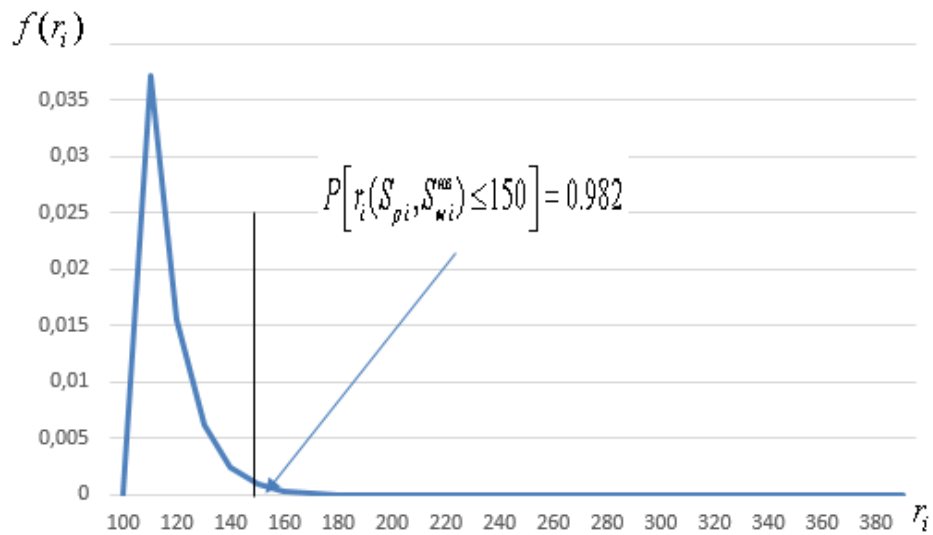


Рис. 41 – Плотность вероятности меры близости

Используя полученную плотность, определим вероятность:

$$P[r_i(S_{pi}, S_{mi}^{HB}) \leq \varepsilon];$$

$$P[r_i(S_{pi}, S_{mi}^{HB}) \leq 150] = 0,982.$$

Полученное значение вероятности соответствует требуемой нам достоверности модели ($0.982 > 0.98$), что позволяет сделать вывод об адекватности оцениваемой нами имитационной модели M .

Практическое занятие 3

Обоснование оптимального решения по управлению функционированием киберфизической системы

Цель занятия: получение обучающимися практических навыков обоснования оптимальных решений по управлению функционированием КФС.

Длительность занятия: 6 академических часа

Материально-техническое обеспечение занятия:

- ПК с установленным пакетом прикладных программ для задач технических вычислений MATLAB (или любое другое ПО для технических вычислений);
- настоящее методическое пособие;

Задание

Рассматривается киберфизическая система. В качестве одной из составляющих сети передачи данных между основными ее элементами используется сеть связи с коммутацией каналов. Структуру этой сети задана графом (рис. 42). Сеть состоит из четырех узлов связи и направлений связи (ребер графа) $j, j = \overline{1,4}$. Интенсивность нагрузки y_j в каждом направлении связи задана в таблице 18.

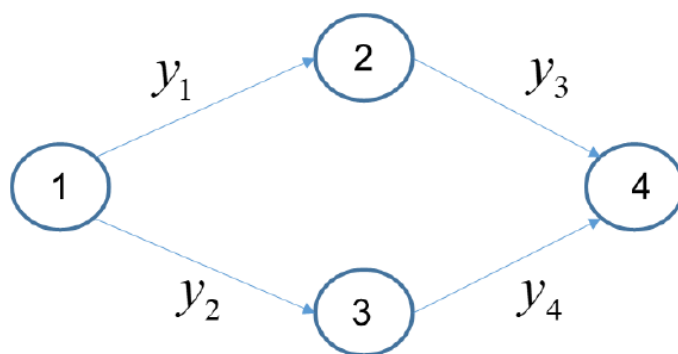


Рис. 42 – Структура сети

Таблица 18

Интенсивность нагрузки y_j в каждом направлении связи

$y_1=0,03$ Эрл
$y_2=0,09$ Эрл
$y_3=0,9$ Эрл
$y_4=0,002$ Эрл

Требуется обеспечить необходимое качество обслуживания в сети путем обоснования оптимального управляющего решения, заключающегося в

выделении каналов n_j в каждое направление связи. Общее число каналов в сети N ограничено и равно 7.

Под оптимальным управляющим решением по выделению в направления связи определенного числа каналов понимается обоснования такого их количества, которое при заданном общем числе каналов связи позволит получить минимально возможное значение средневзвешенной вероятности потери вызова в сети.

Решение

Задачу обоснования оптимального управляющего решения можно конкретизировать следующим образом: определить для данной сети количество каналов в каждом направлении связи (найти n_1, n_2, \dots, n_J), которое обеспечит минимальное значение средневзвешенной вероятности потери вызова в сети при ограничении на максимальное число каналов в сети, т.е.

$$\begin{cases} \bar{p} = \sum_{j=1}^J \frac{y_j}{y_\Sigma} p_j \rightarrow \max, y_\Sigma = \sum_{j=1}^J y_j; \\ \sum_{j=1}^J n_j = N, \end{cases} \quad (27)$$

где \bar{p} – средневзвешенная вероятность потери вызова в сети;

p_j –вероятность потери вызова в направлении связи, вычисляемая согласно выражению

$$p_j = \frac{\frac{n_j}{y_j}}{\sum_{i=0}^{n_j} \frac{y_j^i}{i!}} \quad (28)$$

Решать подобные задачи можно методом динамического программирования. При использовании такого метода оптимальное решение отыскивается при помощи деления всего процесса решения задачи на ряд последовательных шагов или этапов. В связи с этим сам процесс решения превращается в многошаговый и развивается последовательно, от этапа к этапу. В соответствии с условием (27) в решаемой задаче критерием оценки результата оптимизации является средневзвешенная вероятность потери вызова в сети, которая представляет собой сумму средневзвешенных вероятностей потери вызова в каждом направлении связи. Поэтому в качестве этапов можно принять определение условно-оптимального количества каналов для каждого направления связи, т.е. определение количества каналов, которое соответствует минимальному значению выбранного критерия при данном значении суммарного количества каналов.

В соответствии с изложенной вычислительной процедурой решению задача начнем с определения для каждого направления связи возможных значений суммарного количества каналов ξ_j на сеть и количества каналов на конкретное направление n_j . Проанализировав условия решения задачи, можем составить таблицу возможных состояний ξ_j и n_j (таблица 19).

Таблица 19

Возможные состояния ξ_j и n_j

Направление 1		Направление 2		Направление 3		Направление 4	
ξ_1	n_1	ξ_2	n_2	ξ_3	n_3	ξ_4	n_4
1	1	2	1	3	1	4	1
2	1,2	3	1,2	4	1,2	5	1,2
3	1,2,3	4	1,2,3	5	1,2,3	6	1,2,3
4	1,2,3,4	5	1,2,3,4	6	1,2,3,4	7	1,2,3,4

На первом этапе решения задачи расчеты начинаются с определения условно-оптимального количества каналов для первого направления связи. При этом используется уравнение, записанное в следующем виде:

$$F_1(\xi_1) = \min \bar{p}_1(n_1 = \xi_1) = \min \frac{y_1}{y_\Sigma} p_1 \quad (29)$$

Вычислим по формуле (29) значения $F_1(\xi_1)$ и $n_1(\xi_1)$ для всех возможных значений ξ_1 :

$$F_1(1) = \frac{y_1}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_1^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_1^i}{i!}} = 0,0014, n_1^{*(1)=1}$$

$$F_1(2) = \min \left[\left(\frac{y_1}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_1^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_1^i}{i!}} \right), \left(\frac{y_1}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_1^2}{2!}}{\sum_{i=0}^2 \frac{y_1^i}{i!}} \right) \right]$$

$$= \min[(0,0014), (0,000021)] = 0,000021, n_1^{*(2)=2}.$$

Результаты вычислений приведены в таблице 20.

Таблица 20

Результаты вычислений

ξ_1	$F_1(\xi_1)$	$n_1^{*(\xi_1)}$
1	0,0014	1
2	0,00002	2
3	0,0000002	3
4	0,000000002	4

Вычислим по формуле (30) значения $F_2(\xi_2)$ и $n_2(\xi_2)$ для всех возможных значений ξ_2 :

$$F_2(\xi_2) = \min [\bar{p}_2(n_2) + F_1(\xi_2 - n_2)]. \quad (30)$$

$$F_2(2) = \left(\frac{y_2}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_2^2}{2!}}{\sum_{i=0}^2 \frac{y_2^i}{i!}} + F_1(1) \right) = 0,0054, n_2^{*(1)=1}$$

$$F_2(3) = \min \left[\left(\frac{y_2}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_2^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_2^i}{i!}} + F_1(2) \right), \left(\frac{y_2}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_2^2}{2!}}{\sum_{i=0}^2 \frac{y_2^i}{i!}} + F_2(1) \right) \right] =$$

$$\min[(0,00402), (0,0016)] = 0,0016, n_2^{*(3)=2}$$

Результаты вычислений приведены в таблице 21.

Таблица 21

Результаты вычислений

ξ_2	$F_2(\xi_2)$	$n_2^{*(\xi_2)}$
2	0,0054	1
3	0,0016	2
4	0,00022	2
5	0,0002002	3

Вычислим по формуле (31) значения $F_3(\xi_3)$ и $n_3(\xi_3)$ для всех возможных значений ξ_3 :

$$F_3(\xi_3) = \min[\bar{p}_3(n_3) + F_2(\xi_3 - n_3)]. \quad (31)$$

$$F_3(3) = \left(\frac{y_3}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_3^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_3^i}{i!}} + F_2(2) \right) = 0,00214, \quad n_2^{*(1)=1}$$

$$F_3(4) = \min \left[\left(\frac{y_3}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_3^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_3^i}{i!}} + F_2(3) \right), \left(\frac{y_3}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_3^2}{2!}}{\sum_{i=0}^2 \frac{y_3^i}{i!}} + F_2(2) \right) \right]$$

$$= \min[(0,0176), (0,0094)] = 0,0094, \quad n_3^{*(4)=2}$$

Результаты вычислений приведены в таблице 22.

Таблица 22

Результаты вычислений

ξ_3	$F_3(\xi_3)$	$n_3^{*(\xi_3)}$
3	0,0214	1
4	0,0094	2
5	0,005404	3
6	0,001604	3

Вычислим по формуле (32) значения $F_4(\xi_4)$ и $n_4(\xi_4)$ для всех возможных значений ξ_4 :

$$F_4(\xi_4) = \min[\bar{p}_4(n_4) + F_3(\xi_4 - n_4)]. \quad (32)$$

$$F_4(5) = \left(\frac{y_4}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_4^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_4^i}{i!}} + F_3(4) \right) = 0,0215, \quad n_4^{*(4)=1}$$

$$F_4(5) = \min \left[\left(\frac{y_4}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_4^1}{1!}}{\sum_{i=0}^1 \frac{y_4^i}{i!}} + F_3(4) \right), \left(\frac{y_4}{y_\Sigma} \frac{\frac{y_4^2}{2!}}{\sum_{i=0}^2 \frac{y_4^i}{i!}} + F_3(3) \right) \right]$$

$$= \min[(0,0095), (0,0214)] = 0,0095, \quad n_4^{*(5)=1}$$

Результаты вычислений приведены в таблице 23.

Таблица 23

Результаты вычислений

ξ_3	$F_3(\xi_3)$	$n_3^*(\xi_3)$
4	0,0215	1
5	0,0095	1
6	0,0055	1
7	0,001704	1

Таким образом, минимальное значение средневзвешенной вероятности потери вызова в сети равно 0,0017, а $n_4^{\text{опт}} = 1$. Далее по формуле:

$$n_{j-1}^{\text{опт}} = n^*(\xi_{j-1} = N - n_j^{\text{опт}}), \quad (33)$$

$$n_{j-2}^{\text{опт}} = n^*(\xi_{j-2} = N - n_j^{\text{опт}} - n_{j-1}^{\text{опт}}),$$

$$n_{j-3}^{\text{опт}} = n^*(\xi_{j-3} = N - n_j^{\text{опт}} - n_{j-1}^{\text{опт}} - n_{j-2}^{\text{опт}}),$$

$$\dots$$

$$n_1^{\text{опт}} = n^*(\xi_1 = N - \sum_{i=0}^{j-2} n_{j-i}^{\text{опт}}).$$

найдем остальные оптимальные значения количества каналов в направлениях связи.

Оптимальное количество каналов в третьем направлении связи равно:

$$n_3^{\text{опт}} = n^*(\xi_3 = 7 - 1). \quad (34)$$

В таблице 22 $\xi_3 = 6$ соответствует $n_3^{*(6)=3}$, следовательно, $n_3^{\text{опт}} = 3$.

По известным $n_4^{\text{опт}}$ и $n_3^{\text{опт}}$ можно определить:

$$n_2^{\text{опт}} = n^*(\xi_2 = 7 - 1 - 3) = 2. \quad (35)$$

В свою очередь, зная $n_4^{\text{опт}}$, $n_3^{\text{опт}}$, $n_2^{\text{опт}}$, можно определить:

$$n_1^{\text{опт}} = 7 - 1 - 3 - 2 = 1. \quad (36)$$

Подводя итог проделанным вычислениям, можно сказать, что минимальное значение средневзвешенной вероятности потери вызова в сети, равное 0,0017 обеспечивается в том случае, если на первое направление связи выделить один канал, на второе – два канала, на третье – 3 канала, на четвертое – один канал.

Управляющее решение обосновано. Задача решена.

Индивидуальное задание

Рассматривается киберфизическая система. В качестве одной из составляющих сети передачи данных между основными ее элементами используется сеть связи с коммутацией каналов. Структуру этой сети задана графом (рис. 43).

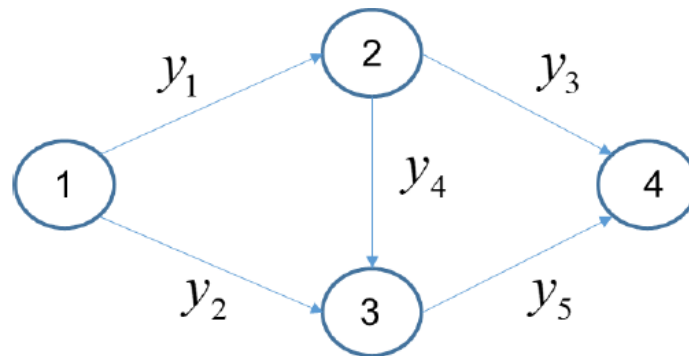


Рис. 43 – Структура сети

Сеть состоит из четырех узлов связи и направлений связи (ребер графа) $j, j = \overline{1,5}$. Интенсивность нагрузки y_j в каждом направлении связи задана в таблице 24.

Таблица 24

Интенсивность нагрузки y_j в каждом направлении связи

$y_1=0,4$ Эрл
$y_2=0,08$ Эрл
$y_3=0,4$ Эрл
$y_4=0,007$ Эрл
$y_5=1$ Эрл

Требуется обеспечить необходимое качество обслуживания в сети путем обоснования оптимального управляющего решения, заключающегося в выделении каналов n_j в каждое направление связи. Общее число каналов в сети N ограничено и равно 12.