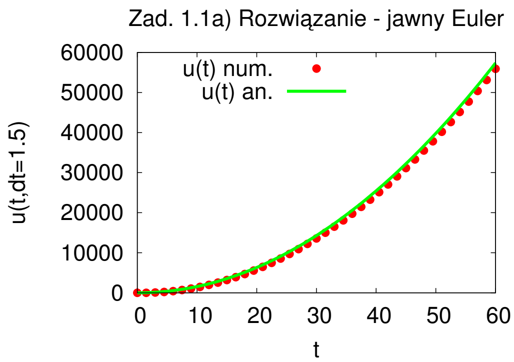
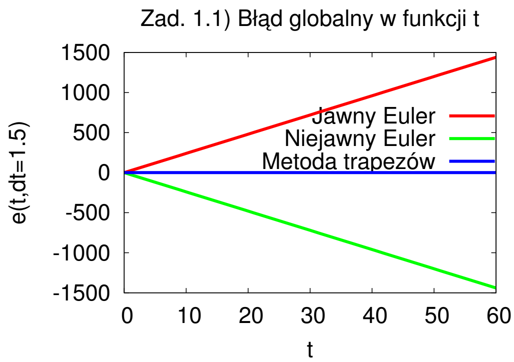
LAB. 2, IMN - WYBRANE WYNIKI: RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE

1 Zadanie: błąd globalny

1.1 Błąd globalny w funkcji t dla równania $\frac{du}{dt} = 32t - 4$



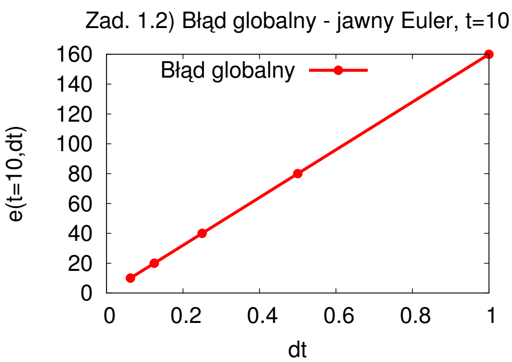
(a) Jawny schemat Eulera



(b) Porównanie błędów

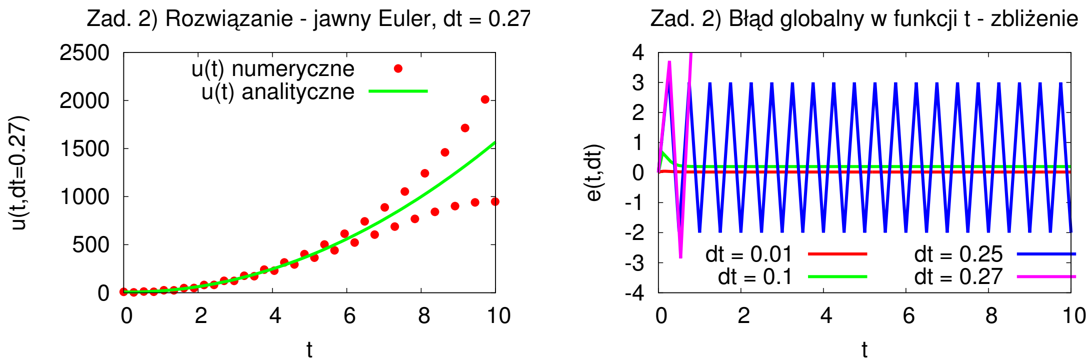
Rysunek 1: Wyniki uzyskane różnymi schematami dla kroku czasowego $dt = 1.5$. Na wykresie a): porównanie rozwiązania analitycznego i numerycznego z jawnej metody Eulera. Niejawna metoda Eulera spowoduje identyczne błędy (z dokładnością do wartości bezwzględnej), natomiast rozwiązanie dla metody trapezów idealnie pokryje się z rozwiązaniem dokładnym.

1.2 Błąd globalny w funkcji dt dla $t = 10$, jawny schemat Eulera



Rysunek 2: **Błąd globalny** dla **jawnego schematu Eulera** po czasie $t = 10$, różne dt.

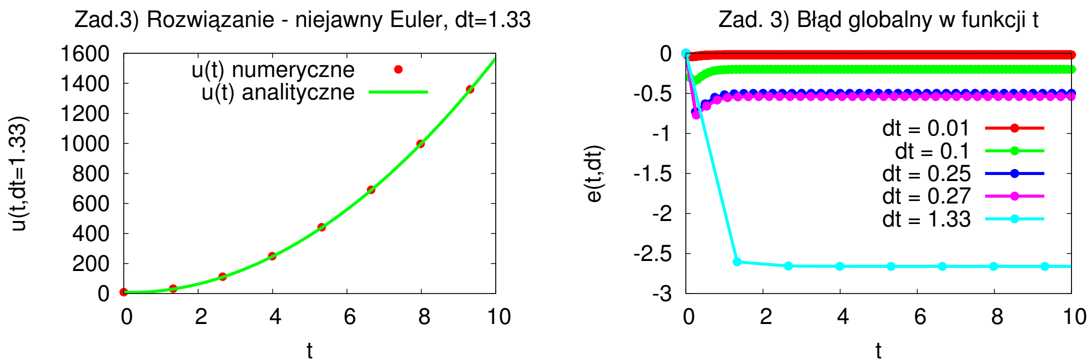
2 Zadanie: stabilność bezwzględna



(a) $dt = 0.27$ (b) Porównanie błędów - zbliżenie

Rysunek 3: Wyniki uzyskane jawnym schematem Eulera dla różnych kroków czasowych. Rozwiązania dla dwóch najmniejszych kroków powinny być stabilne. Krok $dt = 0.25$ jest granicą pomiędzy stabilnością a niestabilnością schematu - rozwiązanie u(t) będzie oscylować wokół analitycznego o stałą wartość. Każdy większy krok powoduje eksplozję rozwiązania.

3 Zadanie: niejawna metoda Eulera



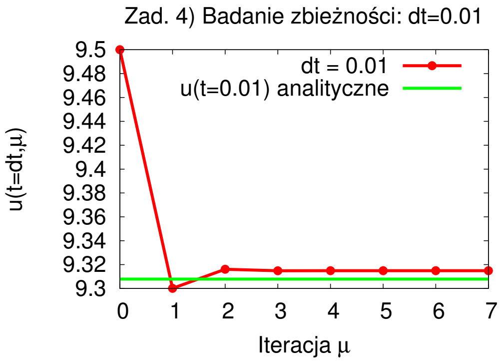
(a) $dt = 1.33$ (b) Porównanie błędów

Rysunek 4: Wyniki uzyskane niejawnym schematem Eulera dla różnych kroków czasowych. Niejawna metoda Eulera powinna dać stabilne rozwiązanie dla każdego z zadanych kroków czasowych - jak np. dla $dt = 1.33$ na wykresie a)

4 Zadanie: iteracja funkcjonalna dla niejawnego Eulera

Numer iteracji μ	Wartość $u_1^\mu(dt = 0.01)$	Numer iteracji μ	Wartość $u_1^\mu(dt = 0.01)$
0	9.50000000000000	4	9.31494091366400
1	9.30012800000000	5	9.31493272690688
2	9.31611776000000	6	9.31493338184745
3	9.31483857920000	7	9.31493332945220

Tabela 1: Kolejne wartości u_1^μ przy kroku $dt = 0.01$.



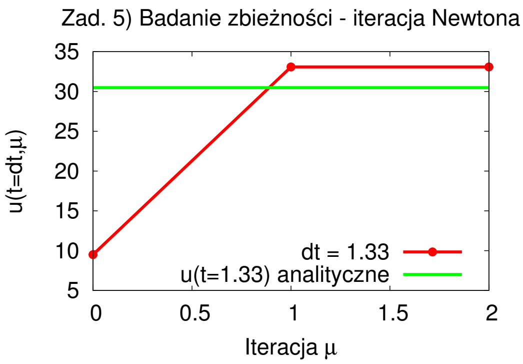
Rysunek 5: Wartości u_1^μ w kolejnych iteracjach μ, uzyskane **niejawnym schematem Eulera z iteracją funkcjonalną** dla kroku $\mathbf{dt = 0.01}$ - ilustracja wyników z tabeli 1.

Krok $dt = 0.125$ nie pozwoli na dojście do zbieżności: jest to graniczny krok czasowy, przy którym u_1^μ wpadnie w oscylacje pomiędzy dwiema liczbami. Większy krok czasowy spowoduje stałe zwiększanie się rozbieżności pomiędzy kolejnymi wielkościami u_1^μ.

5 Zadanie: iteracja Newtona dla niejawnego Eulera

Numer iteracji μ	Wartość $u_1^\mu(dt = 1.33)$
0	9.50000000000000
1	33.0856989690722
2	33.0856989690722

Tabela 2: Kolejne wartości u_1^μ przy kroku $dt = 1.33$.

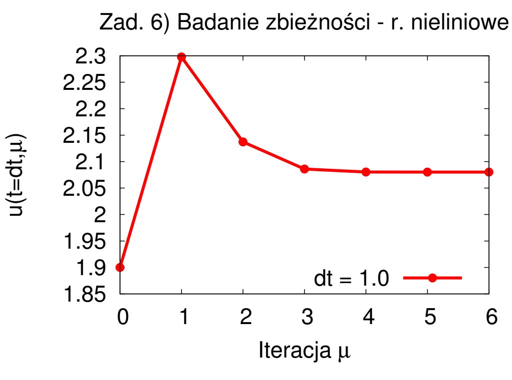


Rysunek 6: Wartości u_1^μ w kolejnych iteracjach μ, uzyskane **niejawnym schematem Eulera z iteracją Newtona** dla kroku $\mathbf{dt = 1.33}$ - ilustracja wyników z tabeli 2.

6 Równanie nieliniowe

Numer iteracji μ	Wartość $u_1^\mu(dt = 1.0)$	Numer iteracji μ	Wartość $u_1^\mu(dt = 1.0)$
0	1.90000000000000	4	2.08026295321267
1	2.29767441860465	5	2.08019203362540
2	2.13715628672538	6	2.08019202276230
3	2.08598391306810		

Tabela 3: Kolejne wartości u_1^μ przy kroku $dt = 1.0$.

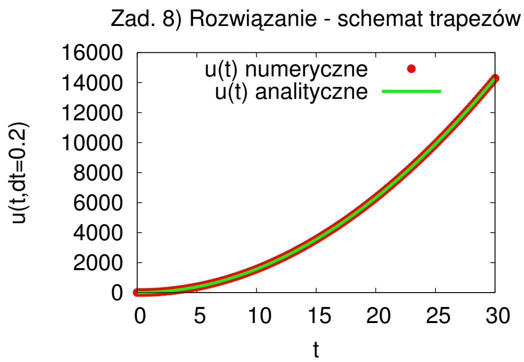


Rysunek 7: Wartości u_1^μ w kolejnych iteracjach μ, uzyskane **niejawnym schematem Eulera z iteracją Newtona** przy **równaniu nieliniowym** dla kroku $\mathbf{dt = 1.0}$ - ilustracja wyników z tabeli 3.

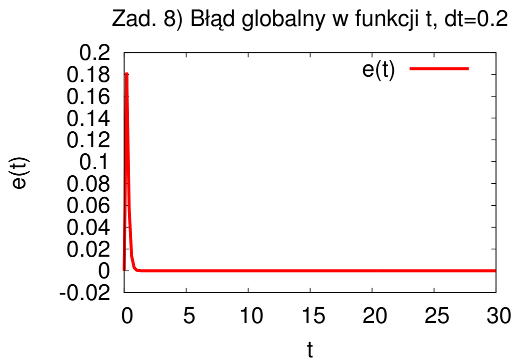
7 Zadanie: Iloraz różnicowy zamiast pochodnej po u

Zamiana analitycznej pochodnej na numeryczną powinna pozwolić na prawie równie szybkie dotarcie do zbieżności, jak w zad. 6.

8 Zadanie: Iteracja Newtona dla metody trapezów z ilorazem różnicowym



(a) Rozwiązanie (**brak punktów**)



(b) Błąd globalny (**25 punktów**)

Rysunek 8: Wyniki uzyskane **niejawnym schematem trapezów z ilorazem różnicowym**.