

# Modelowanie rynków finansowych

## Zestaw 1

1. Napisać własny moduł do histogramowania. Wygenerować próbkę miliona liczb losowych  $y = f(u)$ , gdzie  $u$  jest zmienną losową z rozkładu jednorodnego na przedziale  $[0, 1]$ , a funkcja  $f$  dana jest następującymi wzorami:

(a)  $f(u) = 2u - 1$

(b)  $f(u) = u^2$

(c)  $f(u) = \sqrt{u}$

(d)  $f(u) = \ln(u)$

(e)  $f(u) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}(2u - 1)\right)$

W każdym z tych przypadków utworzyć unormowany histogram rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej  $y$  na podstawie próbki i porównać go na wykresie z krzywą teoretyczną opisującą gęstość rozkładu prawdopodobieństwa. Krzywą teoretyczną wyznaczyć na podstawie zmiany zmiennych  $y = f(u)$ . Zwrócić uwagę na problemy, na które natrafia się przy histogramowaniu niektórych z powyższych próbek.

2. Wygenerować pary niezależnych liczb  $u_1, u_2$  z rozkładu jednorodnego na odcinku  $[0, 1]$  i na tej podstawie obliczyć  $y = u_1 + u_2$ . Wygenerować próbkę miliona  $y$ -ów i narysować unormowany histogram rozkładu prawdopodobieństwa  $y$ . Histogram porównać z krzywą teoretyczną. Powtórzyć eksperyment dla próbki stu tysięcy liczb otrzymanych z sumowania stu niezależnych liczb z rozkładu jednorodnego.  $y = u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$ . Do otrzymanego histogramu dopasować krzywą Gaussa. Jaką średnią i jakie odchylenie standardowe ma ta krzywa?
3. Napisać program do wyliczania dystrybuanty na podstawie zadanej próbki według następującego algorytmu. Daną próbkę  $x_1, x_2, \dots, x_N$  o długości  $N$ , należy najpierw posortować w ciąg niemalejący  $x'_1 \leq x'_2 \leq \dots \leq x'_N$ , następnie utworzyć pary  $(x'_1, 1/N)$ ,  $(x'_2, 2/N)$ ,  $\dots$ ,  $(x'_i, i/N)$ ,  $\dots$ ,  $(x'_N, 1)$  i narysować je na wykresie  $(x, y)$  w postaci par  $(x_i, y_i)$ . Przetestować działanie algorytmu na przykładzie próbek (o długości rzędu kilku tysięcy) z zadania 1 i porównać z krzywą teoretyczną. Wyznaczyć kwantyle rzędu  $q = 0.05$  i  $q = 0.01$  dla tych próbek.