

Imię i nazwisko	Sylwester Macura
Kierunek	Informatyka Stosowana
Rok	3
Grupa	2
Temat	Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy symetrycznej.

## 1. Wstęp teoretyczny

Problem własny można zdefiniować następująco

$$Ax_k = \lambda_k x_k$$

$$A = [a_{ij}]$$

$A$  jest macierzą kwadratową o  $n \times n$   $x_k$  jest wektorem własnym macierzy odpowiadającym wartości własnej  $\lambda_k$   $a_{ij}, \lambda_k, x_m^{(k)} \in \mathbb{C}$ .

Liczbę  $\lambda$  nazywamy wartością własną macierzy jeśli istnieje taki niezerowy wektor  $x$  dla którego zachodzi  $Ax = \lambda x$

Wektor  $x$  nazywamy prawostronnym wektorem własnym przynależnym wartości własnej  $\lambda$  Ciąg wszystkich wartości własnych macierzy nazywamy widmem macierzy a i oznaczamy  $\text{Sp}(A)$

Aby wyznaczyć wartości własne macierzy  $A$  najpierw wyznaczamy macierz  $A_\lambda = (A - \lambda I)$

Licząc wyznacznik tej macierzy otrzymamy równanie charakterystyczne macierzy. Licząc jego pierwiastki otrzymamy wartości własne macierzy.

Aby obliczyć wektory własne macierzy wstawiając do równania  $A_\lambda X = 0$  kolejne wartości własne. Rozwiązaniem będzie zbiór wektorów. Każdy z nich jest wektorem własnym macierzy  $A$  dla wartości  $\lambda$ .

Istnieje wiele zastosowań wartości własnych są one stosowane w budownictwie, mechanice kwantowej, rankingu stron Google.

## 2. Zadania do wykonania

- znaleźć Wektory i wartości własne macierzy A  $A_{ij} = \sqrt{(i+j)}$  dla  $i, j=1, 2, 3, 4, 5$
- znaleźć macierz przekształcenia P
- porównać wartości własne ze wzorem  $\beta_k = \frac{(x_k \cdot A x_k)}{(x_k \cdot x_k)}$

## 3. Wykonanie zadania

- Macierz P

0.127995	0.473318	0.748056	-0.447214	0.000000
-0.559029	-0.639797	0.211690	-0.483046	0.000000
0.753370	-0.341655	-0.221449	-0.516398	0.000000
-0.321774	0.499901	-0.588694	-0.547723	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000

Tabela 1: Macierz Przekształcenia

- Macierz Y (macierz wektorów własnych)

-0.860161	-0.509986	-0.006045	0.000001	-0.000000
0.371571	-0.618499	-0.692329	0.008616	0.000008
-0.216227	0.369873	-0.436638	0.790691	-0.024372
-0.137207	0.234827	-0.287573	-0.332559	-0.856000
-0.237650	0.406723	-0.497285	-0.513943	0.516400

Tabela 2: Macierz wektorów własnych

- Wartości własne

-0.000000
-0.000073
-0.005117
-0.381893
12.241493

Tabela 3:  
Wartości  
własne

- Wartości własne  $\beta_k$

-0.000001
-0.000074
-0.005117
-0.381893
12.241493

#### 4. Wnioski

Aby wyznaczyć wartości własne macierzy  $A$  najpierw musieliśmy wyznaczyć wartości własne macierzy trójdzielnej następnie używając macierzy  $P$  mogliśmy wyznaczyć wartości i wektory własne macierzy  $A$  jest tak ponieważ macierze działają jak operatory. Uzyskaliśmy wartości prawie poprawne, pewne niejasności wynikają z błędów numerycznych i zaokrągleń.