Imię i nazwisko	Sylwester Macura
Kierunek	Informatyka Stosowana
Rok	3
Grupa	2
Temat	Odszumowywanie sygnału przy użyciu FFT – splot funkcji

1. Wstęp teoretyczny

Transformatę Fouriera stosujemy do funkcji okresowych. Ma ona szerokie zastosowania, możemy jej użyć do interpolacji lub aproksymacji, szybkiego mnożenia, cyfrowego przetwarzania sygnału kompresji danych(mp3) analizy sygnałów czasowych oraz rozwiązywanie równań różniczkowych. Każdą funkcje okresową możemy przybliżyć za pomocą szeregu Fouriera.

$$f(x)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k)e^{ikx} \qquad g(k)=\frac{1}{2*\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)e^{-ikt}dt$$

Funkcje $E_k(x)=e^{ikx}$ tworzą ciąg ortogonalnych jednomianów eksponencjalnych ,można z nich utworzyć wielomian

$P(x)=\sum_{k=0}^{n} c_k E_k(x)$ Możemy tego wielomianu użyć do interpolacji funkcji f(x)

Współczynniki znajdziemy licząc iloczyny skalarne z kolejnymi jednomianami E_m

$$\langle f, E_m\rangle=\sum_{k=0}^{N-1} c_k\langle E_k, E_m\rangle=\sum_{k=0}^{N-1} c_k\,\delta=c_m$$

Ciąg współczynników c_m definiuje dyskretną transformatę Fouriera

$$f(x)=P(x)=\sum_{k=0}^{N-1}\langle f, E_k\rangle E_k$$

Aby znaleźć tak zdefiniowana transformatę należy wykonać O(N^2) obliczeń

W tym przypadku zastosujemy transformatę do wyliczenie splotu funkcji. Splot definiujemy jako

$$(f*g)(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

Aby go wyliczyć użyjemy jednej z właściwości transformaty Fouriera

$$F(f_1*f_2)=F(f_1)*F(f_2)$$

Użyjemy splotu do wygładzenia sygnału. Jako funkcję wagową przyjmiemy

$$g(t)=\frac{\exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right)}{\sigma\sqrt{(2\pi)}}$$

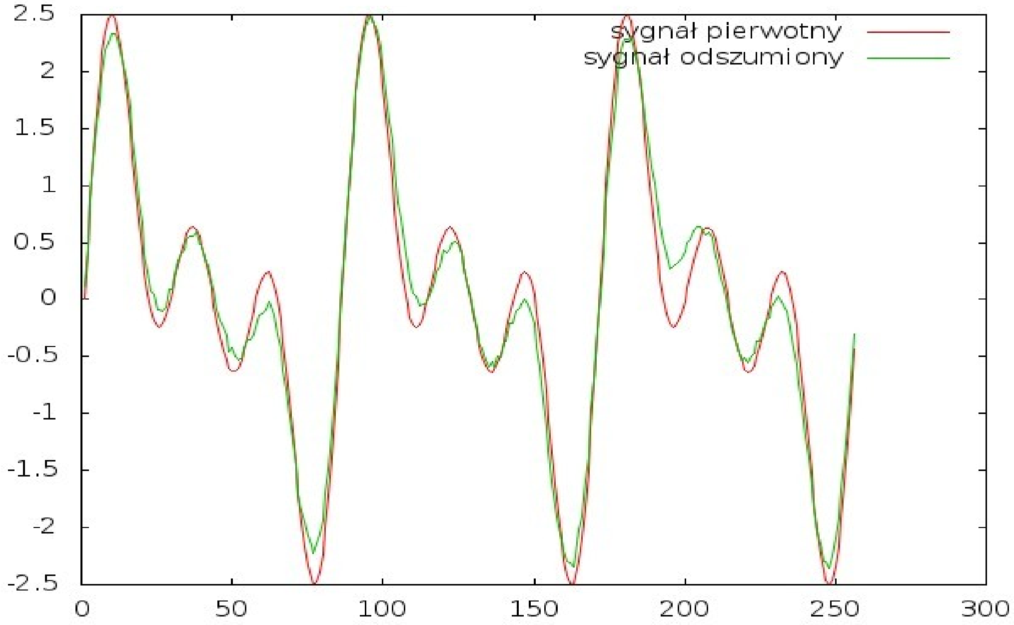
Zadziała to w ten sposób że wartość każdego punktu wraz z sąsiadami zostanie uśredniona z jakąś wagą. Im dalej sąsiad będzie od punktu tym mniejszy będzie miał wpływ. Pozwoli nam to uzyskac bardziej gładki wykres.

2. Zadania do wykonania

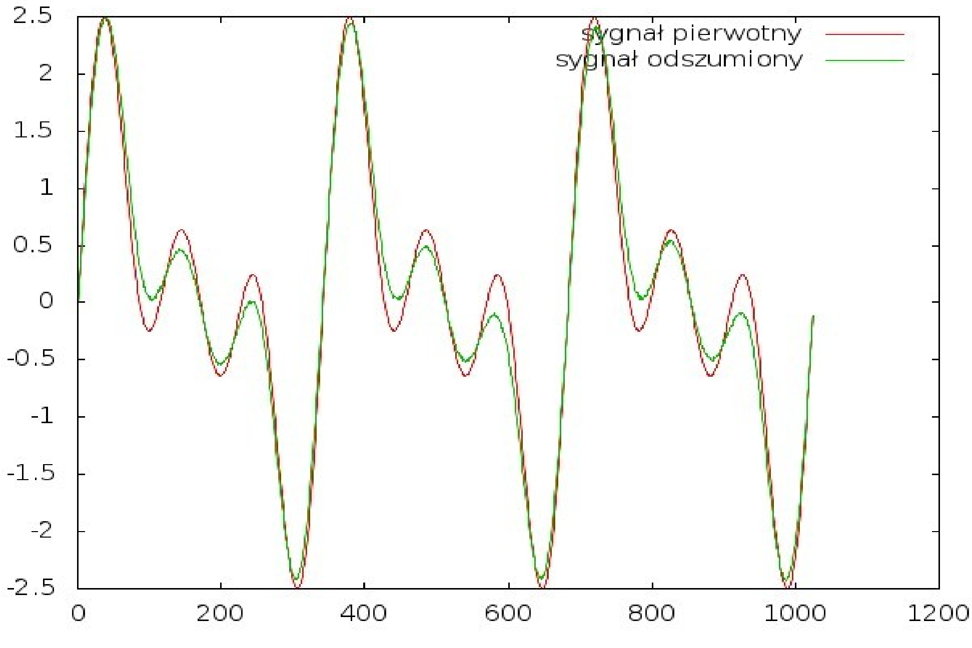
Dla k=8,10,12 i dla węzłów Nk=2^k odszumować sygnał $f_0(t)=\sin(1\omega t)+\sin(2\omega t)+\sin(3\omega t)$ sygnał zaszumiamy $f(t)=f_0(t)+(\frac{-1}{2},\frac{1}{2})$ jako funkcje wagową przyjmujemy $g(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{(2\pi)}}\exp(\frac{-t^2}{2\sigma^2})$ aby odszumić sygnał musimy dokonać splotu funkcji f(t) oraz g(t) najłatwiej to uzyskać używając transformaty Fouriera.

3. Wykonanie zadania

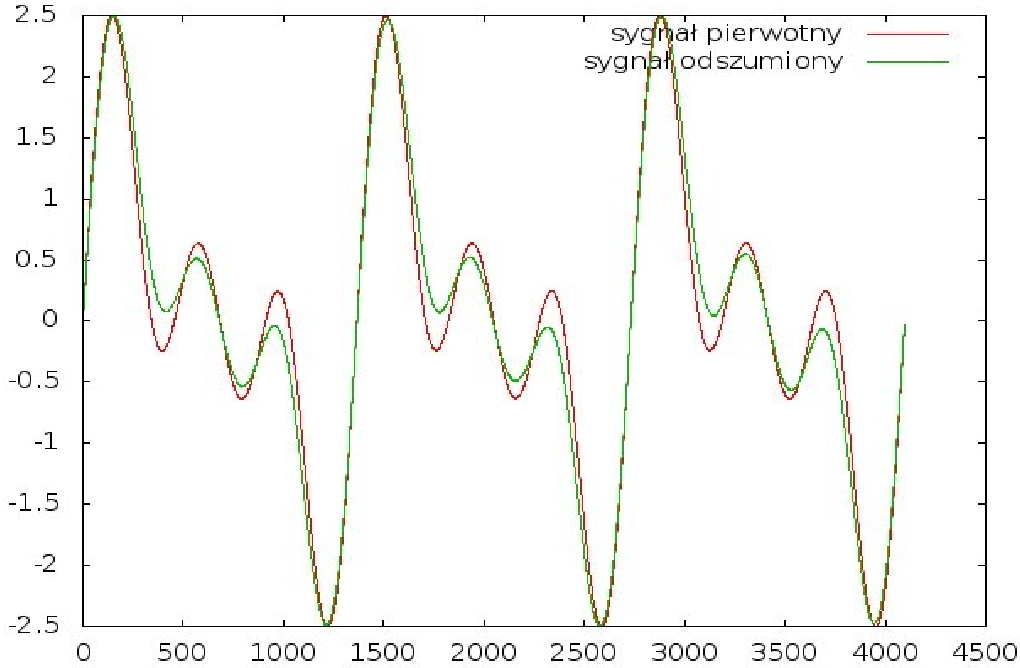
- dla k=8



- dla k=10



- dla k=12



4.Wnioski

Jak widzimy funkcje po od szumieniu nie pokrywają się ze sobą . Dzieje się tak w częściach funkcji które się mocno zmieniają w niewielkim przedziale. Jest tak ponieważ sąsiadujące węzły mają wpływ na siebie nawzajem, powoduje to zwłaszcza w tych miejscach funkcja staje się bardziej wygładzona. Można także zauważyć że przy zwiększaniu liczby węzłów funkcja staje się bardziej gładka. Widać to zwłaszcza w porównaniu wykresu dla k=8, można zauważyć że funkcja posiada jeszcze jakieś szumy