

# 湖南科技大学考试试题纸（ A 卷）

（2016 - 2017 学年度第 一 学期）

课程名称 离散数学 开课单位 计算机学院 命题教师 李志刚

授课对象：学院 计算机学院 年级 16 班级 计算机、网络、信安、物联网、软件

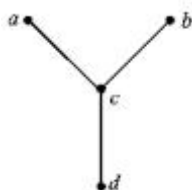
考试时量 100 分钟 审核人                      审核时间：        年        月        日

考核方式（考试） 考试方式（闭卷）

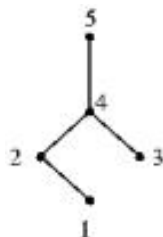
警示：考试违纪将受到警告、严重警告处分；考试舞弊将受到记过、留校察看、开除学籍处分。考试舞弊受到留校察看处分者，将不会授予学位证。

一 填空题（ $2 \times 10 = 20$  分）

1. 设  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{c, d, e\}$ , 则  $A \oplus B =$  \_\_\_\_\_。
2. 以 1 1 开始的恰好只含有 3 个 0 的 8 位二进制符号串有 \_\_\_\_\_ 个。
3. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ , 设关系  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ , 则  $R$  的自反闭包是 \_\_\_\_\_。
4. 100 以内的正整数中可以被 3 整除, 但不能被 7 整除的数有 \_\_\_\_\_ 个。
5. 设  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{a, b\}$ , 则笛卡尔积  $B \times A =$  \_\_\_\_\_。
6. 设  $R$  和  $S$  是集合  $\{a, b, c, d\}$  上的关系,  $R = \{(a, a), (a, b), (b, c)\}$ ,  $S = \{(a, b), (a, c), (c, d)\}$ , 那么  $S \circ R$  的关系矩阵  $M_{S \circ R} =$  \_\_\_\_\_。
7. “对于正整数  $n$ ,  $1 + 2^n < 3^n$ ”, 这个命题是 \_\_\_\_\_ 的。(填空选项: 正确、不正确)
8. 设  $(A, \leq)$  是偏序集, 它的哈塞图如下图所示, 则所有的极大元是 \_\_\_\_\_。



9. 图 G 如下图所示, 顶点 4 的度是 \_\_\_\_\_。

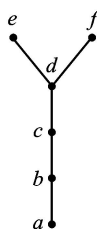


10. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 根树  $T = \{(1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 3)\}$  是  $A$  上的关系,  $T$  的根节点为 \_\_\_\_\_。

二 单项选择题（ $2 \times 10 = 20$  分）

1. 集合  $A = \{\{1, 2\}, 3, 4\}$  的幂集  $P(A)$  的元素个数是 \_\_\_\_\_  
A. 4                      B. 8                      C. 16                      D. 无法确定
2. 设  $R$  是实数集上的关系, 关系  $R$  的定义是:  $aRb$  当且仅当  $a - b > 0$ , 则此关系是 \_\_\_\_\_  
A. 自反关系              B. 对称关系              C. 传递关系              D. 以上性质都不确定

3. 对于  $a = 72, b = 48$ ，下面说法不正确的是\_\_\_\_\_
- A.  $a$  和  $b$  的最大公约数是 12    B.  $a$  和  $b$  的最小公倍数是 144
- C.  $a$  和  $b$  的最大公约数是 24    D.  $a$  和  $b$  的一个公倍数是 288
4. 从一副标准的 52 张扑克牌 (不考虑大小王) 中至少选出\_\_\_\_\_张牌才能保证选出的牌有三张是同样的花色。
- A. 7                      B. 8                      C. 9                      D. 14
5. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，定义  $A$  上的关系  $R: aRb$  当且仅当  $a < b$ ，那么下面说法错误的是\_\_\_\_\_
- A.  $R^\infty = R \cup R^2 \cup R^3 \cup R^4$                       B.  $R^\infty = R$
- C.  $aR^2b$  当且仅当  $a \leq b - 2$                       D.  $R^\infty = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$
6. 组合数  $C_{10}^2 =$ \_\_\_\_\_ (这里  $C_m^n = {}_m C_n$ )
- A. 20                      B. 45                      C. 90                      D. 180
7. 设  $P(S)$  是非空有限集合  $S$  的幂集， $\subseteq$  是集合的包含关系，下列说法不正确的是：\_\_\_\_\_
- A.  $(P(S), \subseteq)$  一定是偏序集                      B.  $(P(S), \subseteq)$  含有一个极小元
- C.  $(P(S), \subseteq)$  一定不是格                      D.  $(P(S), \subseteq)$  含有一个极大元
8. 设  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ，偏序集  $(A, \leq)$  的哈塞图如图所示，则下面说法不正确的是\_\_\_\_\_
- A.  $b \leq c$     B.  $a \leq f$     C. 偏序集  $(A, \leq)$  的最小元  $a$     D. 偏序集  $(A, \leq)$  的最大元是  $e, f$



9. 设  $L$  是一个格，则对  $L$  中任意两个元素  $a, b$ ，下面说法不正确的是\_\_\_\_\_
- A.  $\{a, b\}$  都有最小上界和最大下界                      B.  $a \wedge (a \vee b) = a$
- C. 若  $a \vee b = b$ ，有  $b \leq a$                       D.  $a \vee b = b \vee a$
10. 一棵有若干顶点的完全二元树，3 个非叶子顶点，则这棵树共有\_\_\_\_\_个叶子顶点。
- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 无法计算

### 三 计算题 (10×4=40 分)

1. 某外事学院有 1232 个学生选修西班牙语课，879 个学生选法语课，114 个学生选了俄语课。103 个学生选了西班牙语和法语课，23 个学生选了西班牙语和俄语课，14 个学生选了法语和俄语课。如果有 2092 个学生至少在西班牙语、法语和俄语课中选 1 门，设  $S$  表示选西班牙语课的学生， $F$  为选法语课的学生， $R$  为选俄语课的学生。问：

- (1) 请用集合表示既不选法语课，也不选俄语课，但是选择西班牙语课的学生；  
 (2) 请计算三门课都选的学生人数。(写出必要的过程)

2. (1) 请把 868 写成素数幂的乘积形式 (即唯一分解式)；  
 (2) 8 是 72 和 56 的最大公约数，存在整数  $s, t$ ，使得  $8=72s+56t$ ，请计算出一组  $s, t$ 。

3. 设  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ，在  $A$  上定义关系  $R$ ，已知  $R$  关系矩阵  $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，问

- (1) 请画出关系  $R$  的有向图；  
 (2) 证明  $R$  是一个等价关系；  
 (3) 请给出等价关系  $R$  下对集合  $A$  的划分  $A/R$ 。

4. 设  $A = \{1, 2, 3, 6, 12\}$ ， $R$  是  $A$  上的偏序关系： $aRb$  当且仅当  $a$  能够整除  $b$ 。问

- (1) 请写出关系  $R$  的集合形式；  
 (2) 请画出关系  $R$  的哈塞图。

#### 四 综合题 (20 分)

1. (5 分) 汉诺塔是 19 世纪后期法国数学家卢卡斯发明的一种游戏，令  $H_n$  表示解  $n$  个盘子的汉诺塔问题所需要的移动次数，已知  $H_1 = 1$ ； $H_n = 2H_{n-1} + 1$  ( $n \geq 2$ )。

请给出  $H_n$  的显示公式 (通项公式)。

2. (5 分) 求解下面递推关系的显式公式 (通项公式)：

$$B_n = 4B_{n-1} + 5B_{n-2} \quad (n > 2), \quad B_1 = 1, \quad B_2 = 1。$$

3. (5 分) 设  $A = \{1, 2, 3\}$ ， $D = \{a, b, c, d, e, f\}$ ，

- (1) 请构造一个  $A$  到  $D$  的函数，此函数需满足处处有定义且是单射；如果这样的函数是不存在的，请给出理由。  
 (2) 请构造一个  $A$  到  $D$  的函数，此函数需满足处处有定义且是满射；如果这样的函数是不存在的，请给出理由。

4. (5 分) 设  $A, B$  是两个  $2 \times 2$  矩阵， $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ ，请计算  $A^{-1}(B^T)^T$ 。