

# 湖南科技大学考试试题纸 (A 卷)

(2020-2021 学年度第一学期)

课程名称: 离散数学 开课单位: 计算机科学与工程学院 命题教师: 李志刚

授课对象: 计算机科学与工程 学院 2020 年级 本部所有专业班级

考试时量: 100 分钟 考核方式: 考试 考试方式: 闭卷

审核人: \_\_\_\_\_ 审核时间: 2020 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

一、单项选择题 (本题共 20 分, 每小题 2 分)。

(要求: 10 个选择题答案全部写在一行, 不要分行写)

1. 设集合  $A = \{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } 0 < x < 1\}$ ,  $B = \{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1\}$ ,  $C = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x^2 \leq 100\}$ ,  $D = \{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x^2 \leq 100\}$ 。下面说法正确的是\_\_\_\_\_。

- A.  $C=D$                       B.  $A \cap B = \emptyset$                       C.  $C \subseteq D$                       D.  $A=B$

2. 命题公式  $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$  是\_\_\_\_\_。

- A. 矛盾式    B. 等价式  
C. 不定式    D. 重言式

3. 偏序集  $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36, 72\}$  在整除关系下, 下列说法正确的是\_\_\_\_\_。

- A. 有最大元, 有最小元    B. 无最大元, 有最小元  
C. 有最大元, 无最小元    D. 无最大元, 无最小元

4. 设  $f(n)$  是  $n$  的因子的个数,  $n \in \mathbf{Z}^+$ ,  $f$  是从  $\mathbf{Z}^+$  到  $\mathbf{Z}^+$  的函数, 下面说法正确的是\_\_\_\_\_。

- A.  $f$  是单射, 也是满射    B.  $f$  是单射, 不是满射  
C.  $f$  不是单射, 但是满射    D.  $f$  不是单射, 也不是满射

5. 8 个朋友同去影院看电影, 总共花费 200.50 元人民币。下列说法正确的是\_\_\_\_\_。

- A. 他们当中至少有一个人花费超过 25 元    B. 他们人均消费高于 26 元  
C. 他们当中必有两个人花费超过 25 元    D. 他们人均消费低于 25 元

6. 在 1 到 100 之间能够被 3 整除, 但不能被 7 整除的整数有\_\_\_\_\_个。

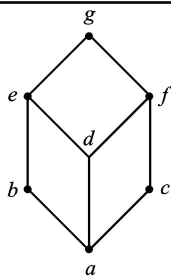
- A. 27    B. 28    C. 29    D. 30

7. 设集合  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , 定义  $S$  上的如下关系  $R: a R b$  当且仅当  $a = b^2$ , 下面说法不正确的是\_\_\_\_\_。

- A.  $\text{Dom}(R) = \{1, 2, 3\}$     B.  $R(4) = \{\}$   
C.  $\text{Ran}(R) = \{1, 4, 9\}$     D.  $R(8) = \{4\}$

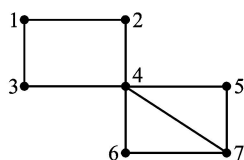
8. 设  $A=B=C=\mathbf{Z}$ ,  $f: A \rightarrow B$  和  $g: B \rightarrow C$  分别由  $f(a)=a-1$  和  $g(b)=b^2$  定义, 下列说法错误的是\_\_\_\_\_。

- A.  $(f \circ g)(2)=3$     B.  $(g \circ f)(2)=1$     C.  $(f \circ f)(3)=1$     D.  $(g \circ g)(2)=4$



9. 关于图 中的格，下面说法不正确的是\_\_\_\_\_。

- A.  $(b \vee c) \wedge e = e$     B.  $(a \vee b) \wedge c = a$     C.  $(e \vee c) \vee f = g$     D.  $(e \wedge f) \vee e = d$

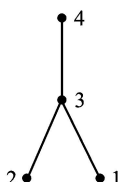


10. 关于图 7，下列说法正确的是\_\_\_\_\_。

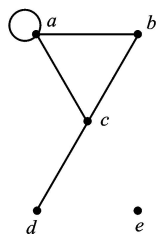
- A. 有欧拉回路，无哈密尔顿回路    B. 有欧拉道路（非回路）和哈密尔顿道路（非回路）  
C. 有欧拉回路和有哈密尔顿道路（非回路）    D. 有欧拉道路（非回路）和哈密尔顿回路

## 二、填空题 (本题共 20 分，每空 2 分)。

1. 设  $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, k\}$ ,  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{d, e, f, g\}$ , 则  $A \oplus B =$  \_\_\_\_\_。
2. 设  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A = \{3, 6, 8\}$ ,  $f_A$  是集合  $A$  上的特征函数，则  $f_A$  对应的 0, 1 序列是：\_\_\_\_\_。
3. 设  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 那么  $A^{-1}B =$  \_\_\_\_\_。



4. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 其上偏序关系  $R$  的哈塞图为 2, 则关系  $R$  有\_\_\_\_\_ 个元素。
5.  $f$  是模 10 的函数，即对任意  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = x^2 \pmod{10}$ , 则  $f(2021) =$  \_\_\_\_\_。
6. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{(2, 2), (3, 2), (3, 3)\}$ , 则  $R$  的自反闭包为\_\_\_\_\_。
7. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ 。则  $R^\infty =$  \_\_\_\_\_。
8. 设  $T$  是一棵完全 2-树，有 6 个非叶顶点，则叶子顶点的个数是\_\_\_\_\_。



9. 图 中点  $e$  的度数是 \_\_\_\_\_。
10. 集合  $A = \{0, 1\}$  的幂集  $P(A) =$  \_\_\_\_\_。

### 三、计算与证明 (本大题包含 4 小题, 每题 10 分, 共 40 分)

1. 使用欧几里得算法 (辗转相除法) 求解 273 和 119 的最大公约数, 即求  $\text{GCD}(273, 119)$ 。  
我们可将  $\text{GCD}(273, 119)$  表示为  $s \times 273 + t \times 119$  的形式, 求解  $s$  和  $t$ 。

注意: 需要有计算过程, 必须使用欧几里德算法, 否则不得分。

2.  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = B \times B$ , 定义  $A$  上的关系  $R$  如下:

$$(u, v) R (x, y) \text{ 当且仅当 } u - v = x - y.$$

- (1) 证明  $R$  是一种等价关系。  
(2) 求  $(2, 3)$  所在的等价类中所有的元素。

3. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $R$  为定义在  $A$  上的关系, 已知其关系矩阵如下所示:

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 请画出该偏序集合  $(A, R)$  的哈塞图;  
(2) 写出  $A$  的子集  $B = \{2, 4\}$  最小上界, 最大下界;  
(3) 写出  $A$  的最大元, 最小元, 极大元, 极小元。

注意: 上述(2),(3) 中某些元如果不存在, 需要明确指出来其“不存在”。

4. 在计算机学院计算机技术系 150 个学生当中, 有 109 个学生在计算机语言 Python、R、C 中至少选取了一种语言进行学习。假设 45 人学习 R, 61 人学习 Python, 53 人学习 C, 18 人同时学习 R 和 Python, 15 人学习 R 和 C, 23 人学习 Python 和 C。

- (1) 三种语言都不学习的学生有多少?  
(2) 三种语言都学习的学生有多少?  
(3) 只学习 R 的学生有多少?

(注意: 需要有计算过程, 直接给出结果不得分。)

### 四、综合题(本大题包含 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

1. 写出命题  $((\neg q) \Rightarrow p) \vee r$  的真值表。

2. 求解递归关系  $b_n = 6b_{n-1} - 5b_{n-2}$ ,  $n \geq 3$ 。已知  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = 3$ 。

3. 设  $A, B$  实数域上的矩阵,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $A^2 B^T$ 。

4. 若  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 。构造一个从  $A$  到  $B$  的函数, 满足是处处有定义, 且是单射。