



日期: /

8.1 假设检验的基本概念

设随机变量 X 表示每天每件产品的非互含量

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\sigma^2 = 0.12^2$, 要判断 X 是否符合标准, 即判断

$\mu = 7.5$ 是否成立

假设 $\mu = 7.5$, 称为原假设, 记为 $H_0: \mu = 7.5$

该假设拒绝 $\mu \neq 7.5$ 称为备择假设: $H_1: \mu \neq 7.5$

我们基于样本信息检验原假设 H_0 是否成立

反证法: 若 H_0 成立, 基于这个假设构造一个小概率事件, 假设这个小概率事件在 H_0 成立时几乎不会在一次抽样中发生

如果根据样本数据, 这个小概率事件发生了, 有理由认为 H_0 不成立, 即拒绝 H_0 而接受 H_1 的决策, 否则接受 H_0 .

(P.S. 用到小概率事件原理: 极小概率事件在一次试验中几乎不会发生)

具体操作:

$H_0: \mu = 7.5$ 样本均值 \bar{X} 与 7.5 误差应该不会很大, 即 $|\bar{X} - 7.5|$ 应该较小

如果小概率事件发生, 则入显著性水平 α 一般取 0.05, 0.01 等, 同时以

C 表示差值, 将其作为临界值, 记为: $P(|\bar{X} - 7.5| > C) = \alpha$

日期: /

α 给定, 只要 $|\bar{X} - \mu| > c$, 认为小概率事件发生

定义区域, 当样本观测值落入区域, 拒绝 H_0 , 否则接受 H_0 . 称为拒绝域

$$W = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) \mid |\bar{X} - \mu| > c\}$$

确定 c 和 W

$$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad \left[\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ 或 } \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \right]$$

U 检验统计量

$$\text{由 } P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > k\right) = \alpha \text{ 概率等价于 } P(|\bar{X} - \mu| > c) = \alpha \text{ 形式}$$

$$\text{令 } k = U_{\alpha/2}$$

$$W = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) \mid \left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > U_{\alpha/2}\}$$

$$\text{取 } \alpha = 0.05, \quad U_{0.025} = 1.96$$

$$\text{拒绝域 } W = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) \mid \left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > 1.96\}$$

$$\text{样本观测值 } \bar{x} = 7.4, \quad \sigma = 0.2 \quad \text{计算: } \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = -1.5$$

∴ 没有落入拒绝域

日期: / /

例 8.1.2

X : 飞机连续飞行时间, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 49$

\rightarrow 判断飞机是否不少于 120 min

$$H_0: \mu \geq 120, \quad H_1: \mu < 120$$

$$U = \frac{\bar{X} - 120}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad \text{则 } U = \frac{\bar{X} - 120}{\sigma/\sqrt{n}} \text{ 不依}$$

当所设假设成立, $U < 0$ 时拒绝域, 当拒绝域时

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -u_\alpha\right) = \alpha \text{ 成立}$$

$$\text{又对于 } \{(X_1, \dots, X_n) \mid \frac{\bar{X} - 120}{\sigma/\sqrt{n}} < -u_\alpha\} \subset \{(X_1, X_2, \dots, X_n) \mid \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -u_\alpha\}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{\bar{X} - 120}{\sigma/\sqrt{n}} < -u_\alpha\right) \leq \alpha$$

$$\mathcal{W} = \{(X_1, \dots, X_n) \mid \frac{\bar{X} - 120}{\sigma/\sqrt{n}} < -u_\alpha\}$$

日期: /

总结:

总体分布类型已知,只涉及总体未知参数的检验称为参数假设检验

对总体未知分布或某些特征的检验称为非参数检验

非拒绝域 \mathcal{W} 位于右侧: 双侧检验

\mathcal{W} 在左侧: 左侧检验

) 单侧检验

\mathcal{W} 在右侧: 右侧检验