目录

第九章 吸收

第一节 概述



二、吸收的目的

三、吸收分类

四、吸收设备及流程

五、吸收剂的选择

目录

第九章 吸收

- 第二节 气液相平衡
 - 一、溶解度及溶解度曲线
 - 二、亨利定律
- 第三节 吸收过程模型及吸收速率方程 ▶
 - 一、双膜模型
 - 二、吸收速率方程
- 第四节 二元低浓气体吸收(或脱吸)的计算
 - 一、物料衡算和操作线方程
 - 二、吸收剂用量的确定
 - 三、塔径的计算
 - 四、填料层高度的计算

目录

第九章 吸收

习题课 ▶

第四节 二元低浓气体吸收(或脱吸)的计算

五、高浓气体吸收

六、解吸

第五节 其他类型的吸收简介 ▶

第九章小结 🕨

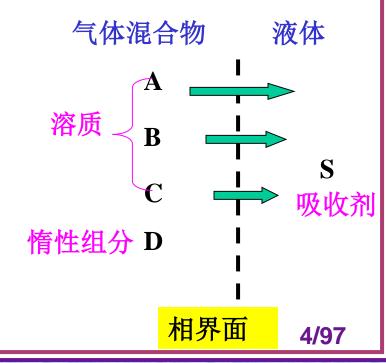
第三版第18次印刷的教材更正

第九章 吸收

第一节 概述

一、什么是吸收

利用<mark>气体混合物</mark>中各组分在液体溶剂中溶解度的差异来 分离气体混合物的操作称为<mark>吸收</mark>。



第一节 概述

二、吸收的目的

1. 制取产品

例如,用98%的硫酸吸收SO₃气体制取98%硫酸;用水吸收氯化氢制取31%的工业盐酸;用氨水吸收CO₂生产碳酸氢铵等。

2. 从气体中回收有用的组分

例如,用硫酸从煤气中回收氨生成硫胺;用洗油从煤气中回收粗苯等。

3. 除去有害组分以净化气体

主要包括原料气净化和尾气、废气的净化以保护环境。

例如用水或碱液脱除合成氨原料气中的二氧化碳;燃煤锅炉烟气、冶炼废气等脱 SO_2 等。

第一节 概述

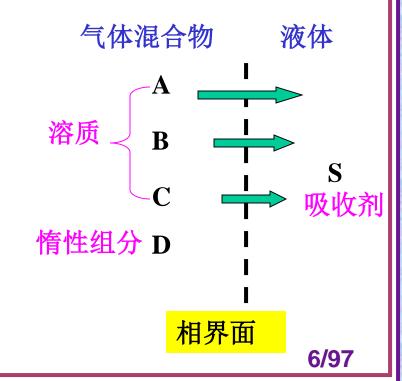
三、吸收分类

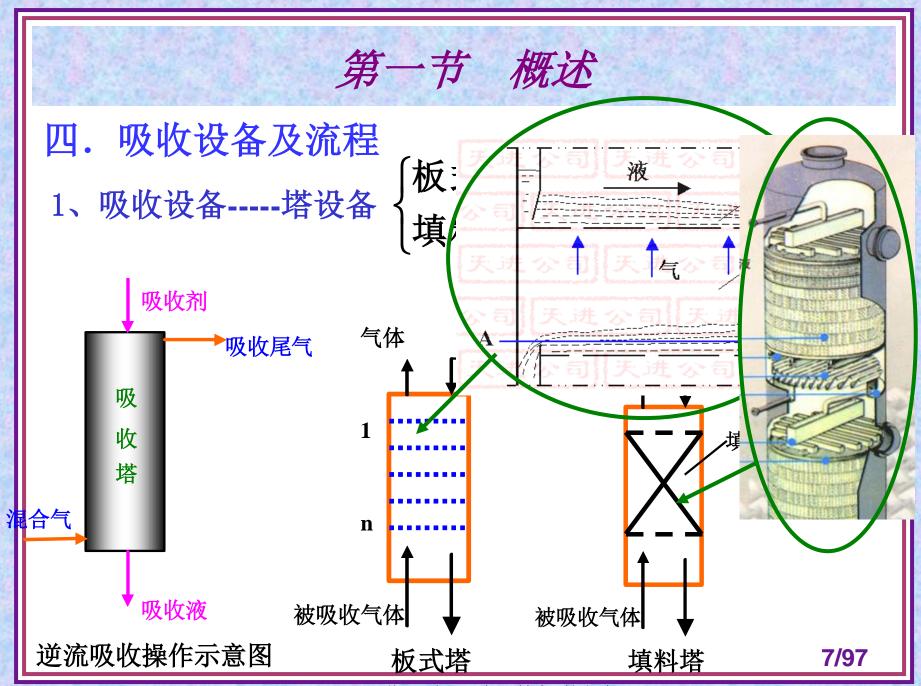
物理吸收化学吸收

等温吸收非等温吸收

单组分吸收多组分吸收

本章要介绍的



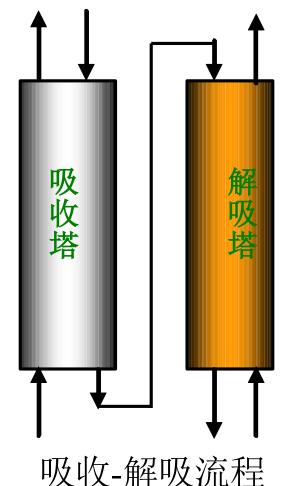


第一节 概述

吸收流程

单一吸收塔流程:

吸收剂常常需 要回收再利用

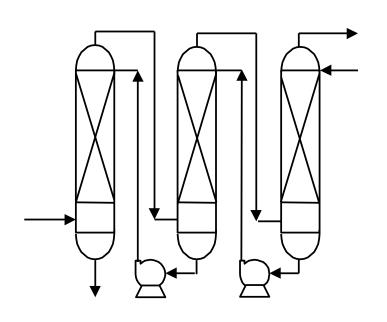


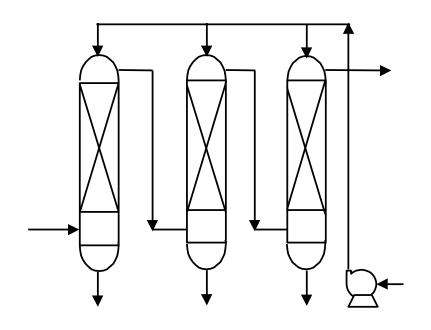
吸收-解吸流程

第一节 概述

2. 吸收流程

多塔吸收流程





(a) 气、液串联(逆流)

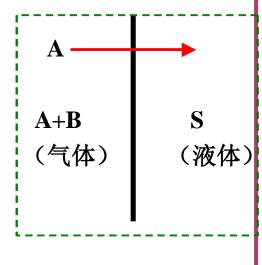
(b) 气体串联、液体并联(逆流)

多塔吸收流程

第一节 概述

五. 吸收剂的选择

- 1. 溶解度-----对溶质组分有较大的溶解度
- 2. 选择性-----对溶质组分有良好的选择性, 即对其它组分基本不吸收或吸收甚微,
- 3. 挥发性----- 应不易挥发
- 4. 黏性---- 黏度要低
- 5. 其它-----无毒、无腐蚀性、不易燃烧、 不发泡、价廉易得,并具有 化学稳定性等要求。



第二节 气液相平衡(溶解平衡)

一、溶解度及溶解度曲线

气液达到相平衡时,液相中的溶质浓度称为溶解度,记作 c_A^*

根据相律可知, 相平衡时

自由度数 $F = 组分数C - 相数\phi + 2$

$$=3-2+2=3$$
 (对双组分气体)

A+B

(气体)

(液体

对双组分气体吸收,所有变量共4个: 温度T、总压P、气相组成、溶解度

$$c_A^* = f(T, P, p_A)$$
 ----独立变量只有3个,例如: T、P、 p_A

在几个大气压以内、温度T一定条件下,

$$c_A^* = f(p_A)$$
 或 $p_A^* = F(c_A)$

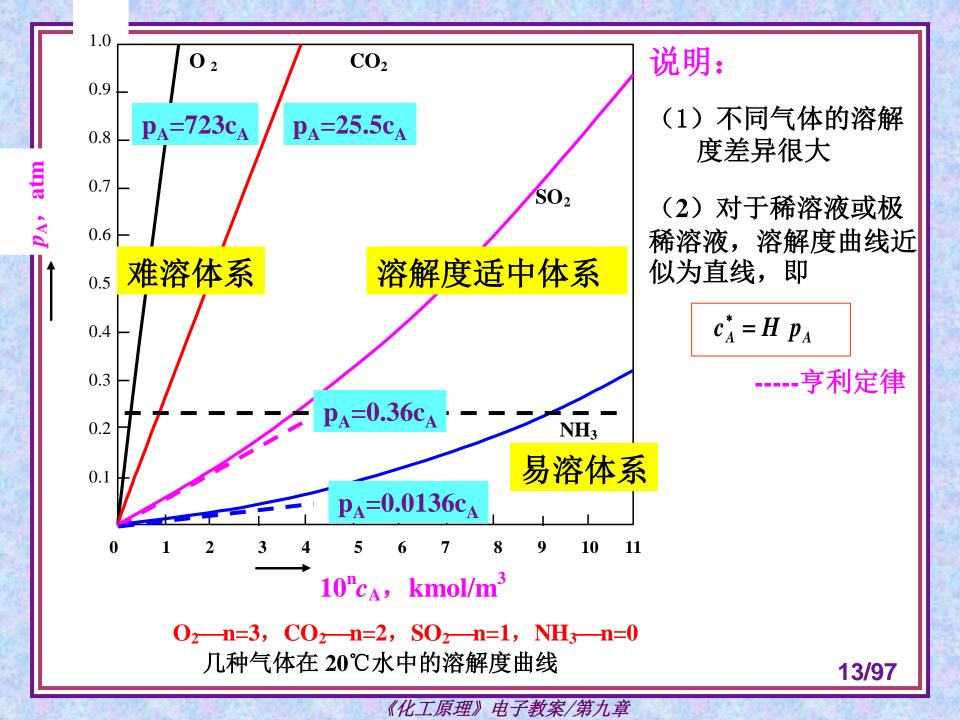
第二节 气液相平衡

一、溶解度及溶解度曲线

$$c_A^* = f(p_A)$$
 或 $p_A^* = F(c_A)$

上述具体函数关系目前尚无法理论推得,需通过实验方法对具体物系进行测定。

如下图示出了四种气体在20°C下在水中溶解度曲线。



二、亨利定律

$$c_A^* = H_{p_A} - p_{A}$$

溶解度系数,kmol/(m³·Pa)

属物性

获取方

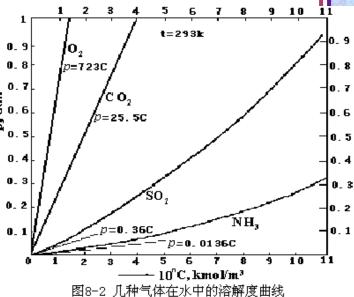
通常由实验测定。可从有关手册中查得。

法: 影响因素: T[↑], H↓

P在几个大气压范围内 对H影响可忽略。其他」。对 情况下,一般P个,H个量。

思考: H越大, 表明越易溶还是越难溶?

如图,H越大,表明在相同的pA下 c_{Λ} *越大,故越易溶。



《化工原理》电子教案/第

二、亨利定律

$$c_A^* = H p_A$$
 -----亨利定律

亨利定律的其他形式:

$$p_A^* = \left(\frac{c}{H}\right)\left(\frac{c_A}{c}\right) = Ex_A$$

亨利系数,Pa $E = \frac{c}{}$

$$y_A^* = \frac{p_A^*}{P} = \frac{E}{P} x_A = m x_A$$

相平衡常数, 无量纲

$$m = \frac{E}{P}$$

E的影响因素:

T个, E个, P对E影响可忽略。

思考: E越大, 表明越易溶还是越难溶?

E越大,越难溶;

m的影响因素:

 $T\uparrow$, $m\uparrow$; $P\uparrow$, $m\downarrow$

思考: m越大, 表明越易溶还是 越难溶?

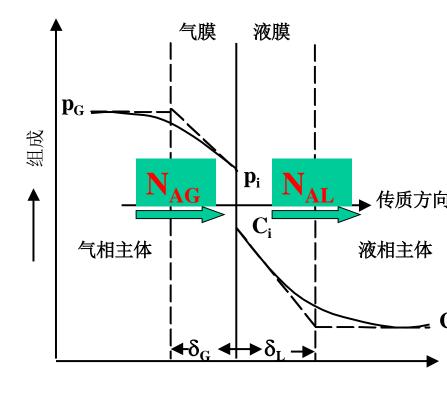
m越大,越难溶;

第三节 吸收过程模型及吸收速率方程

一、吸收过程模型----双膜模型(Whitman)

三个串联传质环节:

气体侧的对流传质 界面溶解 液体侧的对流传质

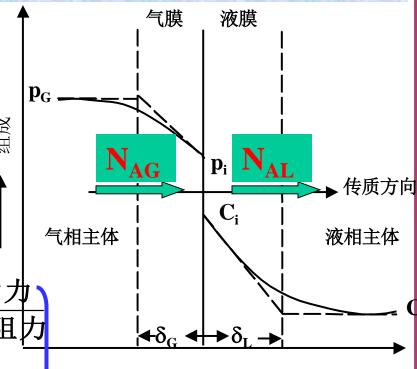


—— 距离

双膜模型

$$N_{AG} = k_G (p_G - p_i) = \frac{p_G - p_i}{\frac{1}{k_G}}$$

$$N_{AL} = k_L \left(c_i - c_L \right) = \frac{c_i - c_L}{\frac{1}{k_L}}$$



$N_A = \frac{N_{AL}}{1}$ $N_A = \frac{p_G - p_i}{1} = \frac{c_i - c_L}{1} = \frac{$ 分推动力 分传质阻力

类似地:
$$N_A = \frac{y - y_i}{\frac{1}{k_y}} = \frac{x_i - x}{\frac{1}{k_x}}$$

分吸收速率方程

双膜模型

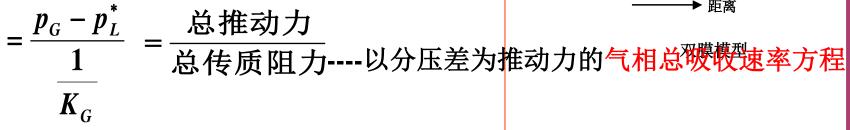
对流传质方程: $N_A = k_L(C_1 - C_2) = k_G(p_1 - p_2) = k_x(x_1 - x_2) = k_y(y_1 - y_2)$

假设气液相平衡关系满足亨利定律,则

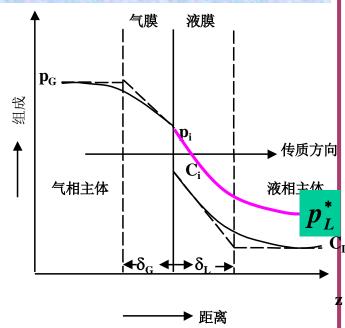
$$c_L = Hp_L^*$$

又根据双膜模型的假定,可知 $c_i = Hp_i$

$$N_{A} = \frac{p_{G} - p_{i}}{\frac{1}{k_{G}}} = \frac{c_{i} - c_{L}}{\frac{1}{k_{L}}} = \frac{p_{i} - p_{L}^{*}}{\frac{1}{Hk_{L}}} = \frac{p_{G} - p_{L}^{*}}{\frac{1}{k_{G}} + \frac{1}{Hk_{L}}}$$



$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{1}{Hk_L}$$



类似地,
$$N_A = \frac{c_G^* - c_L}{H \over k_G} + \frac{1}{k_L} = \frac{c_G^* - c_L}{1 \over K_L}$$
 ------ 以摩尔浓度差为推动力的 气相总吸收速率方程 $c_C^* = Hp_C$

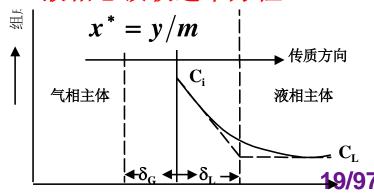
------以摩尔浓度差为推动力的
气相总吸收速率方程
$$c_G^* = Hp_G$$

$$N_A = \frac{y - y^*}{\frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}} = \frac{y - y^*}{\frac{1}{K_y}}$$
 ------ 以摩尔分率差为推动力的 气相总吸收速率方程 $y^* = mx$

$$y^* = mx$$

$$N_{A} = \frac{x^{*} - x}{\frac{1}{mk_{y}} + \frac{1}{k_{x}}} = \frac{x^{*} - x}{\frac{1}{K_{x}}}$$

-----以摩尔分率差为推动力的 液相总吸收速率方程

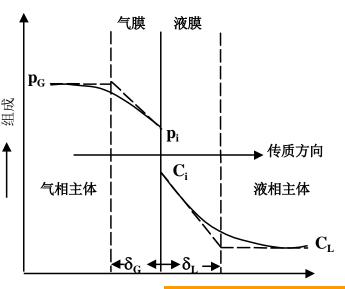


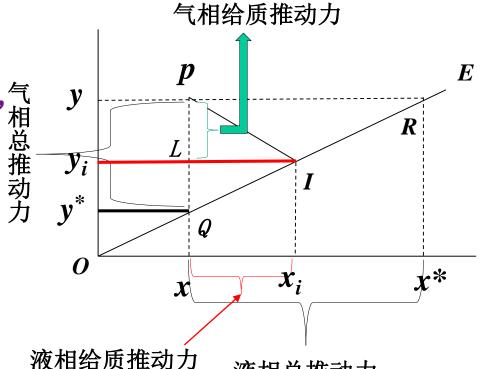
吸收速率方程

吸收速率方程的分析:

1. 关于传质推动力

操作点P离平衡线越近,气相则总推动力就越小 《標》微膜。





液相给质推动力

液相总推动力

$$N_{A} = \frac{p_{G} - p_{i}}{\frac{1}{k_{G}}} = \frac{C_{i} - C_{L}}{\frac{1}{k_{L}}} = \frac{p_{G} - p_{L}^{*}}{\frac{1}{K_{G}}} = \frac{C_{G}^{*} - C_{L}}{\frac{1}{K_{L}}}$$

2、关于传质阻力

气膜控制 ----如图,气膜较厚,液膜较薄,即阻力主要由气 膜决定。

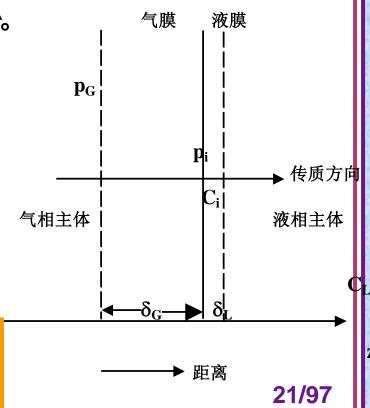
易溶体系属于这种情况。

$$\frac{1}{k_{y}} \gg \frac{m}{k_{x}} \qquad \frac{1}{k_{G}} \gg \frac{1}{Hk_{L}}$$
故 $K_{y} \approx k_{y}$

$$K_{G} \approx k_{G}$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}$$

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{1}{Hk_L}$$



双膜模型

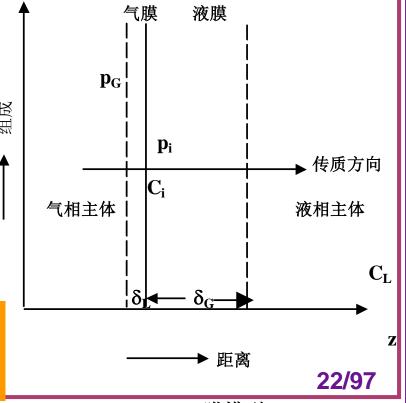
液膜控制 ----如图,液膜较厚,气膜较薄,即阻力主要由液膜决定。

难溶体系属于这种情况。

$$\frac{1}{k_x} >> \frac{1}{mk_y} \qquad \frac{1}{k_L} >> \frac{H}{k_G}$$
故 $K_x \approx k_x$

$$K_L \approx k_L$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{k_y m} \quad \frac{1}{K_L} = \frac{H}{k_G} + \frac{1}{k_L}$$



双膜模型

双膜控制 ----如图,液膜、气膜厚度相当,气膜阻力和液膜 阻力均不可忽略。

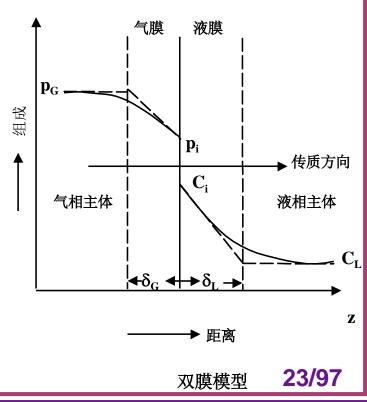
溶解度适中的体系属于这种情况。

$$\frac{1}{K_{y}} = \frac{1}{k_{y}} + \frac{m}{k_{x}} \quad \frac{1}{K_{G}} = \frac{1}{k_{G}}$$

$$\frac{1}{K_{x}} = \frac{1}{k_{x}} + \frac{1}{k_{y}m} \quad \frac{1}{K_{L}} = \frac{H}{k_{G}}$$

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{1}{Hk_L}$$

$$\frac{1}{K_L} = \frac{H}{k_G} + \frac{1}{k_L}$$



影响传质阻力的因素: 即影响传质系数 k 的因素 (第八章)

- ◆流动状况 如降膜湿壁塔、圆盘塔等: $k_G \propto G^{0.75}$, $k_L \propto L^{0.7}$, 填料塔: $k_r \propto L^{0.75 \sim 0.95}$
- ◆物性
- ◆操作温度和压力
- ◆传质面几何特性等。

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{k_y m}$$

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{1}{Hk_L}$$

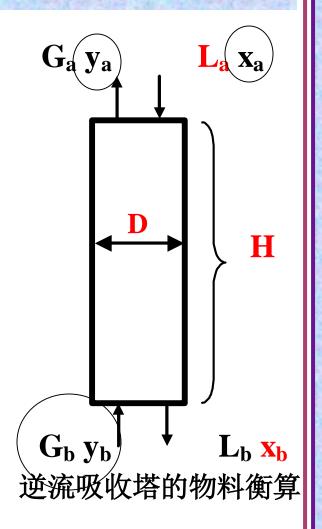
$$\frac{1}{K_L} = \frac{H}{k_G} + \frac{1}{k_L}$$



第四节二元低浓气体吸收(或脱吸)的计算

计算项目主要有:

- ◆吸收剂用量 L_a 、液相出塔浓度 x_b
- ◆塔的主要工艺尺寸: 塔径D、填料层高度H或塔板数N



全塔物料衡算 -----可求解液相出塔浓度 $x_{\mathbf{b}}$ 对溶质 A,有

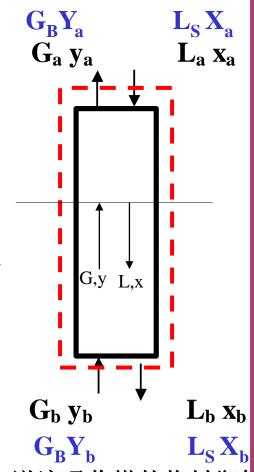
气相的减少速率 = 液相的增加速率

$$G_b y_b - G_a y_a = L_b x_b - L_a x_a$$

------此式使用不方便,因为摩尔分率x、 y的定义基准从塔底到塔顶均在变化。将 x、y换成摩尔比X、Y可解决这个问题。

$$G_B(Y_b - Y_a) = L_S(X_b - X_a)$$

$$Y_b = \frac{L_S}{G_B}(X_b - X_a) + Y_a$$



逆流吸收塔的物料衡算

《化工原理》电 Y (或X) -----摩尔比;

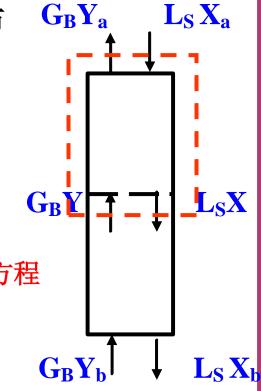
对塔上部任一段作质量衡算(A组分)

-----可求解全塔浓度分布

气相量的减少速率=液相量的增加速率

$$G_B(Y-Y_a)=L_S(X-X_a)$$

$$Y = \frac{L_S}{G_R} (X - X_a) + Y_a$$
 -----操作线方程



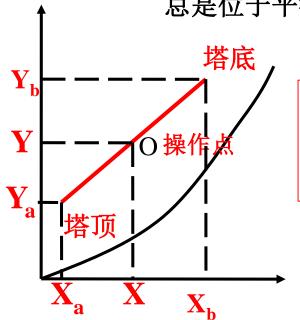
逆流吸收塔的物料衡算

$$Y = \frac{L_S}{G_B} (X - X_a) + Y_a$$
-----操作线方程

操作线方程: 直线,

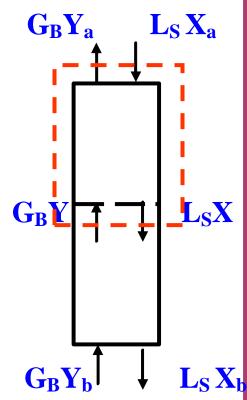
直线, L_S 斜率为 G_B ----液气比

过塔顶点 $A(X_a, Y_a)$, 塔底 $B(X_b, Y_b)$ 总是位于平衡线的上方;



操作线斜率越小,越靠 近平衡线,传质推动力 越小,对传质越不利。

$$Y_b = \frac{L_S}{G_B} (X_b - X_a) + Y_a$$



逆流吸收塔的物料衡算

对于低浓气体(通常 y_b <10%),

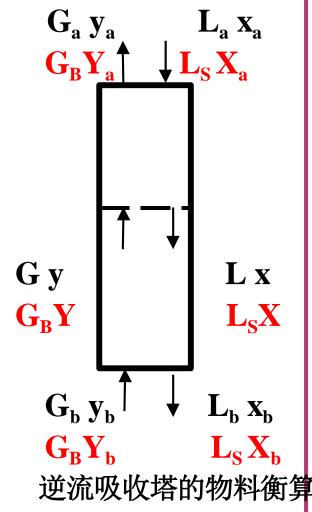
 $G \approx G_a \approx G_b \approx G_B$, $L \approx L_a \approx L_b \approx L_S$, $Y \approx y$, $X \approx x$, 于是,

$$y_b \approx \frac{L}{G}(x_b - x_a) + y_a$$

$$y \approx \frac{L}{G} (x - x_a) + y_a$$

$$Y_b = \frac{L_S}{G_B} (X_b - X_a) + Y_a$$

$$Y = \frac{L_S}{G_R} (X - X_a) + Y_a$$



29/97

《化工原理》电子教案/第九章

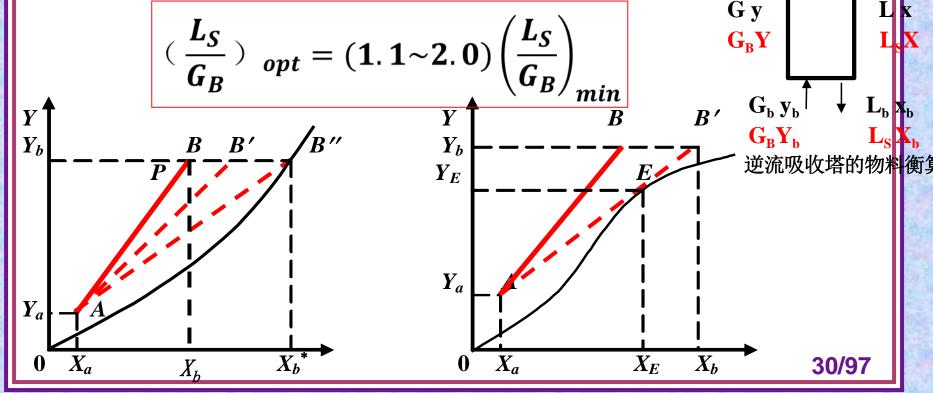
二、吸收剂用量的确定

 $\mathbf{L}_{\mathbf{a}}$

 $G_a y_a$

仅从能耗上看,希望吸收剂用量越小越好,但是

$$\mathbf{L}_{\mathbf{S}} \downarrow \longrightarrow \frac{L_S}{G_B} \downarrow \longrightarrow \left(\frac{L_S}{G_B}\right)$$
 一最小液气比 此时,塔内必有一处达到相 平衡,塔高需无穷高才行。



《化工原理》电子教案/第九章

二、吸收剂用量的确定

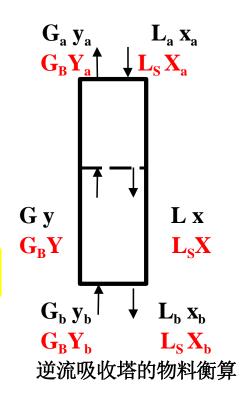
思考:实际操作时的液气比可否小于或等于最小液气比?此时吸收塔是否能操作?将会发生什么现象?

可以,

能,

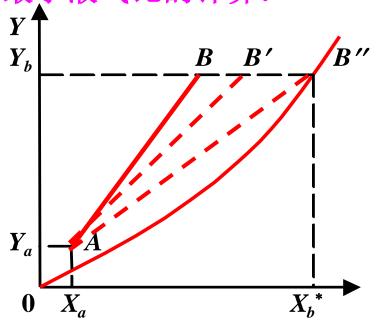
但达不到指定的吸收要求

最小液气比只对设计型问题有意义。



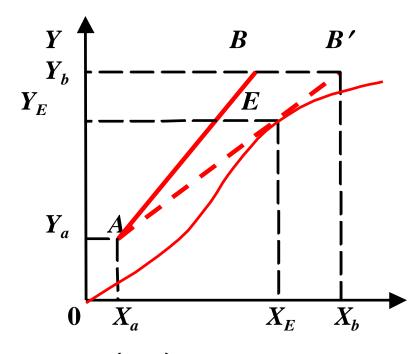
二、吸收剂用量的确定 $\frac{L_S}{G_B} = (1.2 \sim 2.0) \left(\frac{L_S}{G_B}\right)_{\text{min}}$

最小液气比的计算:



$$\left(\frac{L_S}{G_B}\right)_{\min} = \frac{Y_b - Y_a}{X_b^* - X_a}$$

低浓时:
$$\left(\frac{L}{G}\right)_{\min} = \frac{y_b - y_a}{x_b^* - x_a}$$



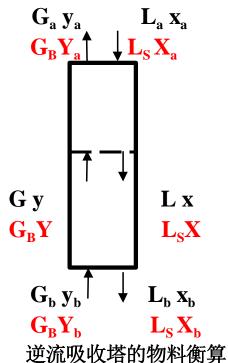
$$\left(\frac{L_S}{G_B}\right)_{\min} = \frac{Y_b - Y_E}{X_b - X_E}$$

低浓时:
$$\left(\frac{L}{G}\right)_{\min} = \frac{y_b - y_E}{X_b - X_E}$$
 32/97

三、塔径的计算

$$D = \sqrt{\frac{4V_S}{\pi u}}$$

u为空塔气速,m/s, V。为混合气体的体积流量, \mathbf{m}^3/\mathbf{s} 。



四、填料层高度的计算

1、填料层高度的一般计算式

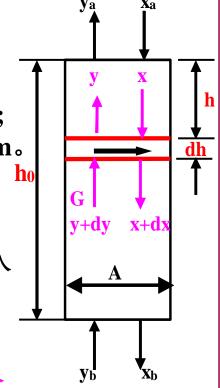
气液接触面积
$$A = aV = a\Omega h = a\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)h$$

式中:a为单位体积填料层中的有效传质面积, $m^2 \cdot m^{-3}$; h为填料层高度,m; Ω 为塔截面积, m^2 ; D为塔直径,m。

对微元段填料dh作物料衡算:如图9-9所示

微元体积为 Ωdh ,相界面积为a Ωdh ,则单位时间内由气相传入液相的溶质 Λ 的量为 N_a a Ωdh 。列物料衡算为:

从气相到液相的传质速率=气相中溶质A的减少速率=液相中溶质A的增加速率(注:对低浓度气体来说,在dh内的微分物料衡算可由式9-39微分而得Gdy=Ldx)



微元填料段的物料衡算



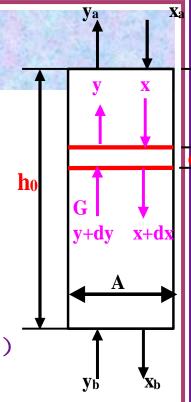
 $N_A a \, \mathbf{d}h = G \, \mathbf{d}y = L \, \mathbf{d}x$ (单位塔截面积)

四、填料层高度的计算

气相总传质方程 $N_A = K_y(y - y^*)$ 代入到 $N_A a \, \mathbf{d} h = G \, \mathbf{d} y$

$$K_{y}a(y-y^{*})dh = Gdy$$

低浓度气体
$$h_0 = \frac{G}{K_y a} \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$



微元填料段的物<mark>料衡</mark>

$$h_0 = \frac{G}{k_y a} \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y_i}$$

$$h_0 = \frac{L}{K_{x}a} \int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x^* - x}$$

$$h_0 = \frac{L}{k_x a} \int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x_i - x}$$

2、低浓气体吸收时

- ❖G、L为常数
- $\star K_v$ 、 K_x 可视为常数
- ❖a也可视为常数: a与填料形状、尺寸及填充状况有关36/97

$$\frac{1}{K_{y}a} = \frac{1}{k_{y}a} + \frac{m}{k_{x}a}$$

气相总传质单元高度HTU,m (Height of Transfer Unit)

$$\mathbf{H}_{OG} = \frac{G}{K_{v}a}$$

$$h_0 = \frac{G}{K_y a} \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*} = H_{OG} \cdot N_{OG}$$
 气相总传质单元数,无因次 $h_0 = \frac{L}{K_x a} \int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x^* - x} = H_{OL} \cdot N_{OL}$ $N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$

$$h_0 = \frac{L}{K a} \int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x^* - x} = H_{OL} \cdot N_{OL}$$

$$N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{ay}{y - y^*}$$

$$K_x a J_{x_a} x^* - x$$
 气相分传质单元高度,m $h_0 = \frac{G}{k_y a} \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y_i} = H_G \cdot N_G$ 气相分传质单元数,无因次

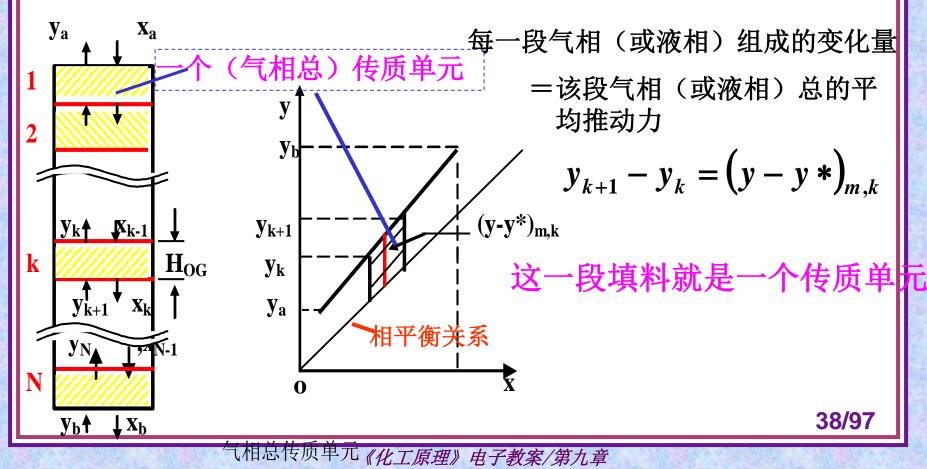
$$h_0 = \frac{L}{k_x a} \int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x_i - x} = H_L \cdot N_L$$

思考:影响传质单元高度HTU的因素?

流动状况、物系、填料特性和操作条件

什么是传质单元?

如图,将填料层分成若干段,1、2、.....、N 段。每一段填料均需满足以下条件:



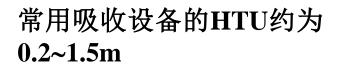
$H_{OG} = \frac{G}{K_{y}a}$

$$N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$

传质单元高度?

-----每个传质单元对应的填料层高度, m

 $\boldsymbol{h}_0 = \boldsymbol{H}_{OG} \cdot \boldsymbol{N}_{OG}$



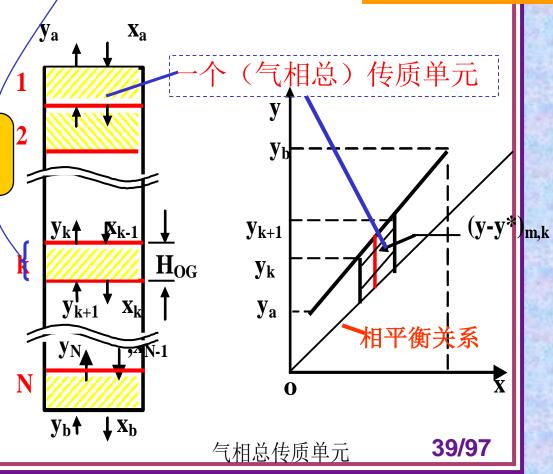
思考: HTU越大越好, 还是越小越好?

HTU越小越好

传质单元数?

-----传质单元的个数,

如图,为N个。



为什么Noc就是传质单元数N?

每个传质单元具有: $y_{k+1} - y_k = (y - y *)_{m,k}$

$$N_{OG,k} = \int_{y_k}^{y_{k+1}} \frac{dy}{y - y^*} = \frac{y_{k+1} - y_k}{(y - y^*)_{m,k}} = 1$$

$$N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$

$$= \int_{y_a}^{y_1} \frac{dy}{y - y^*} + \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y - y^*} + \dots + \int_{y_k}^{y_{k+1}} \frac{dy}{y - y^*} + \dots \int_{y_N}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$

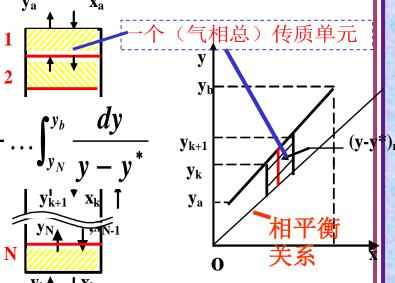
$$=N(\uparrow)$$



$$N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$

$$\boldsymbol{h}_0 = \boldsymbol{H}_{OG} \cdot \boldsymbol{N}_{OG}$$

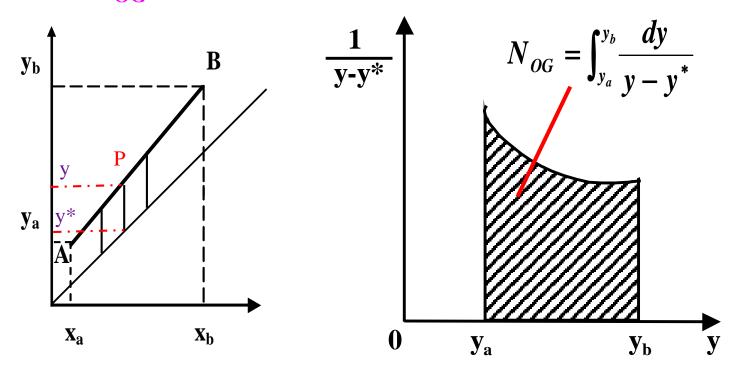
40/97



气相总传质单元

 $h_0 = H_{OG} \cdot N_{OG}$

传质单元数Nog的几何意义?----阴影部分面积



思考: NoG越大越好, 还是越小越好?

越小越好

思考:如何使 N_{OG} 变小?

如图所示,要使阴影面积变小,可以将传质推动力变大,或将分离要求降低,即ya变

$$H_{OG} = \frac{G}{K_{y}a}$$

传质单元数Nog的两种计算方法:

 $N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$

- (1) 平衡线为直线时
 - { 吸收因数法 对数平均推动力法
- (2) 平衡线非直线时

▼图解(或数值)积分法 1近似梯级法

$h_0 = H_{OG} \cdot N_{OG}$

2、低浓气体吸收时

 $H_{OG} = \frac{G}{K_{v}a}$

 $N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$

传质单元数Nog的两种计算方法:

$$y = \frac{L}{G}(x - x_a) + y_a \implies x = \frac{G}{L}(y - y_a) + x_a$$

$$y^* = mx$$
 $= m\frac{G}{L}(y - y_a) + mx_a$ $= S(y - y_a) + y_a^*$ $S = \frac{mG}{L}$ —脱吸因数,无因次

$$A = \frac{L}{mG}$$
 ——吸收因数,无因次

代入
$$N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$
 中积分得: $N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$

$$=\int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{(1-S)y + (Sy_a - y_a^*)}$$



类似可推得: $N_{OL} = SN_{OG}$

横坐标 $\frac{y_b - y_a}{*}$ 值的大小反映溶质吸收率的高低;

由图 9-11 可见, 在相同 S下, 横坐标越大, Noc 越大;

而在相同的 $\frac{y_b - y_a^{\tau}}{\star}$ 下,S越大, N_{OG} 越大。

回收率
$$\eta$$
为:
$$\eta = \frac{Y_b - Y_a}{Y_b} = 1 - \frac{Y_a}{Y_b} \approx 1 - \frac{y_a}{y_b}$$
 (低浓)

$$N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

思考: 当S=1时, N_{OG}=?

根据洛毕达法则可得
$$N_{OG} = \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} - 1$$

$$H_{OG} = \frac{G}{K_{v}a}$$

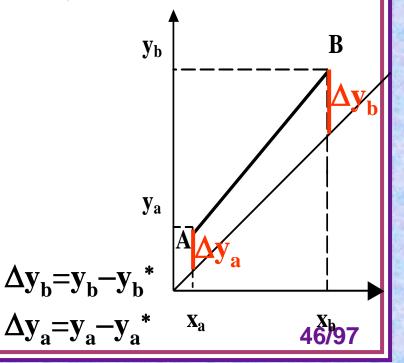
传质单元数Nog的两种计算方法:

 $N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{v - v^*}$

(1) 平衡线为直线时 { 吸收因数法

$$\frac{d\Delta y}{dy} = \frac{\Delta y_b - \Delta y_a}{y_b - y_a} = 常数$$

$$N_{OG} = \int_{\Delta y_a}^{\Delta y_b} \frac{1}{\Delta y} \frac{y_b - y_a}{\Delta y_b - \Delta y_a} d\Delta y$$
$$= \frac{y_b - y_a}{\Delta y_b} \ln \frac{\Delta y_b}{\Delta y_b}$$

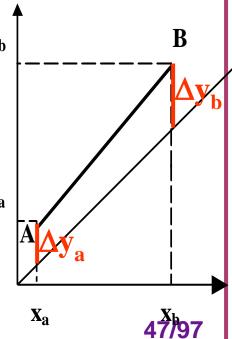


《化工原理》电子教案/第九章

$$\boldsymbol{H}_{OG} = \frac{\boldsymbol{G}}{\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{a}}$$

$$N_{OG} = \int_{\Delta y_a}^{\Delta y_b} \frac{1}{\Delta y} \frac{y_b - y_a}{\Delta y_b - \Delta y_a} d\Delta y$$
$$= \frac{y_b - y_a}{\Delta y_b - \Delta y_a} \ln \frac{\Delta y_b}{\Delta y_a}$$

$$N_{OG} = \int_{y_a}^{y_b} \frac{dy}{y - y^*}$$



$$\therefore N_{OG} = \frac{y_b - y_a}{\Delta y_m} - ----- 对数平均推动力法_{y_a}$$

$$\Delta y_b = y_b - y_b^*$$

$$\Delta y_a = y_a - y_a^*$$

同理,得:

$$N_{OL} = \frac{x_b - x_a}{\Delta x_m}$$

$$N_{OL} = \frac{x_b - x_a}{\Delta x_m}$$
 式中:
$$\Delta x_m = \frac{\Delta x_b - \Delta x_a}{\ln \frac{\Delta x_b}{\Delta x_a}}$$

$$N_G = \frac{y_b - y_a}{\Delta y_{im}}$$

$$\Delta x_a = x_a^* - x_a$$

 $\Delta x_b = x_b^* - x_b$

$$N_L = \frac{x_b - x_a}{\Delta x_{im}}$$

对数平均推动力法与吸收因数法的对比:

相同点:都适用于低浓、平衡线为直线的情况

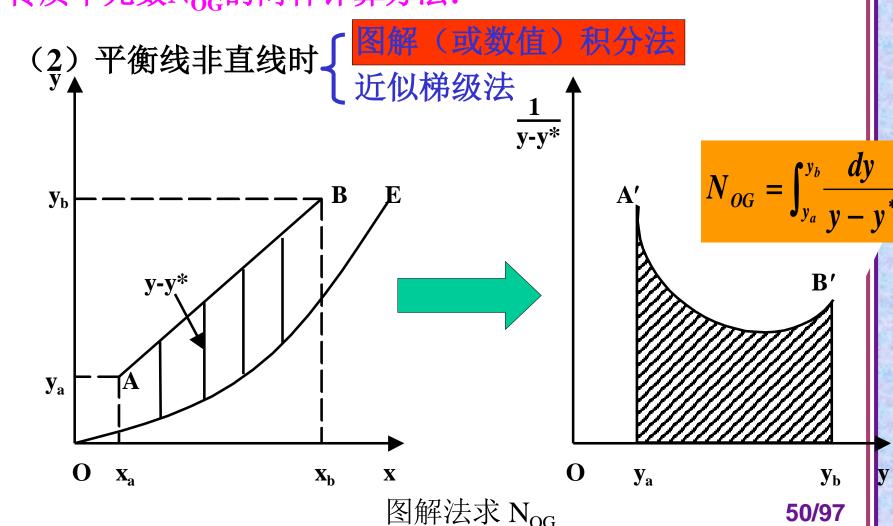
不同点: 前者涉及四个浓度,后者涉及三个浓度,

故后者特别适用于操作型问题的求解。

$$N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

$$N_{OG} = \frac{y_b - y_a}{\Delta y_m}$$

传质单元数Nog的两种计算方法:



 y_h

传质单元数Nog的两种计算方法:

(2) 平衡线非直线时 【图解(或数值)积分法

近似常多法亦称为贝克(Baker)法

作图步骤如下:

①在操作线AB和平衡线OE之间 作曲线MM', 使该线恰好等分 AB与OE两线之间的垂直距离。

②自A点起作一水平线,交MM'于 M₁,并延长至D,使AM₁=M₁D。

- ③过点D作垂线交AB于点F。至 此完成一个梯级法ADF。
- ④如此类推,可继续作出第二个梯级,直至越过点B的横坐标x_b为

^X\$1/97

梯级总数 $= N_{OG}$

如图所示,梯级数为2.8个。

《化上原理》电子教系/第几草 计广小计学区公土

近似梯级法 亦称为贝克(Baker)法

证明:为什么梯级数就是气相总传质单元数Nog?

梯级内的平均推动力

$$CC' = \frac{1}{2} (AA' + FF')$$

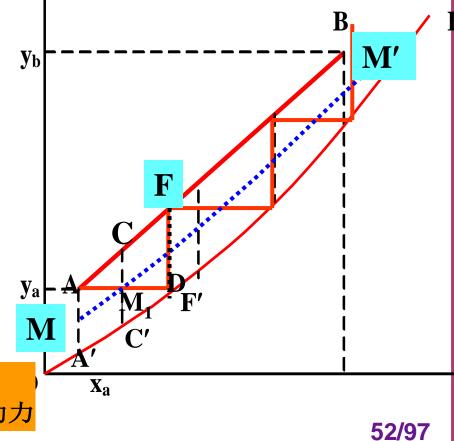
$$FD = 2CM_1 = CC'$$



梯级内的气相浓度变化

可见,每一个梯级都满足:

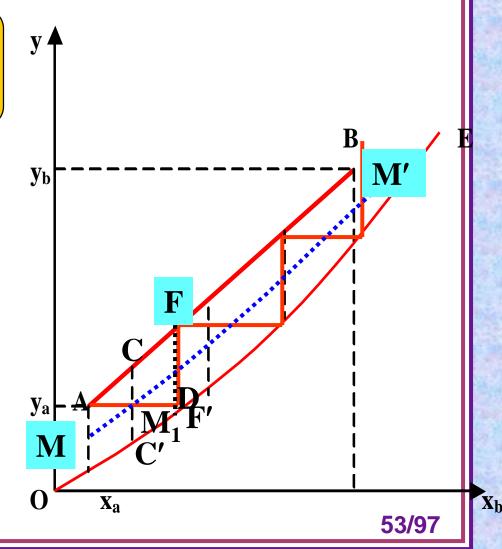
每一段气相(或液相)组成的变化量 = 该段气相(或液相)总平均传质推动力



Xb

思考:根据近似梯级法判断操作线距平衡线越近,则N_{oG}如何变化?

操作线越靠近平衡线,梯级数越多,故Nog越大。



习题课

$$y_b pprox rac{L}{G} (x_b - x_a) + y_a$$

$$rac{L}{G} = (1.2 \sim 2.0) \left(rac{L}{G} \right)_{min}$$

$$h_0 = H_{OG} \cdot N_{OG}$$

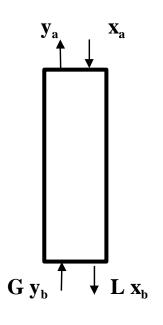
$$H_{OG} = rac{G}{K_y a}$$

$$N_{OG} = rac{y_b - y_a}{\Delta y_m} \implies N_{OG} = rac{1}{1 - S} ln \left[(1 - S) rac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S
ight]$$

习题课

「设计型→ 指吸收任务给定, 求塔径、塔高等。

操作型 → 指吸收设备和流程已给定,考察操作条件 的变化对吸收效果的影响

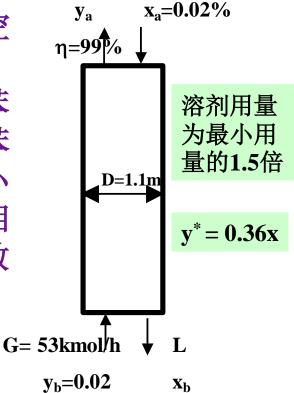


操作条件:

- ◆气液流量、
- ◆气液进口浓度、
- ◆操作温度、压力等

设计型举例

【例1】常压下,用煤油从苯蒸汽和空气混合物中吸收苯,吸收率为99%,混合气量为53kmol/h。入塔气中含苯2%(体积%),入塔煤油中含苯0.02%(摩尔分率)。溶剂用量为最小用量的1.5倍,在操作温度50°C下,相平衡关系为 $y^* = 0.36x$,总传质系数 $K_ya=0.015kmol/(m^3\cdot s)$,塔径为1.1米。试求所需填料层高度。



设计型举例

$$\boldsymbol{h}_0 = \boldsymbol{H}_{OG} \cdot \boldsymbol{N}_{OG}$$

【解】属于低浓气体吸收
$$H_{0G} = \frac{G/(\frac{1}{4}\pi D^{2} \times 3600)}{K_{y}a} = \frac{53/(\frac{1}{4}\pi \times 1.1^{2} \times 3600)}{0.015} = 1.03m$$
溶剂用
为最小

$$H_{OG} = \frac{(4)^{3}}{K_{y}a} = \frac{(4)^{3}}{0.015} = 1.03m$$
 溶剂用量 为最小用量的1.5倍 $y_{b} - y_{a} = y_{b}(1-\eta) = 0.02 \times (1-99\%) = 0.0002$ $y^{*} = 0.36x$

$$\left(\frac{L}{G}\right)_{\min} = \frac{y_b - y_a}{\frac{y_b}{m} - x_a} = \frac{0.02 - 0.0002}{\frac{0.02}{0.36} - 0.0002} = 0.358$$

$$\frac{L}{G} = 1.5 \left(\frac{L}{G}\right)_{\min} = 1.5 \times 0.358 = 0.537 \implies S = \frac{m}{L/G} = \frac{0.36}{0.537} = 0.67 + \frac{L}{x_b}$$

$$N_{OG} = \frac{1}{1-S} \ln \left[(1-S) \frac{y_b - mx_a}{y_a - mx_a} + S \right]$$

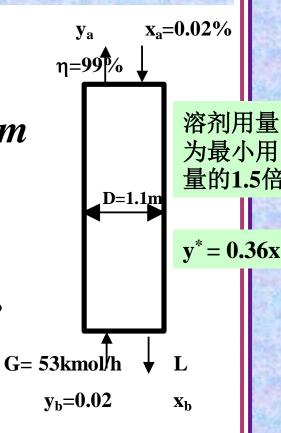
$$= \frac{1}{1 - 0.67} \ln \left[(1 - 0.67) \frac{0.02 - 0.36 \times 0.0002}{0.0002 - 0.36 \times 0.0002} + 0.67 \right] = 11.98 \frac{57/97}{0.0002 - 0.36 \times 0.0002}$$

 $v^* = 0.36x$

设计型举例

$$h_0 = H_{OG} \cdot N_{OG} = 1.03 \times 11.98 = 12.4m$$

至于用"平均推动力法"请课下自行解算。



【例2】在逆流操作的填料吸收 塔中,对某一低浓气体中的溶 质组分进行吸收,现因故

- (1)吸收剂入塔浓度变大;
- (2)吸收剂用量变小;

而其它操作条件均不变, 试分析出塔气体、液体浓度如何变化?

L吸收因数法 y_a? $G y_b \uparrow \downarrow L_{x_b}? G y_b \uparrow \downarrow L_{x_b}?$

快速分析法

【解】(1)吸收剂入塔浓度变大

快速分析法:

 x_a 变大,将使全塔浓度均变大,因此 x_b 也将变大。而且全塔传质推动力将变小,故不利于吸收,因此, y_a 变大。

操作型定性分析举例

【解】(1)吸收剂入塔浓度变大

作图+排除法

a. 假设y_a不变

L/G不变

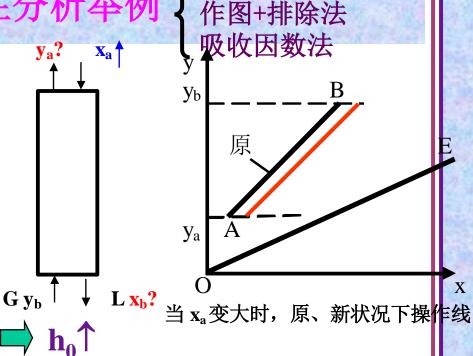
 y_b 不变、 x_a 变大

作图知此 时操作线 为红线, 可见Noc^

$$\mathbf{K}_{\mathbf{y}}\mathbf{a}$$
 不变, $\mathbf{H}_{OG} = \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{K}_{\mathbf{y}}\mathbf{a}}$ 不变。

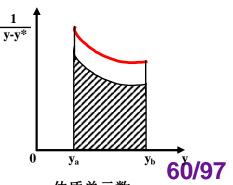
影响因素:流动状况、物系、 填料特性和操作条件

b. 假设y_a变小



与h₀不变相矛盾,故假设不成立。

快速分析



操作型定性分析举例

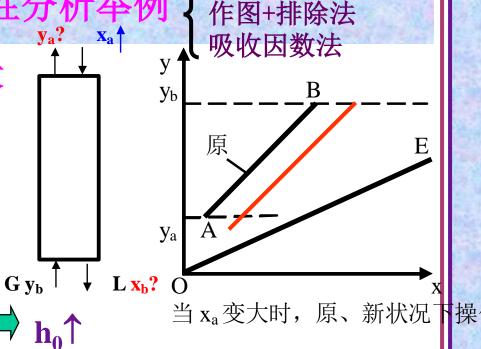
【解】(1)吸收剂入塔浓度变大

作图+排除法

b. 假设y_a变小 作图知此时操作线为 红线,可见N_{OG}个

$$K_{ya}$$
 不变, $H_{oG} = \frac{G}{K_{y}a}$ 不变。

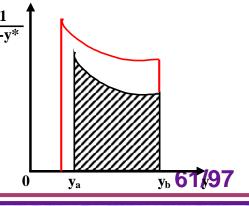
因此,y_a只能个



快速分析

与h₀不变相矛盾,故假设

不成立。



操作型定性分析举例。

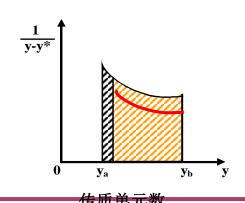
快速分析 作图+排除法 吸收因数法

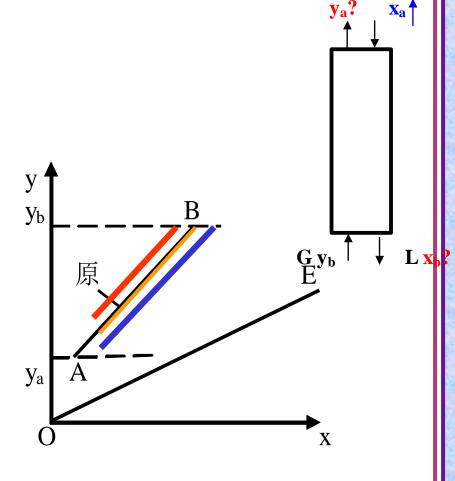
【解】(1)吸收剂入塔浓度变大

作图+排除法

关于x_b:与y_a的分析类似

假设x,不变、变小, 作图可知Noc将变小,故 h_0 将变小,与 h_0 一定相矛 盾,因此, x_h 个





当xa变大时,原、新状况下操作线

快速分析 吸收因数法

【解】(1)吸收剂入塔浓度变大

吸收因数法:

由题意可知: $S = \frac{mG}{L}$ 不变

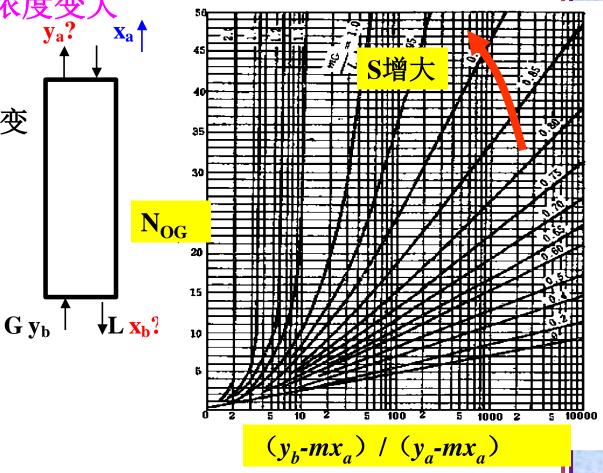
$$H_{oG} = \frac{G}{K_{y}a}$$
 不变

$$N_{OG} = h_0 / H_{OG}$$
不变

由右图可知,

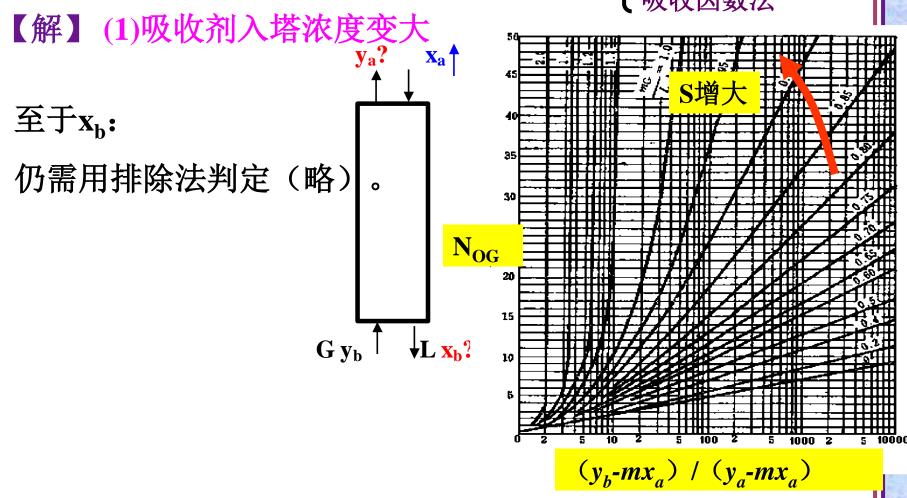
$$\frac{y_b - mx_a}{y_a - mx_a}$$
不变

 $又x_{a}$ 变大,故 y_{a} 变大



 N_{OG} 与 $(y_b$ - $mx_a)$ / $(y_a$ - $mx_a)$ 关系曲线

快速分析 吸收因数法



 N_{OG} 与 $(y_b-mx_a)/(y_a-mx_a)$ 关系曲线

吸收因数法

建议:上述三种方法中,首先推荐使用"快速分析法" ;如果此法不行,建议使用"吸收因数法";如果还不 行,再使用"作图十排除法"。

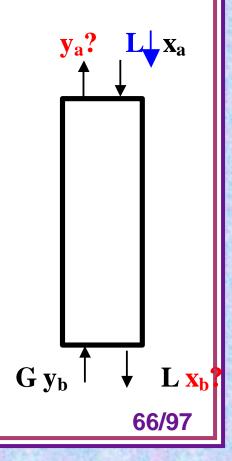
快速分析

【解】(2)当吸收剂用量变小时

快速分析法:

吸收剂用量变小时,不利于吸收,因此, y。变大。

至于x_b的变化,可以这样理解: L↓,将 导致全塔液相浓度变大,故x_b个。



快速分析 吸收因数法

 N_{OG} \mathcal{L}_{b} \mathcal{L}_{b} \mathcal{L}_{a} \mathcal{L}_{b} \mathcal{L}_{b}

【解】(2)当吸收剂用量变小时

吸收因数法:

由题意可知:

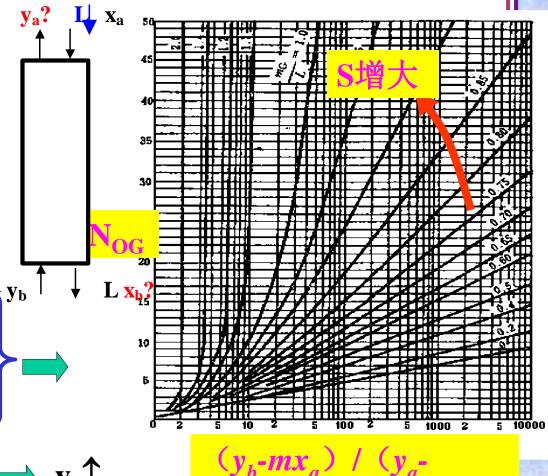
K_va变小或不变

$$H_{oG} = \frac{G}{K_v a}$$
变大或不变

$$N_{OG} = h_0/H_{OG}$$
变小或不变 y_b

$$S = \frac{mG}{L}$$
 变大

由右图可知, $\frac{y_b - mx_a}{y_a - mx_a}$ 变小 y_a 个



《化工原理》电子教案/第九章

快速分析 吸收因数法

【解】(2)当吸收剂用量变小时

至于x_h: 仍需用排除法判定

a. 假设 x_h 不变

L 变小, $H_{OL} = \frac{L}{K_x a} \propto L^m \downarrow (0 < m < 1)$



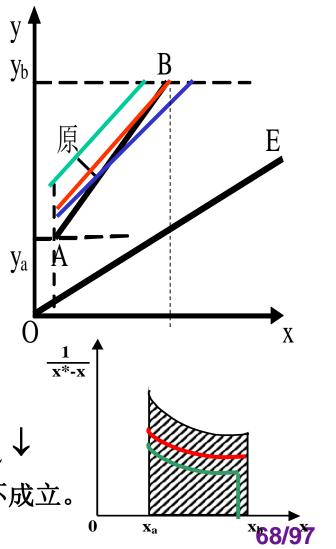
与ho不变相矛盾,故假设不成立。

b. 假设x_b变小

作图知,
$$N_{OG}$$
 \downarrow , N_{OL} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow

与ho不变相矛盾,故假设不成立。

$$\therefore x_b \uparrow$$



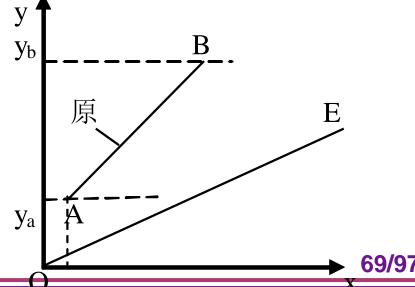
快速分析 吸收因数法

【练习】

在逆流操作的填料吸收塔中,对某一低浓气体中的溶质 组分进行吸收,现因故

- (1) 气体入塔浓度 y_{h} 变小,
- (2) G变小,

而其它操作条件均不变,试分析出塔气体浓度ya、液体浓 度x、如何变化?



《化工原理》电子教案/第九章

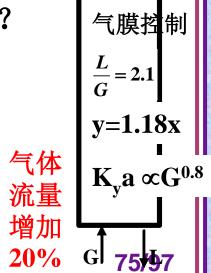
操作型问题计算

【例3】某吸收塔在101.3kPa、293K下用清水逆流吸收丙酮—空气混合气体(可视为低浓气体)中的丙酮。当操作液气比为2.1时,丙酮回收率可达95%。已知物系平衡关系为y=1.18x,吸收过程大致为气膜控制,气相总传质系数 $K_ya \propto G^{0.8}$ 。今气体流量增加20%,而液量及气液进口浓度不变,试求:

- (1) 回收率变为多少?
- (2) 单位时间内被吸收的丙酮量增加多少倍?

【解】(1)回收率变为多少? 分析:

气体流量增加,则导致被吸收的丙酮量增加,y_a个,故回收率将变小。



 $\eta = 95\%$

Xb

操作型问题计算

原工况下:
$$S = \frac{m}{L/G} = \frac{1.18}{2.1} = 0.56$$

$$N_{OG} = \frac{1}{1-S} \ln \left[(1-S) \frac{1}{1-\eta} + S \right]$$

$$= \frac{1}{1 - 0.56} \ln \left[(1 - 0.56) \frac{1}{1 - 0.95} + 0.56 \right] \qquad \frac{N'_{OG}}{N_{OG}} = \frac{H_{OG}}{H'_{OG}}$$

= 5.1

新工况下:

$$S' = \frac{m}{L/G'} = \frac{1.2m}{L/G} = 1.2 \times 0.56 = 0.672$$

$$N'_{OG} = \frac{1}{1 - S'} \ln \left[(1 - S') \frac{1}{1 - \eta'} + S' \right] = 4.9$$

$$\eta' = 1 - \frac{y'_a}{y_b} = 92.4\%$$

气膜控制

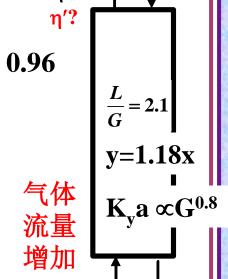
$$\frac{H'_{OG}}{H_{OG}} = \left(\frac{G'}{G}\right)^{0.2} = 1.2^{0.2} = 1.04$$

$$\frac{N'_{OG}}{N_{OG}} = \frac{H_{OG}}{H'_{OG}}$$

$$= \frac{1}{1.04} = 0.96$$

$$\therefore N'_{OG} = 4.9$$

增加 20%



 $x_a=0$

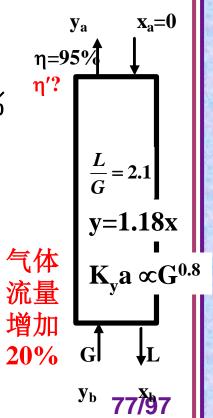
y_b 76/97

操作型问题计算

(2) 单位时间内被吸收的丙酮量增加多少倍?

$$\frac{G'(y_b - y'_a)}{G(y_b - y_a)} = \frac{1.2\eta'}{\eta} = 1.2 \times \frac{0.924}{0.95} = 1.17(\stackrel{\triangle}{\Box})$$

可见,单位时间内被吸收的丙酮量增加了17% <20%,即被吸收的丙酮量增大幅度小于气体流 量增大幅度。

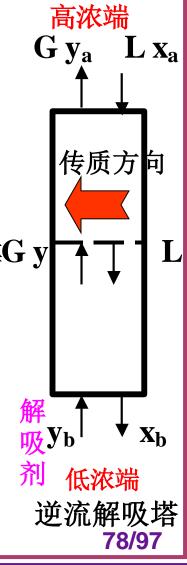


返回目录

第四节二元低浓气体吸收(或脱吸)的计算

六、解吸(脱吸)

- 1、解吸方法
 - ◆减压解吸----闪蒸(在第十章中介绍)
 - ◆应用解吸剂进行解吸 ----吸收的逆操作 常用的解吸剂有惰性气体、水蒸气或贫气等G y
 - (1) 气提---解吸剂用惰性气体或贫气
 - (2) 汽提或提馏----解吸剂用水蒸汽



六、解吸(脱吸)

2. 低浓气体解吸时

特点(与吸收对比):

**全塔物料衡算、操作线方程、填料层高度 计算式与吸收时的完全相同。

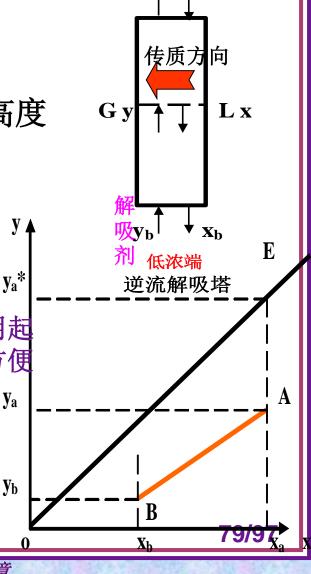
$$N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

$$N_{OL} = \frac{1}{1-A} \ln \left[(1-A) \frac{x_a - x_b^*}{x_b - x_b^*} + A \right] - \text{---此式用起来更方便}$$

$$N_{oL} = SN_{oG}$$

思考: 为什么解吸时操作线在平衡线下方?

因为解吸时气相浓度y小于液相平衡浓度y*



 Gy_a Lx_a

六、解吸(脱吸)

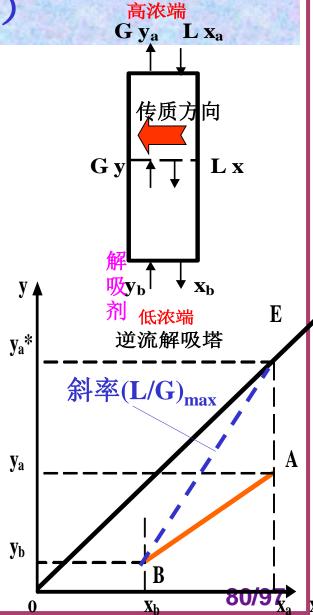
2. 低浓气体解吸时

特点(与吸收对比):

❖最小气液比

$$\left(\frac{G}{L}\right)_{\min} = \frac{x_a - x_b}{y_a^* - y_b}$$

$$\frac{G}{L} = (1.2 \sim 2.0) \left(\frac{G}{L}\right)_{\min}$$



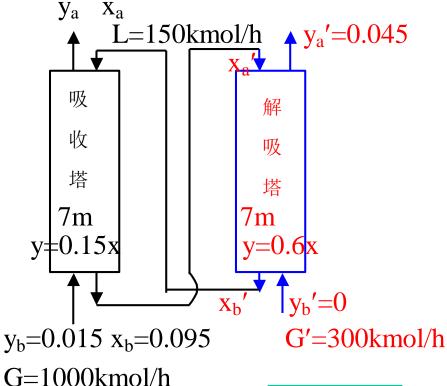
【例4】吸收一解吸联合操作系统如图所示。两塔填料层高度均为7m,G=1000kmol/h,L=150kmol/h,解吸气量G'=300kmol/h,组分浓度为: $y_b=0.015$, $y_a'=0.045$, $y_b'=0$, $x_b=0.095$ (均为摩尔分率),且知: 吸收系统相平衡关系为y = 0.15x,解吸系统相平衡关系为y = 0.6x。试求: $y_a x_a$

- (1) 吸收塔气体出口浓度 y_a , 传质单元数 N_{oc} ;
- (2)解吸塔传质单元数N'og;
- (3) 若解吸气体流量减少为
- 250kmol/h,则吸收塔气体

出口浓度ya又为多少?(其

余操作条件均不变,且气体

流量变化时,解吸塔H'_{OG}基本不变)



转第85页

【解】(1)求吸收塔气体出口浓度 y_a ,传质单元数 N_{OG}

对整个流程(包括两塔)作物料衡算,可得:

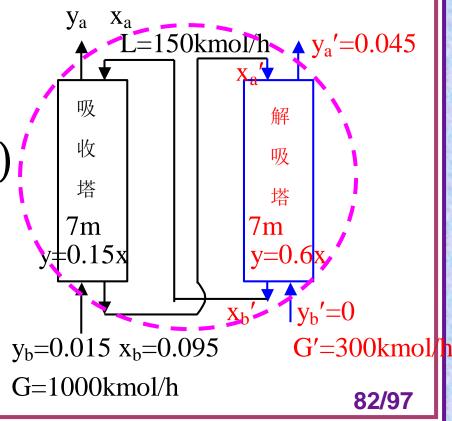
$$G(y_b - y_a) = G'(y'_a - y'_b)$$

$$\therefore y_a = y_b - \frac{G'}{G}(y'_a - y'_b)$$

$$= 0.015 - \frac{300}{1000}(0.045 - 0)$$

$$= 0.0015$$

说明: 当然,本题也可以分别对吸收塔、解吸塔作物料衡算而求解,但不如上面的解法简便。



对吸收塔:

$$x_a = x_b - \frac{y_b - y_a}{L/G}$$

$$= 0.095 - \frac{0.015 - 0.0015}{150/1000}$$

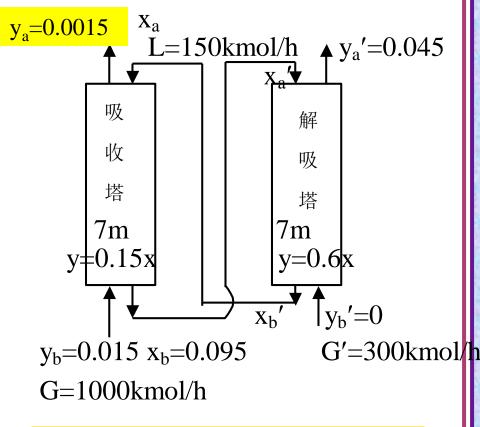
$$= 0.005$$

$$S = \frac{mG}{L} = \frac{0.15 \times 1000}{150} = 1$$

$$N_{OG} = \frac{y_b - mx_a}{y_a - mx_a} - 1$$

$$= \frac{0.015 - 0.15 \times 0.005}{0.0015 - 0.15 \times 0.005} - 1$$

$$= 18$$



$$\frac{0.015 - 0.15 \times 0.005}{0.0015 - 0.15 \times 0.005} - 1 N_{oG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

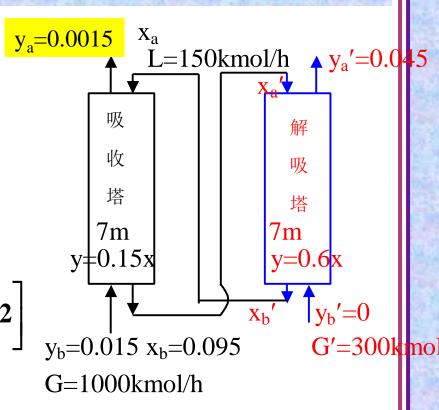
(2) 求解吸塔传质单元数N'OG

$$S' = \frac{m'G'}{L'} = \frac{0.6 \times 300}{150} = 1.2$$

$$N'_{OG} = \frac{1}{1 - S'} \ln \left[\left(1 - S' \right) \frac{y'_b - mx'_a}{y'_a - mx'_a} + S' \right]$$

$$= \frac{1}{1 - 1.2} \ln \left[(1 - 1.2) \frac{0 - 0.6 \times 0.095}{0.045 - 0.6 \times 0.095} + 1.2 \right]$$

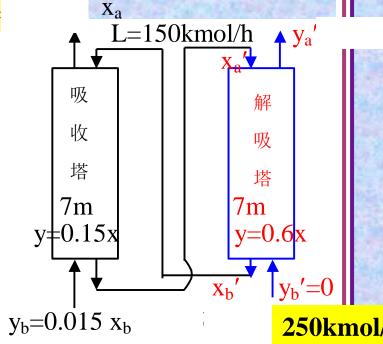
$$= 6.93$$



返回第82页

(3) 若解吸气体流量减少为 250 kmol/h ,则吸收塔气体出口浓度 y_a 又为多少?(其余操作条件均不变,且气体流量变化时,解吸塔 H'_{OG} 基本不变)

分析: 解吸气量减小,则对解吸不利,因而 x_b '($=x_a$)将变大,对吸收不利,所以 y_a 将变大。



G=1000kmol/h

吸收塔:

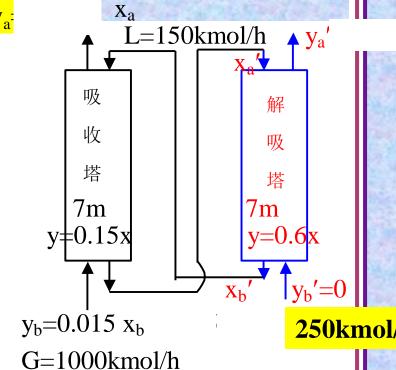
L、G不变,所以 H_{OG} 不变, 故 N_{OG} 也不变,

$$N_{OG} = 18 = \frac{y_b - mx_a}{y_a - mx_a} - 1$$

$$\mathbb{R}18 = \frac{0.015 - 0.15x_a}{y_a - 0.15x_a} - 1$$

解之得:

$$19y_a = 0.015 + 2.7x_a (1)$$



$$N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

解吸塔:因H'og不变,故N'og不变

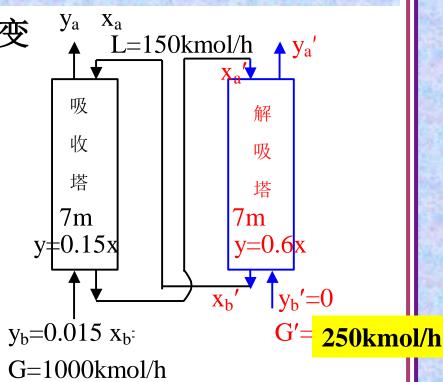
$$S' = \frac{m'G'}{L'} = \frac{0.6 \times 250}{150} = 1$$

$$\therefore N'_{OG} = 6.93 = \frac{y'_b - mx_b}{y'_a - mx_b} - 1$$

$$\mathbb{R} 6.93 = \frac{0 - 0.6x_b}{y_a' - 0.6x_b} - 1$$

解之得:
$$y'_a = 0.524x_b$$
 (2)

$$19y_a = 0.015 + 2.7x_a \quad (1)$$



$$N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

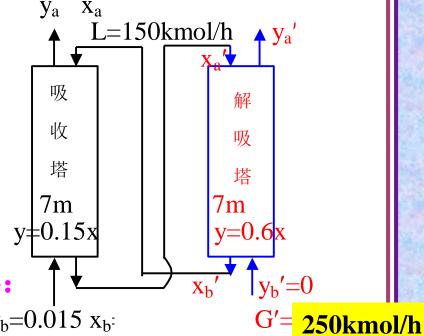
解吸(脱吸)举例

再对解吸塔作物料衡算得:

$$x_b = x_a + \frac{y'_a - y'_b}{L/G'}$$

$$= x_a + \frac{y'_a - 0}{150/250}$$

$$= x_a + 1.667y'_a$$
 (3)



再对全流程或吸收塔作物料衡算得:

$$y_{a} = y_{b} - \frac{G'}{G} (y'_{a} - y'_{b})$$

$$= 0.015 - \frac{250}{1000} (y'_{a} - 0) = 0.015 - 0.25 y'_{a}$$
(4)

$$y_b=0.015 x_b$$
:
G=1000kmol/h

$$-0.25y'_a$$
 (4)

$$y_a' = 0.524x_b$$
 (2)

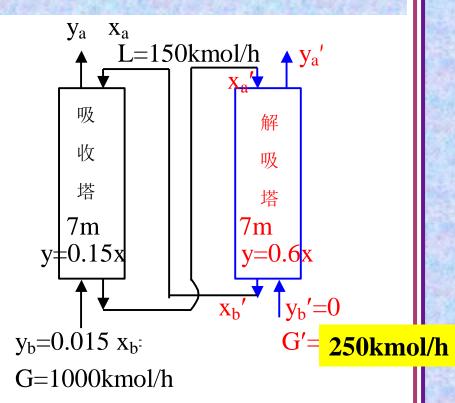
$$19y_a = 0.015 + 2.7x_a \quad (1)$$

联立求解式(1)~(4)

$$\begin{cases} y'_a = 0.524x_b \\ x_b = x_a + 1.667y'_a \\ 19y_a = 0.015 + 2.7x_a \\ y_a = 0.015 - 0.25y'_a \end{cases}$$

解得: $y_a = 0.0025$

$$y'_a = 0.05$$



对照: G'=300kmol/h时, y_a=0.0015

第四节二元低浓气体吸收(或脱吸)的计算

七、塔板数(教材P50)

大家先自行预习一下,该部分将在第 十章中再做详细介绍



返回目录

第五节 其他类型的吸收简介

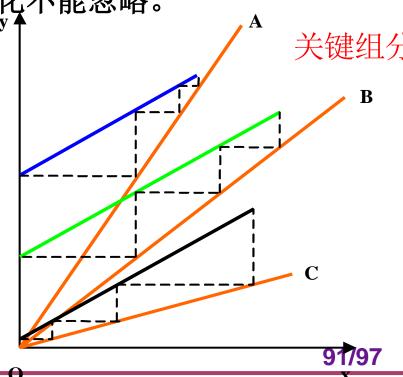
一、多组分吸收

复杂之处:

各组分的溶解平衡关系相互影响; 塔内气液两相流率不能看作一成不变; 气体溶解热所引起的温度变化不能忽略。

计算原则:

先根据关键组分(某指定 组分)计算填料高度,再由 此计算其他组分的吸收率。



第五节 其他类型的吸收简介

二、 化学吸收

化学吸收有很高的选择性 及较高的吸收速率

三、非等温吸收

热效应产生的原因:

溶解热、反应热、冷凝热等。

热效应对吸收过程的影响:

- ----改变平衡线斜率
- ----改变吸收速率:温度升高,使 k_G 下降, k_L 增大

 $\mathbf{p}_{\mathbf{G}}$ 界面处化学反应 组成 内部化学反应 ▶传质方向 气相主体 液相主体 ▶ 距离 双膜模型 返回目录

第九章 小结

一. 概念

吸收推动力(总的、气相侧、液相侧)、 吸收阻力(气相侧、液相侧、总的) 影响吸收阻力的因素、 传质单元、传质单元高度、传质单元数、影响HTU的因素、 回收率、 近似梯级法

二. 相平衡关系

亨利定律的三种形式 $\{p_A^* = Ex_A\}$

$$\begin{cases} C_A^* = Hp_A \\ p_A^* = Ex_A \\ y_A^* = mx_A \end{cases}$$

*H---*溶解度系数,*T*↑,*H*↓

E - - - 亨利系数, $T \uparrow$, $E \uparrow$

m---相平衡常数, $T \uparrow$, $m \uparrow$; $P \uparrow$, $m \downarrow 93/97$

三. 吸收塔计算(低浓时)

全塔物料衡算式:
$$y_b = \frac{L}{G}(x_b - x_a) + y_a$$

操作线方程:
$$y = \frac{L}{G}(x - x_a) + y_a$$

$$\frac{L}{G} = (1.2 \sim 2.0) \left(\frac{L}{G}\right)_{\min} \qquad \left(\frac{L}{G}\right)_{\min} = \frac{y_b - y_a}{x_b^* - x_a}$$

$$\eta = \frac{y_b - y_a}{y_b} = 1 - \frac{y_a}{y_b}$$

填料层高度计算式: $h_0 = H_{OG} \cdot N_{OG} = H_{OL} \cdot N_{OL}$

$$H_{OG} = \frac{G}{K_y a} \qquad N_{OG} = \frac{y_b - y_a}{\Delta y_m} \qquad N_{OL} = SN_{OG}$$

$$N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_b - y_a^*}{y_a - y_a^*} + S \right]$$

$$S = \frac{mG}{K_y a}$$

四.解吸塔计算(低浓时)

全塔物料衡算式:
$$y_b = \frac{L}{G}(x_b - x_a) + y_a$$

操作线方程:
$$y = \frac{L}{G}(x - x_a) + y_a$$

$$\frac{G}{L} = (1.2 \sim 2.0) \left(\frac{G}{L}\right)_{\min} \qquad \left(\frac{G}{L}\right)_{\min} = \frac{x_a - x_b}{y_a^* - y_b}$$

填料层高度计算式: $H = H_{oG} \cdot N_{oG} = H_{oL} \cdot N_{oL}$

$$H_{OG} = \frac{G}{K_{y}a} \qquad N_{OG} = \frac{1}{1 - S} \ln \left[(1 - S) \frac{y_{b} - y_{a}^{*}}{y_{a} - y_{a}^{*}} + S \right]$$

$$N_{OL} = SN_{OG}$$