

## 齐鲁工业大学(菏泽) 15/16 学年第一学期《高等数学 II》

## 期中考试试卷

(本试卷共 4 页)

## 一、单项选择题 (每小题 4 分, 共 80 分)

得分	
阅卷人	

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = ( \quad )$

(A)  $\frac{1}{2}$ ; (B)  $+\infty$ ; (C) 0; (D) 不存在.

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}) = ( \quad )$

(A) -1; (B) 0; (C) 1; (D) 不存在.

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x^{\frac{1}{\sin^2 x}} = ( \quad )$

(A)  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ; (B) 0; (C)  $\sqrt{e}$ ; (D) 不存在.

4. 求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$ , 下列解法正确的是( )

(A) 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^0 = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1$ ; (B) 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x} = 0^0$  不存在;

(C) 原式  $= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{\sin x}}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{-x \cos x} \cdot \sin^2 x} = e^0 = 1$ .

(D) 原式  $= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{\sin x}}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\csc x} \cdot \frac{1}{\cot x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} \tan x} = e^0 = 1$ .

5. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ . 下列解法正确的是( )

(A) 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0$ ; (B) 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$ ;

(C)  $\because \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$  不存在,  $\therefore \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$  不存在;

(D)  $\because \left| x \sin \frac{1}{x} \right| \leq |x|, \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0, \therefore \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\frac{\pi}{2} - \arctan x) = ( \quad )$  (A) 0; (B) 1; (C)  $+\infty$ ; (D)  $-\infty$

7. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x+1}{x-1})^x$ . 下列解法不正确的是( )

(A) 原式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} [(1 + \frac{2}{x-1})^{\frac{x-1}{2}}]^{\frac{2x}{x-1}} = e^2$ ;

(B) 原式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x-1})^{\frac{x-1}{2} + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} [(1 + \frac{2}{x-1})^{\frac{x-1}{2}}]^2 \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x-1}) = e^2$ ;

$$(C) \text{原式} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \frac{x+1}{x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \frac{x+1}{x-1}}{\frac{1}{x}}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x-1-(x+1)}{(x-1)^2}}{-\frac{1}{x^2}}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2-1}} = e^2;$$

$$(D) \text{原式} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \frac{x+1}{x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+1) - \ln(x-1)}{\frac{1}{x}}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}}{-\frac{1}{x^2}}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2-1}} = e^2.$$

8. 下列算式不正确的是( ) (A)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$  (B)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$ ; (C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$ ;

$$(D) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}} \arctan x = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}.$$

9.  $y = \arcsin e^{-\sqrt{x}}$ , 则  $y' =$  ( ) (A)  $-\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{e^{2\sqrt{x}}-1}}$ ; (B)  $-\frac{1}{2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\sqrt{1-e^{-x}}}$   
(C)  $-\frac{1}{2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}(1+e^{-2\sqrt{x}})}$ ; (D)  $-\frac{1}{2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}(1+e^{-x})}.$

10.  $y = \frac{\cot 2x}{2^x}$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  ( )

$$(A) -\frac{\csc^2 2x}{2^{x-1} \ln 2} \quad (B) -2^{-x} \ln 2 \cot 2x - 2^{1-x} \csc^2 2x;$$

$$(C) -2^x \ln 2 \cot 2x - 2^x \csc^2 2x \quad (D) -2^{-x} \ln x \cot 2x - 2^{1-x} \csc^2 2x.$$

11.  $y = x^{\arctan x}$ , 则  $y' =$  ( ).

$$(A) x^{\arctan x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arctan x}{x} \quad (B) x^{\arctan x} \frac{1}{1+x^2} + \frac{\arctan x}{x}$$

$$(C) (\arctan x)^{\frac{1}{1+x^2}} \quad (D) \frac{x^{\arctan x}}{x(1+x^2)}$$

12.  $y = \ln \sec x$ , 则( ) (A)  $y'' + y'^2 + 1 = 0$ ; (B)  $y'' = y'^2$ ; (C)  $y'' = 1 + y'^2$ ; (D)  $y'^2 + y''^2 = 1$ .

13.  $x = 2y - \sin y$ , 则下列算式正确的是( )

$$(A) \frac{dx}{dy} = 2 - \cos y, \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2 - \cos y}, \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\sin y}{(2 - \cos y)^2};$$

$$(B) dx = 2dy - \cos y dy, \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2 - \cos y}, \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dy} \left( \frac{dy}{dx} \right) \frac{dy}{dx} = -\frac{\sin y}{(2 - \cos y)^3};$$

$$(C) dx = 2dy - \cos y dy, \frac{dx}{dy} = 2 - \cos y, \frac{d^2 x}{dy^2} = \sin y, \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{\sin y};$$

$$(D) dx = 2dy - \cos y dy, d^2 x = 2d^2 y - \cos y d^2 y, \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{2 - \cos y}.$$

线

封

密

14.  $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 3 \sin t, \end{cases}$  则( )

(A)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{2} \tan t, \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{3}{2} \sec^2 t;$  (B)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{2} \cot t, \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3}{2} \csc^2 t;$

(C)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{2} \cot t, \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3}{4} \csc^3 t;$  (D)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{2} \cot t, \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{3}{4} \csc^3 t;$

15. 函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$  在点  $x=0$  处( )

(A) 不连续, 不可导; (B) 连续, 不可导; (C) 连续, 可导; (D) 不连续, 可导.

16. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ ax+b, & x > 1 \end{cases}$  在点  $x=1$  处可导, 则( )

(A)  $a=1, b=1$  (B)  $a=1, b=-1$  (C)  $a=2, b=-1$  (D)  $a=1, b=2$

17. 设  $(1,0)$  是曲线  $y=ax^3+bx^2+2$  的拐点, 则( )

(A)  $a=1, b=1$  (B)  $a=1, b=-1$  (C)  $a=0, b=-1$  (D)  $a=2, b=1$

18. 曲线  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$  的( )

(A) 凹区间为  $(-\infty, -1), (2, +\infty)$ , 凸区间为  $(-1, 2)$ ; (B) 凹区间为  $(-\infty, \frac{1}{2})$ , 凸区间为  $(\frac{1}{2}, +\infty)$ ;

(C) 凹区间为  $(\frac{1}{2}, +\infty)$ , 凸区间为  $(-\infty, \frac{1}{2})$ ; (D) 凹区间为  $(-1, 2)$ , 凸区间为  $(-\infty, -1), (2, +\infty)$ .

19. 设函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ ,  $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$  驻点为  $x = -1, 3$ .  $f(-1) = 10$ ,  $f(3) = -22$ , 下列叙述正确的是( )

(A)  $\because f(-1) > f(3)$ ,  $\therefore f(x)$  有最大值 10, 有最小值 -22;

(B)  $f(x)$  一定有最大值, 但不一定等于 10;

(C)  $f(x)$  一定有不小于 10 的最大值;

(D)  $\because \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 - 9x + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 (1 - \frac{3}{x} - \frac{9}{x^2} + \frac{5}{x^3}) = +\infty$ ,  $\therefore$  函数无最大值;

20. 设在  $[0,1]$  上,  $f''(x) > 0$ , 则( )

(A)  $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ ; (B)  $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$ ;

(C)  $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ ; (D)  $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$ .

得分	
阅卷人	

二、(10 分) 证明方程  $x^5 - 5x + 1 = 0$  有且只有一个小于 1 的正实根.

得分	
阅卷人	

三、(10 分) 证明: 当  $x > 0$  时,  $1 + x \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) > \sqrt{1 + x^2} \dots$

**[附加题(不计入成绩)]** 求点  $(0, 2)$  到抛物线  $y = \frac{x^2}{4}$  的最短距离。