

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = 3 + 6x^2$$

(填空) Δ 高中

2. 质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为 $a = 3 + 6x^2$ (SI)，如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度 $v(x) = ?$ 。

解：由 $a = \frac{dv}{dt} = 3 + 6x^2$ ， $\frac{dx}{dt} = v$ ，两式相比得： $\frac{dv}{dx} = \frac{3 + 6x^2}{v}$

即 $v dv = (3 + 6x^2) dx$ ，对两端积分得 $\int_0^v v dv = \int_0^x (3 + 6x^2) dx$

得： $\frac{v^2}{2} = 3x + 2x^3$ 即 $v = \sqrt{6x + 4x^3} = (6x + 4x^3)^{\frac{1}{2}}$



△考中

4. 一烟火总质量为 $M+2m$ ，从离地面高 h 处自由下落到 $h/2$ 时炸开，并飞出质量均为 m 的两块，它们相对于烟火体的速度大小相等，方向一上一下，爆炸后烟火体从 $h/2$ 处落到地面的时间为 t_1 ，若烟火体在自由下落到 $h/2$ 处不爆炸，它从 $h/2$ 处落到地面的时间为 t_2 ，则：

- (A) $t_1 > t_2$ ； (B) $t_1 < t_2$ ； (C) $t_1 = t_2$ ； (D) 无法确定。

(C)



5. 一人从 10m 深的井中提水，起始时桶中装有 10kg 的水，桶的质量为 1kg，由于水桶漏水，每升高 1m 要漏去 0.2kg 的水，求水桶匀速地从井中提到井口，人所作的功 $W = 980 \text{ J}$ 。

$m = 11 - 0.2x$ $F = mg = (11 - 0.2x)g$ $W = \int F dx = \int (11 - 0.2x)g dx = 11g - 0.1gx^2$
 三、计算题 式中 $g = 98, x = 10 \Rightarrow W = 980 \text{ J}$



二、填空题

△考中

1. 一个能绕固定轴转动的轮子，除受到轴承的恒定摩擦力矩 M_f 外，还受到恒定的外力矩 M 的作用，

若 $M=40\text{N}\cdot\text{m}$ ，轮子对固定轴的转动惯量为 $J=20\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，在 $t=10\text{s}$ 内，轮子的角速度 $\omega_0=0$ 增大到 $\omega=15\text{rad/s}$ 。

则 $M_f=$ 10 N·m。

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{15 - 0}{10} = 1.5 \text{ rad/s}^2 \quad M_{\text{合}} = J\beta = 20 \times 1.5 = 30 \text{ N}\cdot\text{m}$$
$$= M - M_f \Rightarrow M_f = M - M_{\text{合}} = 40 - 30 = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$$



三、计算题

- △
考
↓
填空
1. 已知某种理想气体的分子方均根速率为 400m/s ，当其压强为 1atm 时，求气体的密度。

解：利用压强公式： $p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$

得 $\rho = \frac{3p}{\overline{v^2}} = 1.9 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$



2. 一定量的理想气体，如果内能的增量 $dE = \frac{M}{\mu} C_v dT$ ，那么它的适用条件是：

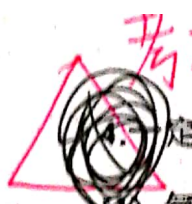
(A) 必须温度升高；

(B) 应该是双原子分子气体；

(C) 任何热力学过程；

(D) 必须是等体过程。





4. 一定量的理想气体，由状态 a 经 b 到达 c ，(如图， abc 为一直线) 求此过程中。

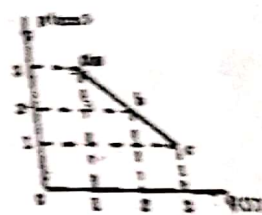
(1) 气体对外作的功； (2) 气体内能的增量；

(3) 气体吸收的热量。 [1 atm = $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$]

解：(1) 气体对外作的功为：
$$W = \frac{(P_c + P_a)(V_c - V_a)}{2} = 405.2 \text{ J}$$

(2) 由图可以看出： $P_a V_a = P_c V_c$ ， $\therefore T_a = T_c$ ， $\Delta E = 0$

(3) 由热力学第一定律： $Q = \Delta E + W = 405.2 \text{ J}$



一、选择题

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

1. 用下列两种方法：(1) 使高温热源的温度 T_1 升高 ΔT ；(2) 使低温热源的温度 T_2 降低同样的 ΔT 值。

分别可使卡诺循环的效率升高 $\Delta\eta_1$ 和 $\Delta\eta_2$ ，两者相比：

(A) $\Delta\eta_1 > \Delta\eta_2$ ； (B) $\Delta\eta_2 > \Delta\eta_1$ ； (C) $\Delta\eta_1 = \Delta\eta_2$ ； (D) 无法确定哪个大。

(B)



二、计算题

一、~~(1)~~ ~~卡诺热机~~ ~~(可逆的)~~ 当高温热源温度为 T_1 127°C , 低温热源温度为 T_2 27°C 时, 其每次循环对外作功为 8000J , 今维持低温热源温度不变, 提高高温热源的温度, 使其每次循环对外作的净功为 10000J .

两个卡诺循环都工作在相同的两条绝热线之间, 试求:

- (1) 第二个循环热机的效率; (2) 第二个循环高温热源的温度.

解: (1) $\eta = \frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \therefore Q_1 = W / (1 - \frac{T_2}{T_1});$

$\therefore \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \therefore Q_2 = (1 - T_2/T_1)^{-1} \times T_2 W / T_1 = T_2 W / (T_1 - T_2) = 2.4 \times 10^4 \text{J}$

第二个循环所吸的热: $Q' = W' + Q_1 = W' + Q_2$

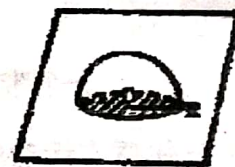
$\therefore \eta' = \frac{W'}{Q'} = \frac{10000}{10000 + 24000} = 29.4\%$

(2) $T_1' = \frac{T_2}{1 - \eta'} = 425\text{K}$



二、填空题 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

1. 电荷面密度为 σ 的均匀带电平板，以平板上的一点 O 为中心， R 为半径作一半球面如图所示，则通过此半球面的电通量 = $\Phi_{\text{半球面}} = \Phi_{\text{圆平面}} = \vec{E} \cdot \vec{S} = \pm \frac{6\pi R^2}{2\epsilon_0}$



2. 两个平行的“无限大”均匀带电平面，其电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 -2σ ，如图所示。设方向向右为正，则 A、B、C 三个区域的电场强度分别为：

$$E_A = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \quad E_B = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}; \quad E_C = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$



三、计算题

半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为： $\rho = \frac{qr}{\pi R^4} \propto r (r \leq R)$ (q 为正常数)。

试求：(1) 带电球体的总电量；(2) 球内、外各点的电场强度；(3) 球内、外各点的电势。

解：1. 取一球壳，带电量为 $dq = \rho dV = \frac{qr}{\pi R^4} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4qr^3}{R^4} dr$

球体所带电量 $Q = \int_V \rho dV = \int_0^R \frac{4qr^3}{R^4} dr = \frac{4q}{R^4} \int_0^R r^3 dr = q$

2. 球内、外各点的场强在球内作高斯面 S_1 ，电通量 $\Phi_e = E \cdot 4\pi r^2$

电荷 $q' = \int_V dq = \int_0^r \frac{4qr^3}{R^4} dr = \frac{qr^4}{R^4}$

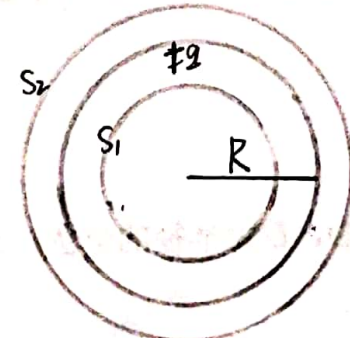
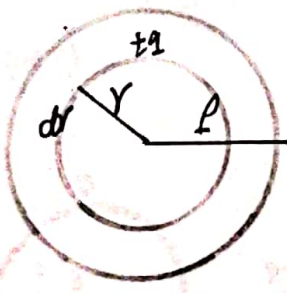
利用高斯定理，得 $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{qr^4}{R^4} = \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^4}$ ，方向：径向向外

在球外作高斯面 S_2 ， $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$ ， $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ，方向：径向向外

3. 球内、外各点的电势：球外： $V_2 = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

球内： $V_1 = \int_r^R \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^4} dr + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{3\pi\epsilon_0 R} - \frac{qr^3}{12\pi\epsilon_0 R^4}$

$= \frac{q}{12\pi\epsilon_0 R} \left(4 - \frac{r^3}{R^3} \right)$



或(3) $V_1 = \int_r^R \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \int_r^R \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^4} dr + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{3\pi\epsilon_0 R} - \frac{qr^3}{12\pi\epsilon_0 R^4}$

$= \frac{q}{12\pi\epsilon_0 R} \left(4 - \frac{r^3}{R^3} \right), (r \leq R)$

$V_2 = \int_r^\infty \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, (r > R)$

一、选择题

无限长直导线 $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ ⊙ 圆环 $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}$ ⊗ $\therefore B = \frac{\mu_0 I}{2R} (1 - \frac{1}{\pi})$

无限长的直导线在 A 点弯成半径为 R 的圆环, 则当通以电流 I 时, 圆心 O 处的磁感应强度大小等于:

(A) $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$;

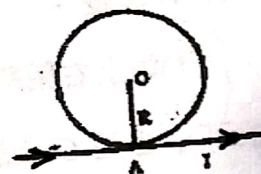
(B) $\frac{\mu_0 I}{4R}$;

(C) 0;

答案 C 错误应选 D.

(D) $\frac{\mu_0 I}{2R} (1 - \frac{1}{\pi})$;

(E) $\frac{\mu_0 I}{4R} (1 + \frac{1}{\pi})$.



(D)



考中 Δ 1. 在均匀磁场 \vec{B} 中, 有一半径为 R 的圆面, 其法线 \vec{n} 与 \vec{B} 夹角为 60° , 则通过以该圆周为边线的任意曲面 S 的磁通量 $\Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \underline{\underline{\pm \frac{B\pi R^2}{2}}}$.



△考

3. 如图为一半径为 R_2 的带电薄圆盘，其中半径为 R_1 的阴影部分均匀带正电荷，面电荷密度为 $+\sigma$ ，其余部分均匀带负电荷，面电荷密度为 $-\sigma$ ，当圆盘以角速度 ω 旋转时，测得圆盘中心 O 点的磁感应强度为零，问 R_1 与 R_2 满足什么关系？

解：取圆环

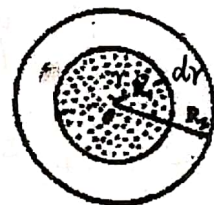
$$dI = 62\pi r dr \frac{\omega}{2\pi} = \sigma \omega r dr$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega dr$$

$$\text{阴影部分： } B_+ = \int_0^{R_1} \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega dr = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega R_1$$

$$\text{其余部分： } B_- = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega dr = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega (R_2 - R_1)$$

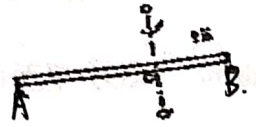
$$\text{已知 } B_+ = B_- \quad R_1 = R_2 - R_1 \quad R_2 = 2R_1$$



△高中

1. 如图, 导体棒 AB 在均匀磁场 B 中绕通过 C 点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴 OO' 转动 (角速度 ω 与 B 同方向), BC 的长度为棒长的 $1/3$, 则:

- (A) A 点比 B 点电势高; (B) A 点与 B 点电势相等;
(C) A 点比 B 点电势低; (D) 有稳恒电流从 A 点流向 B 点。



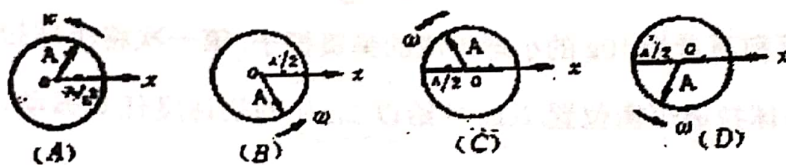
(A.)



△ 考中

$$-A\omega \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi) = -A\omega \cos \varphi$$

2. 一物体作谐振动，振幅为 A ，在起始时刻质点的位移为 $A/2$ 且向 x 轴的正方向运动，代表此谐振动的旋转矢量图为：



(D)



△考中 2. 劲度系数为 100N/m 的轻弹簧和质量为 10g 的小球组成的弹簧振子, 第一次将小球拉离平衡位置 4cm , 由静止释放任其振动; 第二次将小球拉离平衡位置 2cm 并给以 2m/s 的初速度任其振动, 这两次振动能量之比为 $E_1 : E_2 = \underline{2:1}$.



选中C

波速 v

在下面几种说法中，正确的说法是：

- (A) 波源不动时，波源的振动频率与波动的频率在数值上是不同的；
- (B) 波源振动的速度与波速相同；
- (C) 在波传播方向上的任一质点的振动位相总是比波源的位相滞后；
- (D) 在波传播方向上的任一质点的振动位相总是比波源的位相超前。

(C)



✓ 1. 某质点作简谐振动，周期为 2s，振幅为 0.06m，开始计时 ($t=0$)，质点恰好处在 $A/2$ 处且向负方向运动，求：(1) 该质点的振动方程；(2) 此振动以速度 $u=2\text{m/s}$ 沿 X 轴正方向传播时，形成的平面简谐波动方程；(3) 该波的波长。

解：(1) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ s}^{-1}$, $A = 0.06 \text{ m}$,

$t=0$, $y_0 = 0.03 = 0.06 \cos \varphi$, $v = -0.06\pi \sin \varphi < 0$ $\therefore \varphi = \frac{\pi}{3}$

$y_0 = 0.06 \cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$

(2) 波动方程，以该质点的平衡位置为坐标原点，振动的传播速度方向为坐标轴正方向： $y = 0.06 \cos[\pi(t - \frac{x}{u}) + \frac{\pi}{3}] = 0.06 \cos[\pi(t - \frac{x}{2}) + \frac{\pi}{3}]$ 考中 填空

(3) $\lambda = uT = 2 \times 2 = 4 \text{ m}$



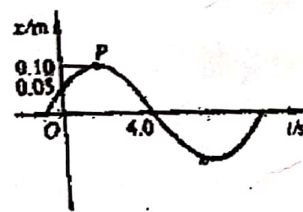
(a)

(b)

4. 某振动质点的 $x-t$ 曲线如图所示，试求：(1) 运动方程；(2) 点 P 对应的相位；(3) 到达点 P 相应位置所需的时间。

类似题：

解：(1) 质点振动振幅 $A = 0.10 \text{ m}$ 。而由振动曲线可画出 $t_0 = 0$ 和 $t_1 = 4 \text{ s}$ 时旋转矢量，如图(a)所示。由图可知初相 $\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$ (或 $\varphi_0 = \frac{5\pi}{3}$)，而由 $\omega(t_1 - t_0) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$ ，得 $\omega = \frac{5\pi}{24} \text{ s}^{-1}$



则运动方程为 $x = (0.10 \text{ m}) \cos \left[\left(\frac{5\pi}{24} \right) t - \frac{\pi}{3} \right]$ 。

(2) 由 $x \sim t$ 曲线可知，点 P 的位置是质点从 $\frac{A}{2}$ 处运动到正向的端点处。对应的旋转矢量图如图(b)所示。当初相取 $\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$ 时，点 P 的相位为

$\varphi_P = \varphi_0 + \omega(t_P - 0) = 0$ (如果初相取成 $\varphi_0 = \frac{5\pi}{3}$ ，则点 P 相应的相位应表示为 $\varphi_P = \varphi_0 + \omega(t_P - 0) = 2\pi$)。

(3) 由旋转矢量图可得 $\omega(t_P - 0) = \frac{\pi}{3}$ ，则 $t_P = 1.6 \text{ s}$ 。

