第二章

1. 导数定义：$f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

2. 单侧导数

$$f'_+(x_0)=\lim_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\qquad f'_-(x_0)=\lim_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

3. 判断可导性 $\begin{cases}\text{直接用导数定义.}\\\text{不连续，一定不可导.}\\\text{看左右导数是否存在且相等.}\end{cases}$

4. 基本求导公式：

基本初等函数的导数公式

(1) $(C)' = 0$（C 为常数）

(2) $\left(x^{\mu}\right)' = \mu x^{\mu-1}$

(3) $\left(a^{x}\right)' = a^{x}\ln a$

(4) $\left(e^{x}\right)' = e^{x}$

(5) $\left(\log_a x\right)' = \dfrac{1}{x\ln a}$

(6) $\left(\ln x\right)' = \dfrac{1}{x}$

(7) $\left(\sin x\right)' = \cos x$

(8) $\left(\cos x\right)' = -\sin x$

(9) $\left(\tan x\right)' = \sec^2 x$

(10) $\left(\cot x\right)' = -\csc^2 x$

(11) $\left(\sec x\right)' = \sec x\tan x$

(12) $\left(\csc x\right)' = -\csc x\cot x$

(13) $\left(\arcsin x\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(14) $\left(\arccos x\right)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(15) $\left(\arctan x\right)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

(16) $\left(\operatorname{arc}\cot x\right)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

5 导数的四则运算法则

设函数 $u=u(x)$ 和 $v=v(x)$ 都可导，则

(1) $\left(u\pm v\right)'=u'\pm v'$;

(2) $\left(u\cdot v\right)'=u'\cdot v+u\cdot v'$;

(3) $\left(C\cdot u\right)'=C\cdot u'$（$C$ 为常数）；

(4) $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}\ (v\neq 0)$; (5) $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=-\dfrac{v'}{v^2}\ \left(v\neq 0\right)$.

6）搞清复合函数结构，由外向内逐层求导.

6、高阶导数的求法

(1) 逐阶求导法 (2) 利用归纳法 (3) 利用莱布尼茨公式

7、高阶导数的运算法则

如果函数 $u=u(x)$ 和 $v=v(x)$ 都在点 x 处具有

n 阶导数，那么 (1) $(u\pm v)^{(n)}=u^{(n)}\pm v^{(n)}$.

(2) $(u\cdot v)^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}C_n^k u^{(n-k)}\cdot v^{(k)}$,

其中 $C_n^k=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}=\dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$.

8. 隐函数求导法则：直接对方程两边求导;

9. 对数求导法：对方程两边取对数,按隐函数的求导法则求导;

10. 参数方程求导：
$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\right)}{\frac{dx}{dt}}.$$

11. 基本初等函数的微分公式

(1) $dC = 0$（C 为常数）

(2) $d\left(x^{\mu}\right) = \mu x^{\mu-1}dx$

(3) $d\left(a^{x}\right) = a^{x}\ln a\,dx$

(4) $d\left(e^{x}\right) = e^{x}dx$

(5) $d\left(\log_a x\right) = \dfrac{1}{x\ln a}dx$

(6) $d\left(\ln x\right) = \dfrac{1}{x}dx$

(7) $d\left(\sin x\right) = \cos x\,dx$

(8) $d\left(\cos x\right) = -\sin x\,dx$

(9) $d\left(\tan x\right) = \sec^2 x\,dx$

(10) $d\left(\cot x\right) = -\csc^2 x\,dx$

(11) $d\left(\sec x\right) = \sec x\tan x\,dx$

(12) $d\left(\csc x\right) = -\csc x\cot x\,dx$

(13) $d\left(\arcsin x\right) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$

(14) $d\left(\arccos x\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$

(15) $d\left(\arctan x\right) = \dfrac{1}{1+x^2}dx$

(16) $d\left(\operatorname{arccot} x\right) = -\dfrac{1}{1+x^2}dx$

设 $f'(x_0)$ 存在，则 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ ________。

求函数 $y = \ln(1 - x^2)$ 的二阶导数。

设 $y = x^2 + 2^x + e^{2x}$，计算 dy。

求由参数方程 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t\sin t + \cos t \end{cases}$ 确定的函数的一阶导数 $\dfrac{dy}{dx}$ $\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

1、（8 分）求由方程 $2y + y^5 - x - 3x^7 = 0$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的一阶导数 $\frac{dy}{dx}$，并求出 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$。

1、设参数方程为 $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t \end{cases}$

（1）求在 $t = \frac{\pi}{4}$ 相应的点处的切线方程；

（2）求此参数方程所确定函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$。