《高等数学》（上）模拟试题（四）

参考答案及评分标准

一、1. e^{-2}； 2. $n!$； 3. $\ln\left|x^2+3x-10\right|+c$ ；4. $dy=\left(\sin x+x\cos x\right)dx$；

5. 0； 6. $-\frac{1}{x^2}e^{\sin\frac{1}{x}}\cos\frac{1}{x}$； 7. $x=1$； 8. -3； 9. $\frac{8}{3}$； 10. $\left(1,0\right)$

二、 1.C； 2.A；3.C；4.D； 5.D.

三、解：1、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x\left(e^{x^2}-1\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$ ....2 分

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{3x^2}$ ....2 分

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{6x}=\frac{1}{6}$ ....2 分

2. 原式$\int_1^4\frac{dx}{x(1+\sqrt{x})}$ ....令$\sqrt{x}=t,x=t^2;dx=2tdt$ ....2 分

$\int_1^4\frac{dx}{x(1+\sqrt{x})}=\int_1^2\frac{1}{t^2(1+t)}2tdt$ ....2 分

$=2\int_1^2\frac{1}{t(1+t)}dt=2\int_1^2\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt=2\ln\frac{4}{3}$ ....2 分

3. 解：求曲线交点，交点为$(1,1)$和$(2,\frac{1}{2})$ ....2 分

$S=\int_1^2(x-\frac{1}{x})dx$ ....2 分

$=\left(\frac{x^2}{2}-\ln x\right)\Big|_1^2=\frac{3}{2}-\ln 2$ ....2 分

4. 解： $\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{1}{1+t^2}-1=\dfrac{-t^2}{1+t^2}$， .... 2 分

$\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{2t}{1+t^2}$ .... 2 分

$\therefore \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\dfrac{dy}{dt}}{\dfrac{dx}{dt}}=-\dfrac{t}{2}$ .... 2 分

四．1. $f(x)=\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)'=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$ .... 2 分

$\int x^3 f'(x)dx=\int x^3 df(x)=x^3 f(x)-3\int x^2 f(x)dx$ .... 2 分

$=x^2\cos x-x\sin x-3\int x\cos x-\sin x dx$ .... 2 分

$=x^2\cos x-4x\sin x-6\cos x+c$ .... 2 分

2． $f'(x)=a\cos x+\cos 3x, f''(x)=-a\sin x-3\sin 3x, f'(\frac{\pi}{3})=\frac{a}{2}-1$, ... 3 分

欲使 $f'(\frac{\pi}{3})=0$,须取 $a=2$，此时 $f''(\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}<0$ ， .... 3 分

所以 $a=2$ 时 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 是极大值点，$f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}$ 是极大值． .... 2 分