



6.3 间歇过程的最优时间表

6.3.1 时间表问题

- 时间表问题或称生产调度，是间歇生产安排中的重要部分。
- 生产时间表的开发是间歇过程优化的主要问题。
- 时间表的需要不是来自加工操作的本质，如连续，半连续或间歇，也不是由被加工的物料的性质决定的，而是因为不同产品之间必须划分出一个装置上的生产时间，所以需要时间表





例：有四种产品A、B、C和D需要用四台间歇设备 I、II、III和IV按一定的顺序进行加工

对产品的原料	到厂的具 体时间	加工次序和各间歇设备上的加工时间 (min)
A	8: 30	I (60) → II (30) → III (2) → IV (5)
B	8: 45	II (75) → III (3) → I (25) → IV (10)
C	8: 45	III (5) → II (15) → I (10) → IV (30)
D	9: 30	IV (90) → I (1) → II (1) → III (1)

可能的方案：

1. 按产品次序，一个产品加工完成后再加工另一个。缺点是一些设备的闲置时间过长。
2. 交叉使用各台设备。



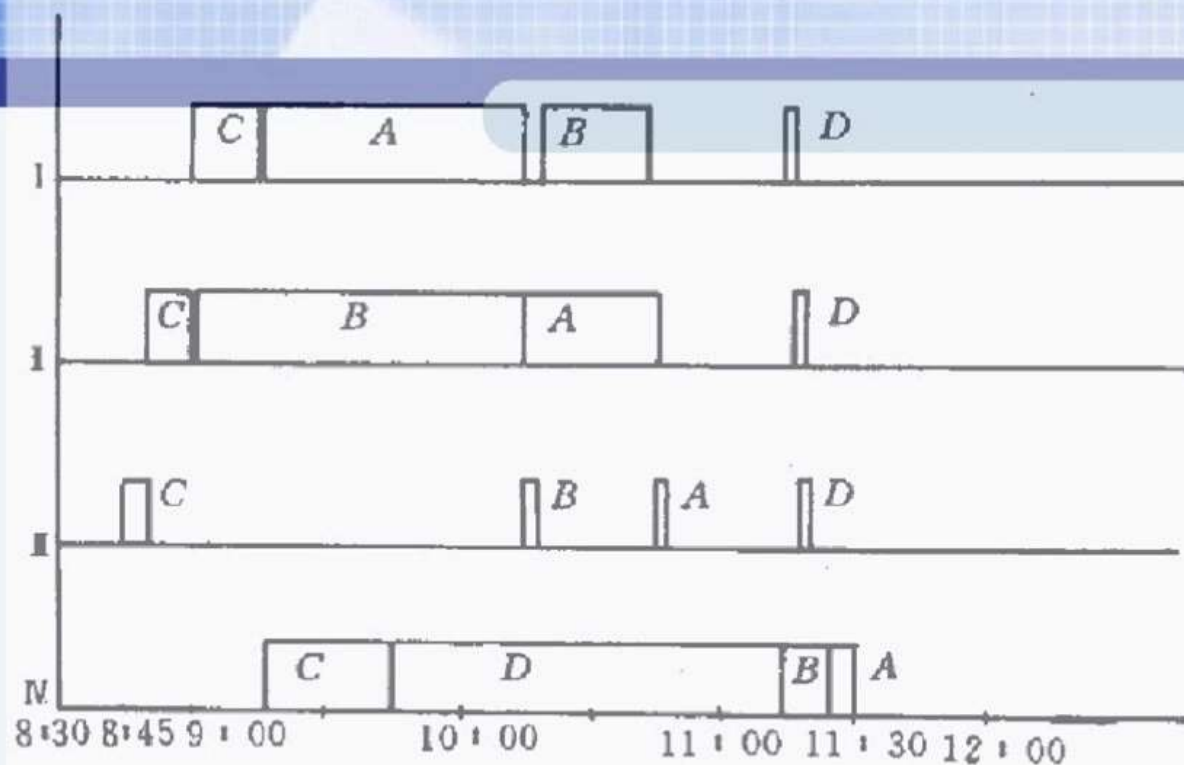
可能的时间表

间歇设备	加工次序			
	第一	第二	第三	第四
I	A	D	C	B
II	B	C	A	D
III	C	B	A	D
IV	D	A	C	B

- 表中遵循了一个约束条件，即各产品均有它自己的加工次序。在排序理论中称表中的加工次序为“技术约束”，与此技术约束相容的时间表为“可行时间表”，反之为“不可行时间表”。



- 对于简单问题，可用观察方法列出所有的可行**和**不可行时间表。
- n 个产品、 m 台设备，在一个特定设备上每一种排列均可给出 $(n!)$ m 种排列的加工次序。
- $n=4$, $m=4$ 有 $(4!)^4 = 331776$ 种可能
- 5个产品，4台设备的问题，时间表总数为 $(5!)^4 = 2.1 \times 10^8$ 。
- 此数据表明，解时间表问题有很大困难，必须采用很巧妙的方法，有时即使用了很巧妙的方法，某些问题求解所用的时间也可能很长



四产品四设备问题的最优化时间表



1. 时间表问题的主要假设、符号说明和目标函数

- 若有 n 个产品 $\{J_1, J_2, \dots, J_n\}$, 需要在 m 台间歇设备 $\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ 上进行加工, 用 O_{ij} 表示第 i 个产品用第 j 台设备处理。
- 在排序理论中将产品视为“作业(Job)”, 而将设备视为“处理器(Processor)”



主要假设

- (a) 各个产品是一个实体。尽管此产品可承受不同的操作，但不能同时进行同一产品的两个操作。因此，在我们的讨论中不能有这样的情况，即同时生产几种中间体，然后再将它们掺合成最终的产品。
- (b) 没有优先问题。各个操作一旦开始以后，必须在这台处理器加工直到完成规定的操作。
- (c) 各产品有 m 个不同的操作，在每一台设备上完成一个操作。不允许在同一台设备上对某一产品加工两次。同样，应坚持在每一台设备上加工各个产品，产品不允许跳过一台或多台设备。



- (d) 不能中途放弃，各产品必须被加工到完成。
- (e) 加工时间与时间表无关，设备调整到正常状态所需要的时间与操作次序无关；在两台设备之间输送产品的时间可忽略。
- (f) 允许有中间贮罐，产品可等待到下一台要用的设备空出来。但在有的问题中被加工的产品必须连续地从一个操作到另一个操作。
- (g) 各类设备只有一台，即不允许在产品的加工中选择设备。此假设与前面介绍的用两台同步或异步操作的设备，来消除尺寸上的瓶颈或循环时间上的瓶颈是矛盾的。



- (h) 可以有闲置的设备。
- (i) 没有一台设备能同时进行两个操作。
- (j) 设备不会发生故障，对整个时间表期间是有效的。
- (k) 技术约束是事先知道的，且在操作过程中是不变的。
- (1) 以下物理量，即：产品数、设备数、加工时间、就绪时间和对规定一个特定的问题所需的全部其它物理量，是已知的，而且是恒定不变的。



符号说明

- r_i 和 p_{ij} 分别为作业 J_i 的就绪时间和加工时间
- d_i 是交货日期(due date)，即至这个时间应已完成产品 J_i 的生产



2. 时间表的分类

$n/m/A/B$

n 作业(产品)的数目

m 机器(设备)的数目

A 被用来说明流经此车间或工厂的模式, 当 $m=1$ 时, A 可以是空白的。 A 也可以是 P 、 F 或 G 。

P 排列的多产品过程 (Permutation Flowshop), 不仅对所有产品的设备顺序相同, 而且现在还限制搜索对各台设备来说产品顺序也是相同的时间表。故时间表完全由数字 $1, 2, \dots, n$ 的单一的排列所规定。

- F*: 多产品过程 (Flowshop) 情况, 即对所有产品的设备顺序相同。
- G*: 一般的多目的过程 (Jobshop), 在这种情况下对技术约束的形式没有限制
- B*: 指目标函数, 即用此目标函数或准则来估计时间表, 它可取前面讨论过的任何一种形式。
- 例如 $n/2/F/C_{\max}$ 是指 n 个产品, 2 台设备, 多产品过程问题, 在时间表的建立中以总生产时间最少为目标函数



6.3.2 简单多产品和多目的间歇过程的最优时间表的计算规则

- “计算规则”指用来严格确定加工次序的一组简单规则，从问题的数据来建立最优解。
- 除了在第(i)节中提出的假设之外，这里还假设对所有的 $J_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，就绪时间为零，即 $r_i=0$ 。在多产品厂中技术约束的要求是产品以同样的次序在两台设备之间通过



1. $n/2/F/F_{\max}$ 问题的 Johnson 规则

- n 个产品用两个单元 (M_1 和 M_2) 加工, 每个产品都先用 M_1 加工, 然后用 M_2 加工, 目标函数是使最大的流经时间最小。
- 由于所有产品的就绪时间为零, 所以 $F_{\max} = C_{\max}$ 。
- 先在 M_1 上从具有最短加工时间的产品开始加工使在 M_2 上具有最短加工时间的产品后结束加工
- 最优时间安排应是一个 $\{J_1, J_2, \dots, n, \}$ 排列问题, 目标是使在加工顺序中较早的产品在 M_2 上有较短的加工时间。



- **Johnson规则:**
- 令 a_i 为 J_i 在 M_1 上的加工时间, b_i 为 J_i 在 M_2 上的加工时间, 则有 $a_i=p_{i1}$, $b_i=p_{i2}$ 。
- 此规则采用从两端向中间移动的方式建立加工顺序。
- 从 $K=1$ 开始, 随顺序中第1,2,3,4,...个位置被填充, 而增加到2, 3, 4,
- 从 $L=n$ 开始, 随顺序中第 $n,n-1,n-2,\dots$ 个位置被填充, 而减少到 $n-1, n-2, \dots$



- 步骤1: 令 $K=1$, $L=n$
- 步骤2: 令现在的未被排进时间表的产品列是 $\{J_1, J_2, \dots, J_n\}$
- 步骤3: 对现在未被排进时间表的产品寻找所有 a_i 和 b_i 最小者,若有两个或两个以上的产品具有最短的时间,则从中任选一个 J_i
- 步骤4: 若在 M_1 上 J_i 具有最短时间,即 a_i 最小
 - (i) 将 J_i 排在加工顺序中的第 K 位置
 - (ii) 从现在未排进时间表的产品列中消去 J_i ;
 - (iii) 令 $K=K+1$;
 - (iv) 去步骤6



- 步骤5: 若在 M_2 上 J_i 具有最短时间, 即 b_i 是最小的, 则进行与4相似的操作
 - (i) 将 J_i 排入加工顺序中的第 L 位置;
 - (ii) 从现在的未排进时间表的产品列中消去;
 - (iii) 令 $L=L-1$;
 - (iv) 去步骤6
- 步骤6: 若有任何未被排进时间表的产品, 则去步骤3。否则, 停止计算

- **例6-2:** $7/2/F/F_{\max}$ 问题，应用Johnson规则。各产品在设备 M_1 和 M_2 上的加工时间如下：

产品	在单元上的加工时间		产品	在单元上的加工时间	
	M_1	M_2		M_1	M_2
1	6	3	5	7	1
2	2	9	6	4	5
3	4	3	7	7	6
4	1	8			



用Johnson规则建立时间表

- 产品4列入时间表: 4.....
- 产品5列入时间表: 4.....5
- 产品2列入时间表: 4...2..... 5
- 产品3列入时间表: 4 2.....3 5
- 产品1列入时间表: 4 2..... 1 3 5
- 产品6列入时间表: 4 2 6.....1 3 5
- 产品7列入时间表: 4 2 6 7 1 3 5

产品顺序为 (4, 2, 6, 7, 1, 3, 5)



2. $n/2/G/F_{\max}$ 问题的Johnson规则

取消关于各个产品必须通过全部单元这一假设

若产品组 $\{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 中产品可被分为以下四类

- A类: 只需在单元 M_1 上加工的产品
- B类: 只需在单元 M_2 上加工的产品
- C类: 以 M_1, M_2 次序在两个单元上加工的产品
- D类: 以 M_2, M_1 次序在两个单元上加工的产品



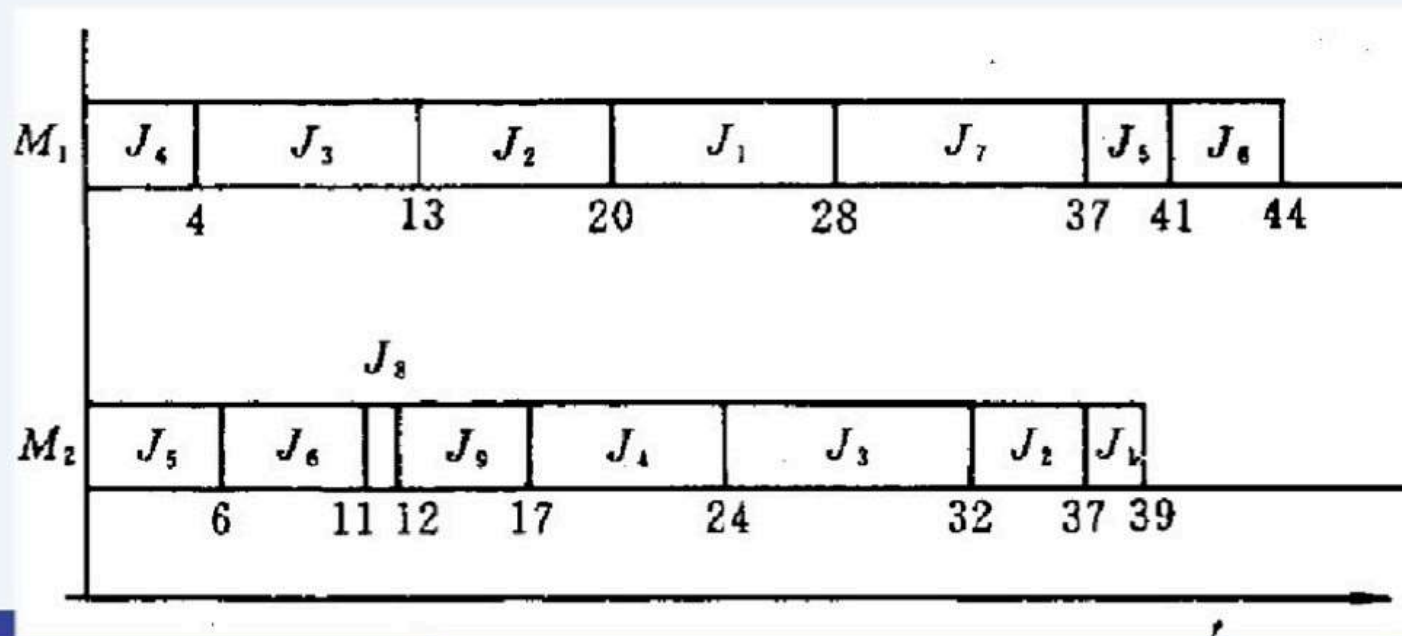
- (i) A 类产品以任意次序安排时间,得到顺序 S_A ;
- (ii) B 类产品任意次序安排时间, 而得到顺序 S_B ;
- (iii) C 类产品, 可将它视为 $n/2/F/F_{\max}$ 问题, 用Johnson规则安排时间而得到顺序 S_C ;
- (iv) 对 D 类产品, 也将它视为 $n/2/F/F_{\max}$ 问题, 用Johnson算法安排时间而得到顺序 S_D 。(M_2 是第一个单元, M_1 是第二个单元)
- 最优时间表对单元 M_1 为 (S_C, S_A, S_D) , 而对单元 M_2 为 (S_D, S_B, S_C) 。

- **例：** $9/2/G/F_{\max}$ 问题，用Johnson规则寻找最优时间表。

产 品	加工顺序和时间		产 品	加工顺序和时间	
	1 单元 时间	2 单元 时间		1 单元 时间	2 单元 时间
1	M ₁ 8	M ₂ 2	6	M ₂ 5	M ₁ 3
2	M ₁ 7	M ₂ 5	7	M ₁ 9	
3	M ₁ 9	M ₂ 8	8	M ₂ 1	
4	M ₁ 4	M ₂ 7	9	M ₂ 5	
5	M ₂ 6	M ₁ 4			

- **A类产品**: 产品7仅在 M_1 上加工, 顺序为 (7) ;
- **B类产品**: 产品8和9需要 M_2 , 故任选顺序(8,9);
- **C类产品**: 产品1,2,3,4先用 M_1 , 后用 M_2 。用Johnson规则解此4/2/F/ F_{\max} 问题, 得到的顺序为 (4, 3, 2, 1) ;
- **D类产品**: 产品5和6先用 M_2 , 后用 M_1 。用Johnson规则解此2/2/F/ F_{\max} 问题, 得到顺序 (5, 6) , 记住 M_1 现在是第二单元。

- 单元 M_1 上产品的加工顺序为 (4,3,2,1,7,5,6)
- 单元 M_2 上的加工顺序为(5,6,8,9,4,3,2,1)
- 按此顺序进行加工的Gantt图如图所示，可以看出 $F_{\max} = 44$





3. 特殊的 $n/3/F/F_{\max}$ 问题

- 用于 $n/2/F/F_{\max}$ 问题的Johnson规则可被推广到特殊的 $n/3/F/F_{\max}$ 问题。需要的条件是

- 或

$$\min_{i=1}^n \{p_{i1}\} \geq \max_{i=1}^n \{p_{i2}\}$$

$$\min_{i=1}^n \{p_{i3}\} \geq \max_{i=1}^n \{p_{i2}\}$$

- 即在第二单元上的最大加工时间不大于在第一或第三单元上的最小时间

- 虚拟时间：令 $a_i = p_{i1} + p_{i2}$ $b_i = p_{i2} + p_{i3}$
- 对于 $n/3/F/F_{\max}$ 问题，视同于两个虚拟时间下的 $n/2/F/F_{\max}$ 问题，用Johnson规则可以产生最优时间表

- **例：**6/3/ F/F_{\max} 问题，说明Johnson规则在特殊的 $n/3/F/F_{\max}$ 问题上的应用

产 品	实际加工时间			虚拟二单元加工时间	
	M_1	M_2	M_3	第一单元 a_i	第二单元 b_i
1	4	1	3	5	4
2	6	2	9	8	11
3	3	1	2	4	3
4	5	3	7	8	10
5	8	2	6	10	8
6	4	1	1	5	2

- 首先对此问题检查是否满足条件

$$\min_{i=1}^6 \{p_{i1}\} = 3 \quad \max_{i=1}^6 \{p_{i2}\} = 3 \quad \min_{i=1}^6 \{p_{i3}\} = 1$$

- 因此可以两个虚拟时间为准，用**Johnson规则求最优时间表**

6.4 多产品间歇过程的设备设计与优化



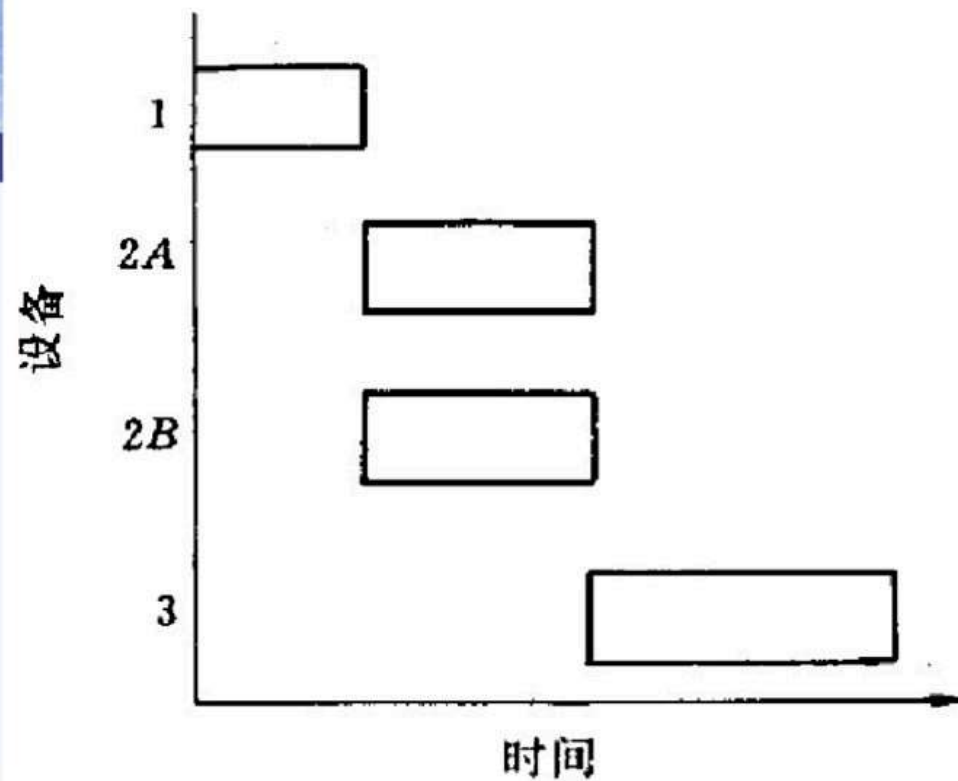
5. 设备选择原则

- 确定一个产品的年生产周数 H_{ai} 时应选择哪一台设备进行优化。选择原则：
 1. 选择所有产品都要使用的设备；
 2. 尽可能选最昂贵的设备以保证投资的有效利用；
 3. 选择处理量不允许有较大变化的设备，如蒸馏塔；
 4. 若存在着对操作时间起限制作用的设备，一般应选用这一设备；
 5. 若不存在上述设备，则可选择最重要的设备



6. 瓶颈问题的处理原则

- 设备尺寸限制所形成的瓶颈问题
- 计算得到的设备尺寸对实际使用来说太大，例如在市场上没有 400m^3 的搅拌容器。
- 需要对设备尺寸加以限制，例如在一个老的厂房中受空间的限制只能安装 4m^3 的容器等。
- 解决这种瓶颈问题的办法是使用两台或多台设备平行同时操作。这样的操作称为**同步操作**

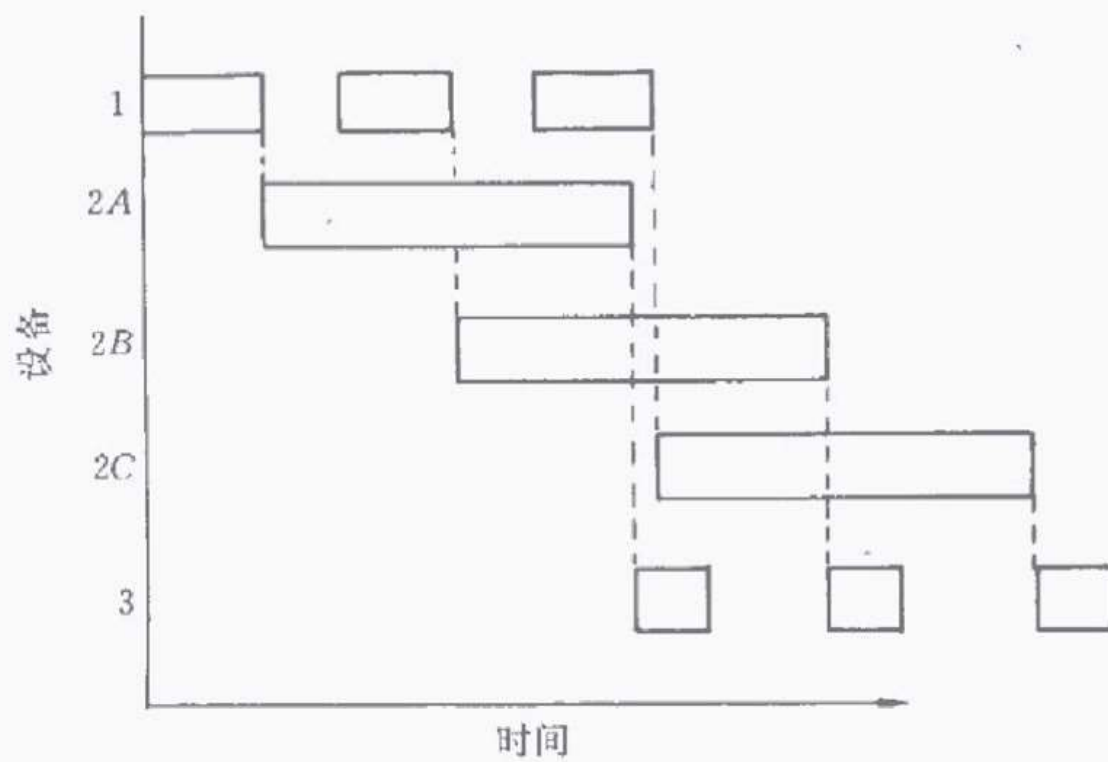


- 第二个间歇级增加一台相同的设备，使两台设备 (2A、2B) 同时操作，这样就解决了设备尺寸限制问题



时间限制所形成的瓶颈问题

- 这种情况发生在一台或多台设备具有较长的占用时间，而系统中其他设备的占用时间较短（如仅为它的50%）的情况下。
- 处理的方法是采用如图所示的以交错时间进行工作的平行设备。这样的操作称为**异步操作**





6.4.2 算法

多产品间歇过程设备的基本

1. 基本数据和条件

在间歇过程设备计算前，应收集如下数据和条件：

- 一组产品，它包括各产品的市场需求和售价以及有效生产时间；
- 一组合适的设备；
- 产品的配方，包括加工步骤、各步的尺寸因子或负荷因子、加工时间或操作速率关系式；

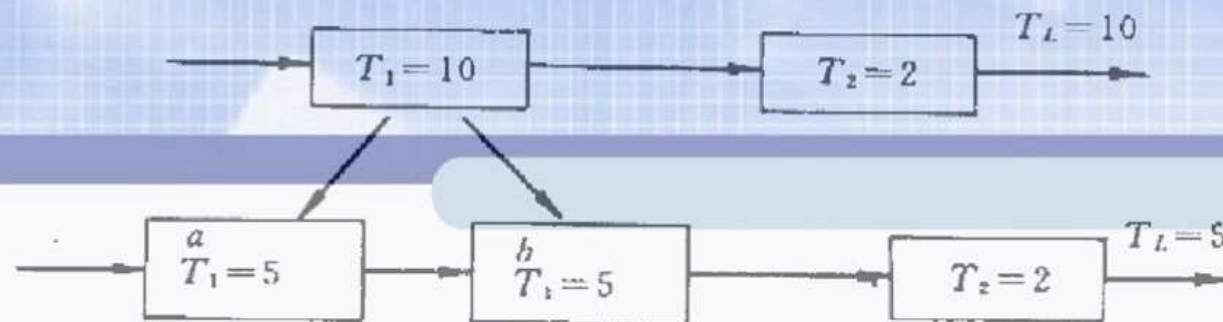


- 各中间产品的状态（稳定或不稳定）及其输送规则；
- 各步骤对原料和公用工程（水、电、蒸汽）的要求或消耗速率；
- 更换产品造成时间和费用的损失；
- 产品或中间产品的存贮费用；
- 适当的目标函数，包括投资费、操作费和销售收入等。

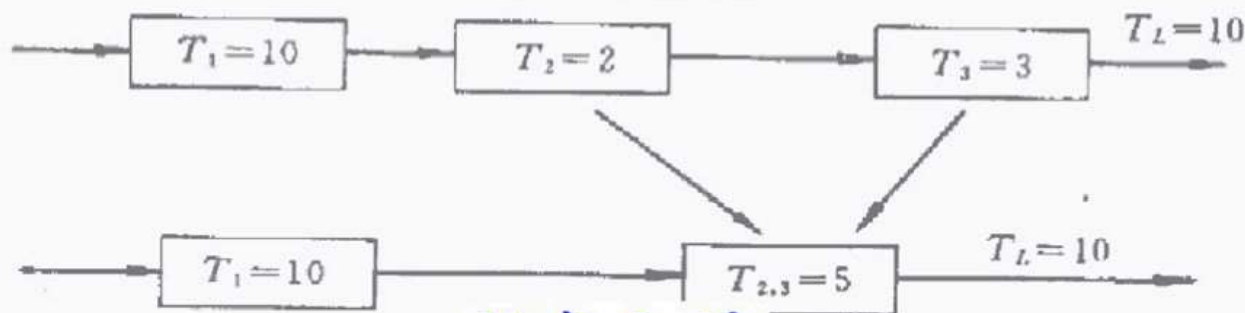


2.过程设计

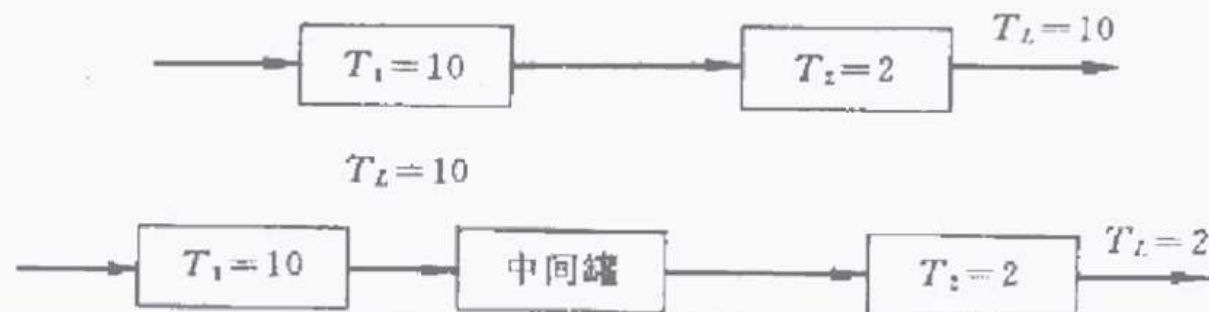
- 过程设计包括过程合成、确定设备尺寸与过程经济评价，有时还要作过程能量集成
- 过程合成包括：
 - (i) 同步平行单元的设置；
 - (ii) 异步平行单元的设置；
 - (iii) 用多个串级单元完成一个任务，即对任务进行分解；
 - (iv) 用一个单元完成多个任务，即对任务进行合并；
 - (v) 插入中间贮罐



任务分解



任务合并



插入中间罐