1. 设由来自总体$X \sim N(a, 0.9^2)$容量为 9 的样本，得样本均值$\bar{x}=5$，求参数a的置信度为 0.95，0.99 的置信区间。($z_{0.01}=2.330$，$z_{0.05}=1.645$，$z_{0.025}=1.960$，$z_{0.005}=2.570$)

①当a的置信度为0.95时，

可得$\alpha=0.05$，即$Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.025}=1.960$

于是 $\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\frac{\alpha}{2}}=5 \pm \frac{0.9}{\sqrt{9}} \cdot 1.960=5 \pm 0.588$

$5+0.588=5.588 \quad 5-0.588=4.412$

∴置信区间为$(4.412, 5.588)$

②当置信度为0.99时，

可得$\alpha=0.01$，即$Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.005}=2.570$

∴ $\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\frac{\alpha}{2}}=5 \pm \frac{0.9}{3} \times 2.570=5 \pm 0.771$，$5+0.771=5.771$，$5-0.771=$

∴置信区间为$(4.229, 5.771)$

2. 水泥厂用自动包装机包装水泥，每袋额定重量为 50 公斤，某日开工后随机抽查了 9 袋，称得重量如下（单位：公斤）：

49.6 49.3 50.1 50.0 49.2 49.9 49.8 51.0 50.2

($\bar{x}=49.9$, $s=0.5362$;) 设每袋重量服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$。试问该包装机工作是否正常？$(\alpha=0.05)$ ($t_{0.1}(8)=1.3968$，$t_{0.1}(9)=1.3830$，$t_{0.1}(10)=1.3722$，$t_{0.05}(8)=1.8695$ $t_{0.05}(9)=1.8331$，$t_{0.05}(10)=1.8125$，$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.05}(10)=2.2280$)

假设H_0: $\mu=\mu_0=50$，$\alpha=0.05$ $\quad H_1: \mu \neq \mu_0$

$$t=\frac{49.9-50}{0.5362/\sqrt{9}}=-0.559$$

$|t|=0.559$，$t_{\frac{\alpha}{2}}=t_{0.025}(8)=2.3060$

∴ $|t| < t_{\frac{\alpha}{2}}$

∴接受H_0: $\mu=\mu_0=50$，即可以认为该包装机工作正常。

3. **测定某种溶液中的水份，设水份含量的总体服从正态分布** $N(a,\sigma^2)$**，得到的 10 个测定值给出** $\bar{x}=0.452$, $\tilde{s}=0.037$**，试问可否认为水份含量的方差** $\sigma^2=0.04$**？** $(\alpha=0.05)$

附表：

$\chi^2_{0.05}(10)=3.94$, $\chi^2_{0.025}(10)=3.247$, $\chi^2_{0.05}(9)=3.325$, $\chi^2_{\cancel{0.05}\ 0.025}(9)=2.7$,

$\chi^2_{0.975}(10)=20.483$, $\chi^2_{0.975}(9)=19.023$, $\chi^2_{0.95}(10)=18.307$, $\chi^2_{0.95}(9)=16.919$,

建立假设：$H_0: \sigma=\sigma_0$ $H_1: \sigma\neq\sigma_0$

$$\chi^2(9)=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=\frac{9\times 0.037^2}{0.04}=0.308$$

$$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2})}(9)=\chi^2_{0.975}(9)=19.023,\ 可知\ \chi^2(9)<\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$\chi^2(9)<\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$$

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(9)=\chi^2_{0.025}(9)=2.7$$

在拒绝域内

故不能认为水份含量方差 $\sigma^2=0.04$

4. 在相同条件下对两种品牌的洗涤剂分别进行去污试验，测得去污率（%）结果如下：

$n_1=6$个

甲：79　80　76　82　78　76，($\bar{x}_1=78.5, s_1^2=5.5$)

$n_2=5$

乙：73　77　79　75　75，($\bar{x}_2=75.8, s_2^2=5.2$)

均值

假定两品牌的去污率服从正态分布且方差相同，问两品牌的去污率是否有显著差异？（α=0.01）($t_{0.01}(9)=3.25$)

建立假设：$H_0: \mu_1=\mu_2$ $H_1: \mu_1\neq\mu_2$

$$t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}=\frac{78.5-75.8}{\sqrt{\frac{5\times5.5+4\times5.2}{5+4}\cdot\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{5}\right)}}$$

$$=\frac{2.7}{1.403}=1.924$$

可知，$|t|<t_{0.01}(9)=3.25$

不在拒绝域内，故两品牌的去污率没有显著差异。

5.27 例9.4

5. 为研究反应物浓度和反应温度对某一化工过程产率的影响，选取 3 种浓度和 4 个不同温度进行有重复两因素交叉分组试验，每种情况试验2次，结果见下表。（二因素 2 重复），试对结果进行分析，填写括弧内的内容。

交叉分组试验结果

浓度	温				度			
	B1		B2		B3		B4	
A1	49	50	56	54	47	44	45	42
A2	55	60	56	64	60	57	56	58
A3	49	47	52	55	45	45	44	41

解：（1）建立假设：
$$\begin{cases} H_{01}: \alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0 \\ H_{02}: \beta_1=\beta_2=\beta_3=\beta_4=0 \\ H_{03}: \gamma_{11}=\gamma_{12}=\cdots=\gamma_{34}=0 \end{cases}$$

（2）计算相应的均值和平方和：

$$\bar{x} = \left(\frac{1}{3\times4\times2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{2}x_{ijk}\right) = 51.29$$

	j=1	j=2	j=3	j=4	$\overline{x_{i\bullet\bullet}}$
i=1	49.5	55	45.5	43.5	48.375
i=2	57.5	60	58.5	57	58.25
i=3	48	53.5	45	42.5	47.25
$\overline{x_{\bullet j\bullet}}$	51.667	56.167	49.667	47.667	

方差来源	平方和	自由度	均方 ~~自由度~~ 平方和	F 值
A	1364.418 r-1	(2)	(682.209)	(111.381)
B	238.1251 s-1	(3)	(79.375)	(12.959)
AXB	61.25	(6)	(10.208)	(1.667)
误差	73.5	(12)	(6.125)	

统计决策：

($F_A=111.381$) > $F_{0.05}(2,12)=3.89$

($F_B=12.959$) > $F_{0.05}(3,12)=3.49$

($F_{A\times B}=1.667$) < $F_{0.05}(6,12)=3.00$

说明（反应物的浓度和反应温度对这一化工过程的产率有显著影响，但其交互作用影响不显著。）。

6. 设样本$X_1, X_2, \cdots, X_9$来自正态总体$N(a, 1.44)$，计算得样本观察值$\overline{x}=10$，求参数 a 的置信度为 95%的置信区间。（$z_{0.01}=2.330$，$z_{0.05}=1.645$，$z_{0.025}=1.960$，$z_{0.005}=2.570$）

由题可知，此 $\alpha=0.05$，则 $Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.025}=1.960$

于是 $\bar{x}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot Z_{\frac{\alpha}{2}}=10\pm\frac{\sqrt{1.44}}{\sqrt{9}}\times1.960=10\pm0.784$

$10+0.784=10.784$　　$10-0.784=9.216$

∴ a 置信区间为 $(9.216, 10.784)$

7.设某一次考试考生的成绩服从正态分布，从中随机抽取了 36 位考生的成绩，算得平均成绩$\overline{x}=66.5$分，标准差$\tilde{s}=15$分，问在显著性水平$\alpha=0.05$下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分，并给出检验过程。（$t_{0.025}(35)=2.0301$）

假设 H_0: $\mu=\mu_0=70$，$\alpha=0.05$　H_1: $\mu\neq\mu_0$

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}=\frac{66.5-70}{15/\sqrt{36}}=\frac{-3.5}{2.5}=-1.4$$

即 $|t|=1.4$，而 $t_{\frac{\alpha}{2}}=t_{0.025}(35)=2.0301$

可得 $|t|<t_{\frac{\alpha}{2}}$

∴ 接受 H_0: $\mu=\mu_0$，即可以认为这次考试全体考生平均成绩为70分。

8. 某工厂生产的保健饮料中游离氨基酸含量(mg/100ml)在正常情况下服从正态分布 $N(200,25^2)$。某生产日抽测了 6 个样品，得数据如下：

205，170，185，210，230，190　　$(\bar{x}=198, S^2=477)$

试问这一天生产的产品游离氨基酸含量的总方差是否正常。$(\alpha=0.05)$

附　$\chi^2_{0.025}(5)=12.833, \chi^2_{0.975}(5)=0.831$

建立假设：$H_0: \sigma=\sigma_0=\cancel{25}$，$H_1: \sigma\neq\sigma_0=\cancel{25}$

有 $\chi^2_{(6-1)}=\chi^2_{(5)}=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\dfrac{5\times477}{25^2}=3.816$

$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}=\chi^2_{0.975}(5)=0.831$，$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}=\chi^2_{0.025}(5)=12.833$

$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}<\chi^2<\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$

∴不在拒绝域内，接受原假设，故认为这一天生产产品游离氨基酸含量的总方差正常。

9. 用原子吸收光谱法(新法)和 EDTA(旧法)测定某废水中 Al^{3+} 的含量(%)，测定结果如下：

新法：0.163，0.175，0.159，0.168，0.169，0.161，0.166，0.179，0.174，0.173　$n=10$

$s_1^2=3.86\times10^{-5}$，

旧法：0.153，0.181，0.165，0.155，0.156，0.161，0.175，0.174，0.164，0.183，0.179　$n=11$

$s_2^2=1.11\times10^{-4}$

试问：两种方法的精密度是否有显著差异？$(\alpha=0.05)$ $(F_{0.975}(9,10)=0.252, F_{0.025}(9,10)=3.779)$

建立假设 $H_0: \sigma=\sigma_0$，$H_1: \sigma\neq\sigma_0$

则有 $F=\dfrac{S_1^2}{S_2^2}=\dfrac{3.86\times10^{-5}}{1.11\times10^{-4}}=0.348$

由 $\alpha=0.05$，$F_{1-\frac{\alpha}{2}}=F_{0.975}(9,10)=0.252$，$F_{\frac{\alpha}{2}}=F_{0.025}(9,10)=3.779$

可知，$F>F_{1-\frac{\alpha}{2}}$，且 $F<F_{\frac{\alpha}{2}}$

∴不在拒绝域内，即两种方法的精密度没有显著差异。

10. 写出回归模型的高斯假定

①假设1：误差项的期望值为0，即对所有的i有 $E(\varepsilon_i)=0$

②假设2：误差项的方差为常数，即对所有的i有 $var(\varepsilon_i)=E(\varepsilon_i^2)=\sigma^2$

③假设3：误差项之间不存在自相关关系，其协方差为0，
即当 $i\neq j$ 时，$cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0$ 有误差项不存在自相关。

④假设4：自变量是给定的变量，与随机误差项线性无关。

⑤假设5：随机误差项服从正态分布。即 $\varepsilon\sim N(0,\sigma^2)$

11. 岩石密度的测量误差服从正态分布，随机抽测 12 个样品，得 s=0.2，求σ^2 的置信区间（α=0.1）。（$\chi^2_{0.05}(11)=4.57$，$\chi^2_{0.95}(11)=19.7$）

由题可知，$\alpha=0.1$，则 $\chi^2_{(\frac{\alpha}{2})}=\chi^2_{0.05}(n-1)=\chi^2_{0.05}(11)=4.57$

$$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2})}(n-1)=\chi^2_{0.95}(11)=19.7$$

∴有

$$\sigma^2=\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}=\frac{11\times0.2^2}{19.7}=0.0223$$

$$\sigma^2=\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}=\frac{11\times0.2^2}{4.57}=0.0963$$

∴置信区间为 $(0.0223, 0.0963)$

12. 根据某地环境保护法规定，倾入河流的废水中某种有毒化学物质含量不得超过 3ppm。该地区环保组织对沿河各厂进行检查，测定每日倾入河流的废水中该物质的含量。某厂连日的记录为

3.1 3.2 3.3 2.9 3.5 3.4 2.5 4.3 2.9 3.6 3.2 3.0 2.7 3.5 2.9 15个

试在显著性水平α=0.05 上判断该厂是否符合环保规定（假定废水中有毒物质含量 X 服从正态分布）（$t_{0.95}(14)=1.7613$）

建立假设：$H_0:\mu_0\leq3$，$H_1:\mu>3$

则 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\approx3.13$

$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{15-1}\times3.631}\approx0.52$

利用t检验，

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=\frac{3.13-3}{0.52/\sqrt{15}}\approx 0.98$$

则可得 ~~t<t~~ 拒绝域为 $t>t_{1-\alpha}(14)>t_{0.95}(14)=1.7613$

而 $t<t_{0.95}(14)=1.7613$

故不在拒绝域内

接受原假设 H_0

即认为该厂符合环保规定

13. 、两台机床加工同一种零件，分别取 6 个和 9 个零件测量其长度，计算得 $s_1^2=0.345$，$s_2^2=0.357$，假设零件长度服从正态分布，问：是否认为两台机床加工的零件长度的方差无显著差异（α=0.05）？ ($F_{0.025}(5,8)=0.1479$, $F_{0.975}(5,8)=4.82$)

建立假设：$H_0: \sigma_1=\sigma_2$ $H_1: \sigma_1\neq\sigma_2$

则有 $F=\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{0.345}{0.357}=0.9664$

由 $\alpha=0.05$，$F_{1-\frac{\alpha}{2}}=F_{0.975}(5,8)=4.82$，$F_{\frac{\alpha}{2}}=F_{0.025}(5,8)=0.1479$

可知，$F_{\frac{\alpha}{2}}<F<F_{1-\frac{\alpha}{2}}$

∴ 不在其拒绝域内 故不能认为两台机床加工的零件长度的方差无显著差异。

14. 合格苹果的重量标准差应小于 0.005 公斤. 在一批苹果中随机取 9 个苹果称重，得其样本修正标准差为 S=0.007 公斤，试问：(1) 在显著性水平α=0.05 下，可否认为该批苹果重量标准差达到要求？(2) 如果调整显著性水平α=0.025，结果会怎样？

($\chi^2_{0.025}(9)=19.023$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$，$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$)

(1) 建立假设：$H_0: \sigma\leq 0.005$，$H_1: \sigma>0.005$

$$\therefore \chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\frac{(9-1)\times 0.007^2}{0.005^2}=\frac{8\times 0.000049}{0.000025}=15.68$$

对于单侧检验，其拒绝域为 ~~$\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}(8)=\chi$~~

$$\chi^2>\chi^2_\alpha(8)=\chi^2_{0.05}(8)=15.507$$

可知满足 $\chi^2>\chi^2_\alpha(8)$ 即在拒绝域内，故不能认为这批苹果重量标准差达到要求。

(2) 如果调整，此时拒绝域为 $\chi^2>\chi^2_\alpha(8)=\chi^2_{0.025}(8)=17.535$

而此时 $\chi^2<\chi^2_{0.025}(8)$

故不在拒绝域内，故可以认为这批苹果标准差达到要求。

15 在一项调查中，研究者想要了解房屋装修情况对房屋价格（单位：万元/平方米）的影响。为此调查了 30 间粗装修，35 间精装修和 35 间毛坯房的价格情况。现对每种房屋的价格进行方差分析，得到的部分计算结果如下表所示。请回答：（α=0.05）

	平方和	df	$\frac{S_A}{s-1}$ 均方	$\frac{S_A}{S_E}$ F	显著性
组间	207.21	(s-1) 3-1=2	103.605	700.03	<.0001
组内	14.35	97	0.148	--	---
总变异		99	---	-	—

（1）写出上述方差分析表所检验问题的原假设和备选假设。

（2）请补充填写上面方差分析结果表中的所有空格部分。

（3）不同装修情况的房屋价格是否有显著差异？为什么？

(1) 原假设：$H_0: u_1 = u_2 = u_3$

备选假设：$H_1: u_1, u_2, u_3$ 不全相等

(3) F值 = 700.03 > 临界值，P ≤ 0.0001，因此检验的结论是房屋装修情况对房屋价格有显著影响。

PPT: 4

16. 设 A, B 二化验员独立地对某种聚合物的含氯量用相同的方法各作了 10 次测定，其测量值的修正方差分别为 $s_A^2=0.5419$, $s_B^2=0.6065$，设 σ_A^2 和 σ_B^2 分别为所测量的数据总体（设为正态总体）的方差，求方差比 σ_A^2/σ_B^2 的 0.95 的置信区间。（$F_{0.975}(9,9)=4.03$）

$\alpha = 0.05$

由题可知，设 μ_1, μ_2 未知，

由 $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$

$\therefore \frac{S_1^2}{S_2^2} \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)} = \frac{0.5419}{0.6065} \cdot \frac{1}{F_{0.025}(9,9)} = \frac{0.5419}{0.6065} \cdot F_{0.975}(9,9)$

$= \frac{0.5419}{0.6065} \times 4.03$

$= 3.601$

$\therefore \frac{S_1^2}{S_2^2} \frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)} = \frac{0.5419}{0.6065} \times \frac{1}{4.03} = 0.222$

∴ 置信区间为 [0.222, 3.601]