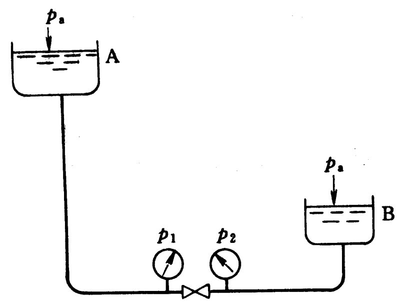
例 1　粘度为 30cP、密度为 900kg/m^3 的某油品自容器 A 流过内径 40mm 的管路进入容器 B 。两容器均为敞口，液面视为不变。管路中有一阀门，阀前管长 50m，阀后管长 20m（均包括所有局部阻力的当量长度）。当阀门全关时，阀前后的压力表读数分别为 88.3kPa 和 44.2kPa。现将阀门打开至 1/4 开度，阀门阻力的当量长度为 30m。试求：

（1）　管路中油品的流量；

（2）　定性分析阀前、阀后压力表读数的变化。



例 1　附图

解：（1）阀关闭时流体静止，由静力学基本方程可得：

$$z_A = \frac{p_1 - p_a}{\rho g} = \frac{88.3\times 10^3}{900\times 9.81} = 10\ \text{m}$$

$$z_B = \frac{p_2 - p_a}{\rho g} = \frac{44.2\times 10^3}{900\times 9.81} = 5\ \text{m}$$

当阀打开 $1/4$ 开度时，在 A 与 B 截面间列柏努利方程：

$$z_A g + \frac{1}{2}u_A{}^2 + \frac{p_A}{\rho} = z_B g + \frac{1}{2}u_B{}^2 + \frac{p_B}{\rho} + \Sigma W_f$$

其中：　$p_A = p_B = 0$ (表压)，$u_A = u_B = 0$

则　有　$$(z_A - z_B)g = \Sigma W_f = \lambda \frac{l+\Sigma l_e}{d}\frac{u^2}{2}$$

（a）

由于该油品的粘度较大，可设其流动为层流，则

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64\mu}{d\rho u}$$

代入式（a），有　$$(z_A - z_B)g = \frac{64\mu}{d\rho u}\frac{l+\Sigma l_e}{d}\frac{u^2}{2} = \frac{32\mu(l+\Sigma l_e)u}{d^2\rho}$$

$$\therefore u = \frac{d^2\rho(z_A - z_B)g}{32\mu(l+\Sigma l_e)} = \frac{0.04^2\times 900\times(10-5)\times 9.81}{32\times 30\times 10^{-3}\times(50+30+20)} = 0.736\ \text{m/s}$$

校核：$$\mathrm{Re}=\frac{d\rho u}{\mu}=\frac{0.04\times900\times0.736}{30\times10^{-3}}=883.2<2000$$

假设成立。

油品的流量：

$$V_S=\frac{\pi}{4}d^2u=0.785\times0.04^2\times0.736=9.244\times10^{-4}\,\mathrm{m^3/s}=3.328\mathrm{m^3/h}$$

（2）阀打开后：

在 A 与 1 截面间列柏努利方程：

$$z_Ag+\frac{1}{2}u_A{}^2+\frac{p_A}{\rho}=z_1g+\frac{1}{2}u_1{}^2+\frac{p_1}{\rho}+\Sigma W_{fA-1}$$

简化得 $$z_Ag=\frac{1}{2}u_1{}^2+\frac{p_1}{\rho}+\Sigma W_{fA-1}$$

或 $$z_Ag=\frac{p_1}{\rho}+(\lambda\frac{l_1}{d}+1)\frac{u_1^2}{2}$$

$$\frac{p_1}{\rho}=z_Ag-(\lambda\frac{l_1}{d}+1)\frac{u_1^2}{2}$$

显然，阀打开后 $u_1\uparrow$，$p_1\downarrow$，即阀前压力表读数减小。

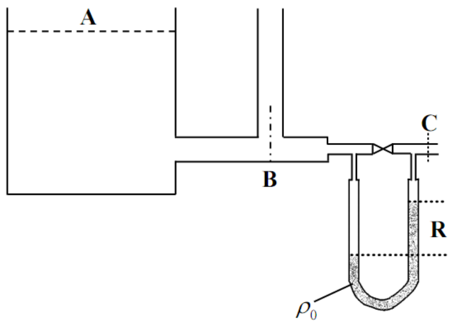
在 2 与 B 截面间列柏努利方程：

$$z_2g+\frac{1}{2}u_2{}^2+\frac{p_2}{\rho}=z_Bg+\frac{1}{2}u_B{}^2+\frac{p_B}{\rho}+\Sigma W_{f2-B}$$

简化得 $$\frac{p_2}{\rho}=z_Bg+(\lambda\frac{l_2}{d}-1)\frac{u_2^2}{2}$$

因为阀后的当量长度 l_2 中已包括突然扩大损失，也即 $\lambda\frac{l_2}{d}-1>0$，故阀打开后 $u_2\uparrow$，$p_2\uparrow$，即阀后压力表读数增加。

例 **2.** 图示供水系统，阀门关闭时玻璃管中液面高度 **2m**（按管中心线计）。阀门开启时，**R=0.5m**，**ρ_0=13600kg/m^3**，$\sum h_{f_{A-B}}$ **=1.2m**,大管与小管直径比为 **2**，阀门的阻力系数为 **7.72**。试求（**1**）贮槽内液面高度（按管中心线计）；（**2**）小管内流速；（**3**）阀门开启时玻璃管中的液位高度；（**4**）定性分析若阀门开度变小玻璃管内液位如何变化。



解：（**1**） 由静力学方程：**Z_A=2m**

（**2**）水平管时，$W_f = \frac{\Delta P_f}{\rho} = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{Rg(\rho_0 - \rho)}{\rho} = \frac{0.5 \times 9.81 \times 12600}{1000} = 61.8$ **J/kg**；

（也可由小管内机械能守恒式推导）

又 $W_f = \xi \frac{u_2^2}{2}$ $u_2^2 = \frac{2 \times 61.8}{7.72} = 16\mathrm{m}^2/s^2$；小管内流速：$u_2 = 4m/s$

（**3**）由连续性方程得大管内流速：$u_1 = u_2 (\frac{d_2}{d_1})^2 = 1m/s$；

在AB间衡算机械能：$Z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + \sum h_{f_{A-B}}$；$\frac{P_B}{\rho g} = 2 - \frac{1}{20} - 1.2 = 0.75m$

即玻璃管中的液位高度 **0.75m**

（**4**） 阀关小后，**u_2**↓，**u_1**↓，$\sum h_{f_{A-B}}$↓；**Z_A** 不变，所以，玻璃管内液位升高。