第三章 立体的投影

§3.1 平面立体

§3.2 平面与平面立体表面相交

§3.3 曲面立体

§3.4 平面与曲面立体表面相交

§3.5 两立体表面相交



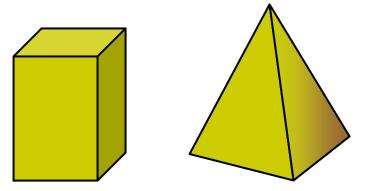
§ 3.1 平面立体

基本要求

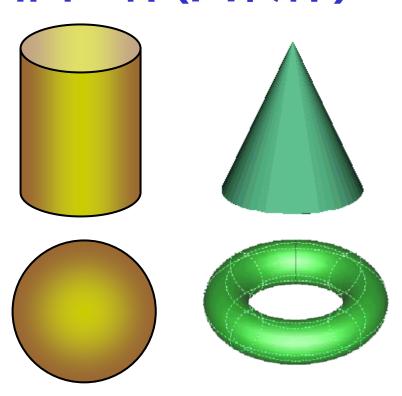
- 1. 掌握平面立体的投影特性和作图方法
- 2. 掌握在平面立体表面上取点取线的方法

常见的基本体

平面立体



曲面立体(回转体)



画立体的投影



→ 绘制表面



→ 绘制边和顶点的投影

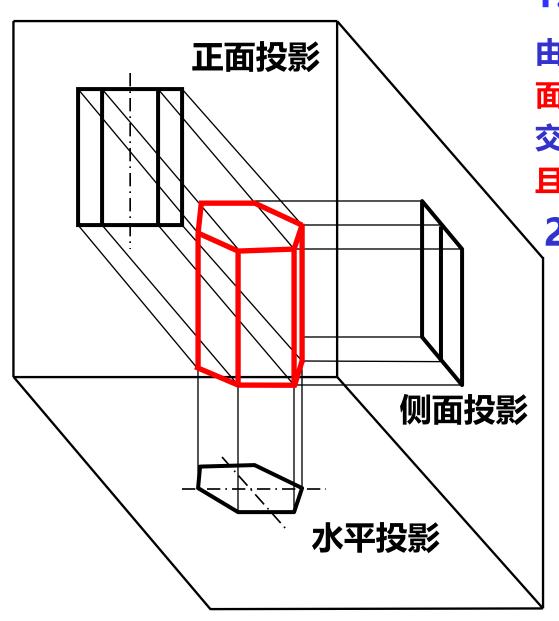
当轮廓线的投影可见时, 画粗实线:

不可见时,画虚线;

当粗实线与虚线重合时,画粗实线。

小小规定

棱柱



1. 棱柱的组成

由上、下底面和几个棱 面组成。棱面与棱面的 交线叫棱线,棱线平行 且相等。

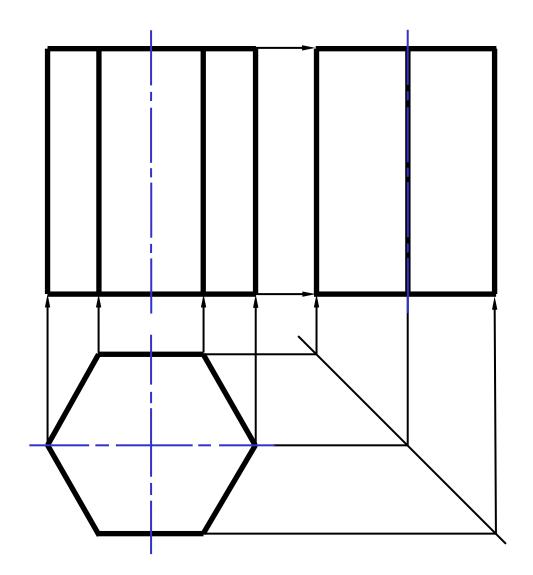
2. 棱柱的投影

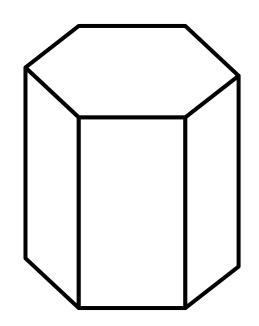
在图示位置时, 六棱柱的上、下底面为水平面, 在水平投影中反映实形。 前后两棱面是正平面, 其余四个棱面是铅垂面, 它们的水平投影都积聚 成直线, 与六边形的边 重合。

) (



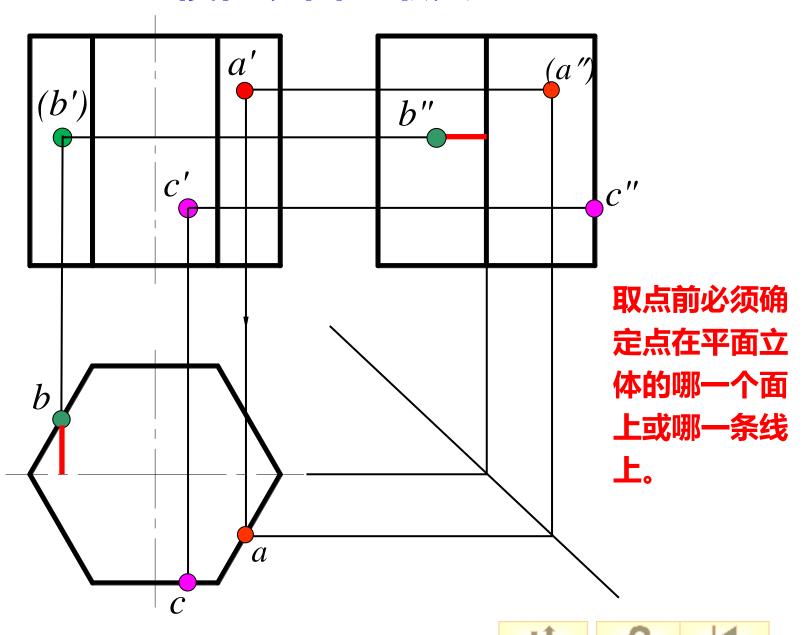
六棱柱的投影



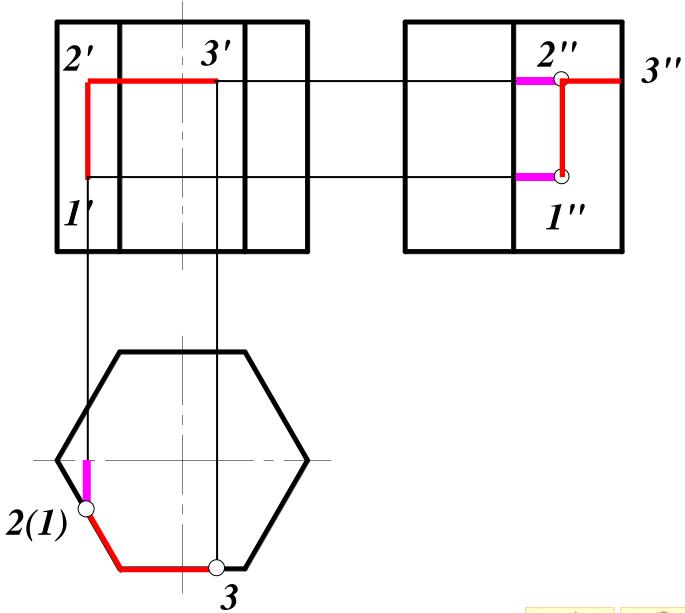


先画上下底面的三面投影, 再画各棱线的三面投影。

3. 棱柱表面上取点

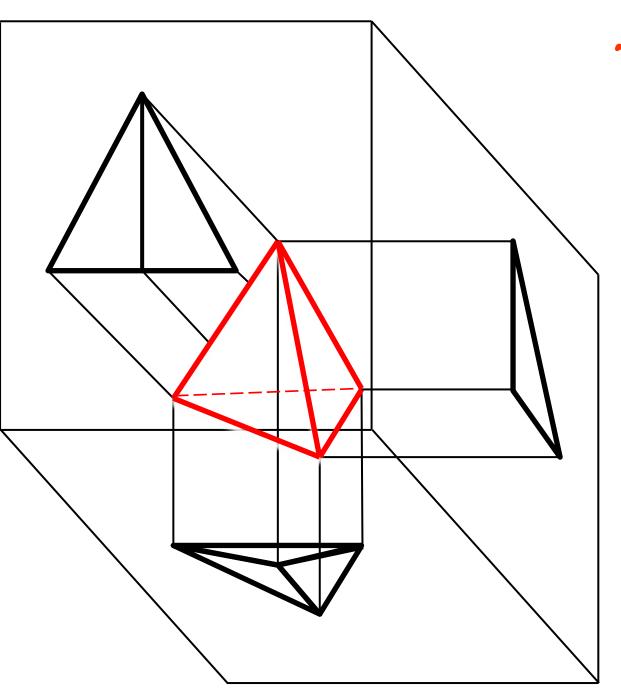


六棱柱表面取线



Ú

U



二、棱锥

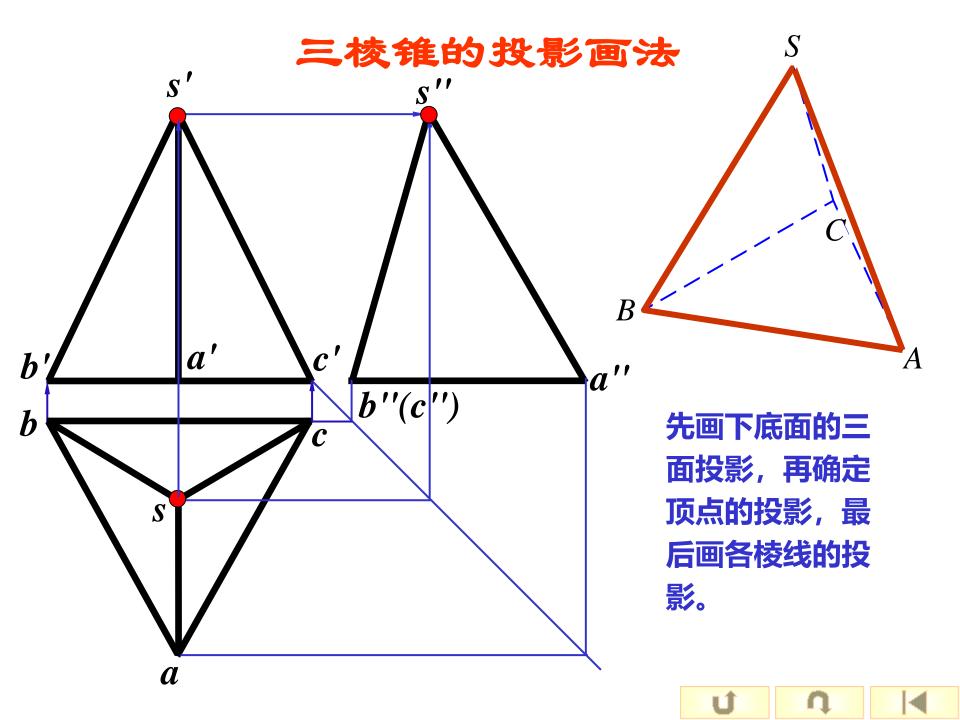
1. 棱锥的组成 由一个底面和几个棱 面组成,棱线相交于 一点。

2. 棱锥的投影

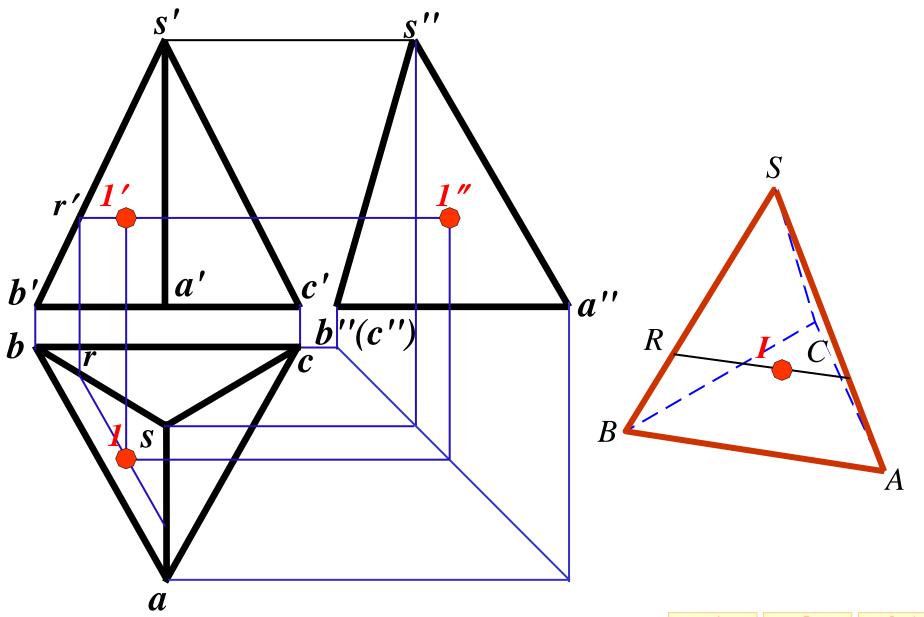
在图示位置时,三棱锥的底面为水平面,在水平投影中反映实形。左右棱面都是一般位置平面,后棱面是侧垂面,它的侧面投影积聚成直线。

ľ

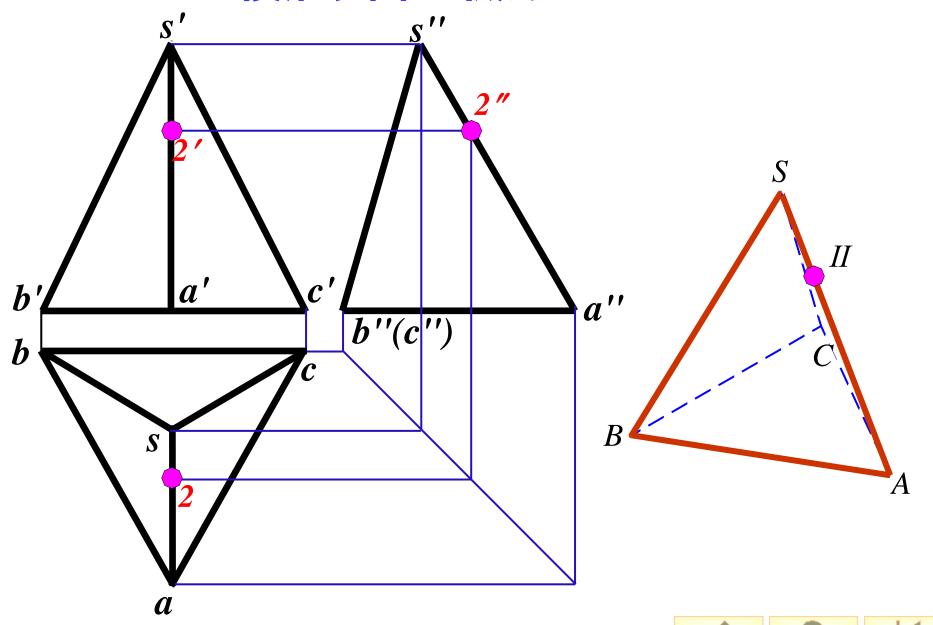




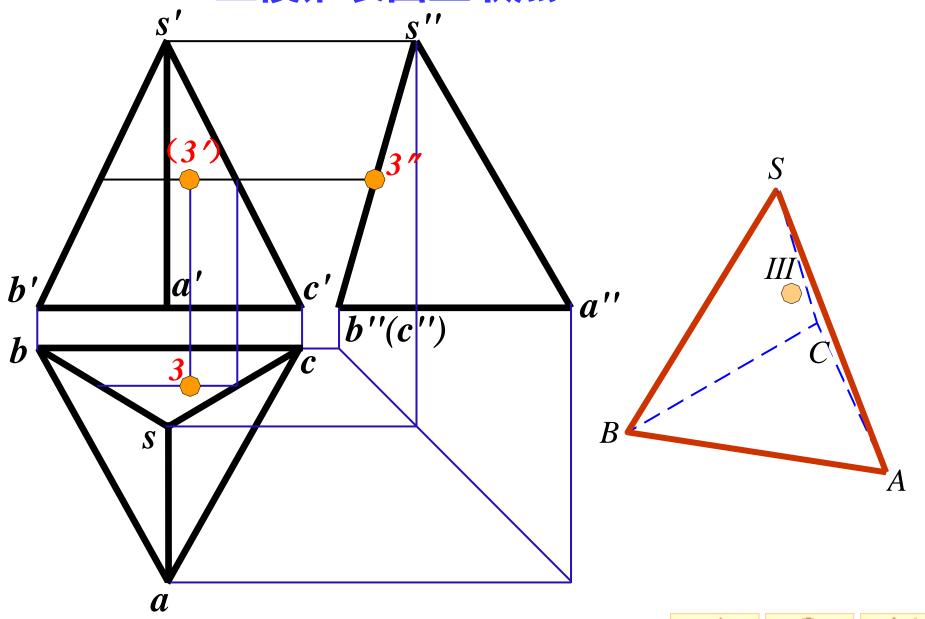
3. 三棱锥表面上取点 I



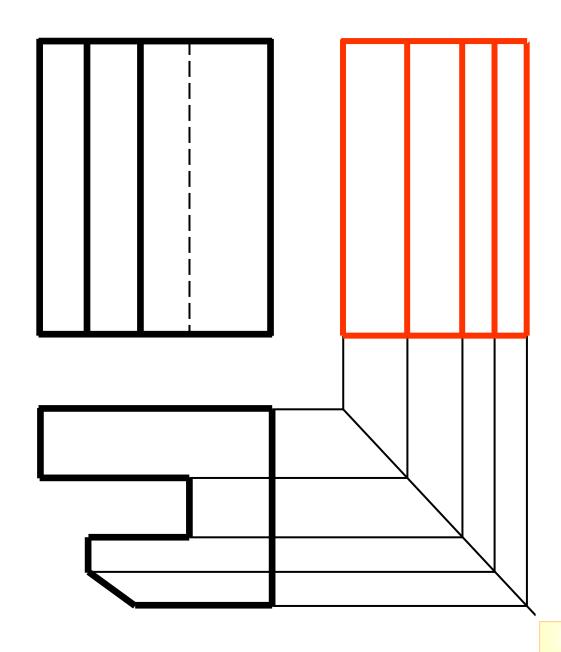
三棱锥表面上取点工



三棱锥表面上取点皿



[例题1] 求立体的侧面投影



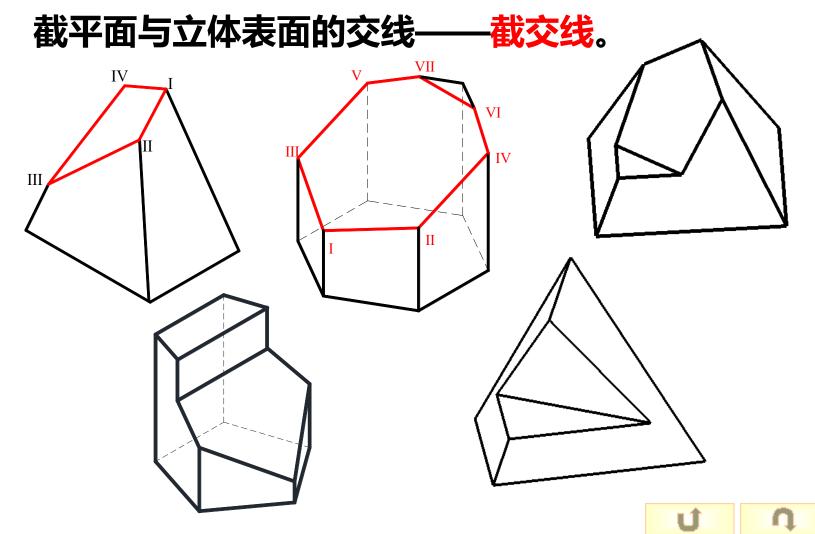
Ú

U



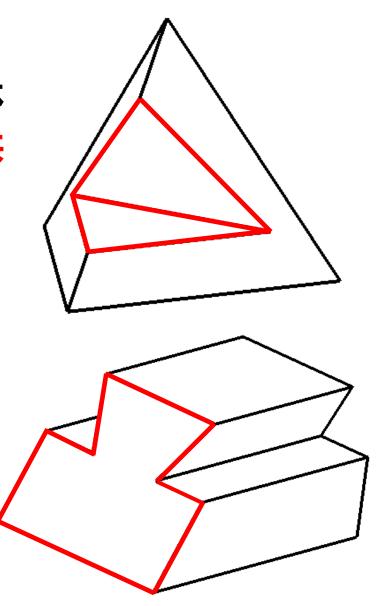
3.2 平面与平面立体表面相交

用平面与立体相交,截去体的一部分——截切。 用以截切立体的平面——截平面。



一、截交线的性质:

- 1)截交线既在截平面上,又在立体 表面上,是截平面与立体表面的共 有线。
- 2)截交线的形状由直线围成的封闭的平面多边形。其形状取决于平面立体的形状和截平面与立体的相对位置,其投影的形状取决于截平面与投影面的相对位置。

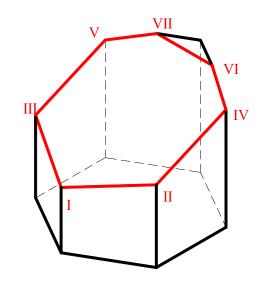


二、截交线的求法

求各棱线与截平面的交点,然后依次连接。

求截交线的步骤:

1. 空间分析



分析截平面与立体的相对位置: 确定截交线的形状

2. 投影分析

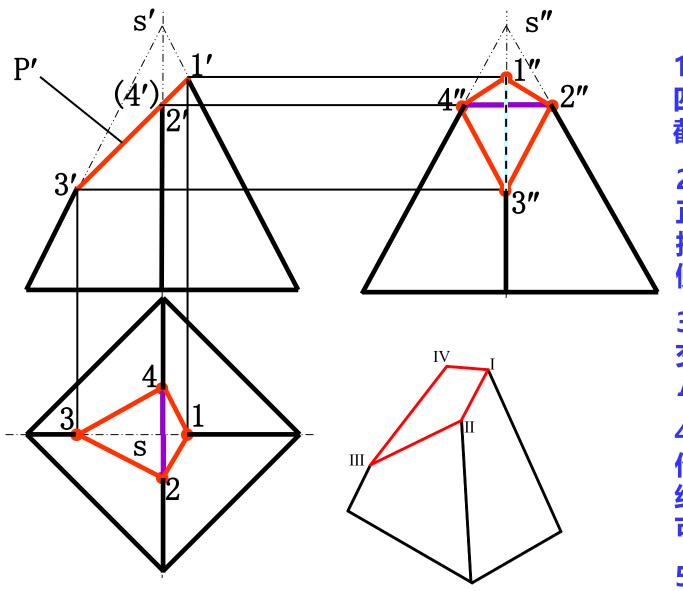
分析截平面与投影面的相对位置: 确定截交线的投影特性

3. 画出截交线的投影

分别求出截平面与棱面的交线,并连接成多边形。

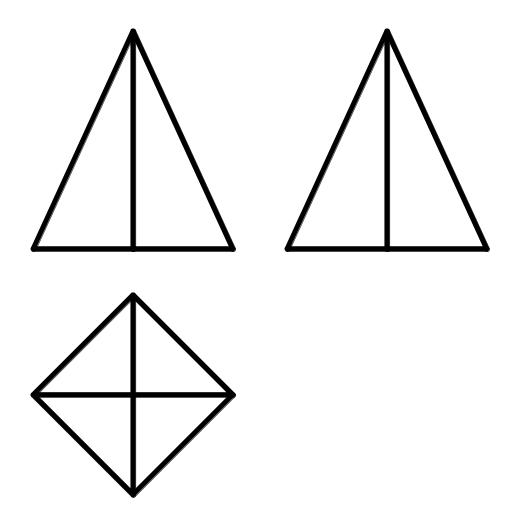
4. 检查、描深

[例题1] 四棱锥被正垂面P切割,求截切后的三面投影。

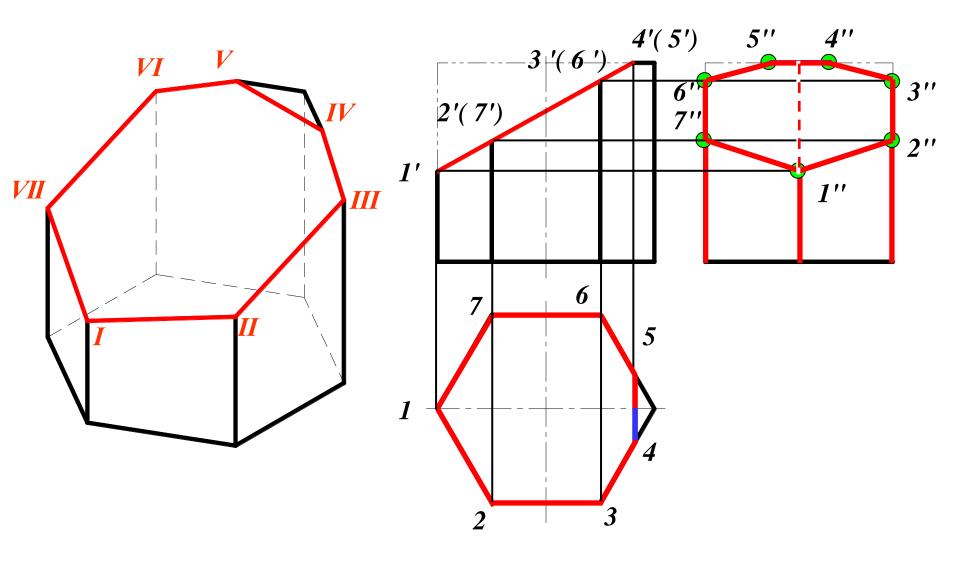


解题步骤

- 1.空间分析: 截平面与 四条侧棱均相交, 因此 截交线是一个四边形。
- 2. 投影分析: 截平面为 正垂面, 截交线的正面 投影已知, 水平投影和 侧面投影未知;
- 3. 求截交线: 求出截 交线上的点 *I、 II、 II、 IV*;
- 4. 顺次地连接各点, 作出截交线,补全棱 线的投影,并且判别 可见性;
- 5. 检查、描深。

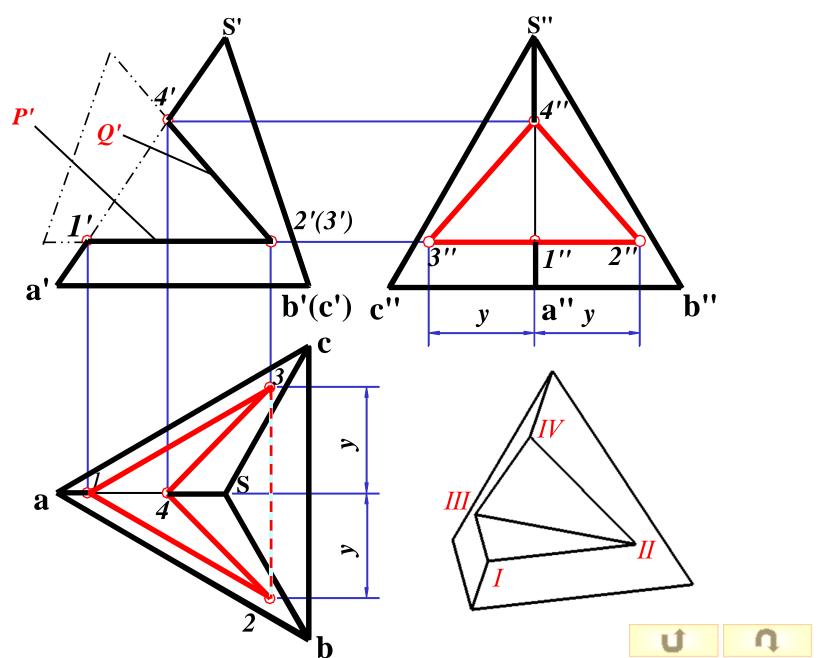


[例题2] 求出图中六棱柱被切割后的三面投影。

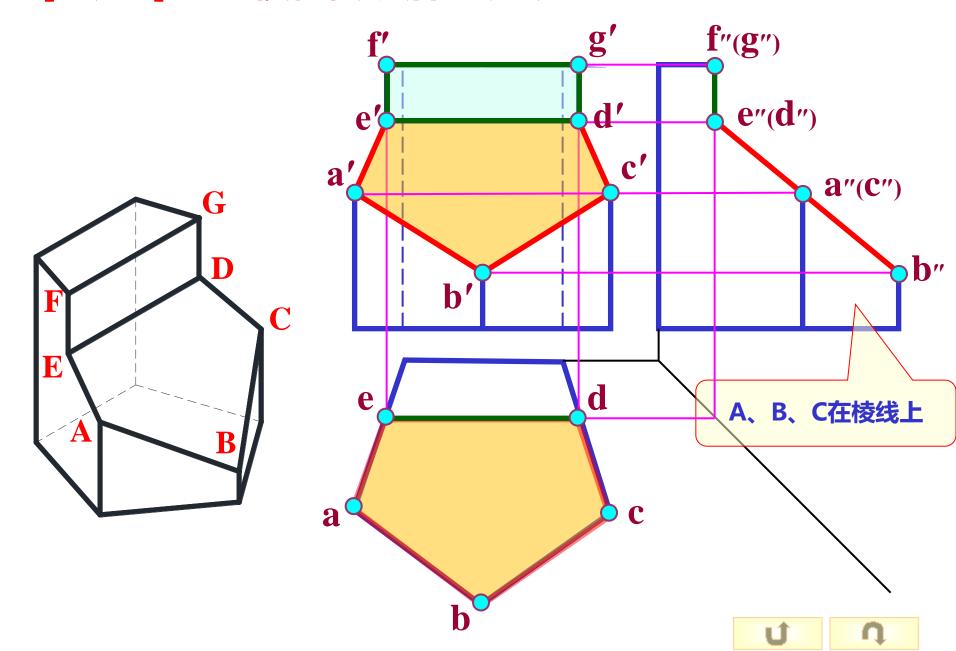




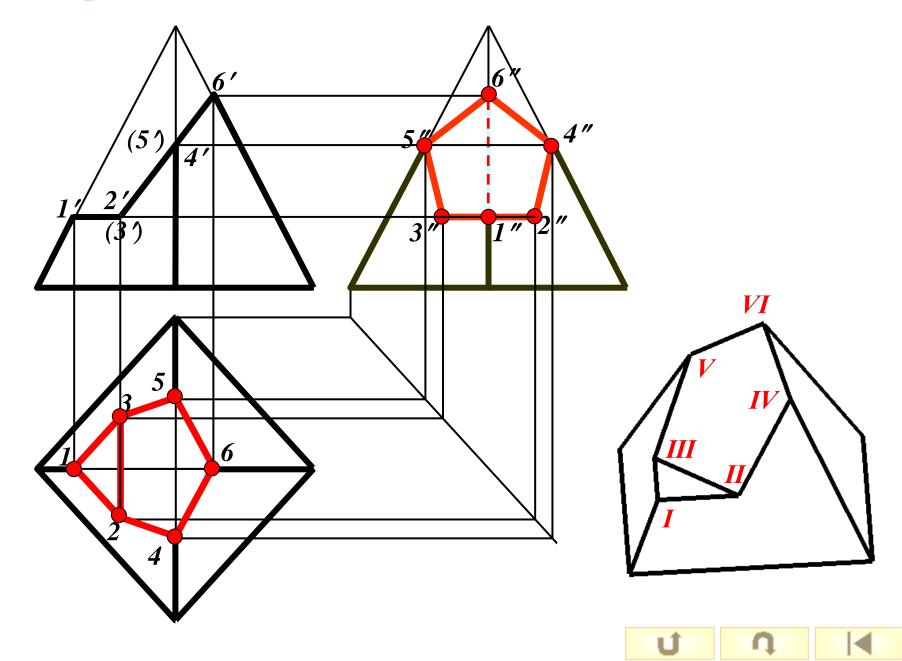
[例题3] 求立体切割后的三面投影。



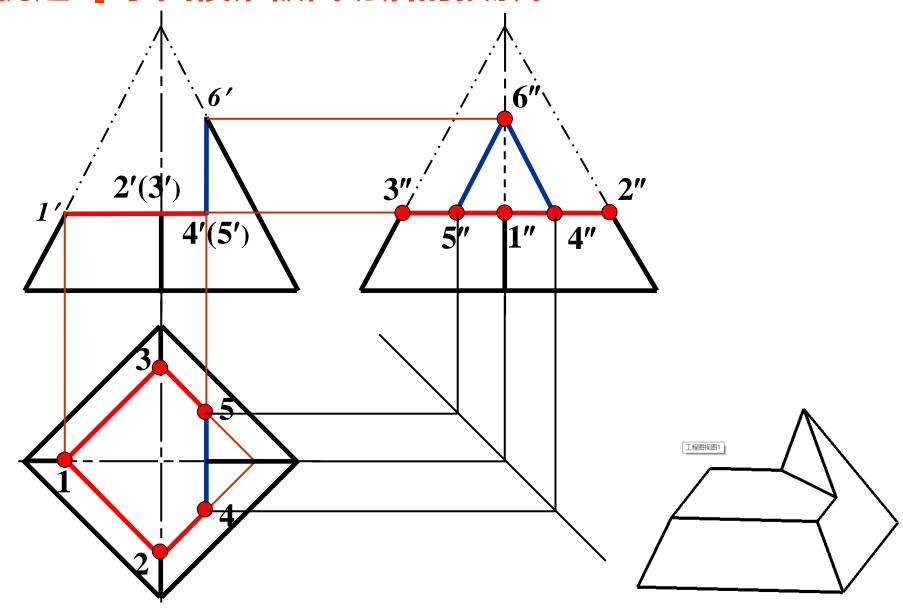
[例题4] 求五棱柱截切后的投影。



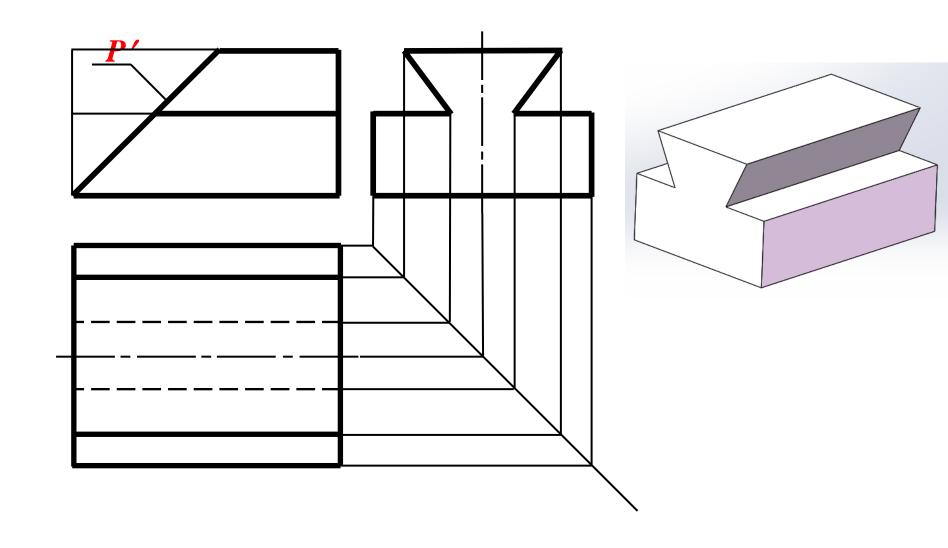
[例题5] 求四棱锥切割后的投影。



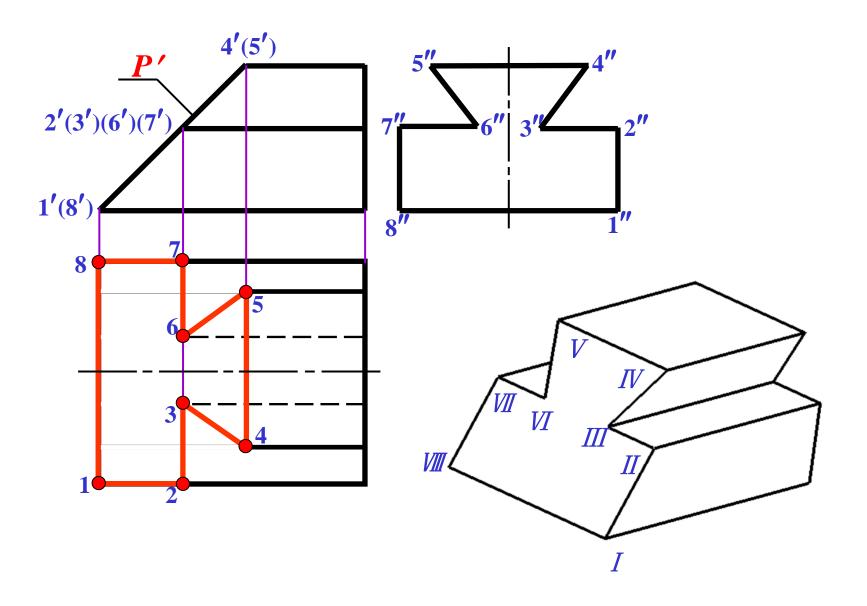
[例题6] 求四棱锥被截切后的投影。



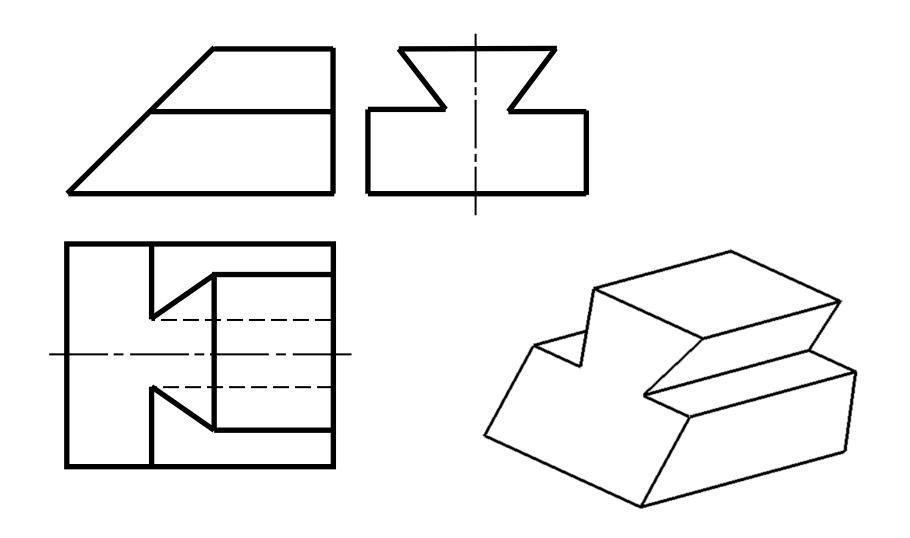
[例题7] 求八棱柱被平面P截切后的水平投影。



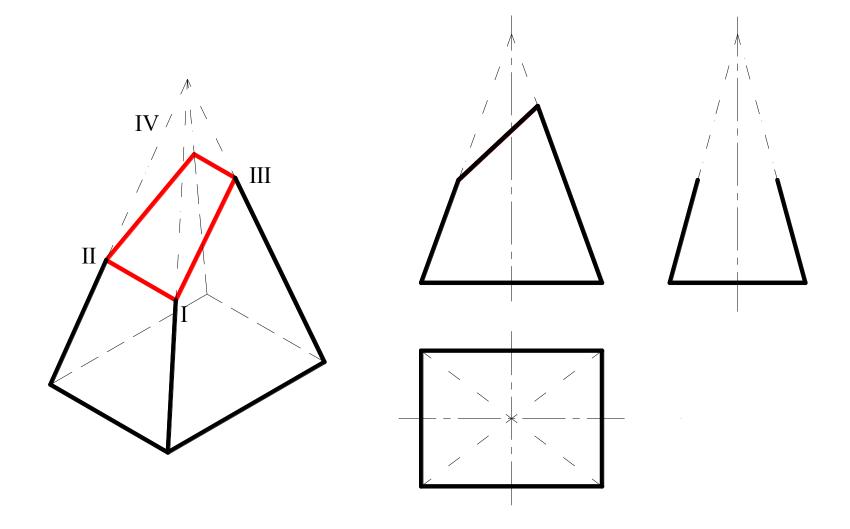
[例题7] 求八棱柱被平面P截切后的水平投影。



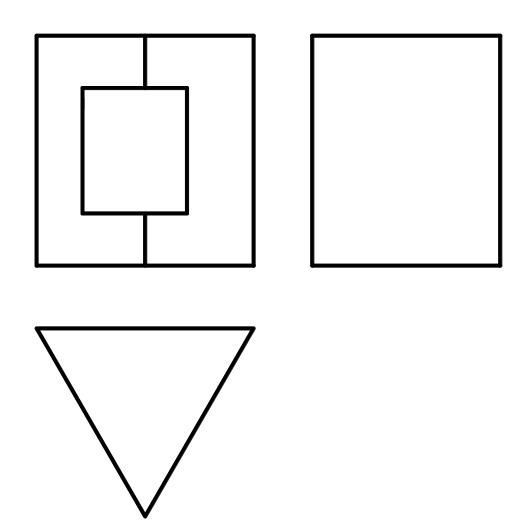
[例题7] 求八棱柱被平面P截切后的水平投影。



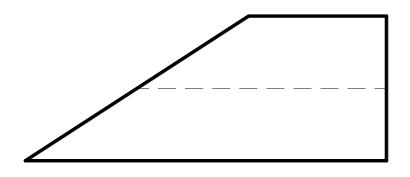
练习1: 补全四棱锥截切后的三面投影。

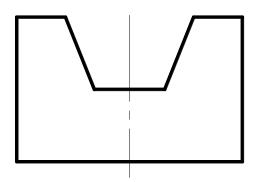


练习2:补全切割穿孔后平面立体的三面投影。

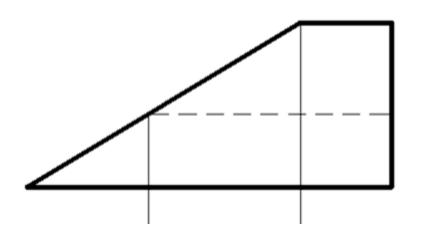


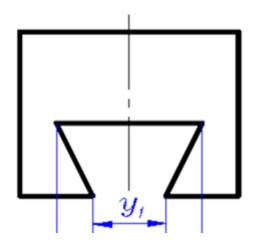
练习3:已知立体的V、W投影,试求其H投影。

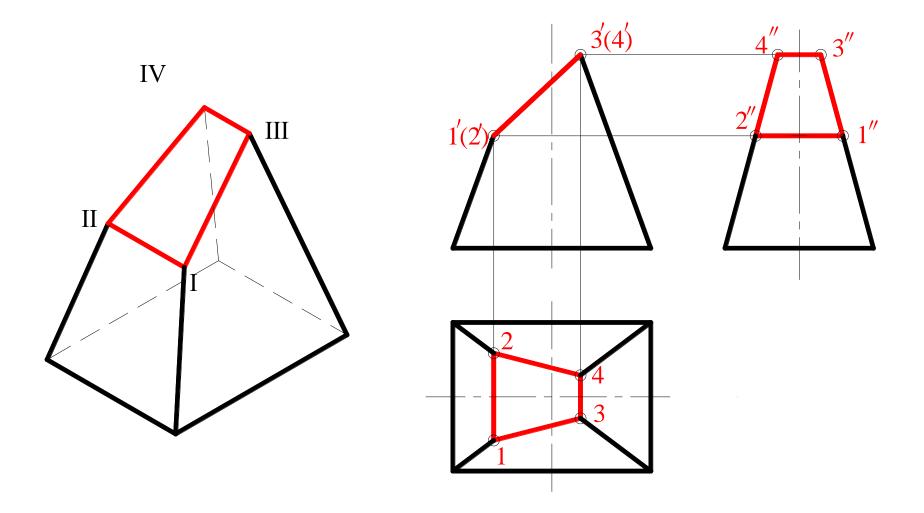




练习4:已知两面投影,求第三面投影。

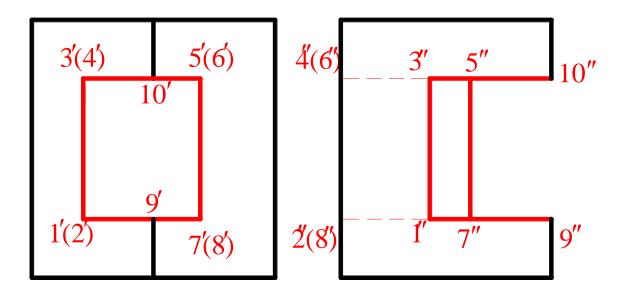


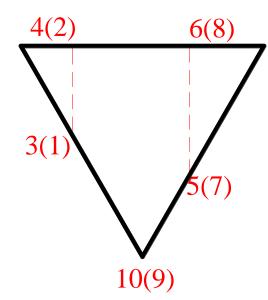


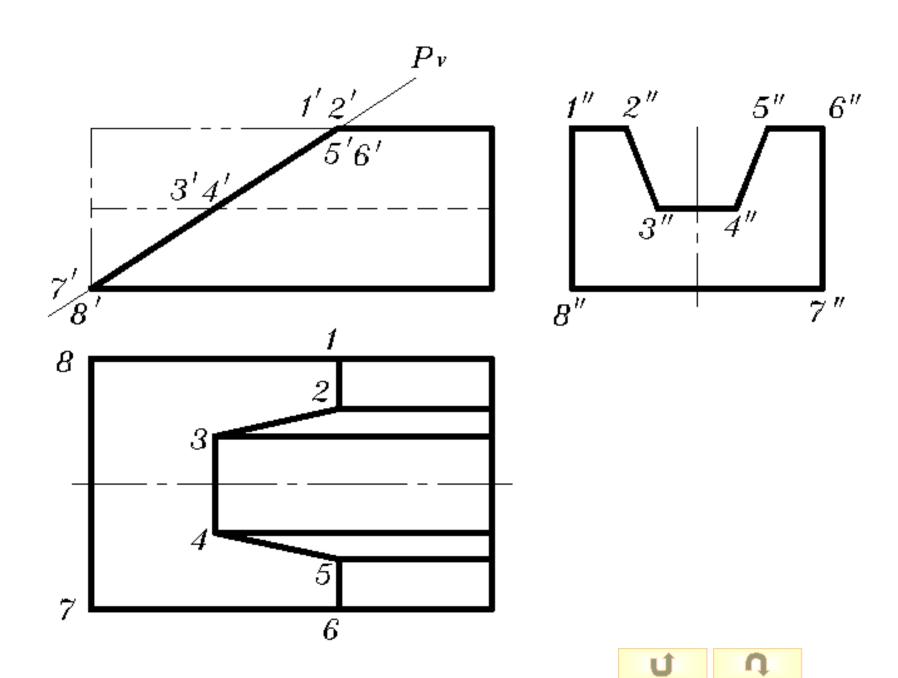


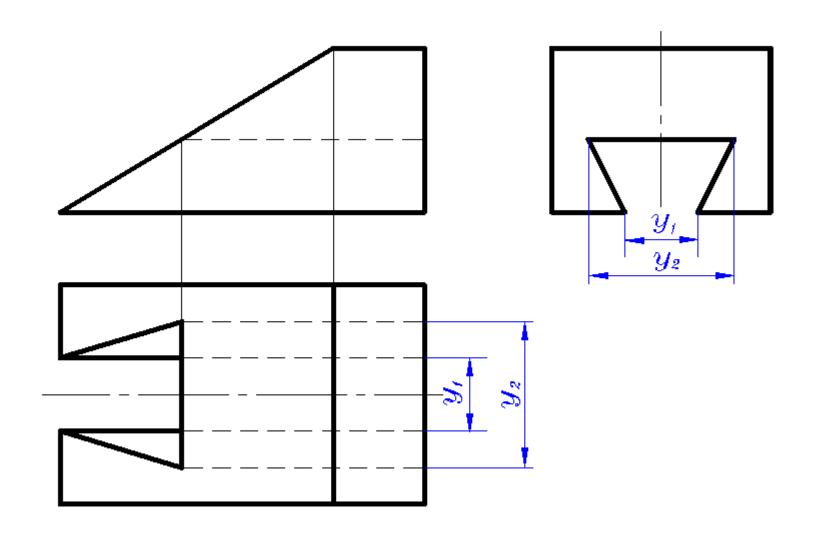








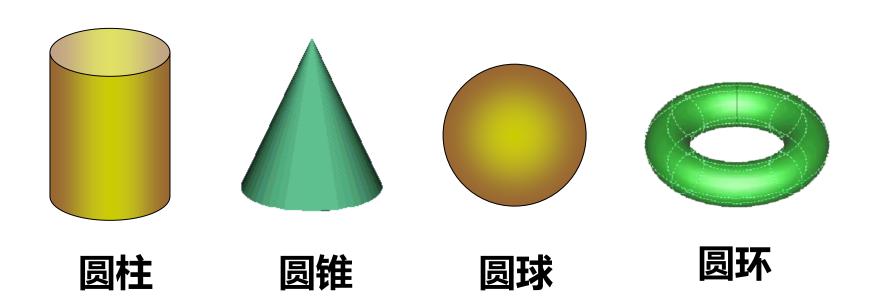




3.3 曲面立体

曲面立体: 所有表面都是由曲面或曲面和平面所围成的立体称为曲面立体。它们通常被称为回转体。

零件上常见的曲面立体有圆柱、圆锥、圆球、圆环。



Ú

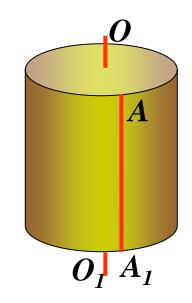
U

一、圆柱体

1. 圆柱体的组成

由圆柱面和上下两底面组成。

圆柱面是由直线AA₁绕与它平行的 轴线OO₁旋转而成。

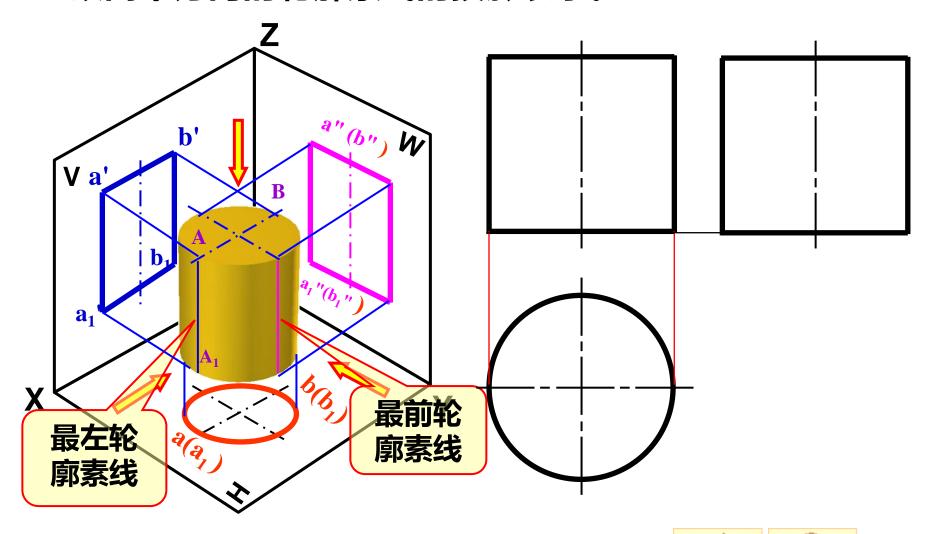


直线AA1称为母线。

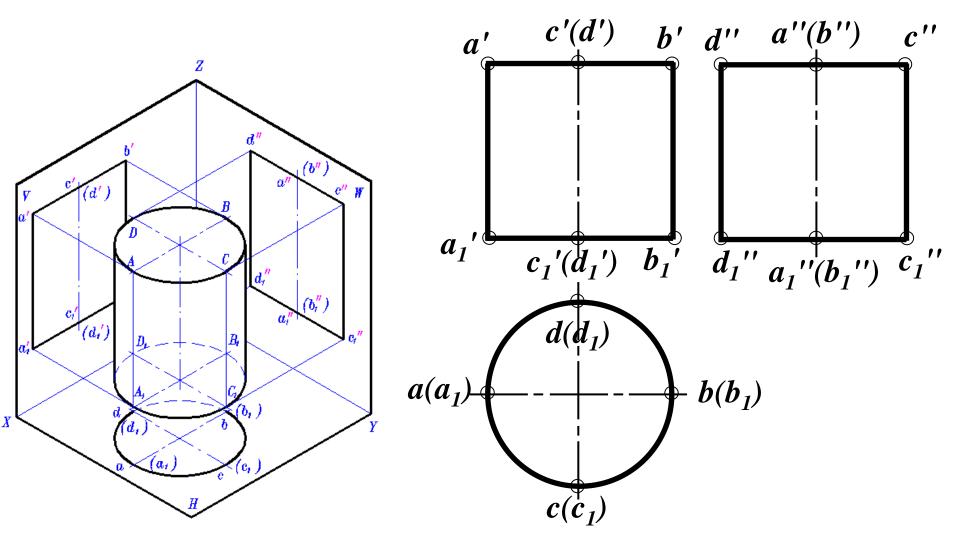
圆柱面上与轴线平行的任一直线称为圆柱 面的素线。

2. 圆柱体的投影

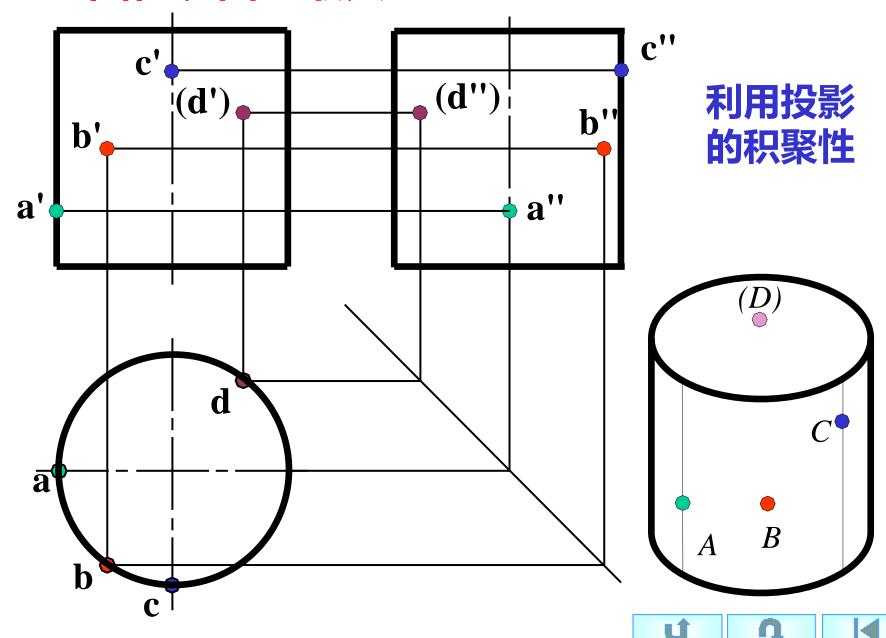
圆柱面的水平投影积聚成一个圆,另两个投影分别以两个方向的轮廓素线的投影表示。



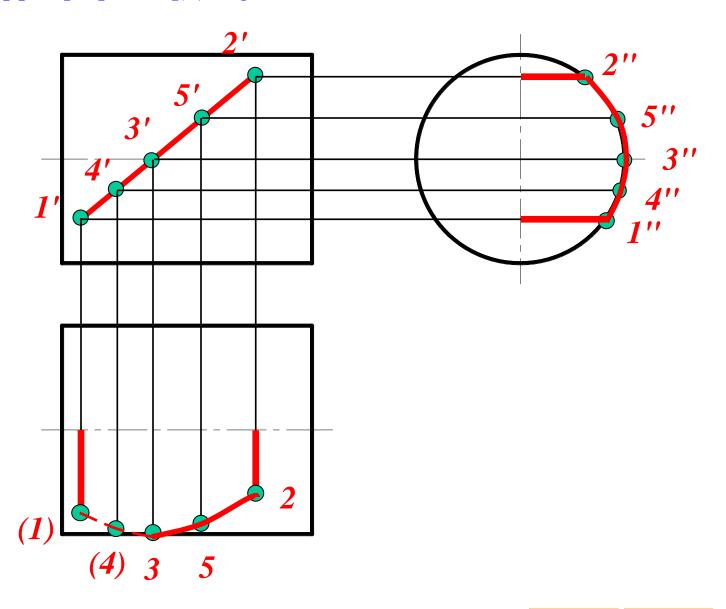
3. 圆柱面的(转向)轮廓线和可见性



4. 圆柱表面上取点



5. 圆柱面上取线



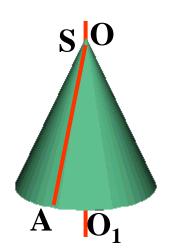
Ú

U

二、圆锥体

1. 圆锥体的组成

由圆锥面和底面组成。



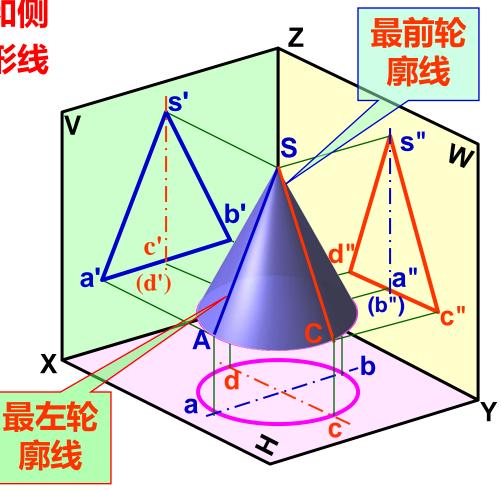
圆锥面是由直线SA绕与它相交的轴线OO₁旋转 而成。S称为锥顶,直线SA称为母线。圆锥面 上过锥顶的任一直线称为圆锥面的素线。

2. 圆锥的投影

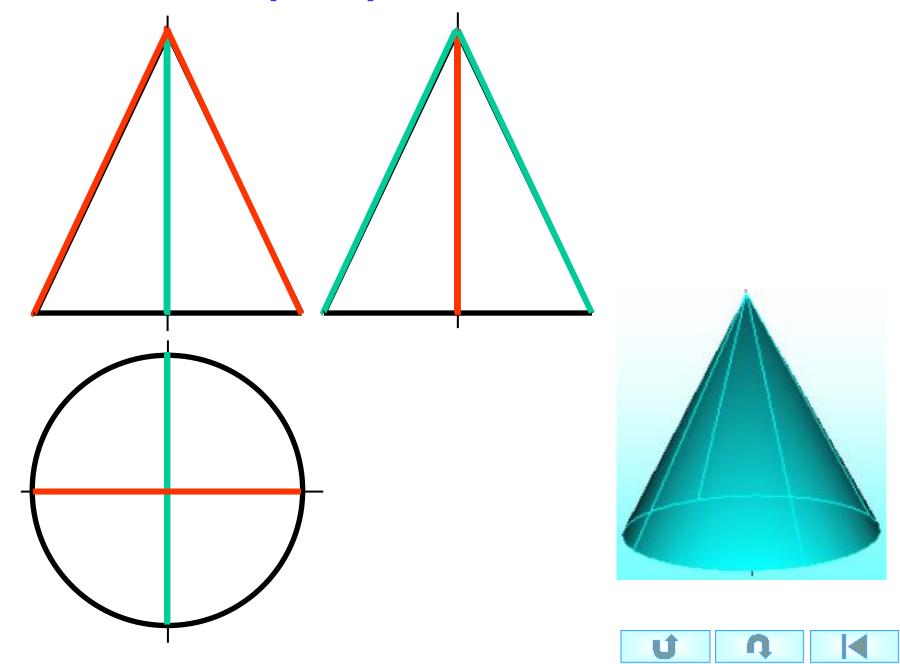
视图分析: 圆锥水平投影

是一个圆线框,正面投影和侧 面投影是两个全等的三角形线 框。

水平投影的圆线框, 反映圆锥底面的实形,同时也表示圆锥的投影。正面投影和侧面投影的等腰 三角形线框,其下边为圆锥底面的积聚性投影。

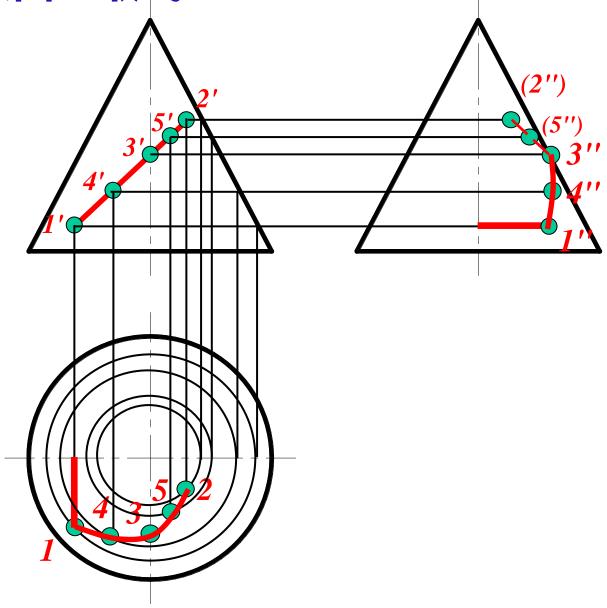


3. 圆锥面的 (转向) 轮廓线和可见性



4. 圆锥表面上取点 *(3')* (3")

5. 圆锥表面上取线

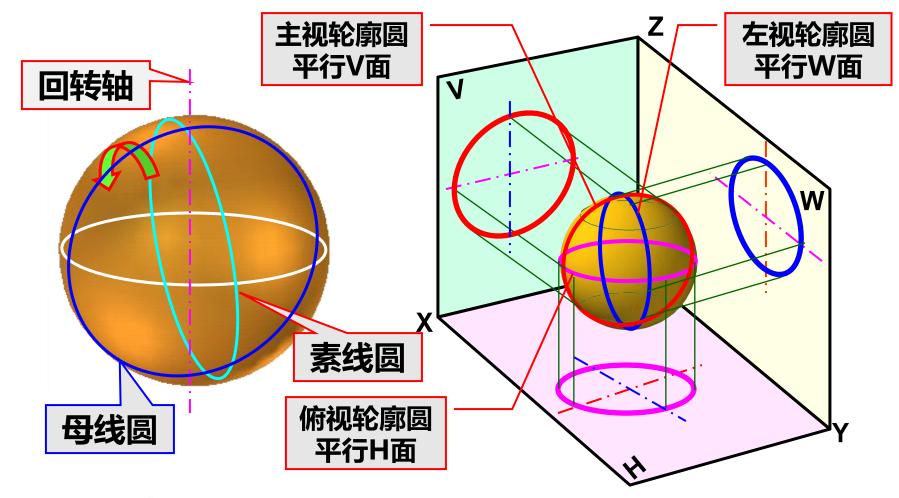


Ú

П

三、圆球

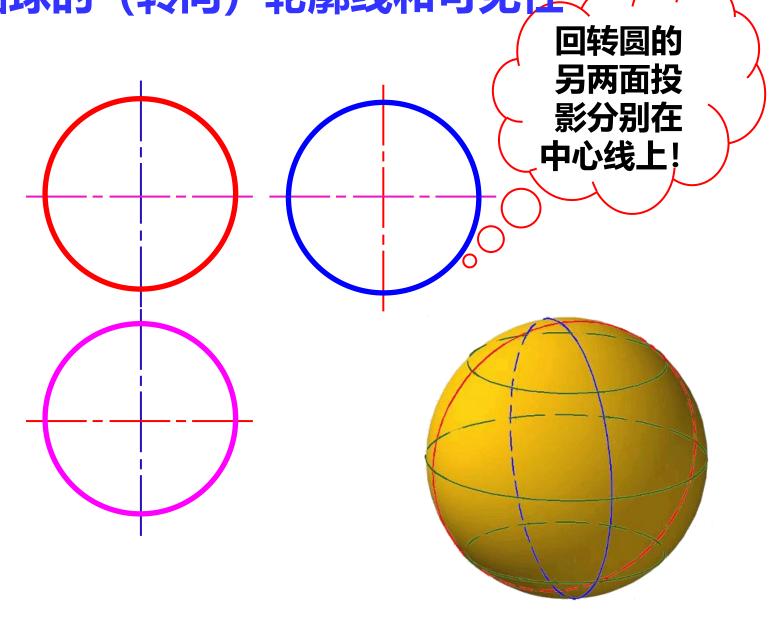
1. 圆球的形成:圆(母线)围绕直径回转而成。



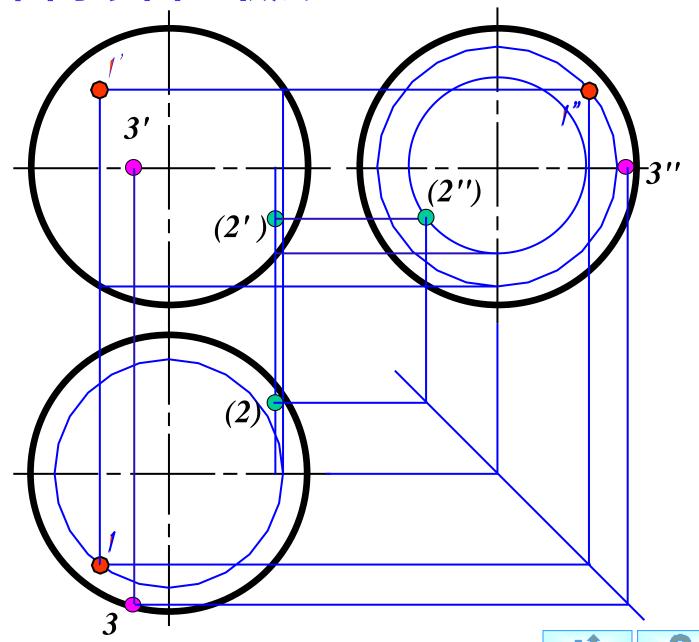
2. 圆球的投影: 三个投影分别为三个和圆球的直径相等的圆



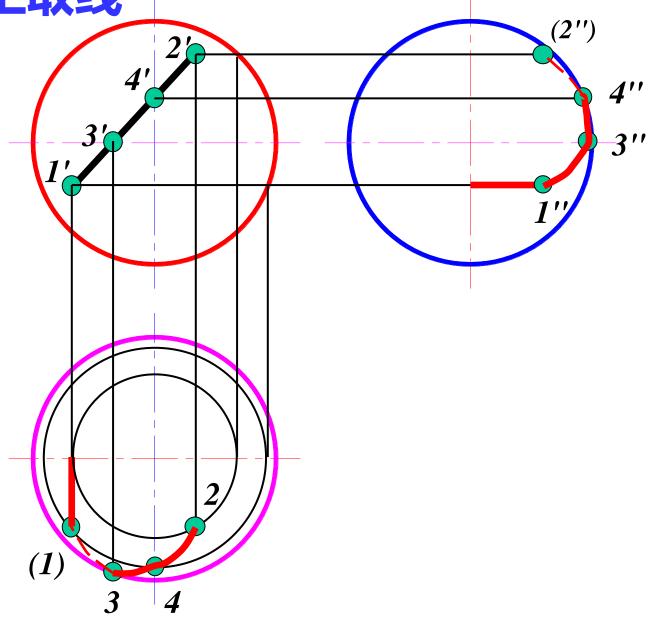
3. 圆球的(转向)轮廓线和可见性~



4. 圆球表面上取点



5. 圆球面上取线



Ú

U

3.4 平面与常用回转体相交

平面与圆柱相交

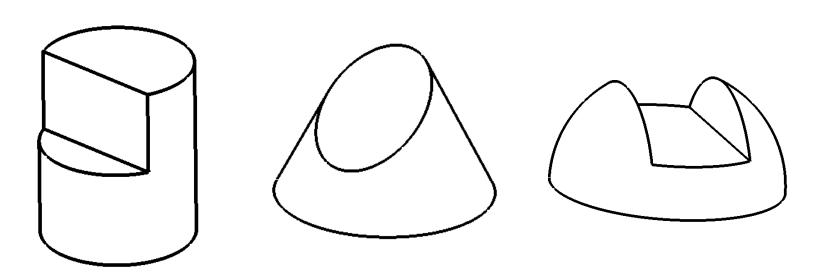
平面与圆锥相交

平面与圆球相交

平面与组合回转体相交

曲面立体截交线的性质

- 1. 曲面立体的截交线通常是封闭的平面曲线,或是由曲线和直线所围成的平面图形或多边形;
- 2. 曲面立体的截交线为曲面立体表面和截平面的共有线;
- 3. 曲面立体的截交线上的点为立体表面和截平面的共有点。



求截交线的方法步骤

1. 空间及投影分析

- ☆ 分析回转体的形状以及截平面与回转体轴线的相对位置 ,以便确定截交线的形状。
- ☆ 分析截平面与投影面的相对位置,明确截交线的投影特性,如积聚性、类似性等。找出截交线的已知投影,予见未知投影。

2. 画出截交线的投影

当截交线的投影为非圆曲线时,其作图步骤为:

- ☆ 先找特殊点, 补充一般点。
- ☆ 将各点光滑地连接起来,并判断截交线的可见性。

特殊点:对绘制曲线有影响的各种点,具体有:

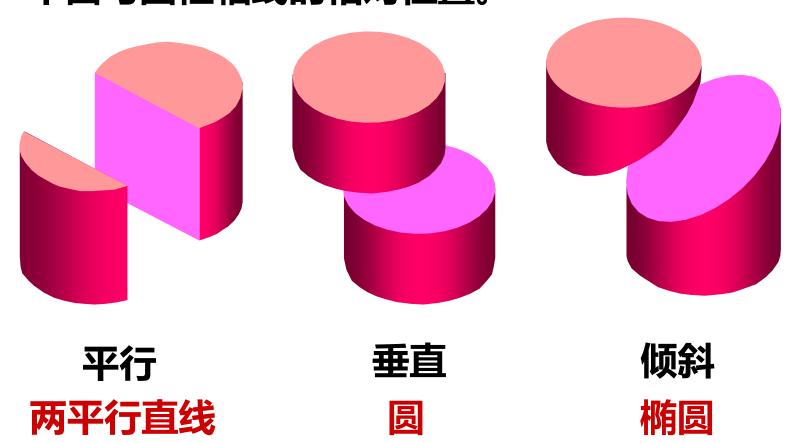
- 1. 极限点:确定曲线范围的最高、最低、最左、最右、最前、最后点。
- 2. 转向点: 曲线上位于曲面投影转向轮廓线上的点, 是区分可见与不可见的分界点。
- 3. 特征点: 曲线本身的特征点, 如椭圆长短轴上的四个端点。
- 4. 结合点:截交线由几部分组成时结合处的那些点。对于特殊点,根据现有知识凡是能求出来的都应求出。

一、平面与圆柱相交

- 1. 平面与圆柱相交所得截交线形状
- 2. 例题

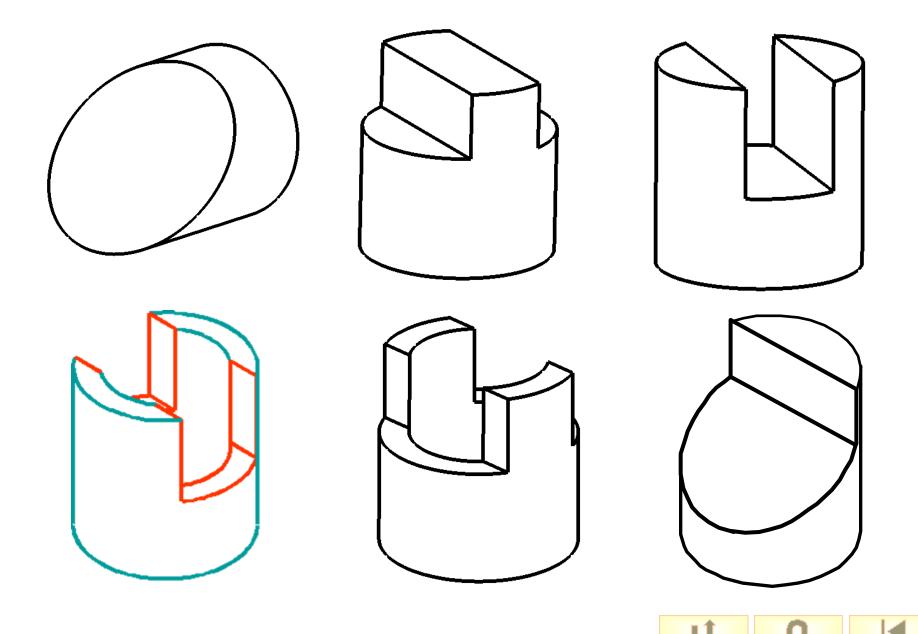
1. 平面与圆柱相交所得截交线形状

平面与圆柱面相交所得截交线的形状取决于截平面与圆柱轴线的相对位置。

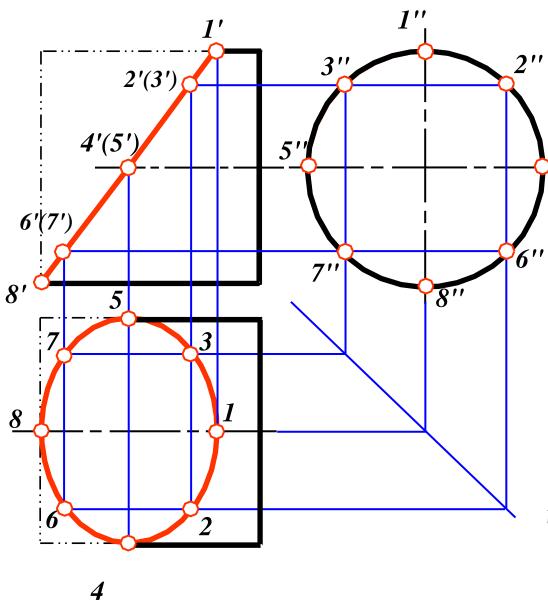


U

2. 例题

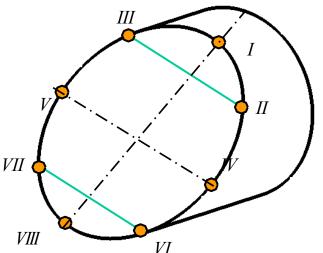


[例题1] 求圆柱截交线



解题步骤

- 1. 分析: 截平面为正垂面,所得截交线为椭圆,其侧面投影为圆, 水平投影为椭圆;
- 2. 求出截交线上的特殊点 *4''* Ⅰ、IV、 V、 Ⅷ;
 - 3. 求出若干个一般点 II、 II、 VI、VII;
 - 4. 光滑且顺次地连接各点,作 出截交线,并且判别可见性;
 - 5.整理轮廓线。

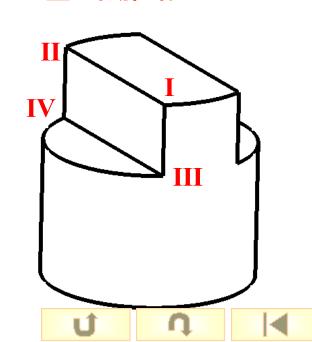


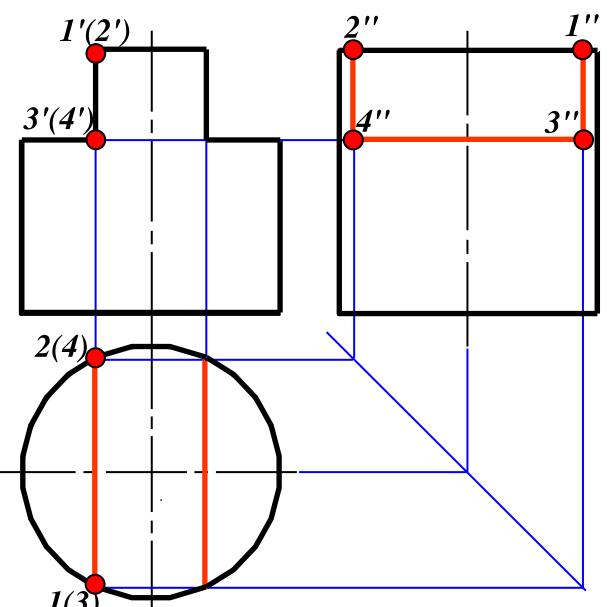
[例题2] 求圆柱截交线



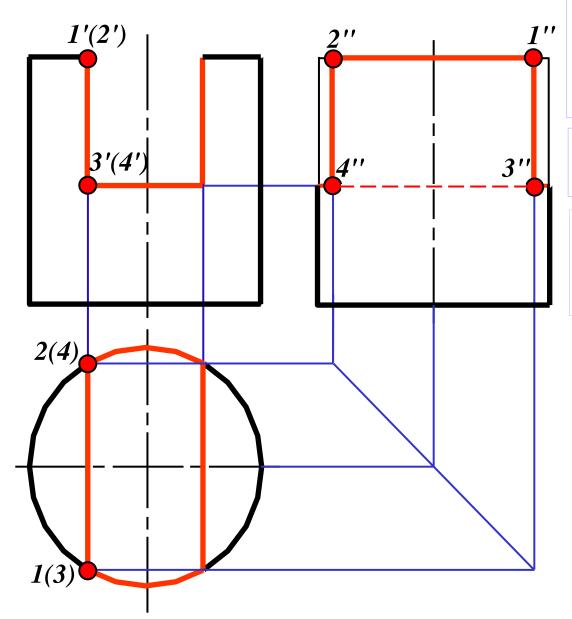


- 1. 分析: 截交线的水平投影为直线和部分圆,侧面投影为矩形;
- 2. 求出截交线上的特殊点 *I、Ⅲ、Ⅲ、Ⅳ*;
- 3. 顺次地连接各点,作出截交线并判别可见性;
- 4. 整理轮廓线。



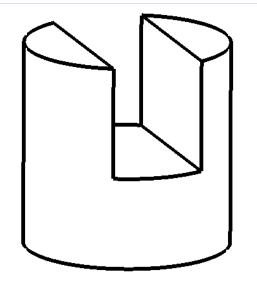


[例题3] 求圆柱截交线



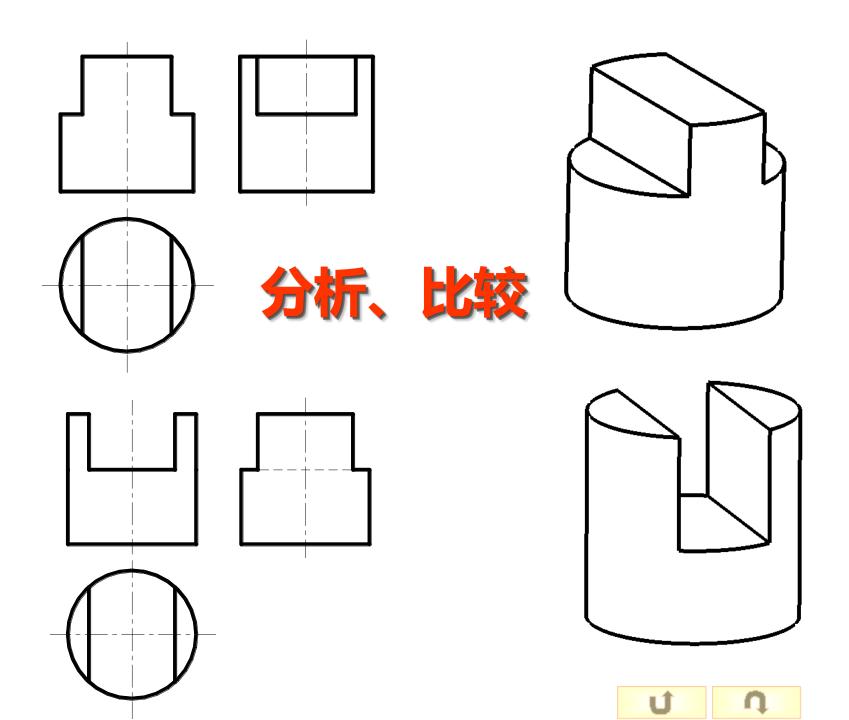
解题步骤

- 1. 分析: 截交线的水平投影 为直线和部分圆, 侧面投影 为矩形和两条线段;
- 3. 顺次地连接各点,作出截交线并判别可见性;
- 4. 整理轮廓线。

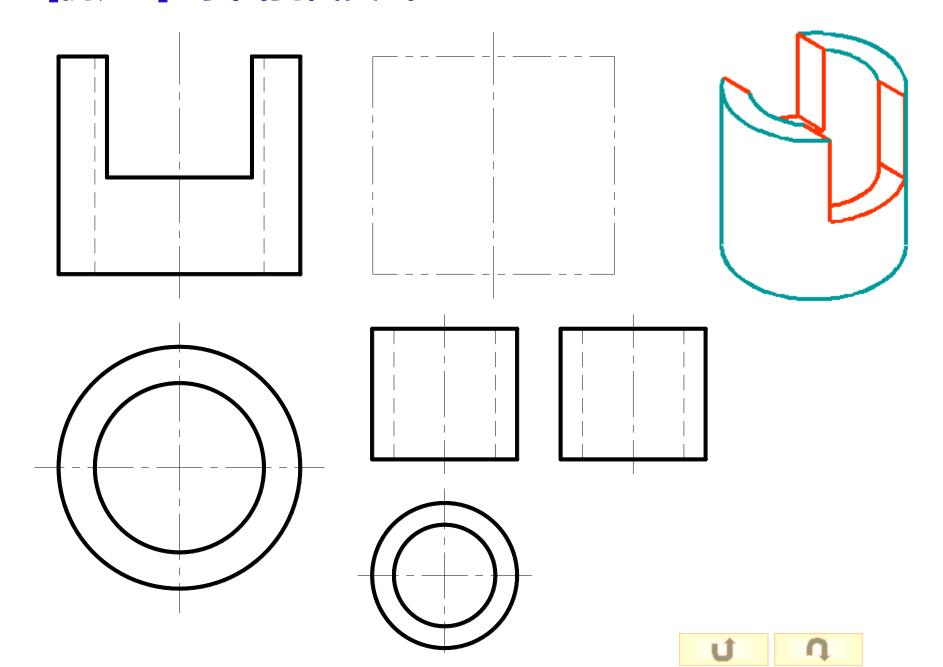




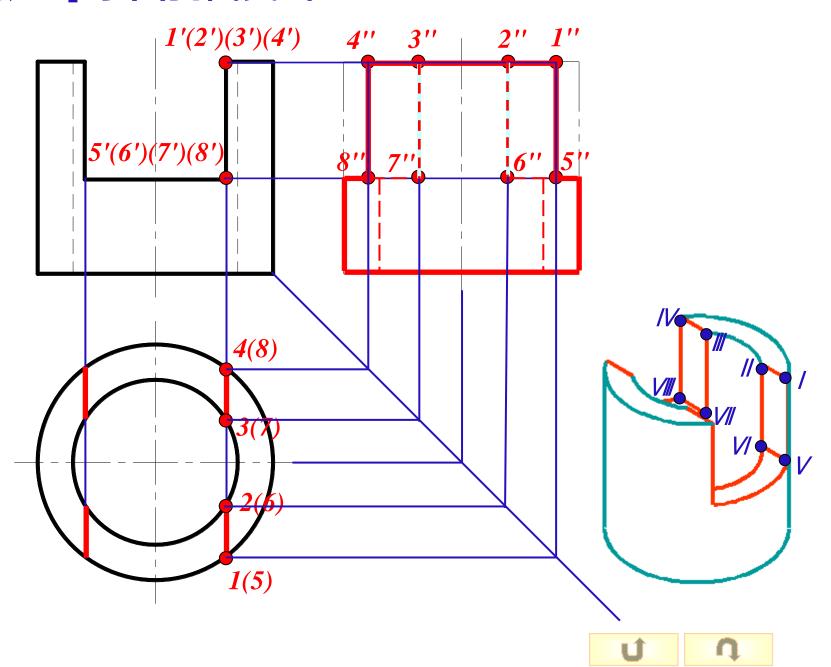




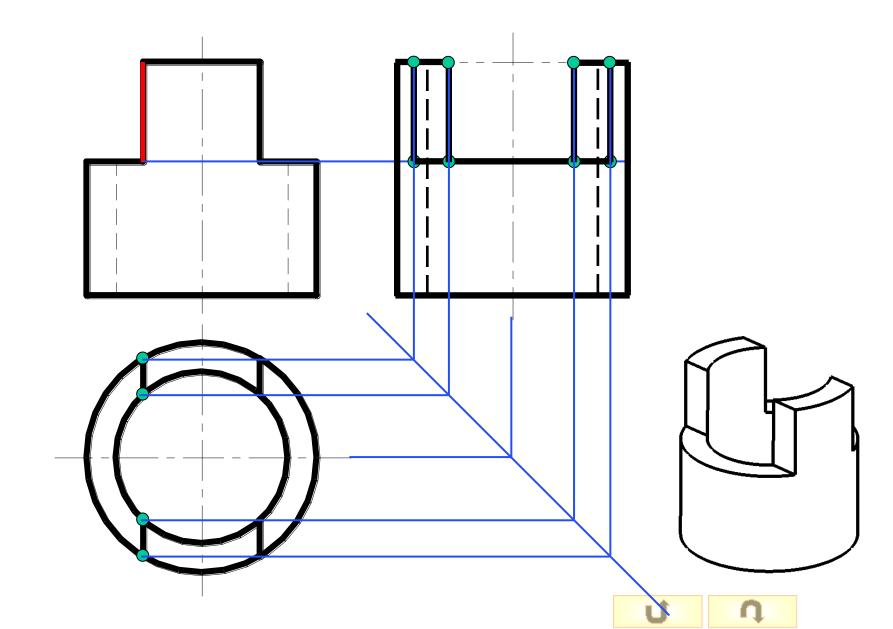
[例题4] 求圆孔截交线

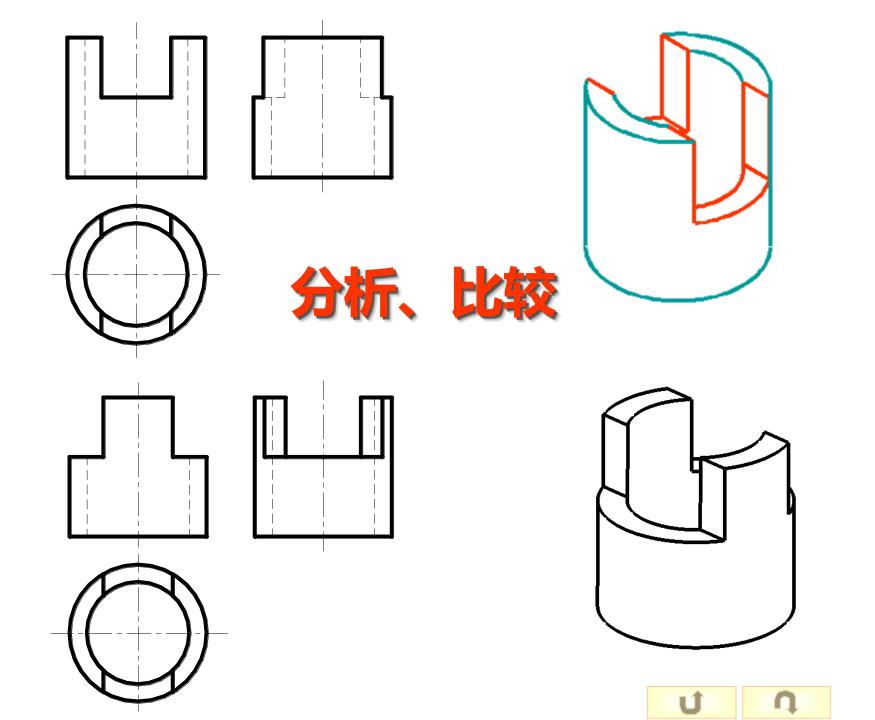


[例题4] 求圆孔截交线

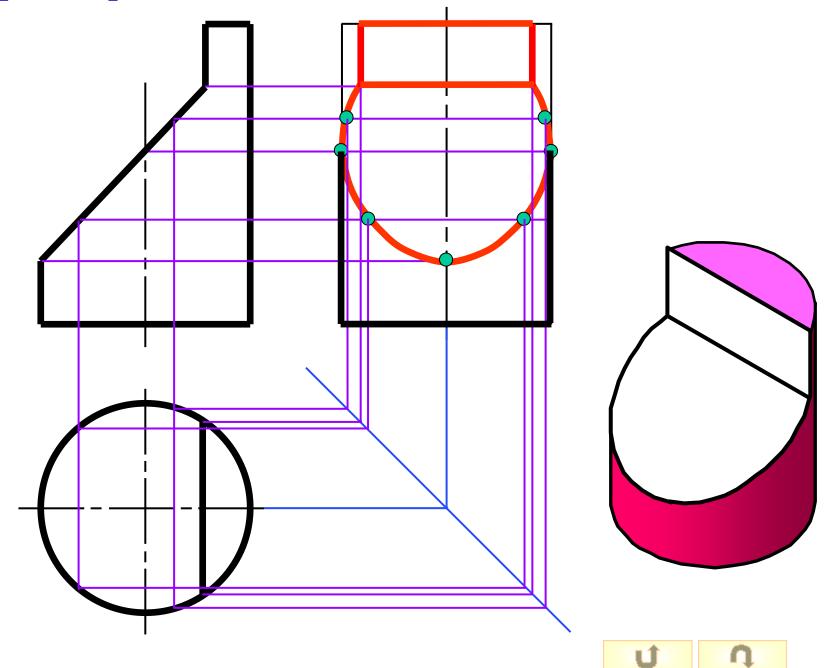


[例题5] 求圆筒截交线。

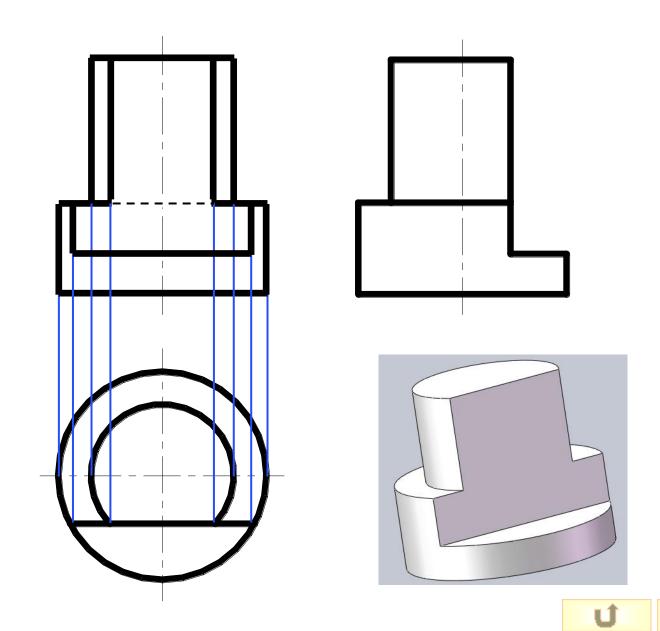




[例题6] 求圆柱切割后的侧面投影。



[例题7] 求阶梯圆柱截交线。



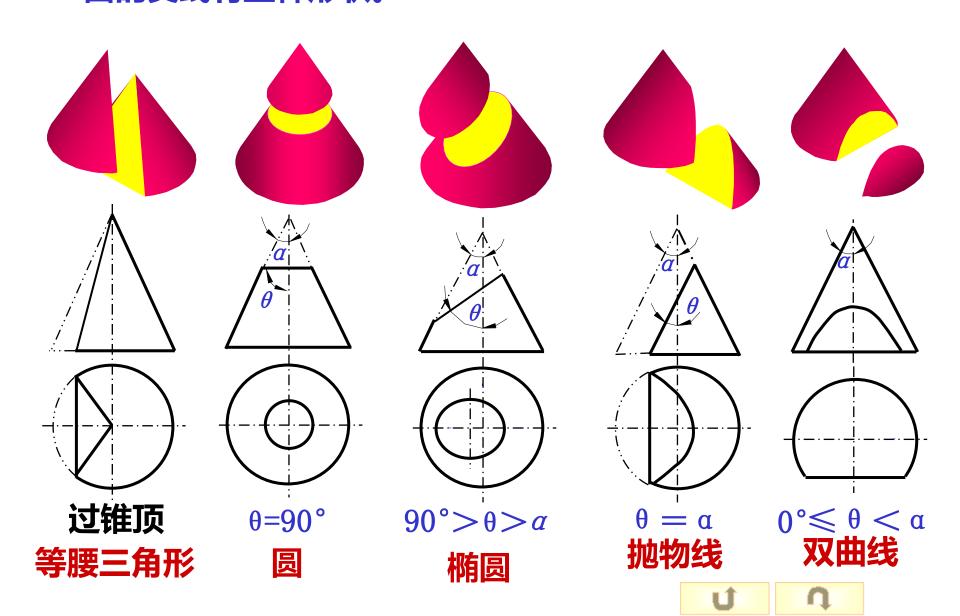
二、平面与圆锥相交

- 1. 平面与圆锥相交所得截交线形状
- 2. 例题

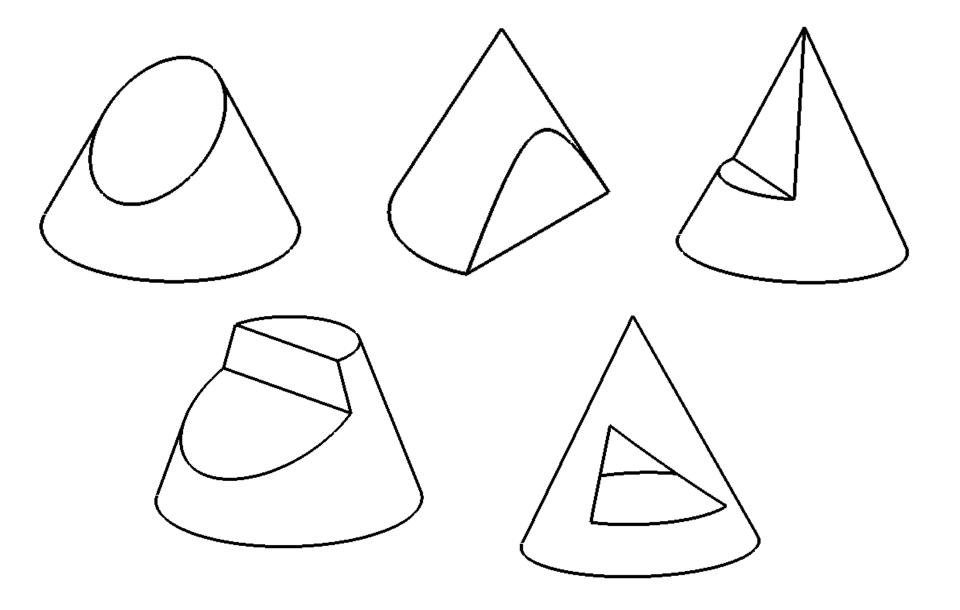
1. 平面与圆锥相交所得截交线形状



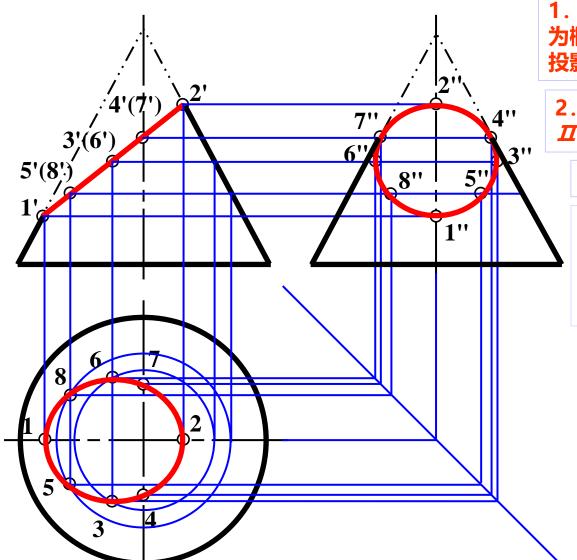
根据截平面与圆锥轴线的相对位置不同,截平面与圆锥面的交线有五种形状。



2. 例题

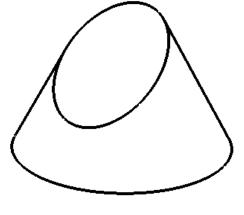


[例题1] 求圆锥截交线

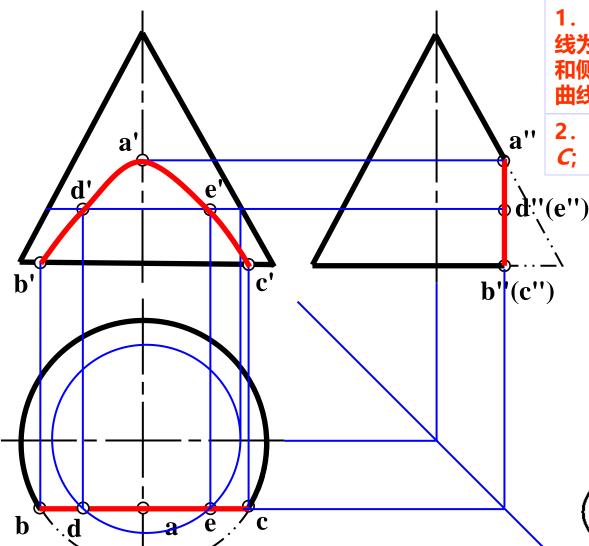


解题步骤

- 1. 分析 截平面为正垂面,截交线 为椭圆;截交线的水平投影和侧面 投影均为椭圆;
- - 3. 求出一般点 V、IX;
 - 4. 光滑且顺次地连接各点,作出截交线,并且判别可见性;
 - 5. 整理轮廓线。

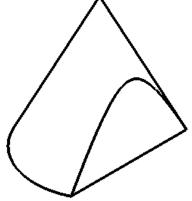


[例题2] 求圆锥截交线



解题步骤

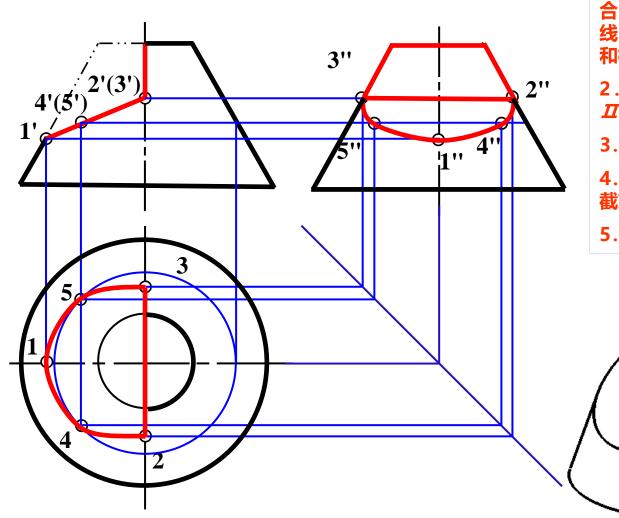
- 1. 分析 截平面为正平面,截交 线为双曲线;截交线的水平投影 和侧面投影已知,正面投影为双 曲线并反映实形;
- 2. 求出截交线上的特殊点*A、B、 C*:
 - 3. 求出一般点*D、E*;
 - 4. 光滑且顺次地连接各点,作出截交线,并且判别可见性;
 - 5. 整理轮廓线。



Ú

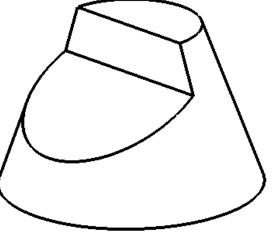
U

[例题3] 求圆锥截交线

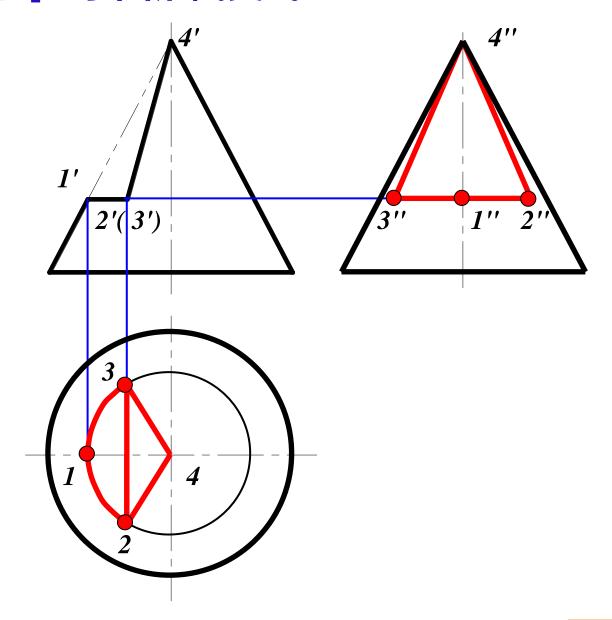


解题步骤

- 1. 分析 截平面为正垂面侧平面 ,截交线为部分椭圆和梯形的组 合; 其水平投影为部分椭圆和直 线的组合, 侧面投影为部分椭圆 和梯形的组合;
- 2. 求出截交线上的特殊点 *I*、 *I*、 *I* ;
- 3. 出一般点 IV、 V;
- 4. 光滑且顺次地连接各点,作出截交线,并且判别可见性;
- 5. 整理轮廓线。



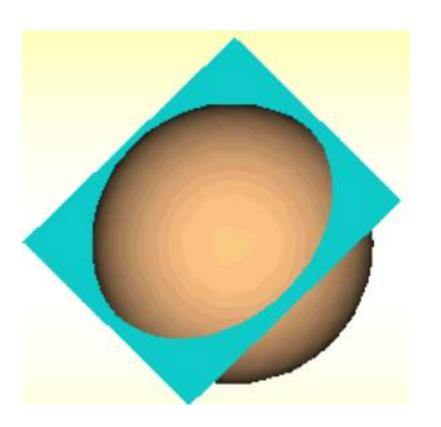
[例题4] 求圆锥截交线



三、平面与圆球相交

- 1. 平面与圆球相交所得截交线形状
- 2. 例题

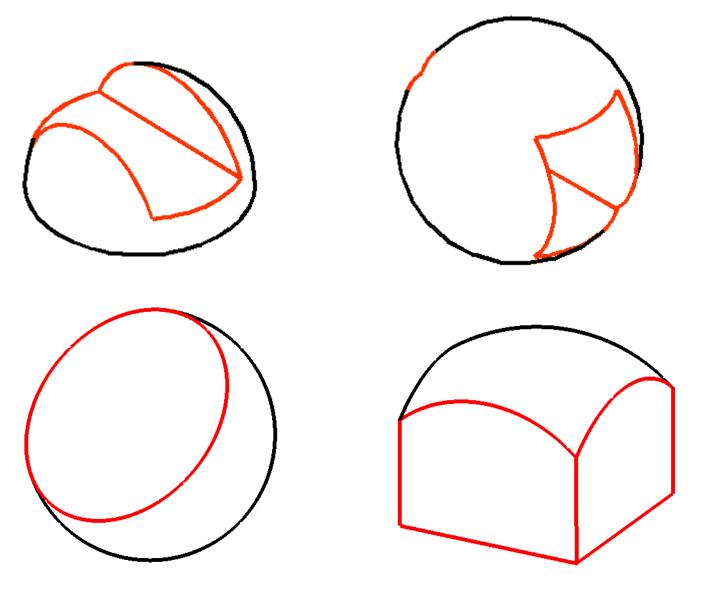
1. 平面与圆球相交所得截交线形状







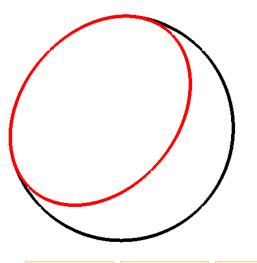
2. 例题



[例题1] 求圆球截交线 3'(4') 5'(6') 6" Ĭ*1''*

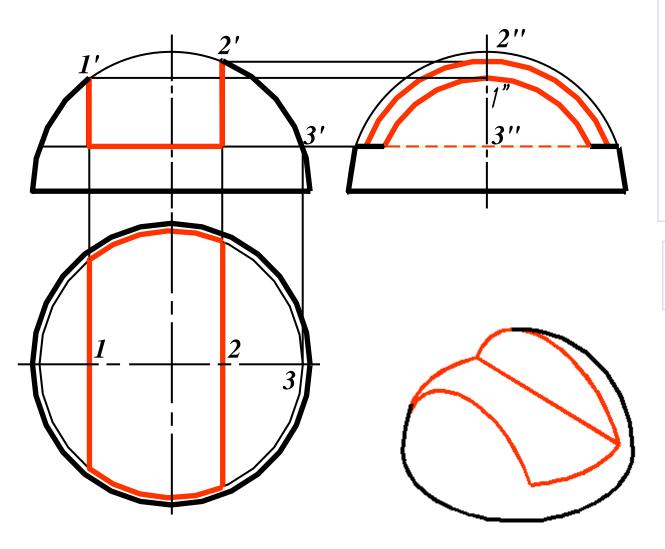
解题步骤

- 1. 分析 截平面为正垂面,截交 线为圆;截交线的水平投影和侧 面投影均为椭圆;
 - 2. 求出截交线上的特殊点 I、 四、四、IV、V、VI、VI、VII()
 - 3. 光滑且顺次地连接各点,作出截交线,并且判别可见性;
 - 4. 整理轮廓线。





[例题2] 求圆球截交线



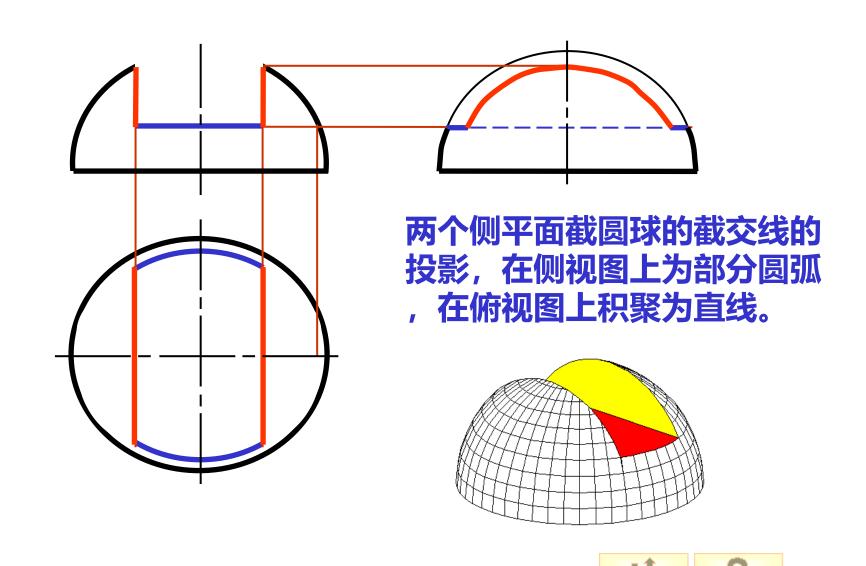
解题步骤

- 1. 分析 截平面为两个侧平面和一个水平面,截交线为圆弧和直线的组合;截交线的水平投影和侧面投影均为圆弧和直线的组合;
- 2. 求出截交线上的特殊点 *I*、 *II*;
- 3. 求出各段圆弧;
- 4. 判别可见性,整理轮廓线。

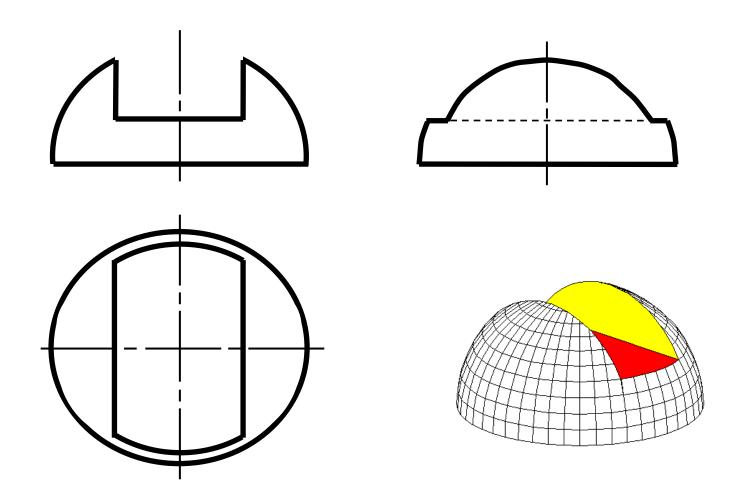




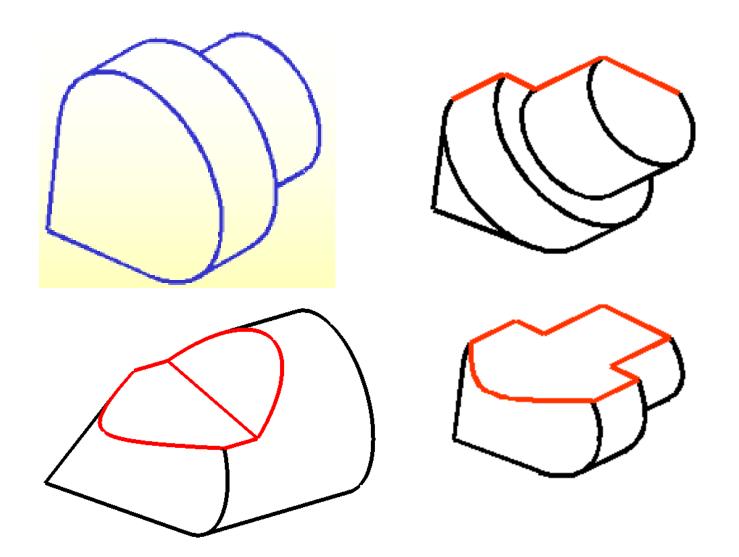
[例题3] 求半球体截切后的水平和侧面投影。



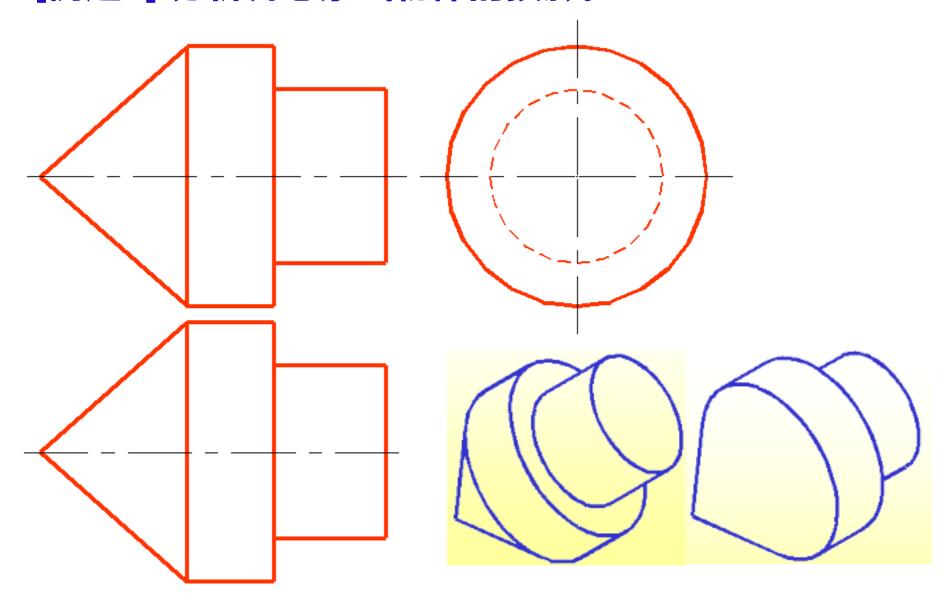
[例题3] 求半球体截切后的水平和侧面投影。



四、平面与组合回转体相交

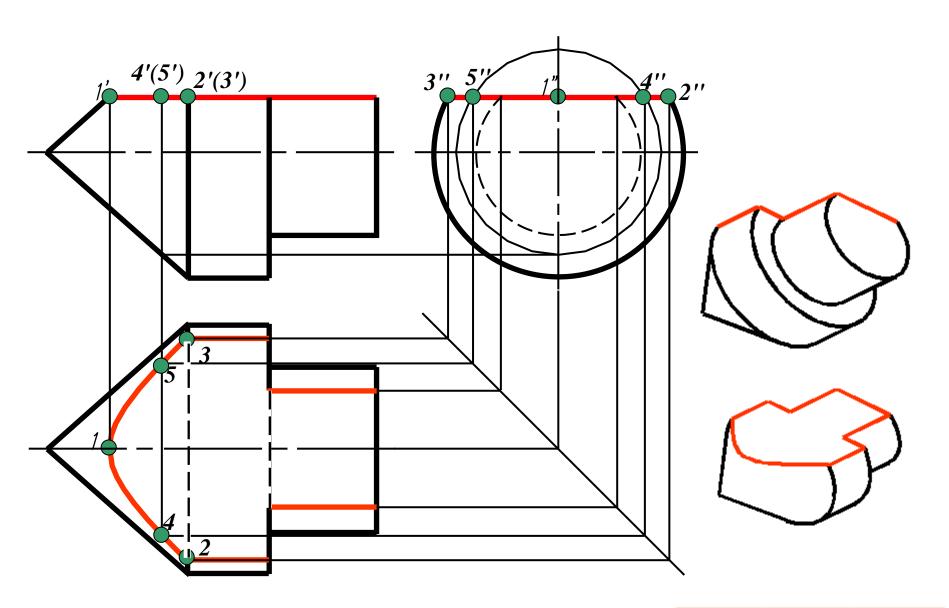


[例题1] 分析并想象出物体的投影。

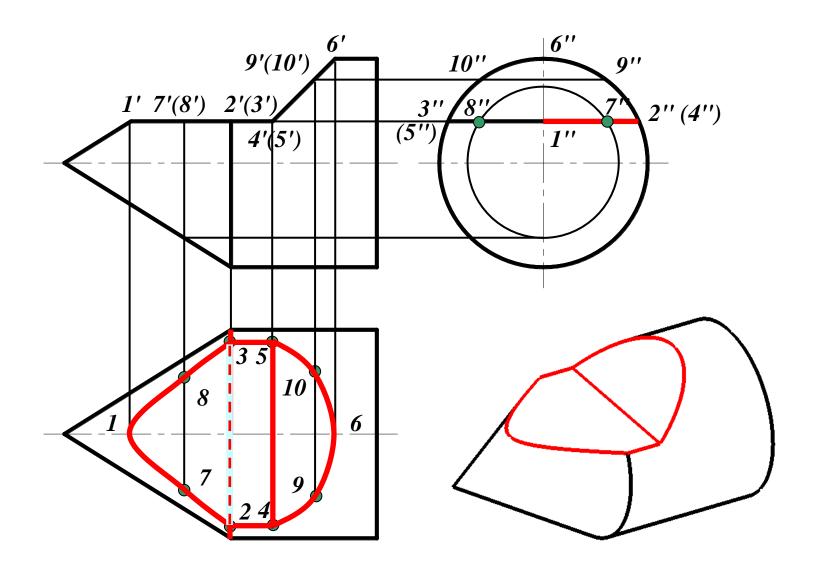


U U

[例题2] 求出物体切割后的投影



[例题3] 求顶针截交线的水平投影。



Ú

U

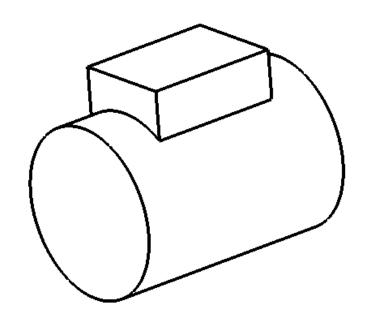
3.5 两立体表面相交

基本要求

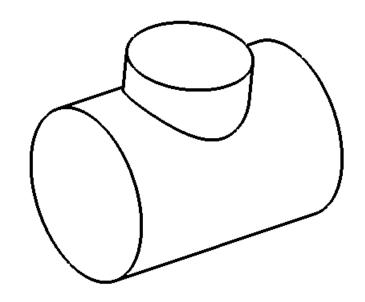
- 1. 掌握平面立体与曲面立体相贯线的性质与求法
- 2. 掌握两曲面立体相贯线的性质与求法
- 3. 掌握相贯线可见性的判别方法
- 4. 掌握相贯线的特殊情况和作图

两立体相交叫作相贯,其表面产生的交线叫做<mark>相贯</mark> 线。

1. 相贯的形式



平面立体与曲 面立体相贯

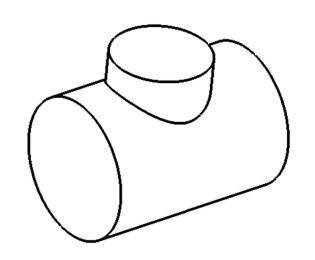


两曲面立体相贯

2. 相贯线的主要性质

分界性

相贯线是两立体表面的分界线。



封闭性

相贯线一般是封闭的空间折线 (通常由直线和曲线组成) 或空间曲线。

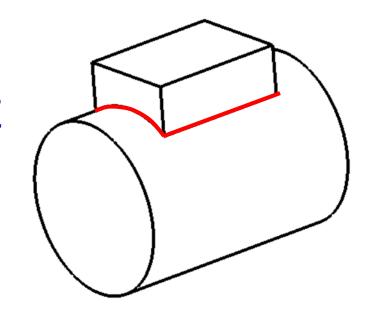
共有性

相贯线是两立体表面的共有线。

一、平面立体与曲面立体相交

1. 相贯线的性质

相贯线是由若干段平面曲线(或直线)所组成的空间折线,每一段折 线是平面立体的棱面与曲面立体表 面的交线。

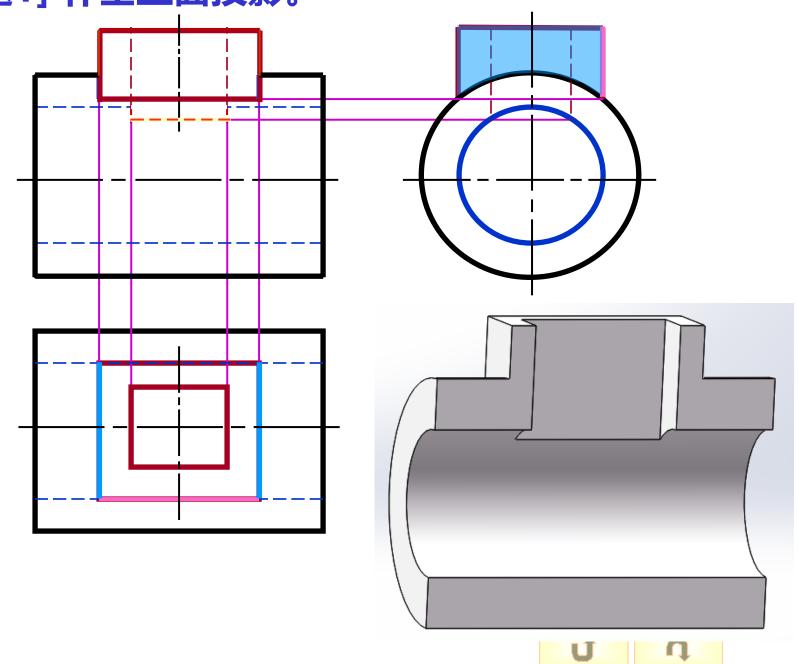


2. 作图方法

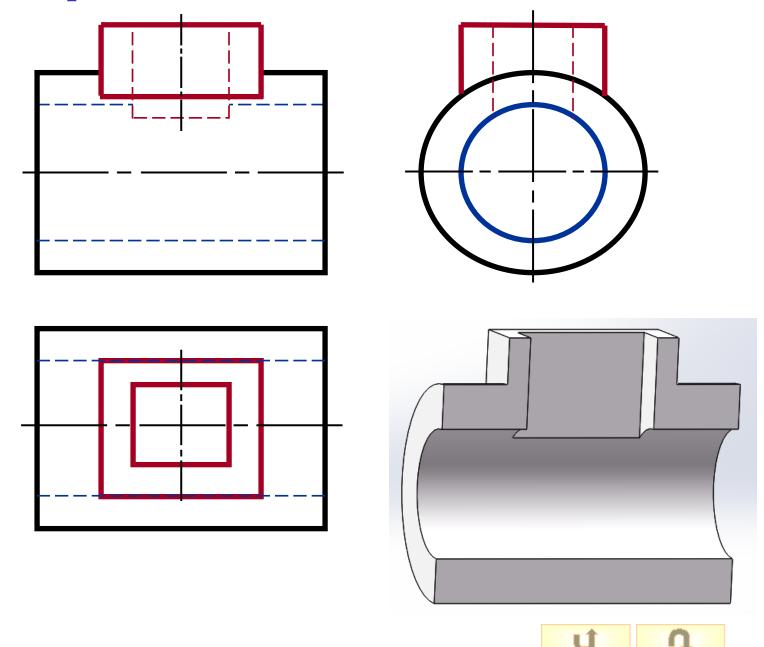
求交线的实质是求各棱面与曲面立体回转面的截交线。

- 分析各棱面与曲面立体表面的相对位置,从而确定交线的形状。
- 求出各棱面与曲面立体表面的截交线。
- 连接各段交线,并判断可见性。

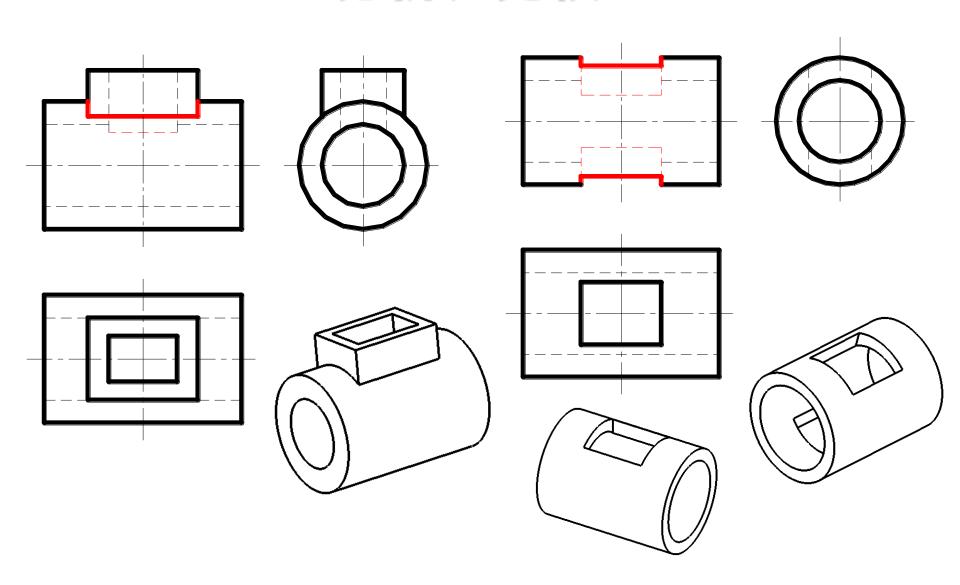
[例题1] 补全正面投影。



[例题1] 补全正面投影。



分析、比较

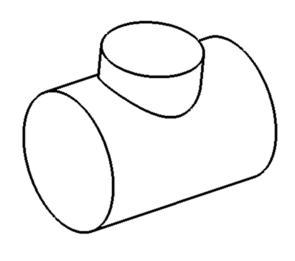


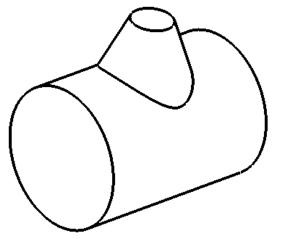
Ú

U

二、曲面立体与曲面立体相交

- 1. 相贯线的性质
- 2. 求相贯线的一般步骤
- 3. 两圆柱相贯的三种基本形式
- 4. 相贯线的变化趋势
- 5. 相贯线的特殊情况

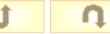




1. 相贯线的性质

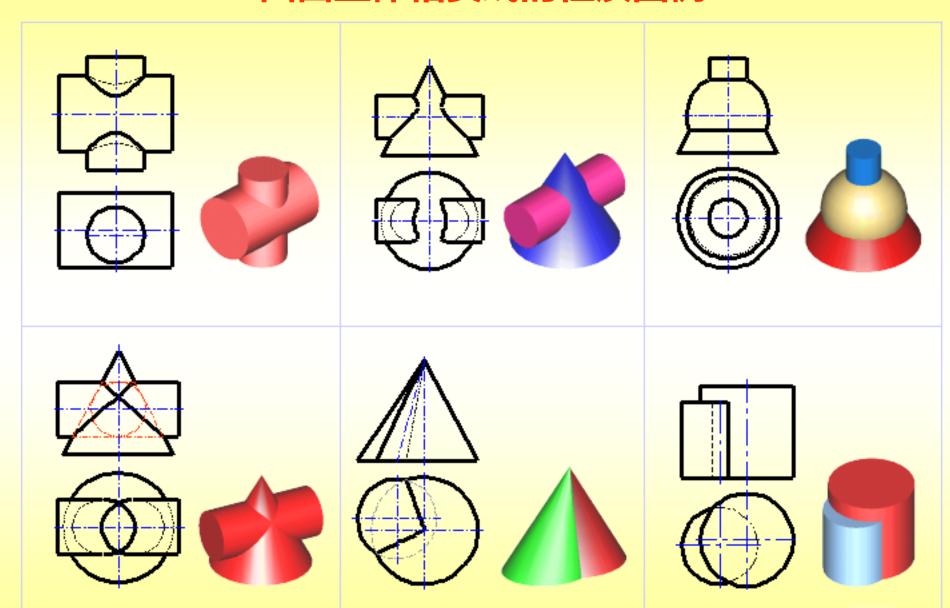
- (1) 相贯线是两曲面立体表面的共有线,相贯线上的点是两曲面立体表面的共有点。
- (2) 不同的立体以及不同的相贯位置、相贯线的形状不同。两曲面立体相贯,相贯线一般是封闭的空间曲线,特殊情况下为平面曲线或直线。

图例



曲面立体相贯线的性质图例



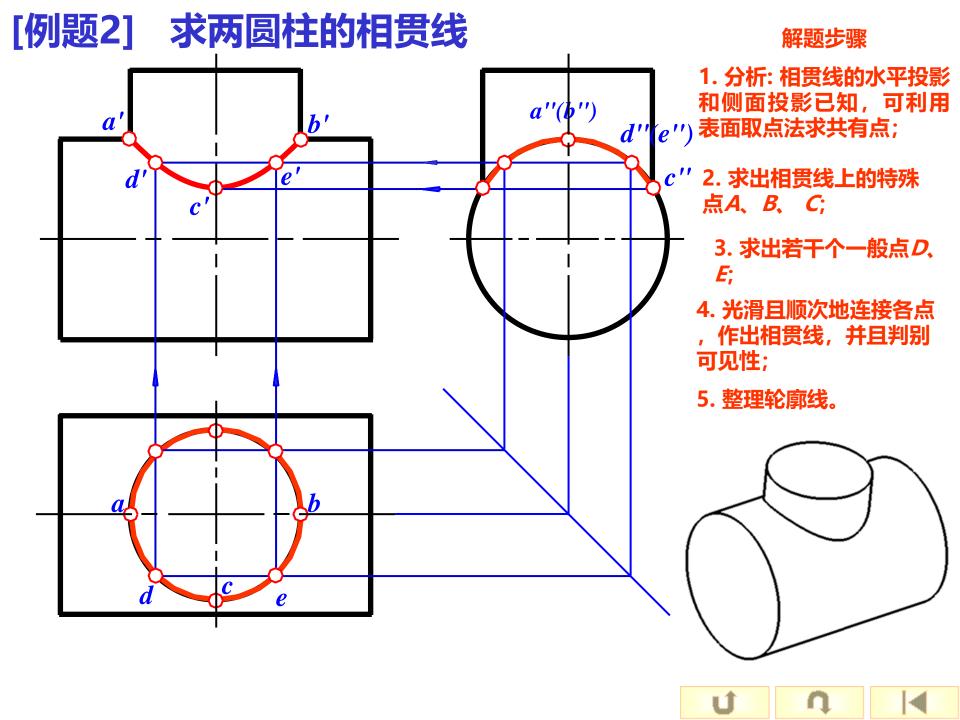


Ú



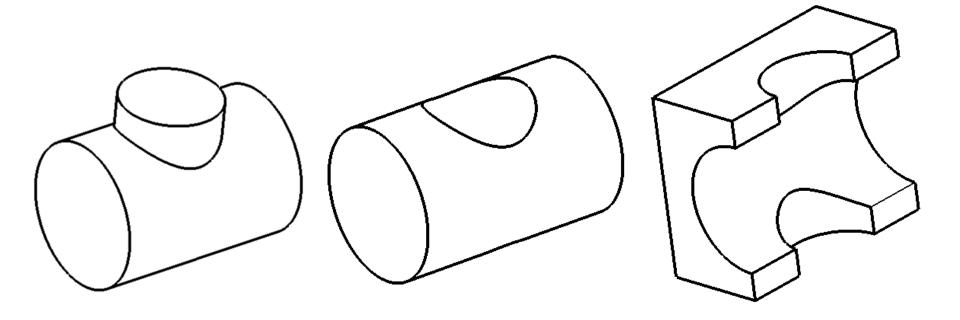
2. 求相贯线的一般步骤

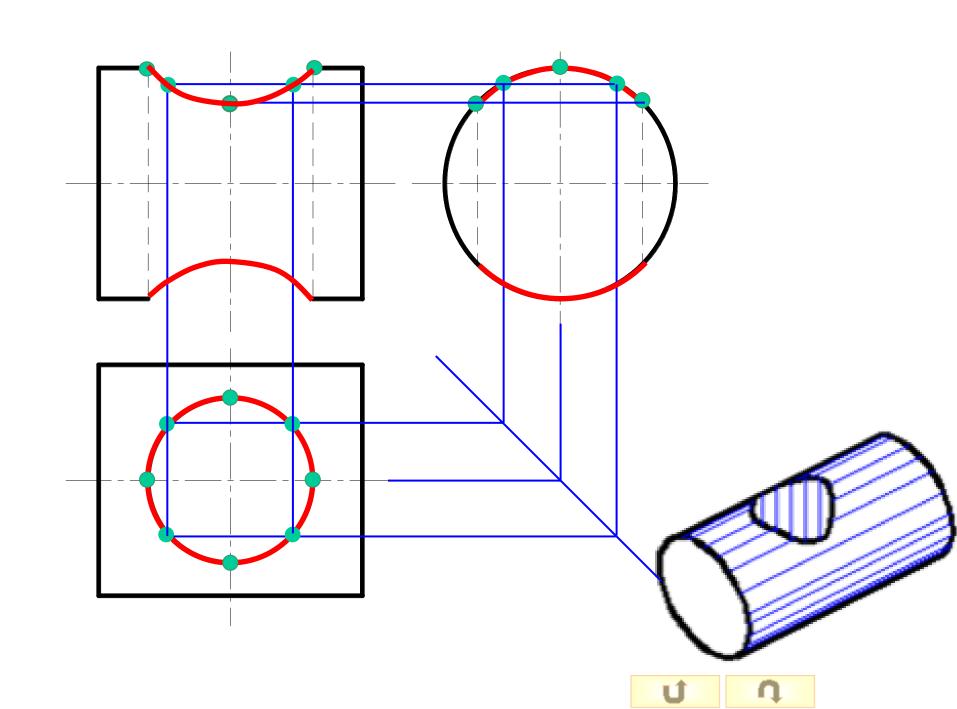
- (1) 分析:分析相贯线的形状;分析两曲面立体对投影面的相对位置,两曲面立体的投影是否有积聚性,哪个投影有积聚性;分析相贯线的哪个投影是已知的,哪个投影是未知的。
- (2) 求作相贯线上的特殊点。
- (3) 根据需要求出若干个一般点。
- (4) 光滑且顺次地连接各点,作出相贯线,并判别可见性。
- (5) 整理轮廓线。

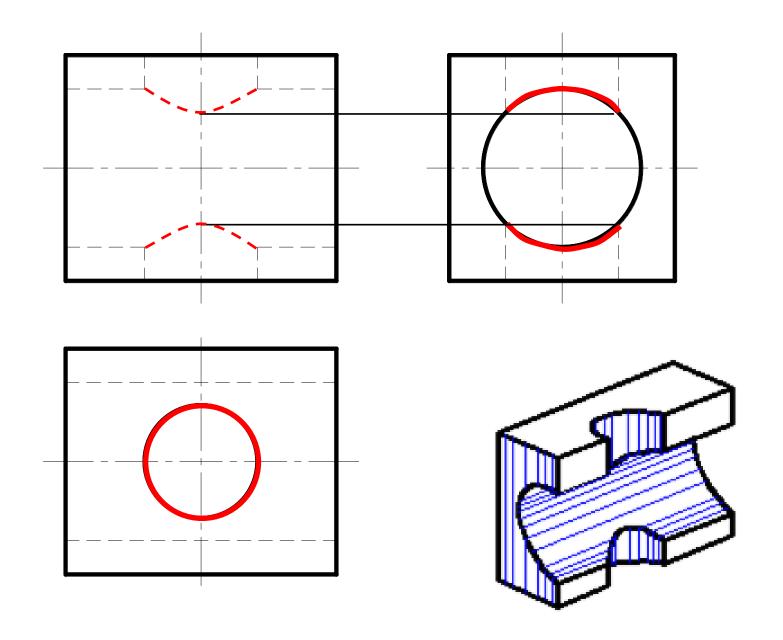


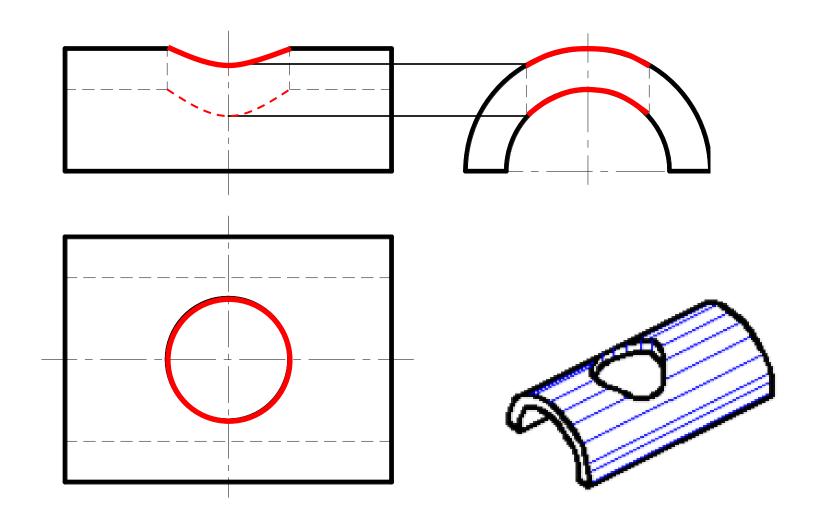
3. 两圆柱相贯的三种基本形式

- (1) 两外表面相交;
- (2) 外表面与内表面相交;
- (3) 两内表面相交。







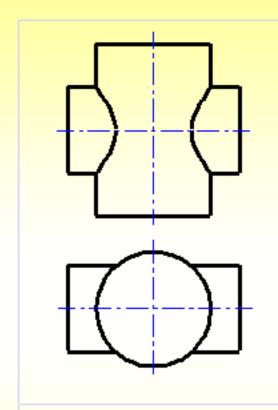


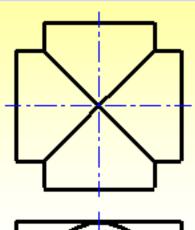
4. 相贯线的变化趋势

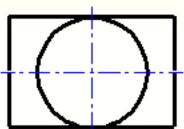
- (1) 两圆柱相贯线的变化趋势
- (2) 圆柱与圆锥相贯线的变化趋势

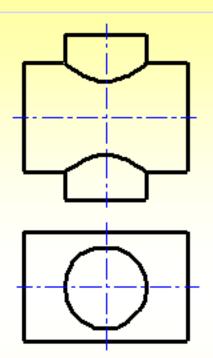
两圆柱相贯线的变化趋势



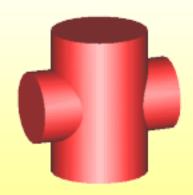




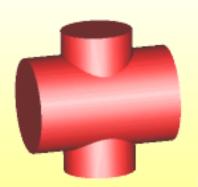




相贯线向大圆柱轴线弯曲



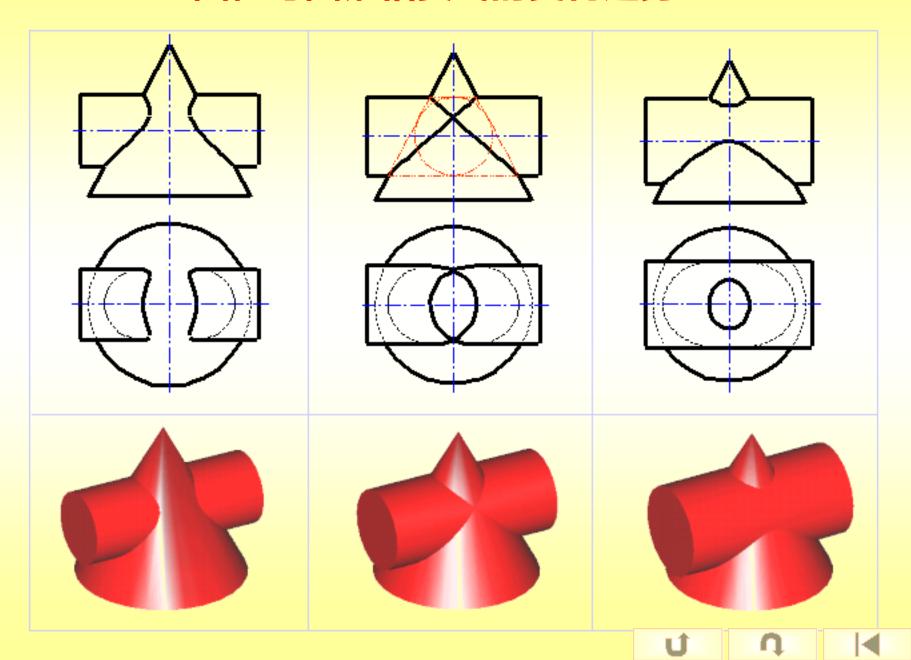






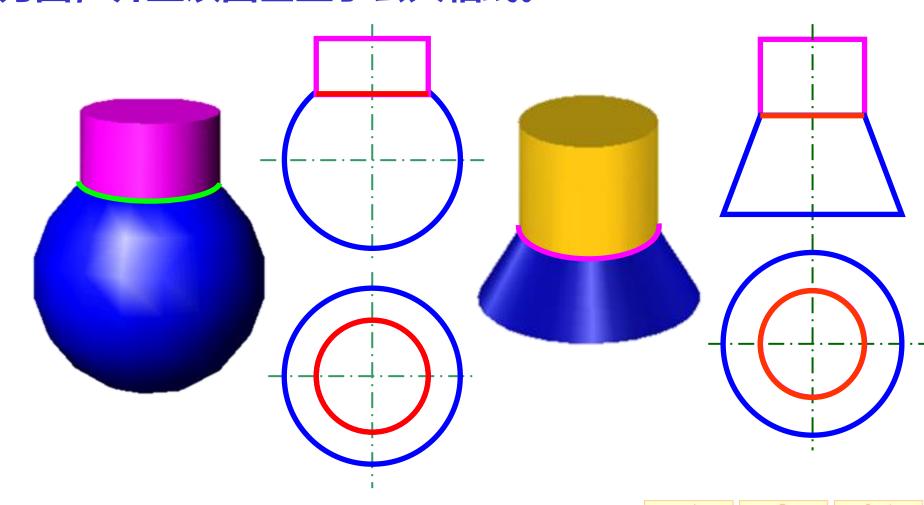
圆柱与圆锥相贯线的变化趋势



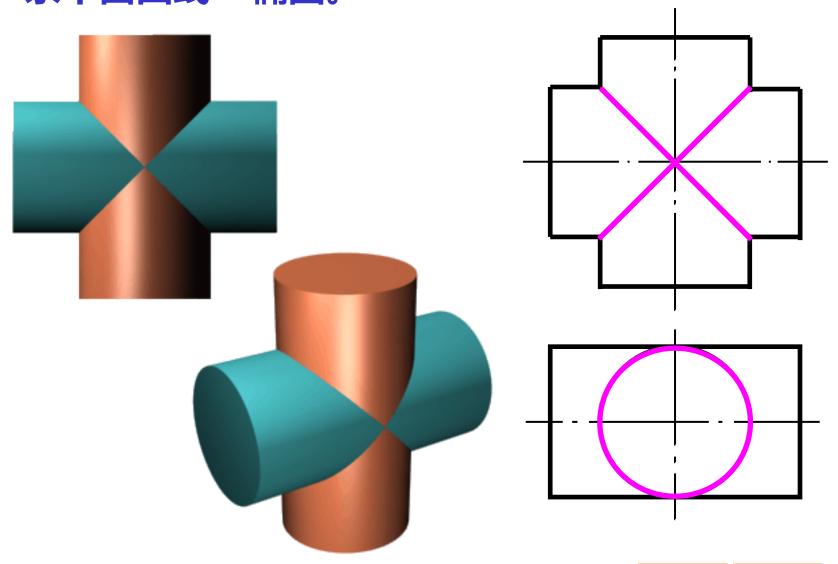


5. 相贯线的特殊情况

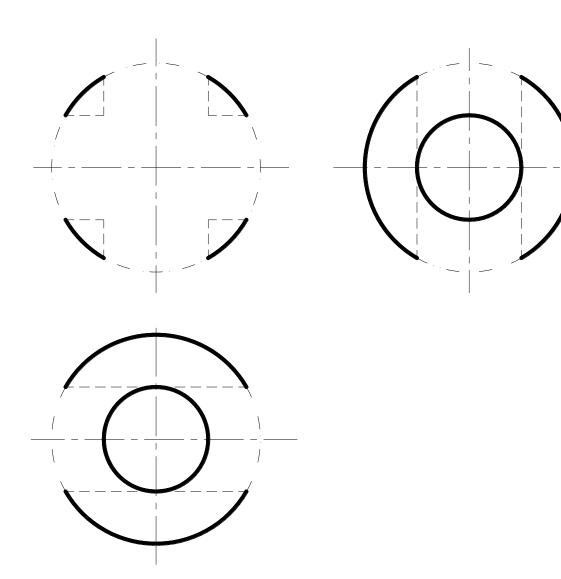
(1) 两个曲面立体具有公共轴线时,其表面的相贯线为圆,并且该圆垂直于公共轴线。



(2) 外切于同一球面的圆柱相交时,其相贯线为两条平面曲线—椭圆。

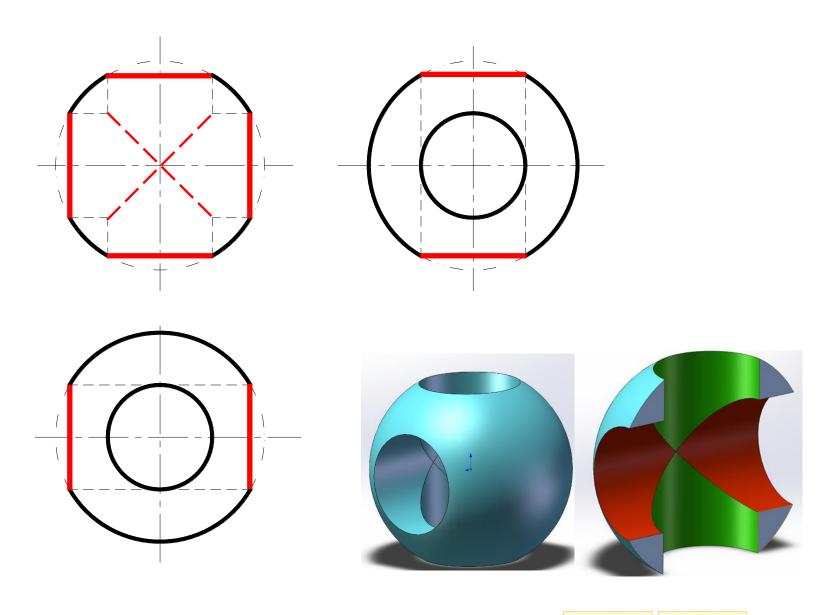


[练习1] 补全三面投影





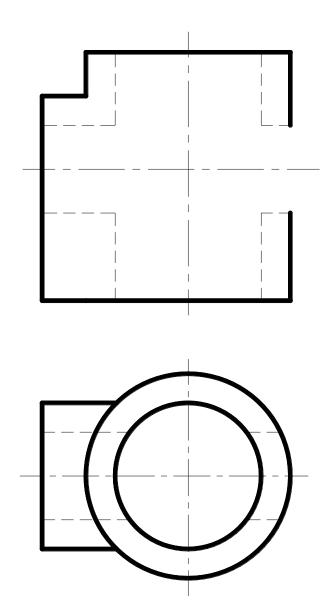
[练习1] 补全三面投影

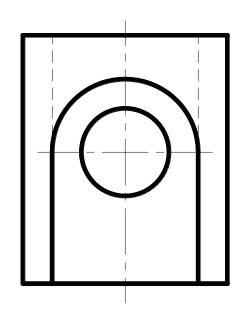


Ú

U

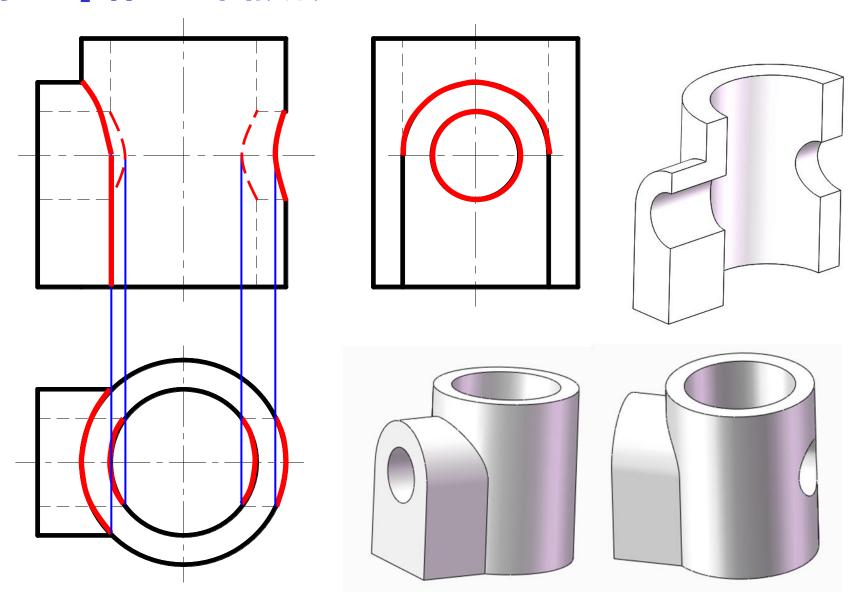
[练习2] 补全三面投影







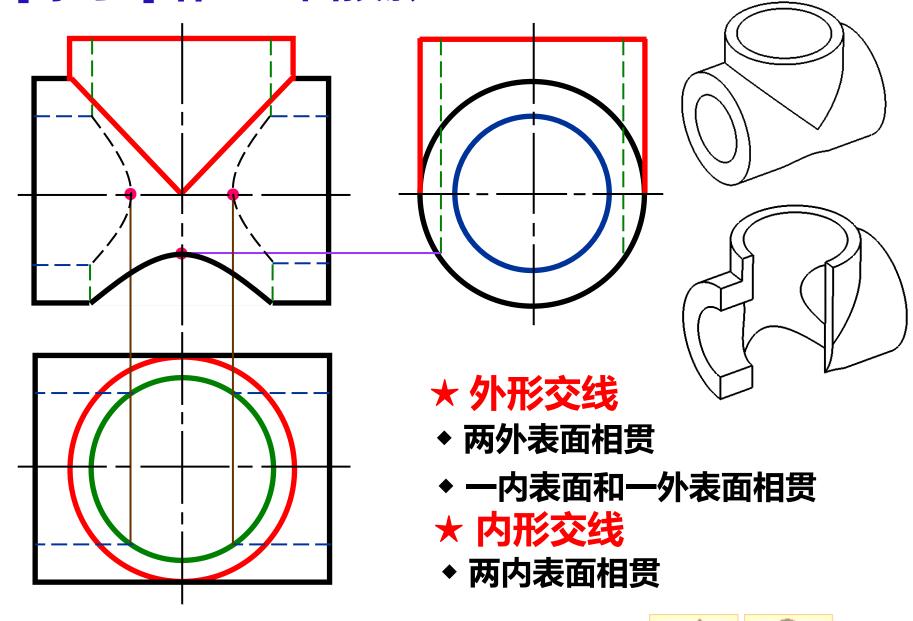
[练习2] 补全三面投影



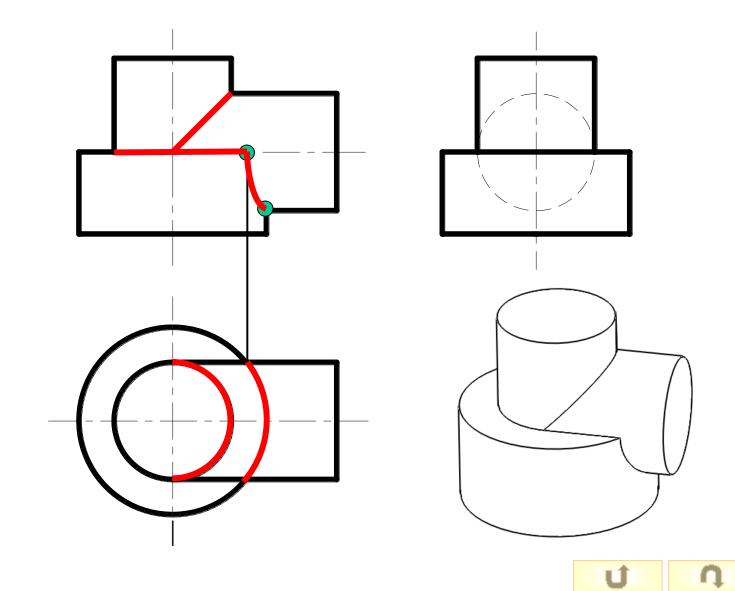
Ú

U

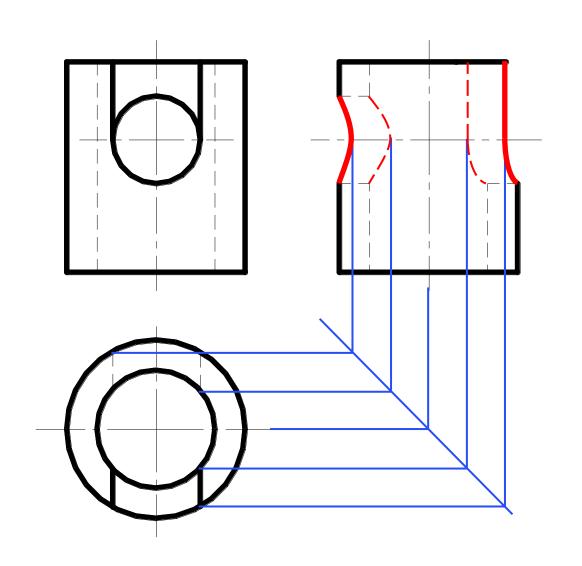
[练习3] 补全正面投影

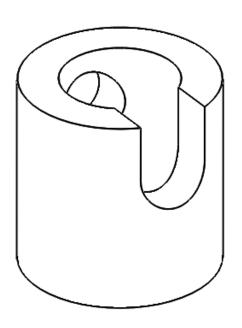


[练习4] 补全正面投影



[练习5] 补全三面投影

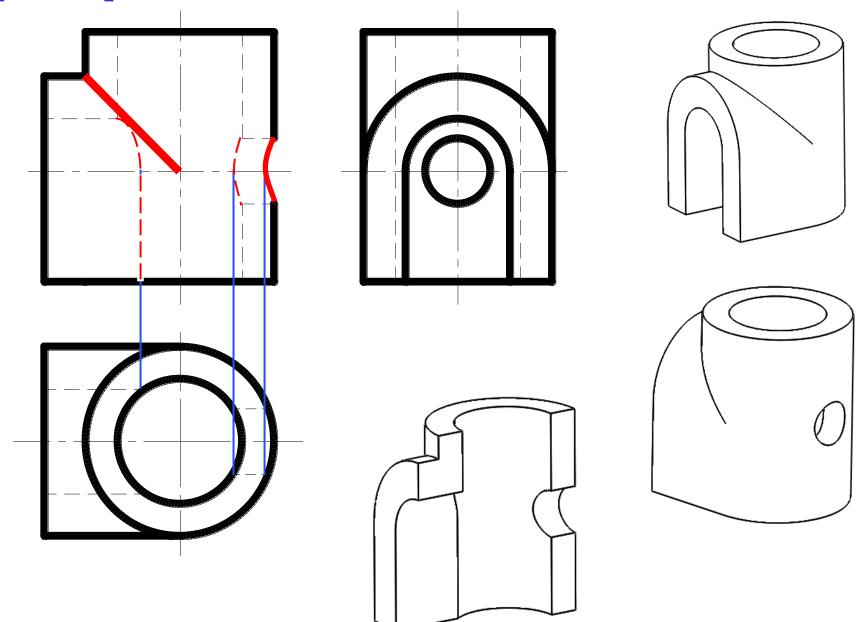




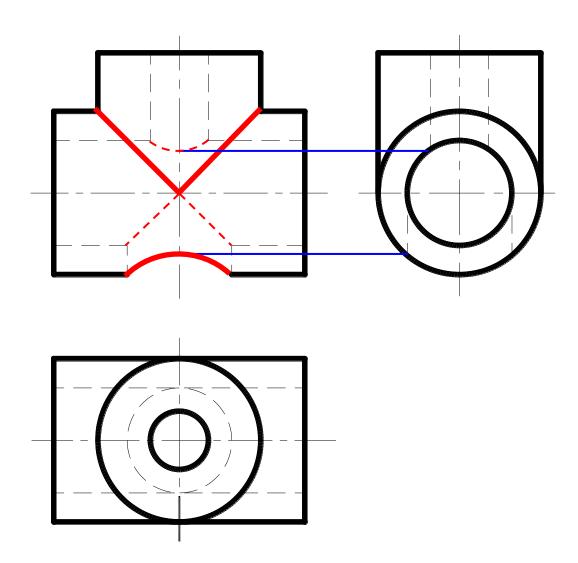
Ú

U

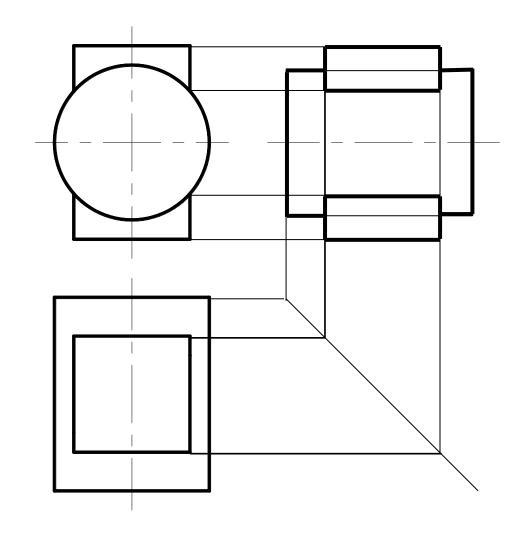
[练习6] 补全三面投影



[练习7] 补全三面投影



[练习8] 补全三面投影



Ú

U

[练习9] 补全三面投影

