



## 前节内容回顾

- 1 活度系数模型参数的估算方法
- 1) 由等温汽液平衡数据拟合
- 2) 用共沸点的汽液平衡数据推算

$$x_1^{az} = y_1^{az} \quad ; \quad \gamma_1^{az} = \frac{p^{az}}{p_1^s} \quad ; \quad \gamma_2^{az} = \frac{p^{az}}{p_2^s}$$

- 3) 以无限稀释活度系数数据推算

$$\gamma_i^\infty = \lim_{x_i \rightarrow 0} \gamma_i$$





- 2 汽液平衡数据的热力学一致性检验
- 通过分析实验测定的  $T$ - $p$ - $x$ - $y$  数据与 Gibbs-Duhem 方程的符合程度来检验实验数据的可靠性，该方法即为汽液平衡数据的热力学一致性检验。
- 依据：Gibbs-Duhem 方程
- 方法：微分检验法（点检验法）、积分检验法（面积检验法）
- 必要非充分条件



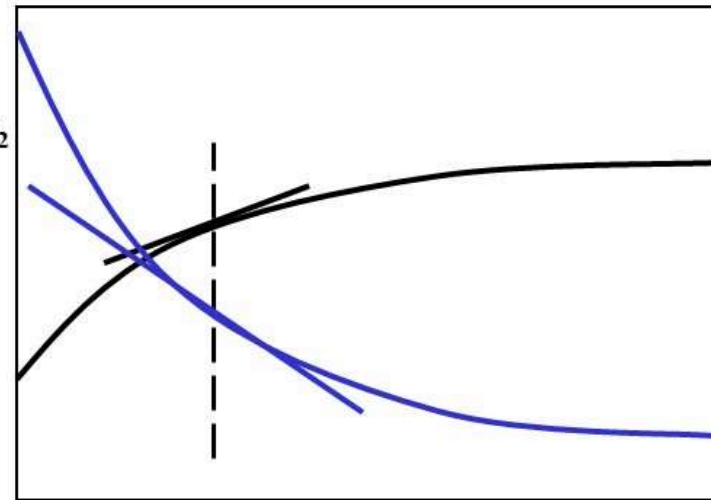


# 1) 等温条件下检验

## • 微分检验法（点检验法）

$$x_1 \frac{d \ln \gamma_1}{d x_1} + x_2 \frac{d \ln \gamma_2}{d x_1} = 0$$

$\ln \gamma_1, \ln \gamma_2$

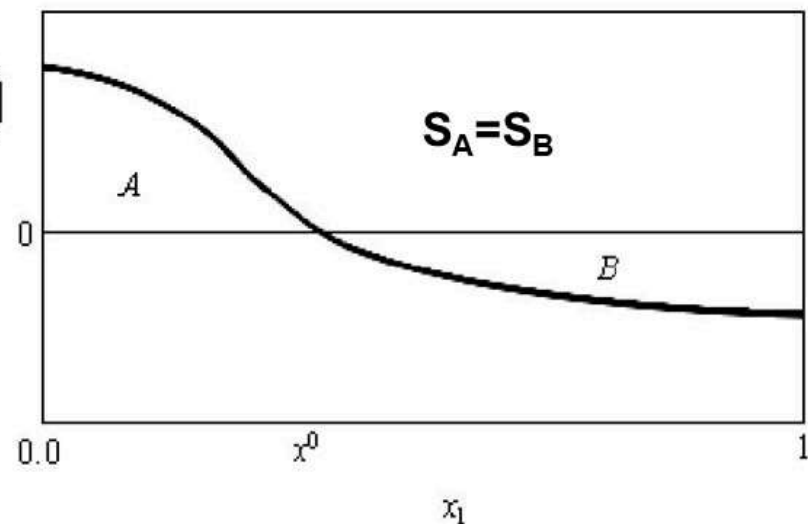


## 积分检验法（面积检验法）

$$\int_{x_1=0}^{x_1=1} \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2} d x_1 = 0$$

$\ln(\gamma_1/\gamma_2)$

$$D = 100 \times \left| \frac{S_A - S_B}{S_A + S_B} \right| < 2$$

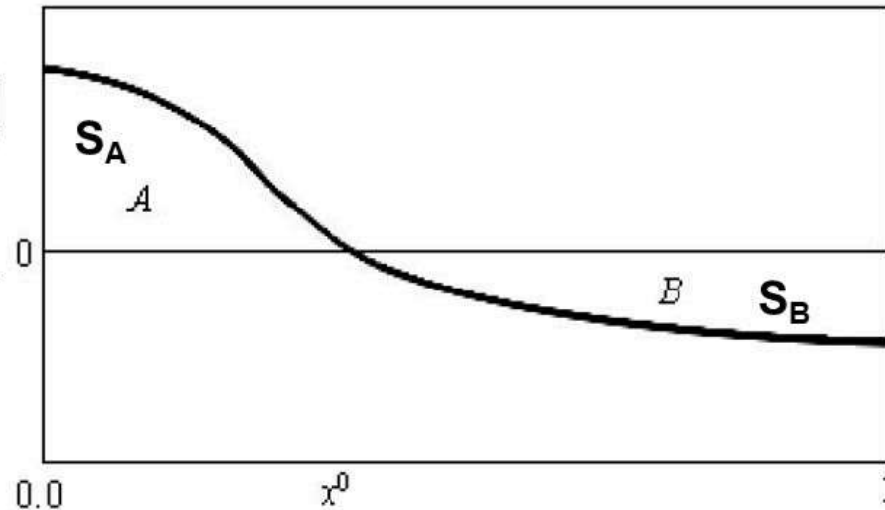






## 2) 等压条件下的汽-液平衡数据检验

$$\int_{x_1=0}^{x_1=1} \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2} dx_1 = \int_{x_1=0}^{x_1=1} \frac{H^E}{RT^2} dT \ln \left( \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)$$



$$D = 100 \times \left| \frac{S_A - S_B}{S_A + S_B} \right|$$

$$J = 150 \times \frac{T_{\max}^{x_1} - T_{\min}}{T_{\min}}$$

**$D-J < 10$  (或更严格地  $D-J < 0$ )**





# 本次课新内容

## 其它类型的相平衡





- § 5-3 其它类型的相平衡计算
- 1 液液平衡





## 1) 液液平衡准则

若有两个液相（用  $\alpha$  和  $\beta$  表示）互成平衡，除两相的  $T$ ,  $p$  相等外，还应满足

$$f_i^{\Lambda \alpha} = f_i^{\Lambda \beta} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$





## 2) EOS法计算液液平衡

EOS法的液液平衡准则为

$$\begin{cases} f_i^{\Lambda^{l\alpha}} = p x_i^{\alpha} \varphi_i^{\Lambda^{\alpha}} \\ f_i^{\Lambda^{l\beta}} = p x_i^{\beta} \varphi_i^{\Lambda^{\beta}} \\ f_i^{\Lambda^{l\alpha}} = f_i^{\Lambda^{l\beta}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_i^{\alpha} \varphi_i^{\Lambda^{\alpha}} = x_i^{\beta} \varphi_i^{\Lambda^{\beta}} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$







### 3) 活度系数法计算液液平衡

基于对称归一化活度系数的液液平衡  
准则为

$$\cancel{f_i} x_i^\alpha \gamma_i^\alpha = \cancel{f_i} x_i^\beta \gamma_i^\beta \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

化简为  $x_i^\alpha \gamma_i^\alpha = x_i^\beta \gamma_i^\beta \quad (i = 1, 2, \dots, N)$





对二元液液平衡系统，有

$$\begin{cases} x_1^\alpha \gamma_1^\alpha = x_1^\beta \gamma_1^\beta \\ (1-x_1^\alpha) \gamma_2^\alpha = (1-x_1^\beta) \gamma_2^\beta \end{cases}$$

压力不高时，可不计压力对液相活度系数的影响，则

$$\text{或} \begin{cases} \ln \left( \frac{\gamma_1^\alpha}{\gamma_1^\beta} \right) = \ln \left( \frac{x_1^\beta}{x_1^\alpha} \right) \\ \ln \left( \frac{\gamma_2^\alpha}{\gamma_2^\beta} \right) = \ln \left( \frac{1-x_1^\beta}{1-x_1^\alpha} \right) \end{cases} \quad (5-49)$$
$$\begin{aligned} \ln \gamma_i^\alpha &= \gamma_i(x_1^\alpha, T) \\ \ln \gamma_i^\beta &= \gamma_i(x_1^\beta, T) \end{aligned}$$

两方程三个未知数  $(x_1^\alpha, x_1^\beta, T)$ ，给定其一（如  $T$ ），可求其余两个从属变量  $(x_1^\alpha, x_1^\beta)$





# 三元呢？

## 对三元液液平衡系统，有

$$\begin{cases} x_1^\alpha \gamma_1^\alpha = x_1^\beta \gamma_1^\beta \\ x_2^\alpha \gamma_2^\alpha = x_2^\beta \gamma_2^\beta \\ (1 - x_1^\alpha - x_2^\alpha) \gamma_3^\alpha = (1 - x_1^\beta - x_2^\beta) \gamma_3^\beta \end{cases}$$





例：p128 5-10，由液液平衡数据求解模型常数

## 相平衡条件及Margules方程

$$\begin{cases} \ln \left( \frac{\gamma_1^\alpha}{\gamma_1^\beta} \right) = \ln \left( \frac{x_1^\beta}{x_1^\alpha} \right) \\ \ln \left( \frac{\gamma_2^\alpha}{\gamma_2^\beta} \right) = \ln \left( \frac{1 - x_1^\beta}{1 - x_1^\alpha} \right) \end{cases} \quad (5-49)$$

$$\ln \gamma_1 = [A_{12} + 2(A_{21} - A_{12}) x_1] x_2^2$$

$$\ln \gamma_2 = [A_{21} + 2(A_{12} - A_{21}) x_2] x_1^2$$







$$\ln \left( \frac{\gamma_1^\alpha}{\gamma_1^\beta} \right) = \ln \gamma_1^\alpha - \ln \gamma_1^\beta$$

$$= \left[ A_{12} + 2(A_{21} - A_{12})x_1^\alpha \right] (x_2^\alpha)^2 - \left[ A_{12} + 2(A_{21} - A_{12})x_1^\beta \right] (x_2^\beta)^2$$

化简，合并

$$\Rightarrow \left[ (x_2^\alpha)^2 (x_2^\alpha - x_1^\alpha) - (x_2^\beta)^2 (x_2^\beta - x_1^\beta) \right] A_{12}$$

$$+ 2 \left[ x_1^\alpha (x_2^\alpha)^2 - x_1^\beta (x_2^\beta)^2 \right] A_{21}$$

$$= \ln \left( \frac{x_1^\beta}{x_1^\alpha} \right)$$

$$x_1^\alpha = 0.2, x_1^\beta = 0.9$$

$$x_2^\alpha = 0.8, x_2^\beta = 0.1$$





$$\ln \left( \frac{\gamma_2^\alpha}{\gamma_2^\beta} \right) = \ln \gamma_2^\alpha - \gamma_2^\beta$$

$$= \left[ (x_1^\alpha)^2 (x_1^\alpha - x_2^\alpha) - (x_1^\beta)^2 (x_1^\beta - x_2^\beta) \right] A_{21}$$

$$+ 2 \left[ x_2^\alpha (x_1^\alpha)^2 - x_2^\beta (x_1^\beta)^2 \right] A_{12}$$

$$= \ln \left( \frac{1 - x_1^\beta}{1 - x_1^\alpha} \right)$$

$$x_1^\alpha = 0.2, x_1^\beta = 0.9$$

$$x_2^\alpha = 0.8, x_2^\beta = 0.1$$





- 代入数据，解方程组

$$\begin{cases} 0.392A_{12} + 0.238A_{21} = 1.504 \\ -0.672A_{21} - 0.0098A_{12} = -2.079 \end{cases}$$

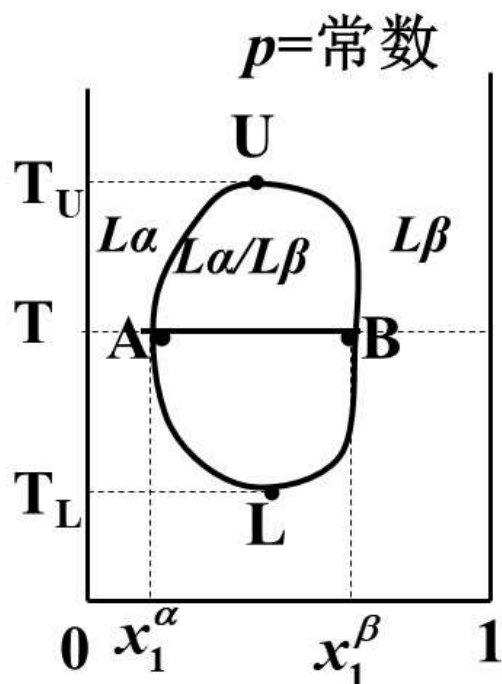
得

$$\begin{cases} A_{12} = 2.148 \\ A_{21} = 2.781 \end{cases}$$





## 4) 液-液相图



双结点曲线—互溶度曲线

$UAL$ 和 $UBL$

富含组分2  
的 $\alpha$ 液相

富含组分1  
的 $\beta$ 液相

结线：特定温度线与双结点曲线的割线，如AB  
所对应的组成  $x_1^\alpha$  和  $x_1^\beta$  为两个平衡液相的组成

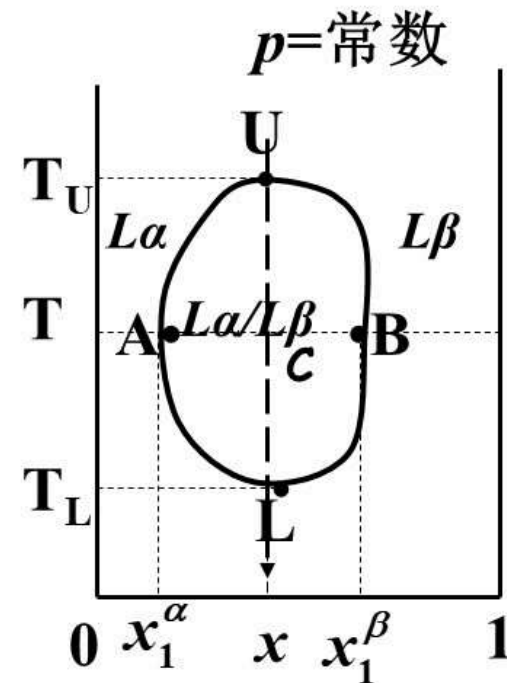


化学工程与工艺



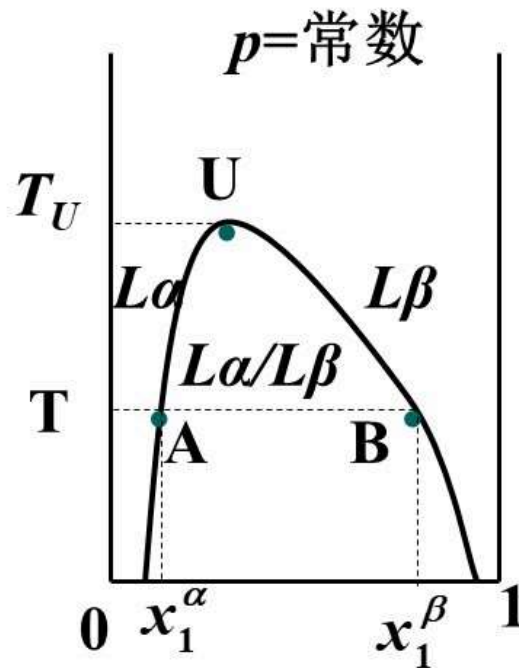


- 下临界溶解温度  $L_{CST}—T_L$
- 上临界溶解温度  $U_{CST}—T_U$
- 可能出现液液平衡的温度范围  $T_L < T < T_U$
- $T < T_L$  或  $T > T_U$  时，在全浓度范围是完全互溶的均相，不存在液液平衡





## 其它类型双结点曲线

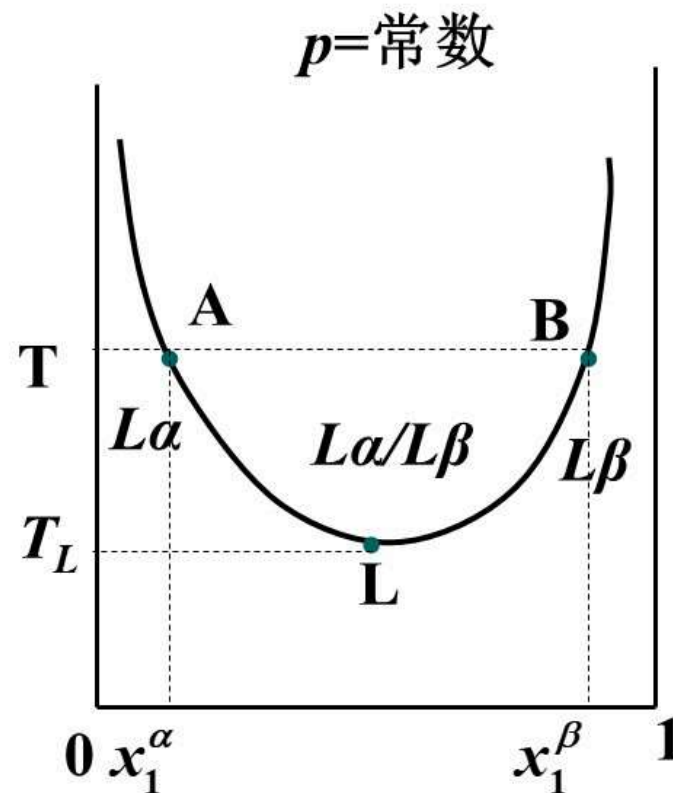


- 双结点曲线与固相区相交，没有下临界溶解温度  
 $L_{CST}-T_L$



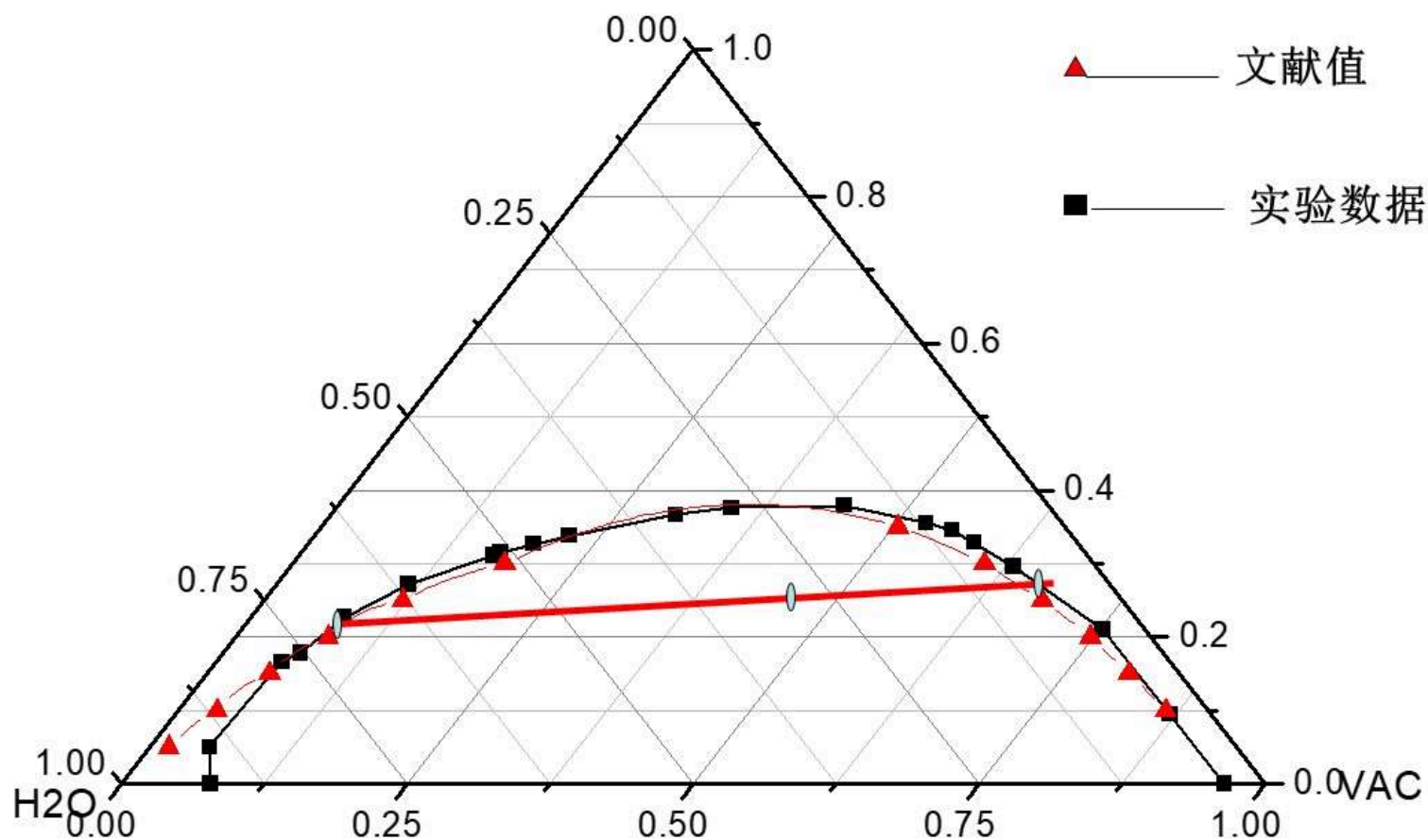


- 双结点曲线与气相区相交，没有上临界溶解温度  
 $U_{CST} - T_U$





# 等温三元液液平衡 HAC



醋酸-水-醋酸乙烯溶解度曲线







## 5) 相分裂的热力学条件

### 5.1) 相分裂

不同液体混合时的**不互溶现象**称为相分裂

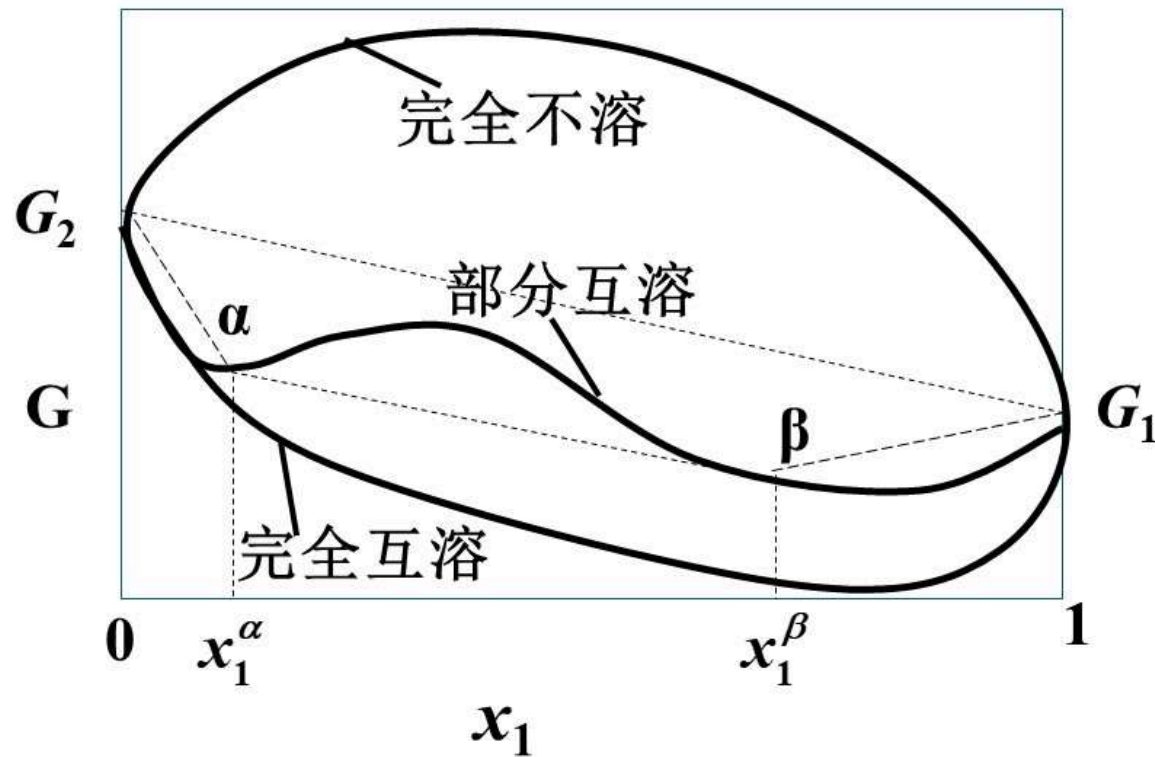
### 5.2) $G-x_1$ 曲线

$T, p$ 一定时, 二元液体混合物的吉氏函数仅是组成的函数, 随着两液体的互溶性差异, 有三种不同的 $G-x_1$ 曲线





$T, p$ 是常数



$$\Delta G = G(T, p, \{x\}) - [x_1 G_1(T, p) + x_2 G_2(T, p)]$$





### 5.3) 相分裂的热力学条件

在  $T, p$  一定条件下的相分裂的热力学条件为

$$\Delta G > 0$$

$$\left( \frac{\partial^2 G}{\partial x_1^2} \right)_{T,p} < 0$$





- 对于二元混合物有

$$G = G^{is} + G^E$$

$$= G_1 x_1 + G_2 x_2 + RT(x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2) + G^E$$

二元体系液液相分裂条件为

$$\left( \frac{\partial^2 G^E}{\partial x_1^2} \right)_{T,p} + \frac{RT}{x_1 x_2} < 0$$

- 例：p131 5-11







## • 对于二元Wilson方程

$$\frac{G^E}{RT} = -x_1 \ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) - x_2 \ln(x_2 + \Lambda_{21}x_1)$$

$$\left( \frac{\partial^2 G^E}{\partial x_1^2} \right)_{T,p} + \frac{RT}{x_1 x_2} \\ = RT \left[ \frac{\Lambda_{12}^2}{x_1 (x_1 + \Lambda_{12}x_2)^2} + \frac{\Lambda_{21}^2}{x_2 (x_2 + \Lambda_{21}x_1)^2} \right] \\ > 0$$

• 所以Wilson方程不能用于不互溶的体系



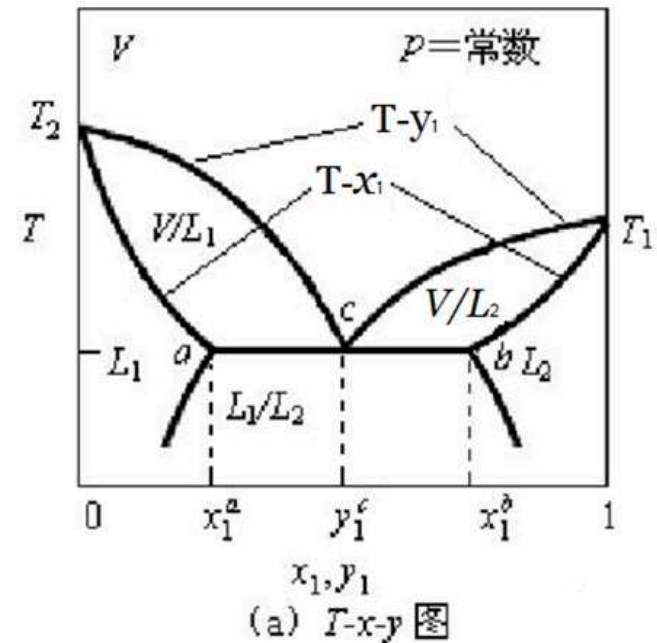


## 2 汽-液-液平衡

### 1) 相平衡准则

各相的温度压力相等，各相的组分逸度相等

$$\Lambda^{\alpha} f_i = \Lambda^{\beta} f_i = \Lambda^{\nu} f_i \quad (i=1,2,\dots,N)$$





对于低压下的二元系统，可得方程组

$$\begin{cases} py_1 = p_1^s x_1^\alpha \gamma_1^\alpha = p_1^s x_1^\beta \gamma_1^\beta \\ p(1-y_1) = p_2^s (1-x_1^\alpha) \gamma_2^\alpha = p_2^s (1-x_1^\beta) \gamma_2^\beta \\ x_1^\alpha \gamma_1^\alpha = x_1^\beta \gamma_1^\beta \\ x_2^\alpha \gamma_2^\alpha = x_2^\beta \gamma_2^\beta \end{cases}$$





- 汽液液三相平衡时，系统压力？汽相组成？
- 由三相平衡条件

$$p = p_1^s x_1^\alpha \gamma_1^\alpha + p_2^s x_2^\alpha \gamma_2^\alpha$$

$$\text{或 } p = p_1^s x_1^\beta \gamma_1^\beta + p_2^s x_2^\beta \gamma_2^\beta$$

$$y_1 = \frac{p_1^s x_1^\alpha \gamma_1^\alpha}{p}$$

$$\text{或 } y_1 = \frac{p_1^s x_1^\beta \gamma_1^\beta}{p}$$







## • 练习5.6

- 1.液液相分裂的条件是  $( ) > 0$ ,  $( ) < 0$
- 2.写出对称归一化活度系数法计算二元液液平衡的方程式
- 3.写出常减压条件下汽液液平衡的方程式





### 3 固体在流体中的溶解度 (P118-5.2.8)

在一定温度、压力条件下，某一固体组分(2)溶解在流体组分(1)中，流体在固体中的溶解度很小可忽略，固体接近纯物质，即

$$x_2 \rightarrow 1, \gamma_2 \rightarrow 1$$





## 组分（2）的气固平衡关系

$$p y_2 \varphi_2^{\Lambda^v} = p_2^s \varphi_2^s \Phi_2$$

$$\text{Poynting因子 } \Phi_2 = \exp \left[ \frac{V_2 (p - p_2^s)}{RT} \right]$$

$V_2, p_2^s$  是纯固相的摩尔体积和蒸汽压。





$$py_2 = p_2^s \left( \frac{\varphi_2^s}{\Lambda^v} \Phi_2 \right) \rightarrow E(\text{溶解度的增强因子})$$

$$py_2 = p_2^s E$$

$$y_2 = \frac{p_2^s}{p} E$$

当系统状态接近或超过组分（1）的临界点时，E值快速增长，使固体的溶解度 $y_2$ 突然增加。

超临界萃取，反应



化学工程与工艺





- 4 气液平衡
- 即气体在液体中的溶解，属于汽液平衡的一种特殊情况。
- 在溶液状态下，混合物中的轻组分不能以液态存在（混合物温度超过了气体组分的临界温度），故将这种溶解平衡称为气液平衡（GLE）。





轻组分处于超临界状态，采用不对称归一化定义的活度系数更合理，所以溶质组分（1）的气液平衡准则为

$$p \phi_1 y_1 = H_{1,2} x_1 \gamma_1^*$$

溶剂组分（2）采用对称归一化定义的活度系数，其气液平衡准则

$$p \phi_2 y_2 = p_2^s x_2 \gamma_2$$





当系统的压力较低时，气相近似为理想气体

$$\varphi_1^v = \varphi_2^v = 1$$

液相中主要是溶剂组分（2），溶质组分（1）的含量很低，即  $x_1 \rightarrow 0, x_2 \rightarrow 1$

由两种活度系数的归一化条件知，

$$\lim_{x_1 \rightarrow 0} \gamma_1^* = 1 \quad \text{和} \quad \lim_{x_2 \rightarrow 1} \gamma_2 = 1$$





低压下的溶解平衡关系可简化为 
$$\begin{cases} py_1 = H_{1,2}x_1 \\ py_2 = p_2^s x_2 \end{cases} \quad 1+2, \quad x_2=1-x_1$$

解出结果 
$$\begin{cases} x_1 = \frac{p - p_2^s}{H_{1,2} - p_2^s} \\ y_1 = \frac{H_{1,2}}{p} x_1 \\ p_1 = py_1 = H_{1,2}x_1 \\ p_2 = py_2 = p_2^s (1 - x_1) \end{cases}$$







对于Henry常数很大的情况，可再简化为

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{p - p_2^s}{H_{1,2} - p_2^s} \\ y_1 = \frac{H_{1,2}}{p} x_1 \\ p_1 = H_{1,2} x_1 \\ p_2 = p_2^s (1 - x_1) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{p - p_2^s}{H_{1,2}} \\ y_1 = \frac{\cancel{H_{1,2}}}{p} \times \frac{p - p_2^s}{\cancel{H_{1,2}}} = 1 - \frac{p_2^s}{p} \\ p_1 = \cancel{H_{1,2}} \times \frac{p - p_2^s}{\cancel{H_{1,2}}} = p - p_2^s \end{array} \right.$$





• 例：p118 5-5

293.2K, 0.1MPa,  $\text{CO}_2$  (1) 在苯 (2) 中  
溶解度  $x_1=0.00095$ , 估算

1)  $\text{CO}_2$  在苯中的Henry常数

常压条件, 气相近似视为理想气体, 溶解度  
很低  $\lim_{x_1 \rightarrow 0} \gamma_1^* = 1$  和  $\lim_{x_2 \rightarrow 1} \gamma_2 = 1$

$$p = p_1 + p_2 = H_{1,2} x_1 + p_2^s (1 - x_1)$$

$$H_{1,2} = \frac{p - p_2^s (1 - x_1)}{x_1}$$





$p_2^s$ 由Antoine方程计算

$$\ln p^s = A - \frac{B}{C + T}$$

$$\text{得 } p_2^s = 0.01 \text{ MPa}$$

$$H_{1,2} = \frac{p - p_2^s (1 - x_1)}{x_1} \approx \frac{p - p_2^s}{x_1} = \frac{0.1 - 0.01}{0.00095} = 94.73 (\text{MPa})$$





- 2) 293.2K, 0.2MPa时CO<sub>2</sub>的溶解度

$$p_1' = H_{1,2} x_1'$$

$$x_1' = \frac{p_1'}{H_{1,2}} = \frac{p' - p_2^s}{H_{1,2}}$$

$$= \frac{0.2 - 0.01}{94.73}$$
$$= 0.002$$

- 压力增大，溶解度增加

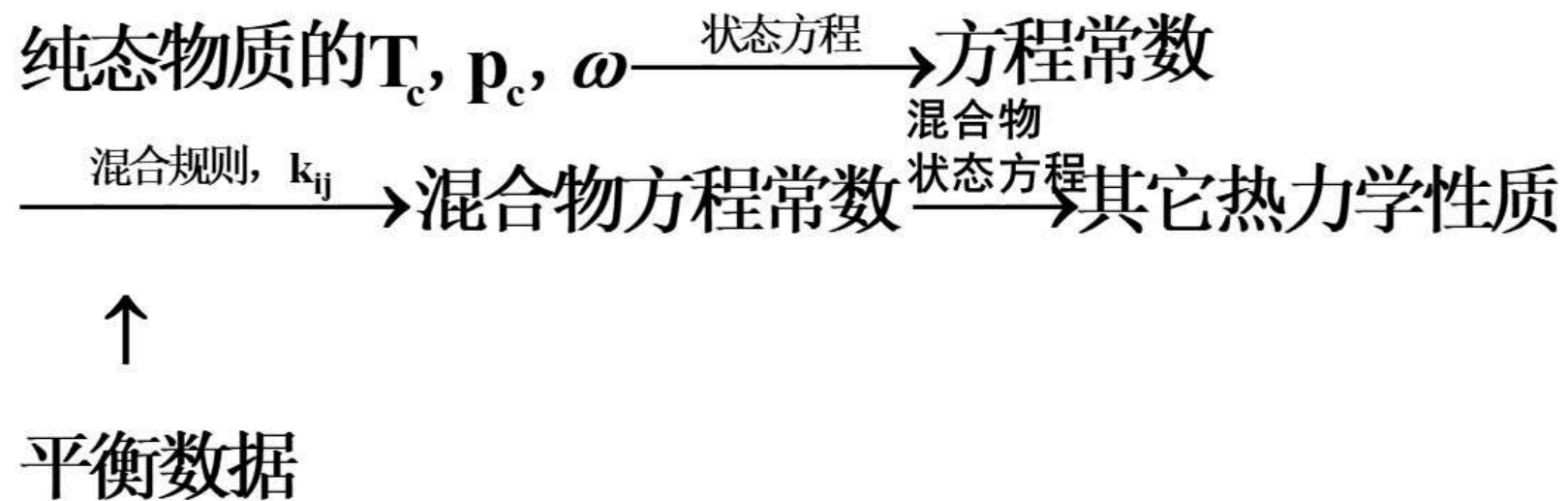






## § 5-4 混合物热力学性质的相互推算

### 1 EOS法





## 2 活度系数法

平衡数据  $\longrightarrow$  活度系数模型的能量参数

$\longrightarrow$  活度系数模型方程  $\xrightarrow{\frac{G^E}{RT} = \sum x_i \ln \gamma_i} G^E$

$\xrightarrow{\text{热力学基本性质}} \text{其它热力学性质}$

