**DOI:** 10. 13196/j. cims. 2018. 08. 021

# 产品差异化下的线上与线下供应链合作广告微分对策

肖 剑1,李园园2,张旭梅3

(1. 重庆大学 数学与统计学院,重庆 400044; 2. 重庆大学 建设管理与房地产学院,重庆 400044; 3. 重庆大学 经济与工商管理学院,重庆 400044)

摘 要:为研究产品差异化下的线上与线下融合供应链合作广告策略,针对单个制造商与单个零售商组成的线上与线下供应链,利用微分对策得到集中决策和分散博弈下供应链成员的广告投入和广告分担比例。研究结果表明,分担比例的大小与渠道产品商誉、供应链成员边际利润、产品差异化程度密切相关;Stackelberg 博弈下零售商的最优广告策略为不分担制造商在线渠道对传统渠道的广告投入,并设计了一个广告费用分担合同来实现供应链协调;最后,用数值算例对结论进行了验证。

关键词:供应链;差异化;双店模式;Stackelberg 博弈

中图分类号:TP391 文献标识码:A

#### Differential game of cooperative advertisement in OAO supply chain under product differentiation

XIAO Jian<sup>1</sup>, LI Yuanyuan<sup>2</sup>, ZHANG Xumei<sup>3</sup>

- (1. College of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
- 2. College of Construction Management and Real Estate, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
- 3. College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: To research the product differentiation of Online and Offline integration (OAO) supply chain cooperative advertising strategy, aiming at the OAO supply chain composed of a single manufacturer and single retailer, the advertising and advertising share proportion under the centralized decision-making and decentralized supply chain members were obtained with differential game. The results showed that the proportion was closely related to the channel product goodwill, the marginal profit margin of supply chain members and the degree of product differentiation. Under Stackelberg game, the optimal advertising strategy of the retailer was to not share the advertising input of the manufacturer's online channel to the traditional channel, and an advertising expense sharing contract was designed to realize supply chain coordination. The numerical examples were used to verify the conclusion.

Keywords: supply chains; differentiation; double store model; Stackelberg game

## 0 引言

随着互联网电子商务的蓬勃发展和迅速普及, 越来越多的消费者通过网络购买商品,消费市场产 生了深刻的变化。传统渠道的制造商在天猫、京东 等平台上建立了官方旗舰店,通过网上销售降低渠 道成本,从而获得更多市场和利润。制造商建立的 电子直销渠道与传统零售渠道产生冲突,由于电子直销渠道的成本相对较低,以实体店为代表的零售商渠道受到电子直销渠道的冲击,导致传统零售商利润下降,随着渠道冲突的加剧,品牌影响力进一步被削弱。为了缓解渠道冲突,防止消费者搭便车,一些制造商选择在电子直销渠道和传统渠道投入差异化产品的战略来实现这一目标。例如 GXG 在电子

收稿日期:2017-03-29;修订日期:2017-08-02。Received 29 Mar. 2017; accepted 02 Aug. 2017.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71572020)。 **Foundation item:** Project supported by the National Natural Science Foundation, China (No. 71572020).

渠道销售往季旧款服装,零售渠道销售最新款服装;周大福珠宝的网络渠道只推出一些设计简单的专款,适合喜欢在线购物收入不高的年轻群体。同时,制造商和零售商推广产品都依赖于广告,因此渠道间成功的广告策略对实现渠道间差异化战略至关重要。合作广告作为一种成本分配机制广泛存在于供应链中,例如 Bennan<sup>[1]</sup>指出在 PC 行业,Apple 为媒体支付 75%的广告费用,而 IBM 承担零售商 50%的广告费用。在存在传统渠道和线上渠道的供应链中,实施线上线下的广告合作策略,即零售商对线上渠道投入广告,制造商对传统渠道进行推广,可以提高品牌知名度,从而增加产品需求并最终提高利润,在产品差异化的背景下实施这样的合作广告策略是有吸引力的。

目前,有关合作广告策略的研究集中在只存 在一个制造商和零售商的供应链,制造商通过分 对零售商在传统渠道的广告投入,使零售商提高 在其传统渠道的广告投入[2-3]。目前已经有相当 多的学者对合作广告的问题进行了研究,聂佳 佳[4] 用微分对策的方法研究了竞争条件下供应链 的合作广告问题,得到了制造商对零售商传统渠 道广告投入进行补贴的充分条件;陈国鹏等[5]研 究了折扣条件下在线零售商二级供应链广告分担 模型,并得到了集中决策下系统的广告投入和供 应链系统总利润均大于分散决策情况下广告投入 和供应链总利润的结论;蔡洪文等[6]分析了零售 商处于领导地位时一个供应商和一个零售商的二 级供应链合作广告契约,得出合作广告契约能够 使零售商主导的供应链协调的结论; Jorgensen 等[7]通过研究营销渠道中制造商和零售商的营销 策略,发现合作广告计划是实现供应链协调的一 种机制,该机制能够实现 Pareto 改进,提高制造商 和零售商的收益;陈远高[8]研究了电子供应链中 多渠道协调的问题,提出横向服务机制来实现供 应链协调。一些文献进一步研究了动态环境下的 合作广告策略,增加了商誉、价格和需求等因素, 聂佳佳等[9]研究了需求变化下的合作广告问题, 分析了价格敏感因素和需求敏感因素的影响,得 出了协调供应链的条件;李昌文等[10]研究了随机 条件下过度自信的零售商和理性的零售商的期望 利润和实际利润;张建军等[11]用微分对策的方法 研究了时间变化条件下的商誉,求出了相应合作 广告的微分对策;聂佳佳[12]运用汉密尔一雅可比

贝尔曼方程讨论了商誉概率分布下的分担比例, 并得到了一定条件下合作博弈的系统总利润总是 高于 Stackelberg 博弈下的系统利润的结论。一些 文献进一步探讨了品牌差异化对双渠道供应链的 影响,Yan[13]研究了电子直销商通过在双渠道供 应链中实施品牌差异化策略来解决渠道间的冲 突,得到了产品差异化能够缓解渠道间竞争的结 论;张旭梅等[14]利用微分对策的方法讨论了存在 品牌差异的双渠道供应链合作,得出相比 Stackelberg 博弈,集中决策下的系统能够获得更大利润 的结论;赵德余等[15]研究了 Stackelberg 博弈下,产 品差异化的变动对企业均衡利润产生的影响;陈 远高等[16] 探讨了电子直销渠道的接受程度和产品 差异化程度对供应链及其成员利润的影响;陈静 等[17]通过构建差异化产品横向并购模型,发现当 参与并购的供应链均集中决策时对并购方有利, 产品差异化程度与并购效应成反比。Jorgensen 等[18]使用微分对策研究动态环境下的合作广告问 题,讨论了广告合作的长期效果。

综上所述,一些文献考虑了只存在一个制造商 和一个零售商的供应链系统中,制造商对零售商在 传统渠道广告投入的分担比例问题,一些文献考虑 了产品差异化下的供应链设计,少数文献讨论了产 品差异化下制造商对零售商投入广告的分担比例, 却缺少差异化下制造商和零售商进行线上线下广告 合作,并承担相应的广告分担比例的研究,因此本文 引入产品差异化下的线上与线下(Online and Offline, OAO)供应链模型,即线下和线上有机融合的 双店模式,通过线上线下资源互通、信息互通,将线 下消费者引到线上消费,将线上消费者引到线下消 费,分析 OAO 供应链中品牌商誉及品牌间广告竞 争对利润的影响。因为制造商和零售商的广告投入 不但影响当期需求,而且影响长期需求,广告投入与 时间有关,适合用微分对策方法描述,所以本文用微 分对策模型讨论合作广告投入和分担比例设计的问 题,最终设计一个双向参与的合作契约来实现供应 链的协调。

## 1 问题描述与模型

#### 1.1 问题描述与假设

模型描述:考虑在只存在一个制造商和零售商的供应链系统中,制造商拥有电子直销渠道,并通过电子直销和零售两个渠道进行销售,零售商的线下

渠道和制造商的线上渠道分别销售有差异的商品  $\beta_r$  和  $\beta_c$ ,线上和线下产品相互具有可替代性而产生竞争,竞争强度的大小取决于线上和线下渠道产品间的差异化程度。在一开始不存在"双店经营模式"时,制造商对自己电子渠道产品的广告投入为  $A_{re}$  (t),零售商对传统渠道产品的广告投入为  $A_{rr}$  (t),其中制造商分担部分费用,分担率为  $\theta_1$ ;在引入"双店经营模式"后,制造商对零售商产品的宣传投入为  $A_{er}$  (t),零售商的分担率为  $\theta_3$ ,零售商对制造商电子直销渠道产品进行宣传的投入为  $A_{re}$  (t),制造商的分担率为  $\theta_2$ 。

模型假设:

**假设1** 假设成本函数为凸函数,与文献[13] 类似,假设渠道广告的成本函数为

$$C(A_{i}) = \frac{\mu}{2} A_{i}^{2}(t), i \in \{(x, y) \mid x \in (r, e),$$

$$y \in (r, e)\}_{\circ}$$

$$(1)$$

假设 2 假设产品商誉  $G_i(t)$  的提高是因在相应的渠道进行了广告投入,与文献 [14]类似,用 Nerlove-Arrow 模型描述商誉的变化,得到以下微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}G_{\mathrm{i}}(t)}{\mathrm{d}t} = \lambda A - \delta G_{\mathrm{i}}(t), G(0) = G_{0} \geqslant 0. \quad (2)$$

式中: $\lambda$  为广告投入对产品商誉的影响, $\delta$  为产品商誉随时间的递减效应, $\lambda$ , $\delta \ge 0$ 。

当 i=e 时有  $A=A_{ee}+A_{re}$ ,当 i=r 时有  $A=A_{er}+A_{rr}$ 。

# 1.2 模型建立

产品差异化下,渠道的广告投入会对渠道需求产生影响,因此根据已有文献进一步拓展两种渠道的需求函数,得到电子直销渠道产品需求函数  $d_{\epsilon}(t)$ 和传统渠道产品需求函数  $d_{r}(t)$ 分别为:

$$\begin{split} d_{\rm r}(t) &= \alpha_{\rm l} G_{\rm r}(t) - \beta_{\rm l} G_{\rm e}(t) + \chi_{\rm l} A_{\rm rr}(t) + \phi_{\rm l} A_{\rm er}(t) + \\ \sigma \big[ A_{\rm rr}(t) + A_{\rm er}(t) - A_{\rm ee}(t) - A_{\rm re}(t) \big]; \quad (3) \\ d_{\rm e}(t) &= \alpha_{\rm l} G_{\rm r}(t) + \beta_{\rm l} G_{\rm e}(t) + \chi_{\rm l} A_{\rm ee}(t) + \phi_{\rm l} A_{\rm re}(t) - \\ \sigma \big[ A_{\rm rr}(t) + A_{\rm er}(t) - A_{\rm ee}(t) - A_{\rm re}(t) \big]_{\circ} \quad (4) \end{split}$$

式中: $\alpha_1$  为传统渠道所售产品  $\beta_r$  的商誉  $G_r(t)$  对需求的影响因子, $\beta_1$  为线上直销渠道所售产品的商誉  $G_e(t)$  对需求的影响因子, $\chi_1$  为零售商在传统渠道的广告投入  $A_{rr}(t)$  对需求的影响因子, $\phi_1$  为制造商在传统渠道的广告投入  $A_{er}(t)$  对需求的影响因子, $\phi_1$  为制造商在传统渠道的广告投入  $A_{er}(t)$  对需求的影响因子,且有  $\alpha_1$ , $\beta_1$ , $\alpha_2$ , $\alpha_3$  为传统渠道所售产品  $\alpha_1$ , $\alpha_2$  为传统渠道所售产品  $\alpha_2$  的商誉  $\alpha_3$ 

为线上直销渠道所售产品的商誉  $G_{e}(t)$  对需求的影响因子, $\chi_{2}$  为制造商对直销渠道的广告投入  $A_{ce}(t)$  对需求的影响因子, $\phi_{2}$  为零售商对直销渠道的广告投入  $A_{re}(t)$  对需求的影响因子,且有  $\alpha_{2}$ , $\beta_{2}$ , $\chi_{2}$ , $\phi_{2}$  > 0。对于传统渠道产品  $\beta_{r}$  和直销渠道产品  $\beta_{e}$ ,两者之间的差异越大,替代性越低,相应地,两种产品之间的广告差  $A_{rr}(t)+A_{er}(t)-A_{ee}(t)-A_{re}(t)$  对产品需求的影响也越小,用  $\sigma$  表示以上关系,即  $\sigma$  表示线上渠道产品和线下渠道产品间的差异, $\sigma$  越大渠道间产品的差异越小,相应的竞争越激烈。文中线上线下产品的差异化主要体现在产品型号、价格、工艺等的影响,并用  $\sigma$  衡量其综合影响。当产品的差异较大时,产品的替代性较小,竞争性也就变小,从而形成非价格形式的竞争优势。

假设制造商和零售商有相同的贴现率  $\rho$ ;制造商传统渠道产品的边际利润为  $\eta_1$ ,直销渠道产品的边际利润为  $\eta_2$ ,零售商的边际利润为  $\eta_3$ 。一定时期内,企业的边际利润可视为常量,根据以上假设可以得到制造商和零售商的利润函数分别为:

$$V_{e} = \int_{0}^{\infty} \exp^{(-\mu)} \left\{ \eta_{1} d_{r}(t) + \eta_{2} d_{e}(t) - \frac{\mu}{2} A_{ee}^{2}(t) - \frac{\mu \theta_{1}}{2} A_{rr}^{2}(t) - \frac{\mu(1 - \theta_{3})}{2} A_{er}^{2}(t) - \frac{\mu \theta_{2}}{2} A_{re}^{2}(t) \right\};$$

$$V_{r} = \int_{0}^{\infty} \exp^{(-\mu)} \left\{ \eta_{3} d_{r}(t) - \frac{\mu(1 - \theta_{1})}{2} A_{rr}^{2}(t) - \frac{\mu \theta_{3}}{2} A_{ee}^{2}(t) \right\}.$$

$$(5)$$

式中: $\theta_1$  为制造商承担零售商对线下渠道产品广告费用的分担比例; $\theta_2$  为制造商承担零售商对线上渠道产品广告费用的分担比例; $\theta_3$  为零售商承担制造商对线下渠道产品广告费用的分担比例。

上述模型中出现的参数为常数,在任意时间段 内制造商和零售商之间制定的博弈策略视为静态策略,在此基础上达到的均衡状态为静态均衡,因此下 文表述中将省略时间单位 t。

#### 2 模型分析及主要结论

# 2.1 集中控制下的决策模型

集中控制决策下,制造商和零售商组成一个供应链系统,双方的共同目标是确定各自的最优广告 投入,以使供应链系统实现最大利润。用上标c表 示制造商和零售商集中控制决策下的最优广告投入。

集中控制决策下,系统利润函数表示为

$$V_{\text{e+r}} = \max \int_{0}^{\infty} \exp^{(-\mu)} \left\{ (\eta_1 + \eta_3) d_{\text{r}}(t) + \eta_2 d_{\text{e}}(t) - \frac{1}{2} A_{\text{ee}}^2(t) - \frac{1}{2} A_{\text{rr}}^2(t) - \frac{1}{2} A_{\text{er}}^2(t) - \frac{1}{2} A_{\text{re}}^2(t) \right\}.$$
(7)

其最优利润函数  $V_{e+r}(G_r,G_e)$ 必须满足如下汉密尔顿一雅克比一贝尔曼 (Hamilton-Jacobi-Bellman,HJB)方程:

$$\rho V_{e+r}(G_{r}, G_{e}) = \max_{A_{ee}, A_{rr}, A_{re}, A_{re}} \{ (\eta_{1} + \eta_{3}) [\alpha_{1}G_{r} - \beta_{1}G_{e} + \chi_{1}A_{rr} + \phi_{1}A_{er} + \sigma(A_{rr} + A_{er} - A_{ee} - A_{re})] + \eta_{2} [\alpha_{2}G_{r} + \beta_{2}G_{e} + \chi_{2}A_{ee} + \phi_{2}A_{re} - \sigma(A_{rr} + A_{er} - A_{ee} - A_{re})] - \frac{\mu}{2}A_{ee}^{2} - \frac{\mu}{2}A_{rr}^{2} - \frac{\mu}{2}A_{er}^{2} - \frac{\mu}{2}A_{re}^{2} + \frac{\partial V_{e+r}(G_{r}, G_{e})}{\partial G_{r}} [\lambda(A_{rr} + A_{er}) - \delta G_{r}] + \frac{\partial V_{e+r}(G_{r}, G_{e})}{\partial G_{e}} [\lambda(A_{ee} + A_{re}) - \delta G_{e}] \}.$$
(8)

得到式(8)右端关于  $A_{ee}$ ,  $A_{rr}$ ,  $A_{er}$ ,  $A_{re}$ 的一阶偏导条件, 联立方程求解得

$$\begin{split} A_{\text{rr}}^{c} &= \frac{(\eta_{1} + \eta_{3})(\chi_{1} + \sigma) - \eta_{2}\sigma + \frac{\partial V_{\text{e+r}}(G_{\text{r}}, G_{\text{e}})}{\partial G_{\text{r}}}\lambda}{\mu};\\ A_{\text{er}}^{c} &= \frac{(\eta_{1} + \eta_{3})(\phi_{1} + \sigma) - \eta_{2}\sigma + \frac{\partial V_{\text{e+r}}(G_{\text{r}}, G_{\text{e}})}{\partial G_{\text{r}}}\lambda}{\mu};\\ A_{\text{ee}}^{c} &= \frac{-\sigma(\eta_{1} + \eta_{3}) + \eta_{2}(\chi_{2} + \sigma) + \frac{\partial V_{\text{e+r}}(G_{\text{r}}, G_{\text{e}})}{\partial G_{\text{e}}}\lambda}{\mu};\\ A_{\text{re}}^{c} &= \frac{-\sigma(\eta_{1} + \eta_{3}) + \eta_{2}(\phi_{2} + \sigma) + \frac{\partial V_{\text{e+r}}(G_{\text{r}}, G_{\text{e}})}{\partial G_{\text{e}}}\lambda}{\mu}. \end{split}$$

设 $V_{e+r}(G_r,G_e)=C_1G_r+C_2G_e+C_3$ ,将式(9)带 入方程(8)得

$$\begin{split} \rho(C_{1}G_{\mathrm{r}}+C_{2}G_{\mathrm{e}}+C_{3}) &= \{ \big[ (\eta_{1}+\eta_{3})\alpha_{1}+\eta_{2}\alpha_{2} - \\ &C_{1}\delta \big] G_{\mathrm{r}} + \big[ \eta_{2}\beta_{2} - (\eta_{1}+\eta_{3})\beta_{1} - C_{2}\delta \big] G_{\mathrm{e}} - \\ &\frac{\mu}{2}A_{\mathrm{ee}}^{2} - \frac{\mu}{2}A_{\mathrm{rr}}^{2} - \frac{\mu}{2}A_{\mathrm{er}}^{2} - \frac{\mu}{2}A_{\mathrm{re}}^{2} + \big[ (\eta_{1}+\eta_{3}) \\ &\chi_{1} + \sigma(\eta_{1}+\eta_{3}-\eta_{2}) \big] A_{\mathrm{rr}} + \\ &\big[ (\eta_{1}+\eta_{3})\phi_{1} + \sigma(\eta_{1}+\eta_{3}-\eta_{2}) \big] A_{\mathrm{ee}} + \\ &\big[ \eta_{2}\chi_{2} - \sigma(\eta_{1}+\eta_{3}-\eta_{2}) \big] A_{\mathrm{re}} + \\ &\big[ \eta_{2}\phi_{2} - \sigma(\eta_{1}+\eta_{3}-\eta_{2}) \big] A_{\mathrm{re}} \} \,. \end{split}$$

上式等号右端除前两项外均为与 G,,G。无关的常数,因此比较上式等号两端的参数可以得到:

$$\begin{cases}
C_1 = \frac{(\eta_1 + \eta_3)\alpha_1 + \eta_2\alpha_2}{\rho + \delta}; \\
C_2 = \frac{\eta_2\beta_2 - (\eta_1 + \eta_3)\beta_1}{\rho + \delta}.
\end{cases} (10)$$

将式(10)代入式(9)得到定理1。

**定理1** 在供应链系统集中控制决策情形下, 供应链双方的最优广告策略分别为:

$$egin{aligned} A_{ ext{rr}}^{\epsilon} &= rac{(\eta_1 + \eta_3)(\chi_1 + \sigma) - \eta_2 \sigma + C_1 \lambda}{\mu}; \ A_{ ext{er}}^{\epsilon} &= rac{(\eta_1 + \eta_3)(\phi_1 + \sigma) - \eta_2 \sigma + C_1 \lambda}{\mu}; \ A_{ ext{ee}}^{\epsilon} &= rac{-\sigma(\eta_1 + \eta_3) + \eta_2(\chi_2 + \sigma) + C_2 \lambda}{\mu}; \ A_{ ext{re}}^{\epsilon} &= rac{-\sigma(\eta_1 + \eta_3) + \eta_2(\phi_2 + \sigma) + C_2 \lambda}{\mu}. \end{aligned}$$

根据定理 1,通过分析供应链成员最优决策和 产品差异化的关系,可以得到推论 1 和推论 2。

推论 1 当 
$$\eta_1 + \eta_3 > \eta_2$$
 时,  $\frac{\partial A_{\text{rr}}^c}{\partial \sigma} > 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{er}}^c}{\partial \sigma} < 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{er}}^c}{\partial \sigma} < 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{er}}^c}{\partial \sigma} > 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{er}}^c}{\partial \sigma} > 0$ .

推论 1 表明,在集中控制决策下,若制造商和零售商在传统渠道的边际利润之和大于制造商在在线渠道的边际利润,则产品差异化值σ变大,制造商和零售商会增加边际利润较高渠道的广告投入,这意味着广告投入会从边际利润低的渠道向边际利润高的渠道转移。

推论 2 
$$\frac{\partial A_{\rm rr}^{\epsilon}}{\partial \sigma} + \frac{\partial A_{\rm re}^{\epsilon}}{\partial \sigma} = 0$$
,  $\frac{\partial A_{\rm er}^{\epsilon}}{\partial \sigma} + \frac{\partial A_{\rm ee}^{\epsilon}}{\partial \sigma} = 0$ , 且供应链广告总投入为

$$egin{aligned} A_{ ext{rr}}^{\epsilon} + A_{ ext{er}}^{\epsilon} + A_{ ext{ee}}^{\epsilon} + A_{ ext{re}}^{\epsilon} &= rac{1}{\mu} ig[ \eta_2 \chi_2 + \eta_2 \phi_2 + \\ & (\eta_1 + \eta_3) \chi_1 + (\eta_1 + \eta_3) \phi_1 + 2 \lambda \ & rac{(\eta_1 + \eta_3) lpha_1 + \eta_2 lpha_2}{
ho + \delta} + 2 \lambda rac{\eta_2 eta_2 - (\eta_1 + \eta_3) eta_1}{
ho + \delta} ig]. \end{aligned}$$

推论 2 表明,在集中控制决策下,随着产品差异 化值 σ 的变化,零售商和制造商在传统渠道和电子 渠道广告投入的变化率之和为零,意味着产品的差 异化变化不影响制造商和零售商的广告投入和广告 总投入,仅影响在传统渠道和电子直销渠道广告投 入的分配。

## 2.2 基于 Stackelberg 博弈的微分对策模型

假设博弈中的主导者是制造商,确定其最优广 告投入和分担比例,在此基础上确定零售商的最优 广告投入和分担比例,且最优利润函数  $V_r(G_r, G_e)$  应满足以下 HJB 方程:

$$\rho V_{\rm r}(G_{\rm r}, G_{\rm e}) = \max_{A_{\rm rr}, A_{\rm re}, \theta_3^*} \{ \eta_3 [\alpha_1 G_{\rm r} - \beta_1 G_{\rm e} + \chi_1 A_{\rm rr} + \phi_1 A_{\rm er} + \sigma (A_{\rm rr} + A_{\rm er} - A_{\rm ee} - A_{\rm re})] - \phi_1 A_{\rm er} + \sigma (A_{\rm rr} + A_{\rm er} - A_{\rm ee} - A_{\rm re})] - \phi_1 A_{\rm rr}^2 - \phi_1 A_{\rm rr}^2 - \phi_2 A_{\rm re}^2 - \phi_1 A_{\rm re}^2 - \phi_2 A_{\rm re}^2 + \phi_1 A_{\rm rr}^2 - \phi_2 A_{\rm re}^2 - \phi_1 A_{\rm re}^2 - \phi_1$$

Stackelberg 博弈下,制造商的广告投入和分担 比例分别为  $A_{ce}^*$ , $A_{rr}^*$ , $\theta_1^*$ , $\theta_2^*$ ,零售商将制造商的决 策作为给定参数来制定自己的广告策略  $A_{rr}^*$ , $A_{re}^*$ , $\theta_3^*$ ,对式(11)求导可得:

$$\begin{cases} \theta_{\scriptscriptstyle 3}^{\star} = 0; \\ A_{\scriptscriptstyle \mathrm{rr}}^{\star} = \frac{\eta_{\scriptscriptstyle 3}(\chi_{\scriptscriptstyle 1} + \sigma) + \frac{\partial V_{\scriptscriptstyle \mathrm{r}}(G_{\scriptscriptstyle \mathrm{r}}, G_{\scriptscriptstyle \mathrm{e}})}{\partial G_{\scriptscriptstyle \mathrm{r}}} \lambda}{\mu(1 - \theta_{\scriptscriptstyle 1})}; \\ A_{\scriptscriptstyle \mathrm{re}}^{\star} = \frac{\sigma \eta_{\scriptscriptstyle 3} + \frac{\partial V_{\scriptscriptstyle \mathrm{r}}(G_{\scriptscriptstyle \mathrm{r}}, G_{\scriptscriptstyle \mathrm{e}})}{\partial G_{\scriptscriptstyle \mathrm{e}}} \lambda}{\mu(1 - \theta_{\scriptscriptstyle 2})}. \end{cases}$$

由于  $\theta_3^* = 0$ ,即零售商不承担电子直销渠道对传统渠道投入广告的分担,方便起见,以下将制造商对零售商在电子直销渠道和传统渠道广告投入的分担比例简述为电子直销渠道分担比例和传统渠道分担比例。

制造商的最优决策  $A_{ee}^*$ ,  $A_{er}^*$ ,  $\theta_1^*$ ,  $\theta_2^*$  将根据以上反应函数进行选择,可以得到该情形下制造商的HJB方程:

$$\begin{split} \rho V_{e}(G_{\rm r},G_{\rm e}) &= \max_{A_{\rm ee},A_{\rm er},\theta_{1},\theta_{2}} \{ \eta_{1} \big[ \alpha_{1}G_{\rm r} - \beta_{1}G_{\rm e} + \chi_{1}A_{\rm rr} + \phi_{1}A_{\rm er} + \sigma(A_{\rm rr} + A_{\rm er} - A_{\rm ee} - A_{\rm re}) \big] + \eta_{2} \\ & \big[ \alpha_{2}G_{\rm r} + \beta_{2}G_{\rm e} + \chi_{2}A_{\rm ee} + \phi_{2}A_{\rm re} - \sigma(A_{\rm rr} + A_{\rm er} - A_{\rm ee}) \big] - \frac{\mu}{2}A_{\rm ee}^{2} - \frac{\mu\theta_{1}}{2}A_{\rm rr}^{2} - \frac{\mu(1-\theta_{3})}{2}A_{\rm er}^{2} - \frac{\mu\theta_{2}}{2}A_{\rm re}^{2} \frac{\partial V_{\rm e}(G_{\rm r},G_{\rm e})}{\partial G_{\rm r}} \big[ \lambda(A_{\rm rr} + A_{\rm er}) - \delta G_{\rm r} \big] + \frac{\partial V_{\rm e}(G_{\rm r},G_{\rm e})}{\partial G} \big[ \lambda(A_{\rm ee} + A_{\rm re}) - \delta G_{\rm e} \big] \} \,. \end{split}$$
(12)

将得到的零售商的反应函数代人式(12),可得  $\rho V_e(G_r,G_e)$ 关于  $A_{ee}$ , $A_{er}$ 的二阶导函数为-1<0,求解其对  $A_{ee}$ , $A_{er}$ 的一阶导函数并等于零,得:

$$\begin{cases} A_{\text{ee}}^{*} = \frac{\eta_{2}(\chi_{2} + \sigma) - \eta_{1}\sigma + \lambda \frac{\partial V_{e}}{\partial G_{e}}}{\mu}; \\ A_{\text{er}}^{*} = \frac{\eta_{1}(\phi_{1} - \sigma) - \eta_{2}\sigma + \lambda \frac{\partial V_{e}}{\partial G_{r}}}{\mu}. \end{cases}$$
(13)

设  $V_r(G_r, G_e) = M_1G_r + M_2G_e + M_3$ ,  $V_e(G_r, G_e)$ =  $N_1G_r + N_2G_e + N_3$ , 将这两个表达式分别带入各自对应的 HJB 方程得到:

$$ho(N_{1}G_{
m r}+N_{2}G_{
m e}+N_{3}) = \max_{A_{
m ee},A_{
m er}, heta_{1}, heta_{2}} \{(\eta_{1}lpha_{1}+\eta_{2}lpha_{2}-N_{1}\delta)G_{
m r}-(\eta_{1}eta_{1}-\eta_{2}eta_{2}+N_{2}\delta)G_{
m e}+ \eta_{1}[\chi_{1}A_{
m rr}+\phi_{1}A_{
m er}+\sigma(A_{
m rr}+A_{
m er}-A_{
m ee}-A_{
m re})]+ \eta_{2}[\chi_{2}A_{
m ee}+\phi_{2}A_{
m re}-\sigma(A_{
m rr}+A_{
m er}-A_{
m ee}-A_{
m re})]- rac{\mu}{2}A_{
m ee}^{2}-rac{\mu heta_{1}}{2}A_{
m rr}^{2}-rac{\mu(1- heta_{3})}{2}A_{
m er}^{2}-rac{\mu heta_{2}}{2}A_{
m re}^{2} \ N_{1}[\lambda(A_{
m rr}+A_{
m er})]+N_{2}[\lambda(A_{
m ee}+A_{
m re})]\}_{
m o}$$

由结果可知  $A_{rr}$ ,  $A_{er}$ ,  $A_{ee}$ ,  $A_{re}$ 为与  $G_{r}$ ,  $G_{e}$  无关的参数,通过比较上式两端的系数可以得到零售商和制造商最优利润函数的参数值为:

$$M_{1} = \frac{\eta_{3}\alpha_{1}}{\rho + \delta}, M_{2} = -\frac{\eta_{3}\beta_{1}}{\rho + \delta};$$

$$N_{1} = \frac{\eta_{1}\alpha_{1} + \eta_{2}\alpha_{2}}{\rho + \delta}, N_{2} = \frac{\eta_{2}\beta_{2} - \eta_{1}\beta_{1}}{\rho + \delta}.$$
令式(12)关于  $\theta_{1}$ ,  $\theta_{2}$  的一阶导数为零,得:
$$\theta_{1}^{*} = \frac{2[\eta_{1}(\chi_{1} + \sigma) - \eta_{2}\sigma + \lambda N_{1}] - [\eta_{3}(\chi_{1} + \sigma) + \lambda M_{1}]}{2[\eta_{1}(\chi_{1} + \sigma) - \eta_{2}\sigma + \lambda N_{1}] + [\eta_{3}(\chi_{1} + \sigma) + \lambda M_{1}]};$$

$$(14)$$

$$\theta_{2}^{*} = \frac{2[\eta_{2}(\phi_{2} + \sigma) - \eta_{1}\sigma + \lambda N_{2}] - (\sigma\eta_{3} + \lambda M_{2})}{2[\eta_{2}(\phi_{2} + \sigma) - \eta_{1}\sigma + \lambda N_{2}] + (\sigma\eta_{3} + \lambda M_{2})}.$$

代入得 A<sub>rr</sub>, A<sub>er</sub>, A<sub>ee</sub>, A<sub>re</sub> 中得到定理 2。

定理 2 在 Stackelberg 博弈下,制造商和零售商的最优广告投入及分担比例为:

$$\frac{\eta_{1}\left(\chi_{1}+\sigma\right)-\eta_{2}\sigma+\frac{\eta_{3}\left(\chi_{1}+\sigma\right)}{2}+\frac{\eta_{1}\alpha_{1}+\eta_{2}\alpha_{2}+\frac{\eta_{3}\alpha_{1}}{2}\lambda}{\rho+\delta}}{\mu};$$

$$egin{aligned} & \mu \ & A_{ ext{re}}^{*} = rac{\eta_{2} \left(\phi_{2} + \sigma
ight) - \eta_{1}\sigma + rac{\eta_{3}\sigma}{2} + rac{\eta_{2}eta_{2} - \eta_{1}eta_{1} - rac{\eta_{3}eta_{1}}{2}\lambda}{
ho + \delta} \lambda}{\mu}, \ & A_{ ext{ee}}^{*} = rac{\eta_{2} \left(\chi_{2} + \sigma
ight) - \eta_{1}\sigma + rac{\eta_{1}lpha_{1} + \eta_{2}lpha_{2}}{
ho + \delta}\lambda}{\mu}, \ & A_{ ext{er}}^{*} = rac{\eta_{1} \left(\phi_{1} - \sigma
ight) - \eta_{2}\sigma + rac{\eta_{2}eta_{2} - \eta_{1}eta_{1}}{
ho + \delta}\lambda}{
ho}, \ & \partial_{1}^{*} = egin{cases} rac{2X_{1} - Y_{1}}{2X_{1} + Y_{1}} & 2X_{1} > Y_{1}, \ 0 & 2X_{1} \leqslant Y_{1} \end{cases}, \end{aligned}$$

$$heta_2^{m{\star}} = egin{cases} rac{2X_2 - Y_2}{2X_2 + Y_2} & 2X_2 > Y_2 \ 0 & 2X_2 \leqslant Y_2 \end{cases}; \ heta_3^{m{\star}} = 0 \, .$$

式中: $X_1 = \eta_1 (\chi_1 + \sigma) - \eta_2 \sigma \frac{\eta_1 \alpha_1 + \eta_2 \alpha_2}{\rho + \delta} \lambda, X_2 = \eta_3 (\chi_1 + \sigma) + \frac{\eta_3 \alpha_1}{\rho + \delta} \lambda, Y_1 = \eta_2 (\phi_2 + \sigma) - \eta_1 \sigma + \frac{\eta_2 \beta_2 - \eta_1 \beta_1}{\rho + \delta} \lambda, Y_2$   $= \sigma \eta_3 - \frac{\eta_3 \beta_1}{\rho + \delta} \lambda.$ 

推论 3 在 Stackelberg 博弈情形下,恒有  $\theta_3^* = 0$ 。

根据推论 3 得到结论: Stackelberg 博弈下,对于制造商为零售商进行线上宣传而产生的费用,零售商的最优策略为不分担。

对定理2做进一步分析,可以得到推论4。

推论 4 
$$\frac{\partial \theta_1^*}{\partial \eta_1} > 0$$
,  $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial \eta_2} > 0$ ; 当 $\frac{\alpha_2}{\sigma} > \frac{\rho + \delta}{\lambda}$ 时,  $\frac{\partial \theta_1^*}{\partial \eta_2} > 0$ ; 当 $\frac{\beta_1}{\sigma} > \frac{\rho + \delta}{\lambda}$ 时,  $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial \eta_1} > 0$ 。

根据推论 4 得到如下结论:①制造商对零售商 在电子直销渠道广告投入的分担比例与制造商在线 渠道边际利润成正比,制造商对零售商在传统渠道 广告的分担比例与制造商传统渠道边际利润成正 比,这说明当制造商在电子直销渠道和传统渠道的 边际利润增加时,制造商愿意为零售商线上线下的 广告投入提供更大的分担比例;②如果传统渠道所 售产品 β, 的商誉对电子直销渠道需求的影响 α2>  $\frac{\varrho + \delta}{1} \sigma$ ,则制造商承担零售商线下渠道广告费用的分 担比例会随直销渠道边际利润的增大而增大,当线 上直销渠道所售产品 β。的商誉对传统渠道需求的 影响  $\beta_1 > \frac{\rho + \delta}{1} \sigma$ ,则制造商承担零售商对线上渠道广 告的分担比例会随制造商传统渠道边际利润的增大 而增大。以上结论意味着当σ足够小时,产品间的 差异越大,竞争越不激烈,制造商增大承担零售商对 线上线下渠道产品广告投入的意愿越强烈。

对  $A_{ee}^*$ ,  $A_{rr}^*$ ,  $A_{re}^*$  求导得到推论 5, 其揭示了最优广告策略和产品差异化之间的关系。

推论 5 当 
$$\eta_2 < \eta_1 - \frac{\eta_3}{2}$$
 时, $\frac{\partial A_{\text{ee}}^*}{\partial \sigma} < 0$ , $\frac{\partial A_{\text{er}}^*}{\partial \sigma} < 0$ , $\frac{\partial A_{\text{er}}^*}{\partial \sigma} < 0$ ,即图 1 中的区域 1;当  $\eta_1 - \frac{\eta_3}{2} < \eta_2 < \eta_1$  时, $\frac{\partial A_{\text{ee}}^*}{\partial \sigma} < 0$ , $\frac{\partial A_{\text{er}}^*}{\partial \sigma} < 0$ , $\frac{\partial A_{\text{rr}}^*}{\partial \sigma} > 0$ ,即

图 1 中的区域 2; 当  $\eta_1 < \eta_2 < \eta_1 + \frac{\eta_3}{2}$  时,  $\frac{\partial A_{\text{ee}}^*}{\partial \sigma} > 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{rr}}^*}{\partial \sigma} < 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{rr}}^*}{\partial \sigma} > 0$ , 即图 1 中的区域 3; 当  $\eta_2 > \eta_1 + \frac{\eta_3}{2}$  时,  $\frac{\partial A_{\text{ee}}^*}{\partial \sigma} > 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{re}}^*}{\partial \sigma} < 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{rr}}^*}{\partial \sigma} < 0$ ,  $\frac{\partial A_{\text{re}}^*}{\partial \sigma} > 0$ , 即图 1 中的区域 4。

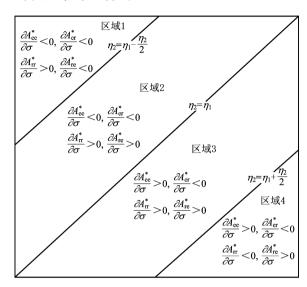


图1 品牌差异与最优广告投入 $A_{\text{ee}}^*$ ,  $A_{\text{er}}^*$ ,  $A_{\text{rr}}^*$ ,  $A_{\text{re}}^*$ 之间的关系

推论 5 表明,制造商和零售商的最优广告策略 与产品差异化之间的关系,很大程度上取决于制造 商和零售商在不同渠道边际利润的相对大小。

- (1)在区域 1,当  $\eta_2 < \eta_1 \frac{\eta_2}{2}$ 时,随着  $\sigma$  值的增大,渠道产品间的竞争更激烈,制造商在直销渠道和传统渠道都减小了广告投入,而零售商减小了直销渠道的广告投入却增加了在传统渠道的广告投入。
- (2)在区域 2,当  $\eta_1 \frac{\eta_2}{2} < \eta_2 < \eta_1$  时,随着  $\sigma$  值的增大,渠道产品间的竞争强度增大,制造商在电子直销渠道的广告投入减小,而在传统渠道的广告投入增大,零售商对电子直销渠道和传统渠道的广告投入都增大。
- (3)在区域 3,当  $\eta_1 < \eta_2 < \eta_1 + \frac{\eta_2}{2}$ 时,随着  $\sigma$  值的增大,渠道产品间的竞争强度增大,制造商在减小传统渠道广告投入的同时增大对电子直销渠道的广告投入,零售商对电子直销渠道和传统渠道的广告投入都增大。
- (4)在区域 4,当  $\eta_2 > \eta_1 + \frac{\eta_2}{2}$ 时,随着  $\sigma$  值的增大,渠道产品间的竞争变得激烈,制造商减小传统渠

道的广告投入而增加直销渠道的广告投入,零售商增大电子直销渠道的广告投入而减小传统渠道的广告投入。

由以上分析可以看出,随着 σ 的增大,差异化越 小,两者之间的竞争越激烈,制造商在电子直销渠道 与传统渠道的边际利润相等是其电子直销渠道广告 投入和传统渠道广告投入的临界点。当制造商在电 子直销渠道的边际利润较大时,其将会增加电子直 销渠道的广告投入,减小传统渠道的广告投入;反 之,应该减少电子直销渠道的广告投入,增加传统渠 道的广告投入。与此同时,随着电子直销渠道边际 利润的不断增大,一方面制造商会减少对传统渠道 的广告分担比例,从而减少传统渠道的广告投入,零 售商则会增大对传统渠道的广告投入进行竞争,当  $\eta_2 > \eta_1 + \frac{\eta_2}{2}$ 时,制造商对传统渠道广告分担比例减 小的影响超过了零售商对传统渠道广告投入增大的 影响,使传统渠道广告投入减小;另一方面,制造商 会增大对电子直销渠道的分担比例,但由于竞争,零 售商会减小电子直销渠道的广告投入,当 $\eta_2 > \eta_1$ 一 <u>%</u>时,制造商对零售商在电子直销渠道广告投入分 担比例的影响超过竞争带来的影响,零售商将会改 变策略,增大对电子直销渠道的广告投入。

消费者的购买习惯和品牌定位等诸多因素会对产品的差异化产生影响,上文得到的结论有助于供应链的制造商和零售商根据产品间的差异程度以及制造商和零售商在不同渠道相对利润水平的变化情况实施不同的合作广告策略。

## 3 双向参与的广告费用分担合同设计

因为集中控制决策下系统的利润水平大于 Stackelberg 博弈下的利润水平,所以可以通过设计 一个协调机制使分散决策下的制造商和零售商采用 集中控制下的最优广告策略进行渠道的广告投放, 从而提高系统总体收益。为了实现上述目标,引入 制造商和零售商双向参与的广告费用分担合同来协 调供应链关系。

广告费用分担合同的形式为 $(A_{ee}^c, A_{er}^c, A_{rr}^c, A_{re}^c, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ ,其中制造商对零售商在传统渠道广告投入的分担比例为 $\theta_1$ ,制造商对零售商在电子渠道广告投入的分担比例为 $\theta_2$ ,零售商对制造商在传统渠道广告投入的分担比例为 $\theta_3$ 。在本广告费用分担合

同中,如果供应链双方都采用集中控制下的广告策略,则将提高系统的总利润,实现利益最大化,并且可以通过广告费用分担来实现集中决策,从而提高供应链成员的收益。在此模式下,制造商和零售商的利润分别为:

$$\begin{split} &\rho V_{\mathrm{e}}^{DC}\left(A_{\mathrm{ee}}^{c},A_{\mathrm{er}}^{c},A_{\mathrm{rr}}^{c},A_{\mathrm{re}}^{c},\theta_{1},\theta_{2},\theta_{3}\right) \\ &= \eta_{\mathrm{l}}\,\mathrm{d}_{\mathrm{r}}^{c} + \eta_{2}\,\mathrm{d}_{\mathrm{e}}^{c} - \frac{\mu}{2}A_{\mathrm{ee}}^{2} - \frac{\mu\theta_{1}}{2}A_{\mathrm{rr}}^{2} - \frac{\mu(1-\theta_{3})}{2}A_{\mathrm{er}}^{2} - \frac{\mu\theta_{2}}{2}A_{\mathrm{re}}^{2} + \frac{\eta_{1}\alpha_{1} + \eta_{2}\alpha_{2}}{\rho + \delta}\left[\lambda(A_{\mathrm{rr}} + A_{\mathrm{er}}) - \delta G_{\mathrm{r}}\right] + \\ &\frac{\eta_{2}\beta_{2} - \eta_{1}\beta_{1}}{\rho + \delta}\left[\lambda(A_{\mathrm{ee}} + A_{\mathrm{re}}) - \delta G_{\mathrm{e}}\right]; \\ &\rho V_{\mathrm{r}}^{DC}\left(A_{\mathrm{ee}}^{c},A_{\mathrm{er}}^{c},A_{\mathrm{rr}}^{c},A_{\mathrm{re}}^{c},\theta_{1},\theta_{2},\theta_{3}\right) = \\ &\eta_{3}\,\mathrm{d}_{\mathrm{r}}^{c} - \frac{\mu(1-\theta_{1})}{2}A_{\mathrm{rr}}^{2} - \frac{\mu\theta_{3}}{2}A_{\mathrm{rr}}^{2} - \frac{\mu\theta_{3}}{2}A_{\mathrm{rr}}^{2} - \frac{\mu(1-\theta_{2})}{2}A_{\mathrm{re}}^{2} + \frac{\eta_{3}\alpha_{1}}{\rho + \delta}\left[\lambda(A_{\mathrm{rr}} + A_{\mathrm{er}}) - \delta G_{\mathrm{r}}\right] - \frac{\eta_{3}\beta_{1}}{\rho + \delta}\left[\lambda(A_{\mathrm{ee}} + A_{\mathrm{re}}) - \delta G_{\mathrm{e}}\right]. \end{split}$$

制造商只有在收益满足 $V_e^{\text{IC}} > V_e^*$  才会接受广告费用分担合同。因此,制造商愿意承担的零售商对电子直销渠道和传统渠道广告投入的分担比例及零售商愿意承担的制造商在传统渠道广告投入的分担比例应满足

$$\eta_{1} d_{\mathrm{r}}^{c} + \eta_{2} d_{\mathrm{e}}^{c} - \frac{\mu}{2} A_{\mathrm{ee}}^{2} - \frac{\mu \theta_{1}}{2} A_{\mathrm{rr}}^{2} - \frac{\mu (1 - \theta_{3})}{2} A_{\mathrm{er}}^{2} - \frac{\mu \theta_{2}}{2} A_{\mathrm{re}}^{2} + \frac{\eta_{1} \alpha_{1} + \eta_{2} \alpha_{2}}{\rho + \delta} \left[ \lambda (A_{\mathrm{rr}} + A_{\mathrm{er}}) - \delta G_{\mathrm{r}} \right] + \frac{\eta_{2} \beta_{2} - \eta_{1} \beta_{1}}{\rho + \delta} \left[ \lambda (A_{\mathrm{ee}} + A_{\mathrm{re}}) - \delta G_{\mathrm{e}} \right] - \rho V_{\mathrm{e}}^{*} > 0_{\circ}$$
(16)

类似地,要使零售商能够接受上述广告分担合同,必须满足 $V_r^{DC} > V_r^*$ 。因此有

$$\eta_{\delta} d_{r}^{\epsilon} - \frac{\mu(1-\theta_{1})}{2} A_{rr}^{2} - \frac{\mu\theta_{3}}{2} A_{er}^{2} - \frac{\mu(1-\theta_{2})}{2} A_{re}^{2} + \frac{\eta_{\delta} \alpha_{1}}{\rho + \delta} \left[ \lambda (A_{rr} + A_{er}) - \delta G_{r} \right] - \frac{\eta_{\delta} \beta_{1}}{\rho + \delta} \left[ \lambda (A_{ee} + A_{re}) - \delta G_{e} \right] - \rho V_{r}^{*} > 0.$$
(17)

定理 3 在由一个制造商和零售商组成的供应链系统中,存在一个费用分担合同使供应链达到协调状态,从而使供应链成员都能接受集中控制下的广告决策,并使制造商和零售商的利润都实现 Pareto 改进。

证明 因为 $V_e^{CC}>V_e^*$ 且 $V_r^{CC}>V_r^*$ ,所以 $V_e^{DC}+V_r^{DC}>V_e^*+V_r^*$ ,可以得到

$$(\eta_{1} + \eta_{3}) d_{r}^{c} + \eta_{2} d_{e}^{c} - \frac{\mu}{2} A_{ee}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{rr}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{er}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{ee}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{er}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{ee}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{er}^{2} - \frac{\mu}{2} A_{ee}^{2} - \frac{\mu$$

进一步化简得  $\rho(V_{e+r}^c - V_{e+r}^*) > 0$ ,得证。

当分担比例满足 $\{(\theta_1,\theta_2,\theta_3)|0<\theta_1<1,0<\theta_2<1,0<\theta_3<1,V_c^{\text{IC}}>V_c^*,V_r^{\text{IC}}>V_r^*\}$ 时,制造商和零售商会因能够获得更大的获利空间而接受集中控制决策下的最优广告策略,从而使供应链达到协调。综上所述,定理 3 成立。

### 4 算例分析

下面通过算例直观分析产品差异化对制造商和零售商最优广告投入和分担比例的影响。考虑到人民银行确定的商业银行中长期贷款的利率为4.9%,在此取 $\rho$ =0.05;考虑广告投入对需求的影响较大,取 $\chi$ 和 $\phi$ 大于 $\alpha$ 和 $\beta$ ;令 $\mu$ >0,以确保成本函数正凸函数的性质, $\lambda$ 为广告投入对产品商誉的影响, $\delta$ 为产品商誉随时间的递减效应,令 $\lambda$ >0, $\delta$ >0。因此,参数取值如下: $\rho$ =0.05, $\alpha$ <sub>1</sub>=0.25, $\mu$ =0.5, $\beta$ <sub>1</sub>=0.05, $\lambda$ =0.3, $\delta$ =0.5, $\chi$ <sub>1</sub>=0.8, $\phi$ <sub>1</sub>=0.6, $\alpha$ <sub>2</sub>=0.05, $\beta$ <sub>2</sub>=0.25, $\chi$ <sub>2</sub>=0.7, $\phi$ <sub>2</sub>=0.8, $\eta$ <sub>1</sub>=0.4, $\eta$ <sub>2</sub>=0.8, $\eta$ <sub>3</sub>=0.3, $\mu$ =0.5。

# 4.1 集中决策下边际利润水平和产品差异化对 广告投入的影响

通过改变  $\eta_2$  和 $\sigma$ 的取值,研究集中决策下供应链成员边际利润水平和产品差异化程度对集中决策下最优广告投入的影响,结果如图 2 所示。

从图 2a 可以看出,当  $\eta_2$  较小时, $A_{rr}^c$  会随  $\sigma$  的增大而增大;当  $\eta_2$  较大时, $A_{rr}^c$  会随  $\sigma$  的增大而减小。从图 2b 可以看出,当  $\eta_2$  较小时, $A_{rr}^c$  会随  $\sigma$  的增大而减小。从图 2c 可以看出,当  $\eta_2$  较小时, $A_{rr}^c$  会随  $\sigma$  的增大而减小。从图 2c 可以看出,当  $\eta_2$  较小时, $A_{re}^c$  会随  $\sigma$  的增大而增大;当  $\eta_2$  较大时, $A_{re}^c$  会随  $\sigma$  的增大而增大,当  $\eta_2$  较大时, $A_{re}^c$  会随  $\sigma$  的增大而增大,当  $\eta_2$  较大时, $A_{re}^c$  会随  $\sigma$  的增大而增大,当  $\eta_2$  较大时, $A_{re}^c$  会随着  $\sigma$  的增大而减小。另外可见,制造商和零售商对电子直销渠道的广告投入与制造商在电子直销渠道商品的利润率正相关,即随着制造商在电子直销渠道产品的广告投入,这与推论 1 的结论一致。从图 2a 和图 2b 可见,当电

子直销渠道的利润率很高时,制造商会减小传统渠道的投入,甚至将其降低为零。有趣的是,随着电子直销渠道利润率的提升,零售商也会降低对传统渠道的广告投入,这是由于集中控制通过将广告投入到边际利润大的产品上来提高系统的利润水平;从图 2c 和图 2d 可见,当电子直销渠道的边际利润很低时,制造商和零售商会减少电子直销渠道的广告投入,甚至将其降低为零,同样由于广告投入会流向边际利润更大的产品上;而且从中也可以看出,当品牌差异较小,竞争较激烈时,广告投入向边际利润大的产品流入得更快,说明产品间差异化程度的降低有助于提高内部广告效率,进而提高收益水平。

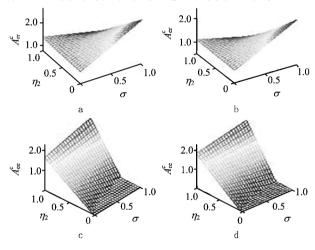


图2 集中决策下产品差异化程度对广告投入的影响

# 4.2 Stackelberg 博弈下广告投入与边际利润及 产品差异化间的关系

为了研究 Stackelberg 博弈下,供应链双方的最优广告投入与不同渠道的边际利润和产品差异化之间的关系,将  $\eta_2$  和  $\sigma$  作为变量进行分析,得到如图 3 所示的结果。

从图 3b 和图 3c 可见,随着电子直销渠道边际利润的提高,制造商和零售商都会加大电子直销渠道的广告投入;从图 3a 和图 3d 可见,当渠道间的竞争强度较低时,随着竞争强度的提高,为了能够赢得更多的市场份额,零售商会加大传统渠道的广告投入,但是当电子直销渠道的边际利润率增大到一定程度时,零售商会减小传统渠道的广告投入,这是由于制造商将注意力转移到了边际利润更大的电子直销渠道上,减小了传统渠道的分担比例,当分担比例减小到一定程度时,零售商就会减小其对传统渠道的广告投入;从图 3d 得到了与推论 4 和推论 5 一致的结果:①随着竞争程度的增强,制造商会减少传统

渠道的广告投入,甚至为零;②电子直销渠道利润率较高且竞争不是很激烈时,制造商仍然会保持传统渠道的投入。这是为了培养线下品牌,通过广告提升品牌价值来提高传统渠道的边际利润,从长远来看,在电子直销渠道和线下渠道竞争不是很激烈的情况下,制造商应保持对传统渠道的广告投入。

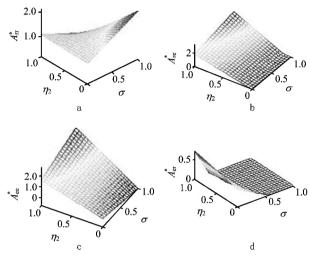


图3 Stackelberg博弈下产品差异化对广告投入的影响

# 4.3 Stackelberg 博弈下边际利润和产品差异程度 对分担比例的影响

为了研究 Stackelberg 博弈下,制造商和零售商不同渠道的边际利润和产品差异程度对最优分担比例的影响,通过改变  $\eta$ 。和 $\sigma$ 的取值得到如图 4 所示的结果。

从图 4a 和图 4b 可见,当传统渠道边际利润率较低时,随着产品差异化程度的提高,制造商会提高对电子直销渠道和传统渠道广告投入的分担比例;当传统渠道边际利润率较大时,随着产品差异化程度的降低,制造商会减小对零售商在电子直销和在传统渠道广告投入的分担比例。另外,当产品差异化程度较低时,制造商对传统渠道广告投入的分担比例随零售商在传统渠道边际利润的增大而减小,对零售商在电子直销渠道的广告投入的分担比例随着零售商传统渠道边际利润的增大而增大。这与推论 4 得到的结论一致。

假设  $G_r$  = 2.0,  $G_e$  = 1.0, 根据上文假设的参数,通过计算可以得到集中决策下零售商、制造商在传统渠道的广告投入,以及制造商、零售商在电子直销渠道的广告投入分别为  $A_{rr}^c$  = 1.31,  $A_{er}^c$  = 1.03,  $A_{ee}^c$  = 1.5, 系统的总利润为  $V_{e+r}^c$  = 1.77; 分散决策下零售商和制造商对传统渠道的广告投入分

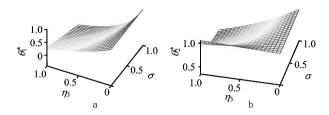


图4 Stackelberg博弈下产品差异化程度对最优分担比例的影响

别为  $A_{rr}^* = 0.97$ ,  $A_{er}^* = 1.69$ , 制造商和零售商对电子直销渠道的广告投入分别为  $A_{ee}^* = 1.43$ ,  $A_{re}^* = 0.20$ , 系统总利润为 1.37, 广告分担比例应当满足

$$\left\{ (\theta_{1}, \theta_{2}, \theta_{3}) \middle| \begin{array}{l} 0 < \theta_{1} < 1, 0 < \theta_{2} < 1, 0 < \theta_{3} < 1, \\ 0, 85\theta_{1} + 0, 53\theta_{2} + 0, 55\theta_{3} - 0, 70 > 0, \\ 0, 85\theta_{1} + 0, 53\theta_{2} + 0, 55\theta_{3} - 0, 99 < 0 \end{array} \right\}.$$

只要  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  满足以上不等式,就可以使供应链达到协调。在本算例中,当分担比例为  $\theta_1$  = 0. 5,  $\theta_2$  = 0. 5,  $\theta_3$  = 0. 4 时,可以发现分担比例在该集合内能够实现供应链协调。类似地,使供应链协调的分担比例组合可以通过以上方法确定。通过比较集中决策下的系统利润和 Stackleberg 博弈下供应链的系统利润,可得集中决策下供应链的系统利润比分散决策时增加了 29. 2%。因此,在存在产品差异化的双渠道供应链中,制造商和零售商通过合同的方式进行集中决策下的合作广告策略,有助于提高供应链的利润水平。

#### 5 结束语

本文主要对产品差异化下 OAO 供应链制造商 和零售商的合作广告问题进行研究,用微分对策的 方法得出集中决策及 Stackelberg 博弈下制造商和 零售商的最优合作广告策略,在此基础上分析广告 分担比例和产品差异化程度对广告决策的影响。通 过研究发现:①在集中决策下,随着 OAO 同类产品 差异化的减小,制造商和零售商都会加大对边际利 润高的渠道的广告投入,该结论也在文献[14]得到 验证;②在分散决策下,产品间的差异越大,制造商 增大承担零售商对 OAO 渠道产品广告投入的意愿 越强烈,因此产品差异化能促进制造商与零售商的 广告合作;③当产品差异化程度较低时,制造商对传 统渠道广告投入的分担比例随零售商在传统渠道边 际利润的增大而减小。最后,本文设计了一个广告 分担合同,以实现供应链协调并提高供应链双方的 利润水平。文中同时提供了分担比例的确定方法, 可以为在OAO供应链实施产品差异化下的广告合 作提供参考。

本文研究中的商誉是确定的,没有考虑企业广告 投入效果带有不确定性的随机商誉,另外本文也没有 涉及零售商竞争环境下的合作广告问题,未来可以从 以下几个方面对本文研究进行拓展:①引入随机微分 对策理论讨论随机合作广告模型;②考虑商誉的不确 定性对广告投入的影响;③将单个制造商单个零售商 的动态合作广告拓展到多个零售商的情形。

#### 参考文献:

- [1] BENNAN I. How retailers are putting it all together [J]. Sales and marketing Management, 1988, 5(1):25-62.
- [2] ZHANG Jihua, XIE Jinxing. Coordinating advertising and pricing in a manufacturer-retailer channel[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197(2):785-791.
- [3] HUANG Song, YANG Chao, ZHANG Xi. Pricing and cooperative advertising decision models in dual-channel supply chain [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011, 17 (12):2683-2692 (in Chinese). [黄 松,杨 超,张 曦. 双渠道供应链中定价与合作广告决策模型[J]. 计算机集成制造系统,2011,17(12):2683-2692.]
- [4] NIE Jiajia. Cooperative advertising model with competing supply chains with differential game[J]. Journal of Systems & Management,2011,20(5):578-588(in Chinese). [聂佳佳. 供应链竞争下基于微分对策的合作广告模型[J]. 系统管理学报,2011,20(5):578-588.]
- [5] CHEN Guopeng, ZHANG Xumei, XIAO Jian. Cooperative advertising strategy of supply chain with online retailer's discount[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2016, 22(5):1363-1370(in Chinese). [陈国鹏,张旭梅,肖 剑. 在线零售商价格折扣下的供应链合作广告策略[J]. 计算机集成制造系统,2016,22(5):1363-1370.]
- [6] CAI Hongwen, CAI Hongwu, ZHANG Dianye. Fuzzy option contract with jointed advertising sharing in a retailer-led supply chain[J]. Journal of System Engineering, 2011, 26(3): 322-329 (in Chinese). [蔡洪文,蔡洪武,张殿业. 零售商主导的合作广告投入共担期权契约模型[J]. 系统工程学报, 2011, 26(3): 322-329.]
- [7] JORGENSEN S, TABOUBI S, ZACCOUR G. Cooperative advertising in a marketing channel[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2001, 110(1):145-158.
- [8] CHEN Yuangao. Research on multi-channel coordination in e-supply chain [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010 (in Chinese). [陈远高. 电子供应链中多渠道协调问题研究[D]. 杭州:浙江大学,2010.]
- [9] NIE Jiajia, XIONG Zhongkai. Integrated decision model with manufacturer's advertising and retailer's dynamic pricing[J].

  Management Sciences in China, 2006, 19(6):42-47(in Chinese).

- [聂佳佳,熊中楷.制造商广告和零售商动态定价联合决策模型[J].管理科学,2006,19(6);42-47.]
- [10] LI Changwen, ZHOU Yongwu, CHEN Wu, et al. Joint decision-making on order quantity and advertising expenditures for overconfident retailers[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(6):523-530(in Chinese). [李昌文,周永务,陈 武,等. 过度自信零售商广告费用和订货量的联合决策[J]. 中国科学技术大学学报,2014,44(6):523-530.]
- [11] ZHANG Jianjun, ZHAO Jin, ZHANG Yanxia. Research on supply chain reputation and its differential game based on continuous time dynamic game theory[J]. Journal of Industrial Management, 2012, 26(1):143-150(in Chinese). [张建军,赵晋,张艳霞. 基于连续时间动态博弈的供应链声誉及其微分对策研究[J]. 管理工程学报, 2012, 26(1):143-150.]
- [12] NIE Jiajia. Strategies of cooperative advertising in supply chain with differential game[D]. Chongqing:Chongqing University,2009(in Chinese). [聂佳佳. 基于微分对策的供应链合作广告策略[D]. 重庆:重庆大学,2009.]
- [13] YAN R L. Managing channel coordination in a multi-channel manufacturer-retailer supply chain [J]. Industrial Marketing Management, 2010, 44(4):672-692.
- [14] ZHANG Xumei, CHEN Guopeng. Coordination model for cooperative advertising in dual-channel supply chain under product brand differentiation[J]. Journal of Industrial Engineering/Engineering Management, 2016, 30(2):152-159(in Chinese). [张旭梅,陈国鹏. 存在品牌差异的双渠道供应链合作广告协调模型[J]. 管理工程学报,2016,30(2):152-159.]
- [15] ZHAO Deyu, GU Haiying, LIU Chen. Price competition and strategy of product differential location; game and its extension[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9 (5):1-7(in Chinese). [赵德余,顾海英,刘 晨. 双寡头垄断市场的价格竞争与产品差异化策略———个博弈论模型及其扩展[J]. 管理科学学报, 2006, 9(5):1-7.]
- [16] CHEN Yuangao, LIU Nan. Coordination of dual-channel supply chain under product differentiation[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2011, 25 (2):239-244(in Chinese). [陈远高,刘 南.存在差异性产品的双渠道供应链协调研究[J]. 管理工程学报, 2011, 25(2): 239-244.]
- [17] CHEN Jing, JI Guojun. An analysis of decision-making and effect of supply chain in horizontal merger and acquisition of differentiated products[J]. Commercial Research, 2014(3): 159-168(in Chinese). [陈 静, 计国君. 差异化产品供应链横向并购的决策机制与效应分析[J]. 商业研究, 2014(3): 159-168.]
- [18] JORGENSEN S, ZACCOUR G. A survey of game-theoretic models of cooperative advertising [J]. European Journal of Operational Research, 2014, 237(1):1-14.

# 作者简介:

肖 剑(1975-),男,重庆綦江人,副教授,博士,研究方向:物流与供应链管理,E-mail;xj4448@126.com;李园园(1996-),男,河南汝州人,本科生,研究方向:造价管理; 张旭梅(1966-),女,四川仁寿人,教授,博士,博士生导师,研究方向:物流与供应链管理。