



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院《程序设计实习》 郭炜

广度优先搜索

入门：抓住那头牛

抓住那头牛 (POJ3278)

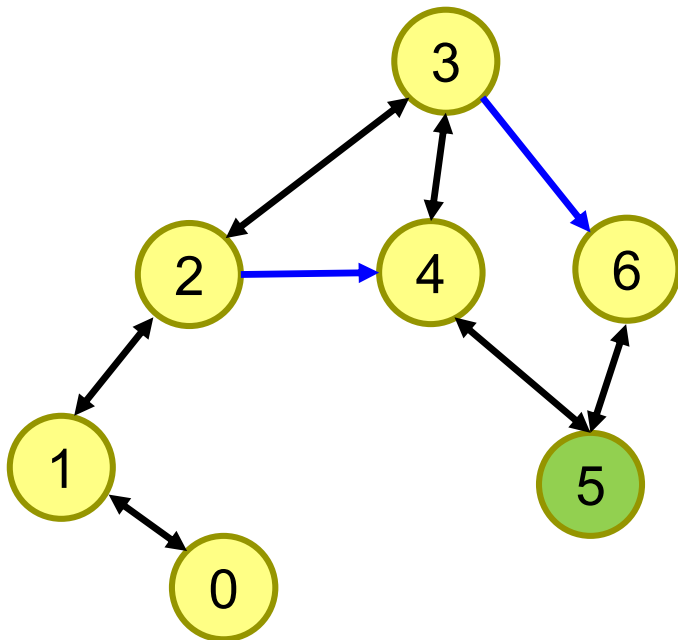
农夫知道一头牛的位置，想要抓住它。农夫和牛都位于数轴上，农夫起始位于点 N ($0 \leq N \leq 100000$)，牛位于点 K ($0 \leq K \leq 100000$)。农夫有两种移动方式：

- 1、从 X 移动到 $X-1$ 或 $X+1$ ，每次移动花费一分钟
- 2、从 X 移动到 $2*X$ ，每次移动花费一分钟

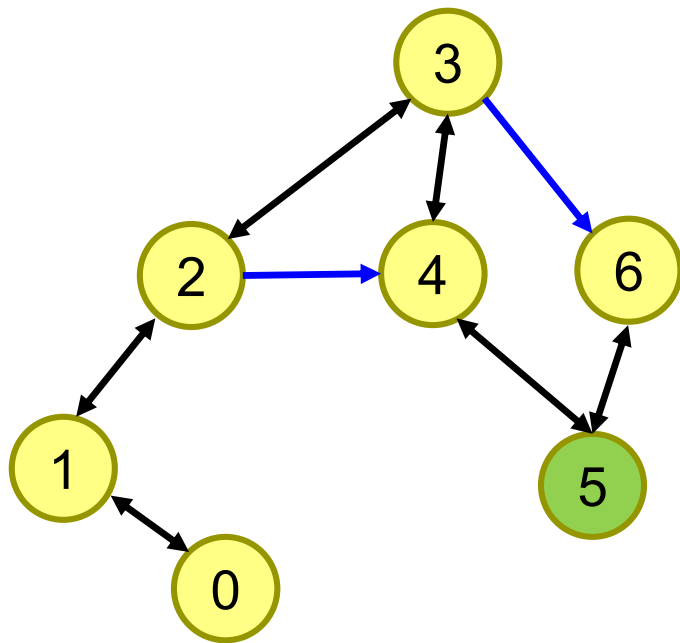


假设牛没有意识到农夫的行动，站在原地不动。农夫最少要花多少时间才能抓住牛？

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？

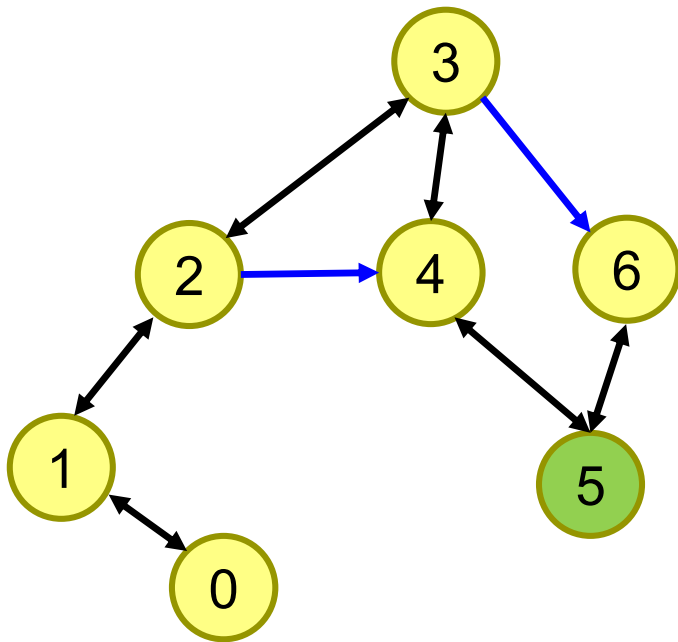


假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



策略1) 深度优先搜索：从起点出发，随机挑一个方向，能往前走就往前走(扩展)，走不动了则回溯。不能走已经走过的点(要判重)。

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



运气好的话：

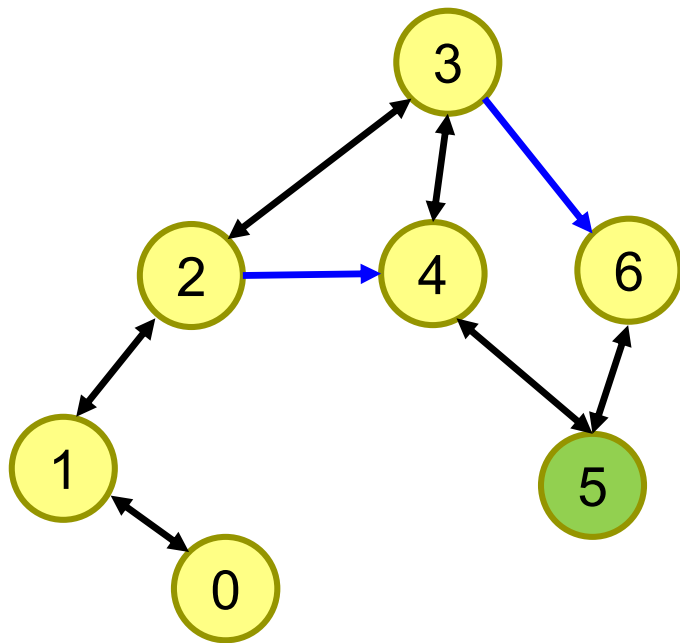
3->4->5

或

3->6->5

问题解决！

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



运气不太好的话：

$3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

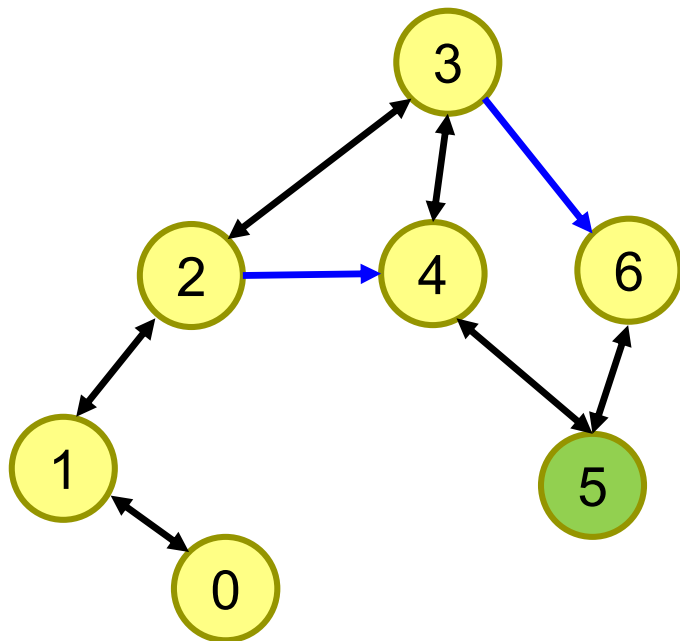
运气最坏的话：

$3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

要想求最优(短)解，则要遍历所有走法。可以用各种手段优化，比如，若已经找到路径长度为 n 的解，则所有长度大于 n 的走法就不必尝试。

运算过程中需要存储路径上的节点，数量较少。
用栈存节点。

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



策略2) 广度优先搜索：

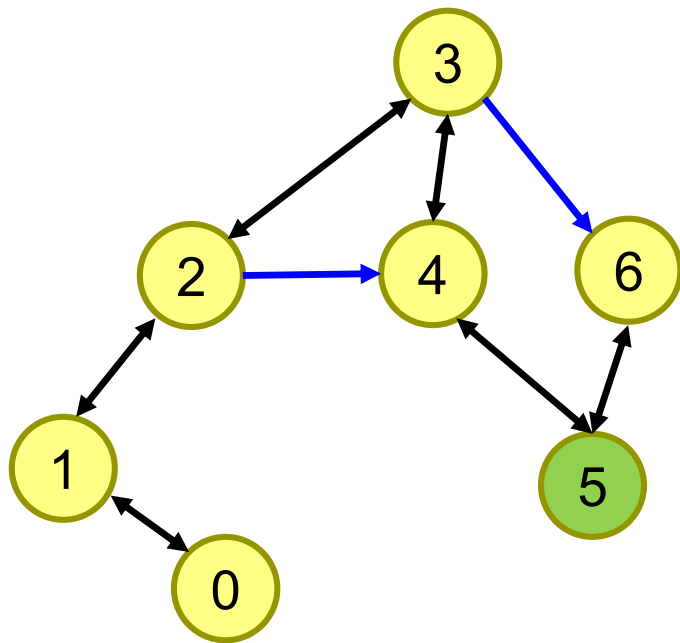
给节点分层。起点是第0层。从起点最少需 n 步就能到达的点属于第 n 层。

第1层：2, 4, 6

第2层：1, 5

第3层：0

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？

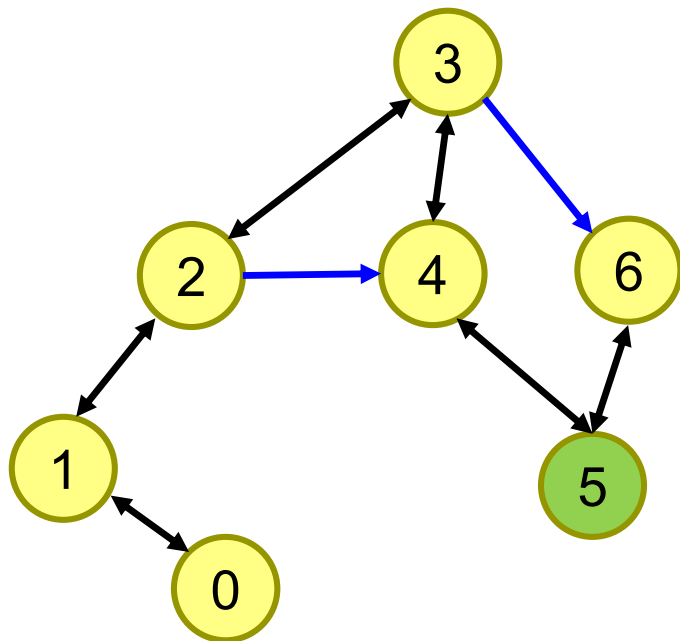


策略2) 广度优先搜索：

给节点分层。起点是第0层。从起点最少需 n 步就能到达的点属于第 n 层。

依层次顺序，从小到大扩展节点。把层次低的点全部扩展出来后，才会扩展层次高的点。

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



策略2) 广度优先搜索：

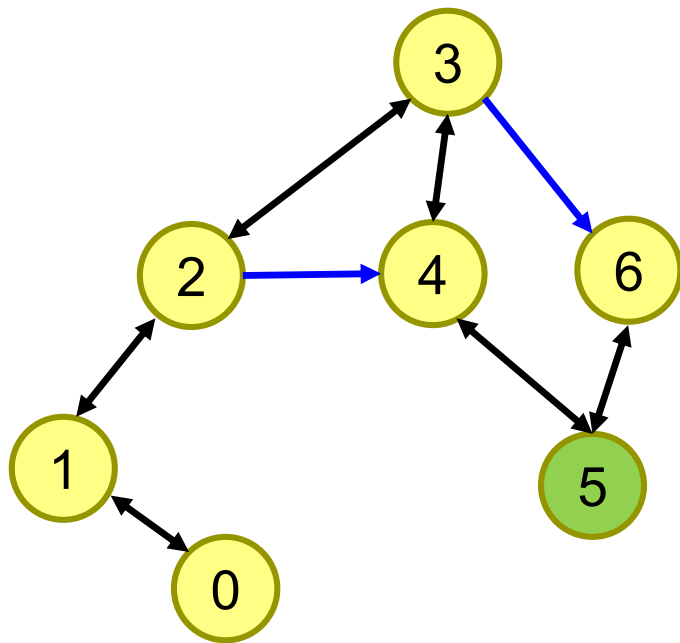
搜索过程（节点扩展过程）：

3
2 4 6
1 5

问题解决。

扩展时，不能扩展出已经走过的节点(要判重)。

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？

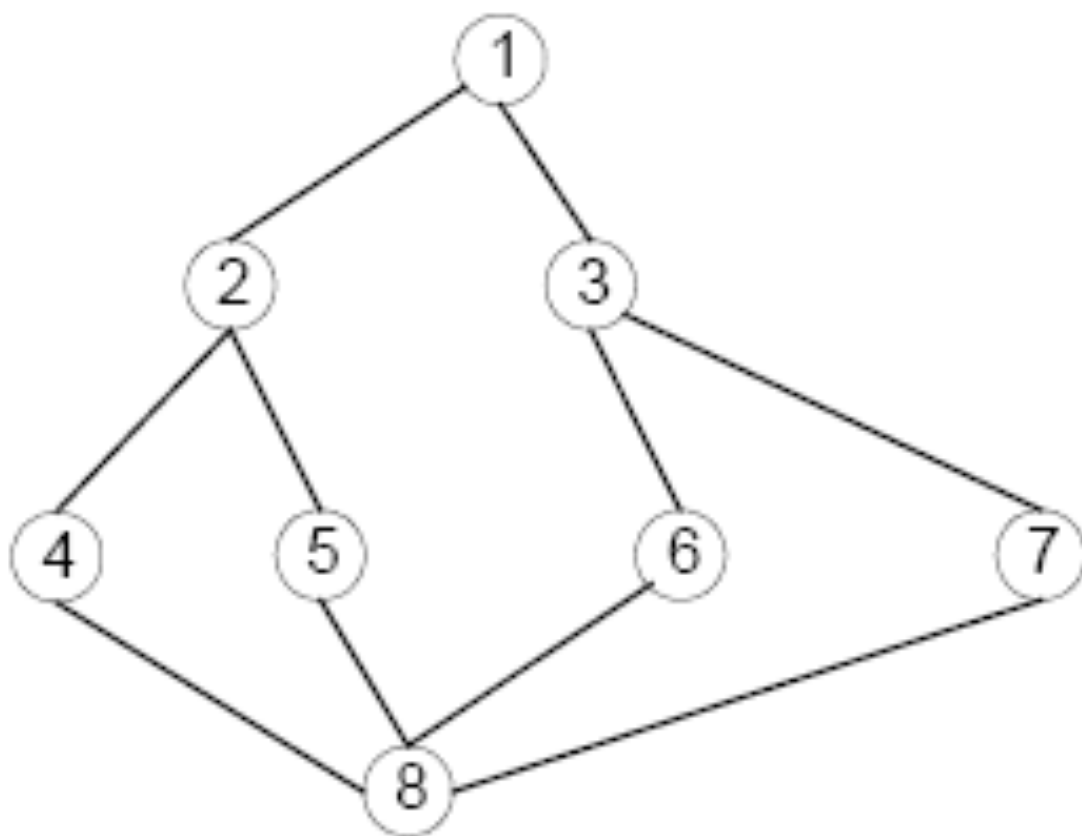


策略2) 广度优先搜索：

可确保找到最优解，但是因扩展出来的节点较多，且多数节点都需要保存，因此需要的存储空间较大。

用队列存节点。

深搜 vs. 广搜



若要遍历所有节点：

□ 深搜

1-2-4-8-5-6-3-7

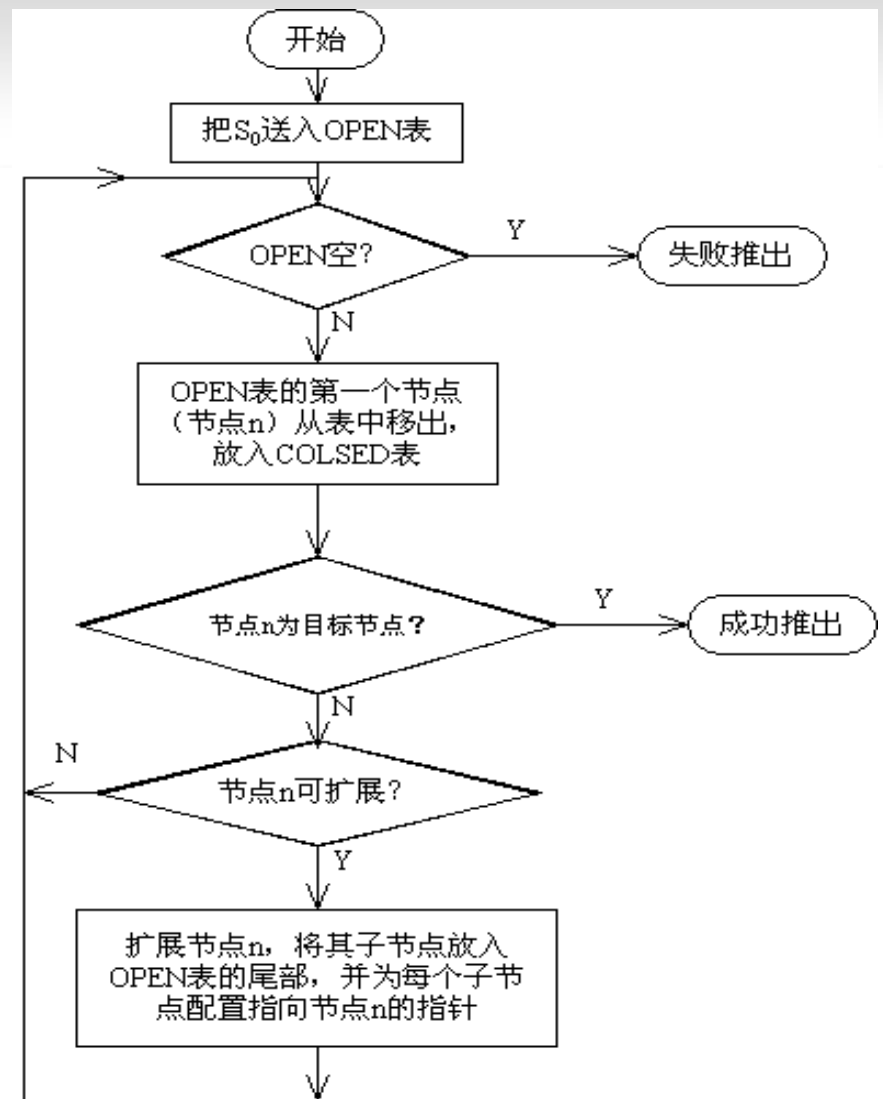
□ 广搜

1-2-3-4-5-6-7-8

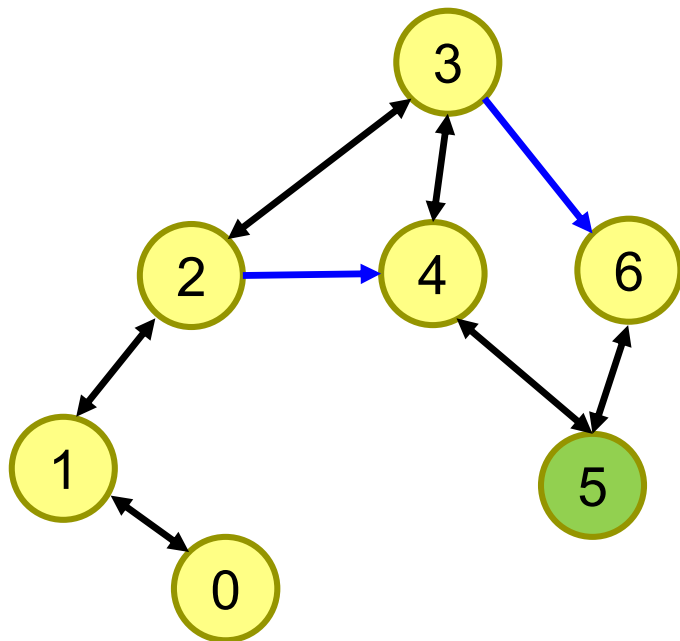
广搜算法

□ 广度优先搜索算法如下：（用QUEUE）

- (1) 把初始节点 S_0 放入Open表中；
- (2) 如果Open表为空，则问题无解，失败退出；
- (3) 把Open表的第一个节点取出放入Closed表，并记该节点为 n ；
- (4) 考察节点 n 是否为目标节点。若是，则得到问题的解，成功退出；
- (5) 若节点 n 不可扩展，则转第(2)步；
- (6) 扩展节点 n ，将其不在Closed表和Open表中的子节点（判重）放入Open表的尾部，并为每一个子节点设置指向父节点的指针（或记录节点的层次），然后转第(2)步。



假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



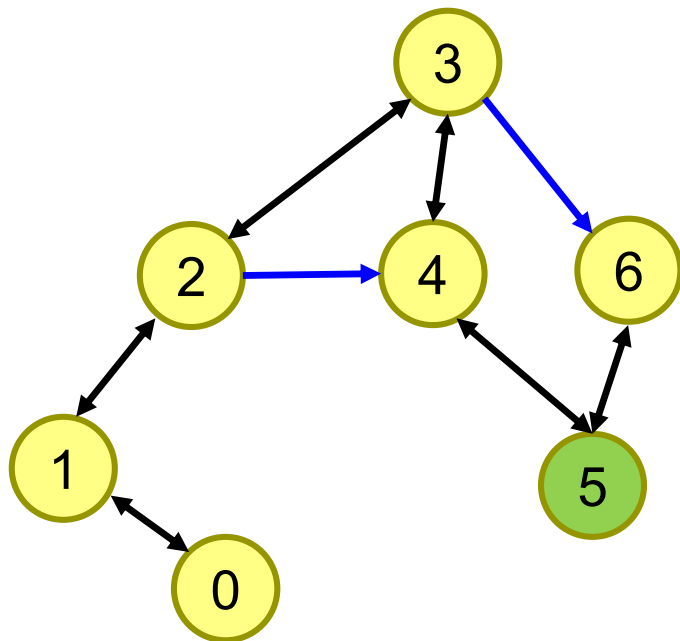
广度优先搜索队列变化过程：

3

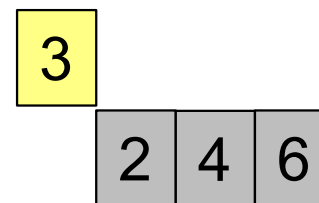
Closed

Open

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



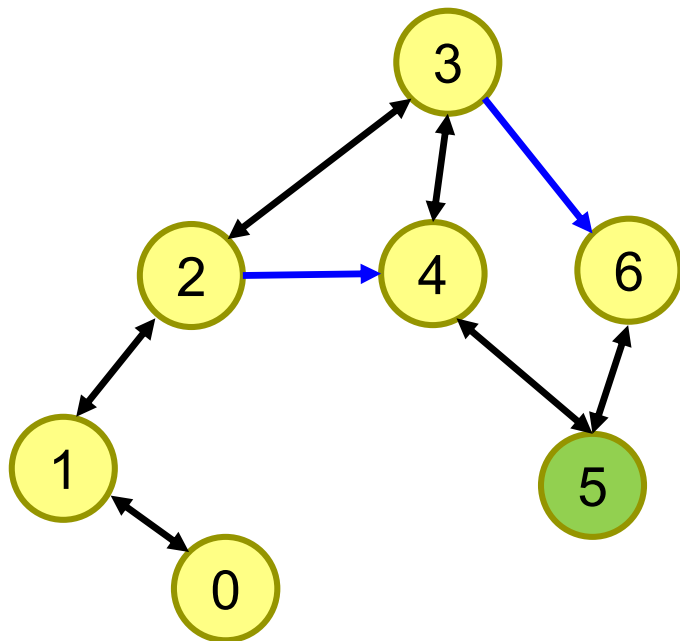
广度优先搜索队列变化过程：



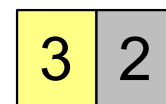
Closed

Open

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



广度优先搜索队列变化过程：

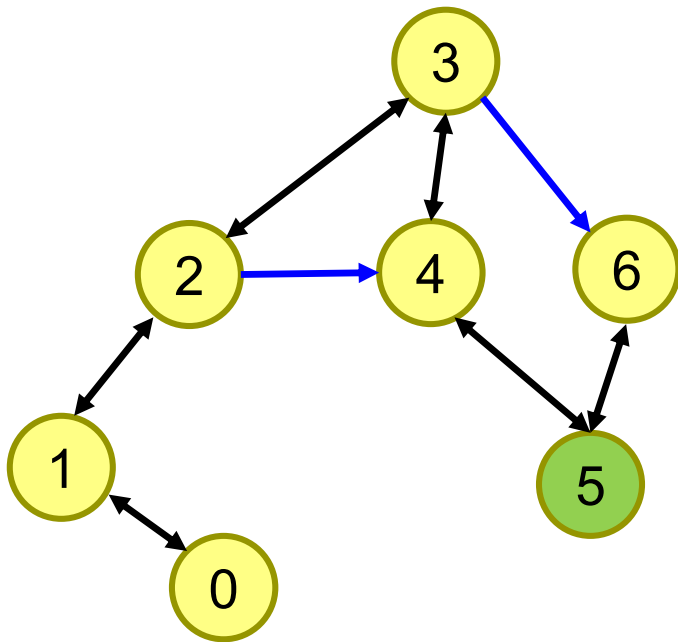


Closed

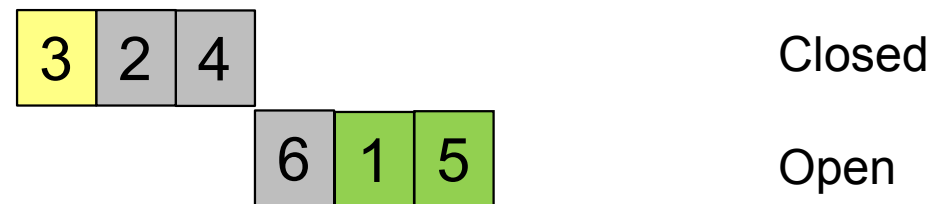


Open

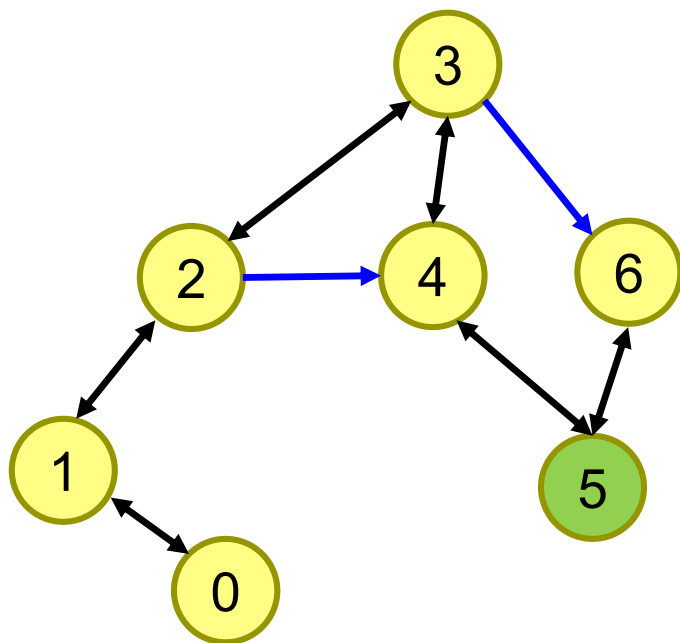
假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
 如何搜索到一条走到5的路径？



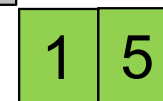
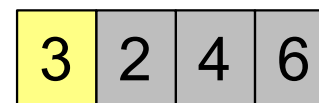
广度优先搜索队列变化过程:



假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



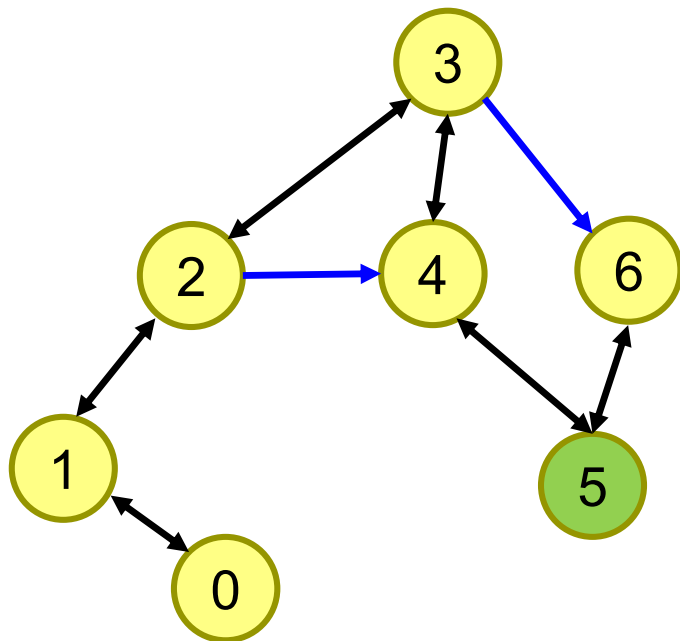
广度优先搜索队列变化过程：



Closed

Open

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



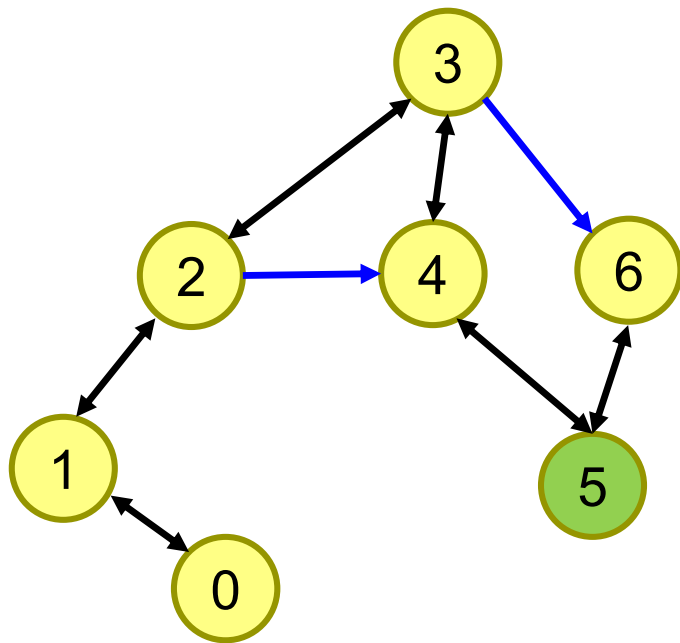
广度优先搜索队列变化过程：



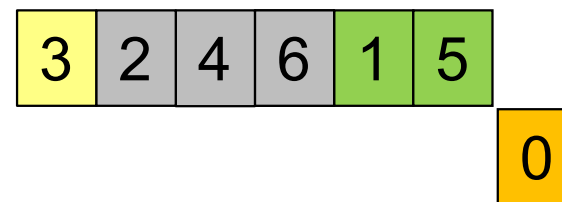
Closed

Open

假设农夫起始位于点3，牛位于5
 $N=3$, $K=5$ ，最右边是6。
如何搜索到一条走到5的路径？



广度优先搜索队列变化过程：



Closed

Open

目标节点5出队列，问题解决！

//poj3278 Catch That Cow

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <queue>
using namespace std;
int N,K;
const int MAXN = 100000;
int visited[MAXN+10]; //判重标记,visited[i] = true表示i已经扩展过
struct Step{
    int x; //位置
    int steps; //到达x所需的步数
    Step(int xx,int s):x(xx),steps(s) { }
};
queue<Step> q; //队列,即Open表
int main() {
    cin >> N >> K;
    memset(visited,0,sizeof(visited));
    q.push(Step(N,0));
    visited[N] = 1;
```

```
while(!q.empty()) {  
    Step s = q.front();  
    if( s.x == K ) { //找到目标  
        cout << s.steps << endl;  
        return 0;  
    }  
    else {  
        if( s.x - 1 >= 0 && !visited[s.x-1] ) {  
            q.push(Step(s.x-1,s.steps+1));  
            visited[s.x-1] = 1;  
        }  
        if( s.x + 1 <= MAXN && !visited[s.x+1] ) {  
            q.push(Step(s.x+1,s.steps+1));  
            visited[s.x+1] = 1;  
        }  
    }  
}
```

```
        if( s.x * 2 <= MAXN &&!visited[s.x*2] ) {  
            q.push(Step(s.x*2,s.steps+1));  
            visited[s.x*2] = 1;  
        }  
        q.pop() ;  
    }  
}  
return 0;  
}
```

P0J3984 迷宫问题

定义一个二维数组：

```
int maze[5][5] = {  
    0, 1, 0, 0, 0,  
    0, 1, 0, 1, 0,  
    0, 0, 0, 0, 0,  
    0, 1, 1, 1, 0,  
    0, 0, 0, 1, 0,  
};
```

它表示一个迷宫，其中的1表示墙壁，0表示可以走的路，只能横着走或竖着走，不能斜着走，要求编程序找出从左上角到右下角的最短路线。

P0J3984 迷宫问题

- 广搜
- 不能使用STL的queue，要自己用数组来实现队列
- 新的节点要进入队列时，需在该节点内部用father指针记录其父节点在队列中的下标（到达迷宫中某个位置的时候，要记录刚才是从哪个位置过来的）
- 当目标节点出队列时，沿着节点的father指针链，就能倒着找到从起点到目标的路径


```

#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstring>
using namespace std;

struct Pos {
    int r,c;
    int father; //父节点在队列中的下标,-1表示本节点是起点
    Pos(int rr=0,int cc=0,int ff=0):r(rr),c(cc),father(ff) { }
};

int maze[8][8];
Pos que[100];
int head,tail; //队列头尾指针
Pos dir[4] = {Pos(-1,0),Pos(1,0),Pos(0,-1),Pos(0,1)}; //移动方向
int main() {
    memset(maze,0xff,sizeof(maze));
    for( int i = 1;i <= 5; ++i)
        for (int j = 1; j <= 5; ++j )
            cin >> maze[i][j];

    head = 0;
    tail = 1;
    que[0] = Pos(1,1,-1);

```

```

while( head != tail ) { //队列不为空
    Pos ps = que[head];
    if( ps.r == 5 && ps.c == 5 ) { //目标节点出队列
        vector<Pos> vt;
        while(true) {
            vt.push_back( Pos( ps.r, ps.c, 0 ) );
            if( ps.father == -1 ) //起点
                break;
            ps = que[ps.father];
        };
        for( int i = vt.size()-1; i >= 0; -- i )
            cout << "(" << vt[i].r-1 << ", " <<
                vt[i].c-1 << ")" << endl;
        return 0;
    }
}

```

```

else { //队头节点不是目标节点
    int r = ps.r, c = ps.c;
    for( int i = 0; i < 4; ++i)
        if(! maze[r+dir[i].r][c+dir[i].c]) {
            que[tail++] =
                Pos(r+dir[i].r, c+dir[i].c, head);
            //新扩展出来的节点的父节点在队列里的下标是head
            maze[r+dir[i].r][c+dir[i].c] = 1;
        }
    ++head;
}
}
return 0;
}

```

迷宫问题变形一(百练4980, 拯救行动)

要从迷宫中的起点 r 走到终点 a , 迷宫中各个字符代表道路 ($@$)、墙壁 ($\#$)、和守卫 (x)。

能向上下左右四个方向走。不能走到墙壁。
每走一步需要花费1分钟

行走过程中一旦遇到守卫, 必须杀死守卫才能继续前进。 杀死一个守卫需要花费额外的1分钟

求到达目的地最少用时

```
# @ # # # # @  
# @ a # @ @ r @  
# @ @ # x @ @ @  
@ @ # @ @ # @ #  
# @ @ @ # # @ @  
@ # @ @ @ @ @ @  
@ @ @ @ @ @ @ @
```

百练4980 拯救行动

解法一：

队列里放以下结构：

```
struct Position
{
    int r, c;
    int steps;
};
```

将 ‘x’ 对应的节点放入队列时，直接将其steps多加1

要求队列是 **steps**最小的在队头的优先队列！

```
2
7 8
#@#####@
#@a#@@r@
#@@#x@@@
@@#@@#@#
#@@@##@@
@#@@@@@@
@@@@@@@@
```

迷宫问题变形一(百练4980, 拯救行动)

解法二:

●状态表示:

```
struct Pos {  
    int r, c; //本节点的位置  
    bool kill; //是否杀死过守卫  
    int t; //走到本节点花的时间  
};
```

迷宫问题变形一(百练4980, 拯救行动)

- 状态表示:

```
struct Pos {  
    int r, c; //本节点的位置  
    bool kill; //是否杀死过守卫  
    int t; //走到本节点花的时间  
};
```

- 若 (r, c) 处没有守卫, 则由状态 $(r, c, 0, t)$ 可以扩展出 $(r+1, c, 0, t+1)$, $(r-1, c, 0, t+1)$, $(r, c+1, 0, t+1)$, $(r, c-1, 0, t+1)$

迷宫问题变形一

- 状态表示:

```
struct Pos {  
    int r, c; //本节点的位置  
    bool kill; //是否杀死过守卫  
    int t; //走到本节点花的时间  
};
```

- 若 (r, c) 处没有守卫, 则由状态 $(r, c, 0, t)$ 可以扩展出 $(r+1, c, 0, t+1)$, $(r-1, c, 0, t+1)$, $(r, c+1, 0, t+1)$, $(r, c-1, 0, t+1)$
- 若 (r, c) 处有守卫, 则由状态 $(r, c, 0, t)$ 只能扩展出 $(r, c, 1, t+1)$

迷宫问题变形一

- 状态表示:

```
struct Pos {  
    int r, c; // 本节点的位置  
    bool kill; // 是否杀死过守卫  
    int t; // 走到本节点花的时间  
};
```

- 若 (r, c) 处没有守卫, 则由状态 $(r, c, 0, t)$ 可以扩展出 $(r+1, c, 0, t+1)$, $(r-1, c, 0, t+1)$, $(r, c+1, 0, t+1)$, $(r, c-1, 0, t+1)$
- 若 (r, c) 处有守卫, 则由状态 $(r, c, 0, t)$ 只能扩展出 $(r, c, 1, t+1)$
- 由状态 $(r, c, 1, t)$ 可以扩展出:
 $(r+1, c, 0, t+1)$, $(r-1, c, 0, t+1)$, $(r, c+1, 0, t+1)$, $(r, c-1, 0, t+1)$

迷宫问题变形一(百练4980, 拯救行动)

判重数组:

```
int flag[M][N][2];
```

`flag[r][c][0]`表示在坐标 (r, c) , 尚未杀死守卫的情况

`flag[r][c][1]`表示在坐标 (r, c) , 已经杀死守卫的情况

其实只要 `int flag[M][N]`; 也可以.

迷宫问题变形二(百练6044, 鸣人和佐助)

要从迷宫中的起点 r 走到终点 a , 迷宫中各个字符代表道路 (@)、墙壁 (#)、和守卫 (x)。

能向上下左右四个方向走。不能走到墙壁。
每走一步需要花费1分钟

行走过程中一旦遇到守卫, 必须杀死守卫才能继续前进。 杀死一个守卫需要花费1块钱, 最开始有 n 块钱。

求到达目的地最少用时

```
# @ # # # # @  
# @ a # @ @ r @  
# @ @ # x @ @ @  
@ @ # @ @ # @ #  
# @ @ @ # # @ @  
@ # @ @ @ @ @ @  
@ @ @ @ @ @ @ @
```

迷宫问题变形二(百练6044, 鸣人和佐助)

- 状态表示:

```
struct Pos {  
    int r, c; // 本节点的位置  
    int m; // 钱数  
    int t; // 走到本节点花的时间  
};
```

- 判重数组

`flag[r][c][m]` 表示到达 (r, c) 时, 钱数为 m 这种状态是否扩展过。

```
# @ # # # # @  
# @ a # @ @ r @  
# @ @ # x @ @ @  
@ @ # @ @ # @ #  
# @ @ @ # # @ @  
@ # @ @ @ @ @ @  
@ @ @ @ @ @ @ @
```

迷宫问题变形三(百练8436, Saving Tang Monk)

要从迷宫中的起点 r 走到终点 a , 迷宫中各个字符代表道路 (@)、墙壁 (#)、和守卫 (x), 放有钥匙的道路 (1--9, 表示有9种钥匙)

行走过程中一旦遇到守卫, 必须杀死守卫才能继续前进。杀死一个守卫需要花费额外1分钟。最多5个守卫。

走到终点时, 必须要每种钥匙至少有一把才算完成任务。钥匙不全, 也可以经过终点。

想拿第 k 种钥匙, 必须手里已经有第 $k-1$ 种钥匙。拿不了钥匙, 也可以经过放钥匙的地方

求完成任务最少用时

```
# @ # # # # # @  
# @ a # @ @ r @  
# @ @ # x @ @ @  
@ @ # @ @ # 1 #  
# @ @ 2 # # @ @  
@ # @ @ 5 @ @ @  
@ @ @ @ @ @ @ @
```

```
struct Status
{
    short r,c;
    short keys;
    short foughted;           //守卫是否打过
    int steps;
    short layout;             //守卫的局面(哪些被杀, 哪些还没被杀)
};
char flags[100][100][10][33]; //判重
```

`flags[r][c][k][x]` 对应的状态是:

在位置 (r, c) , 手里有 k 把钥匙, 守卫的局面是 x

一共只有5个守卫, 他们被杀或没被杀的情况一共有32种, 可以用5个bit表示



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院《程序设计实习》 郭炜 刘家瑛

广度优先搜索

八数码问题

八数码 (POJ1077)

□ 八数码问题是人工智能中的经典问题

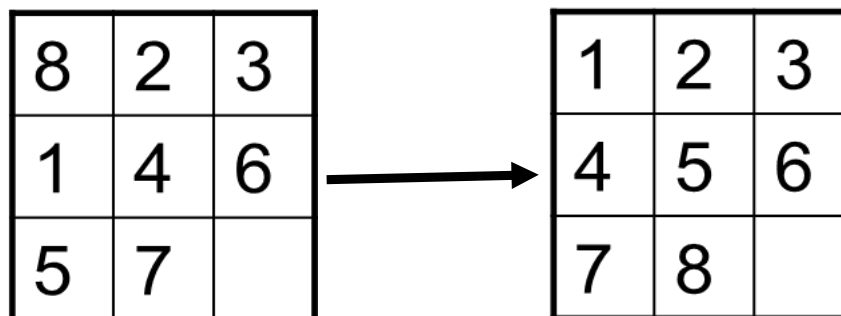
有一个3*3的棋盘，其中有0-8共9个数字，0表示空格，其他的数字可以和0交换位置。求由初始状态到达目标状态

1 2 3

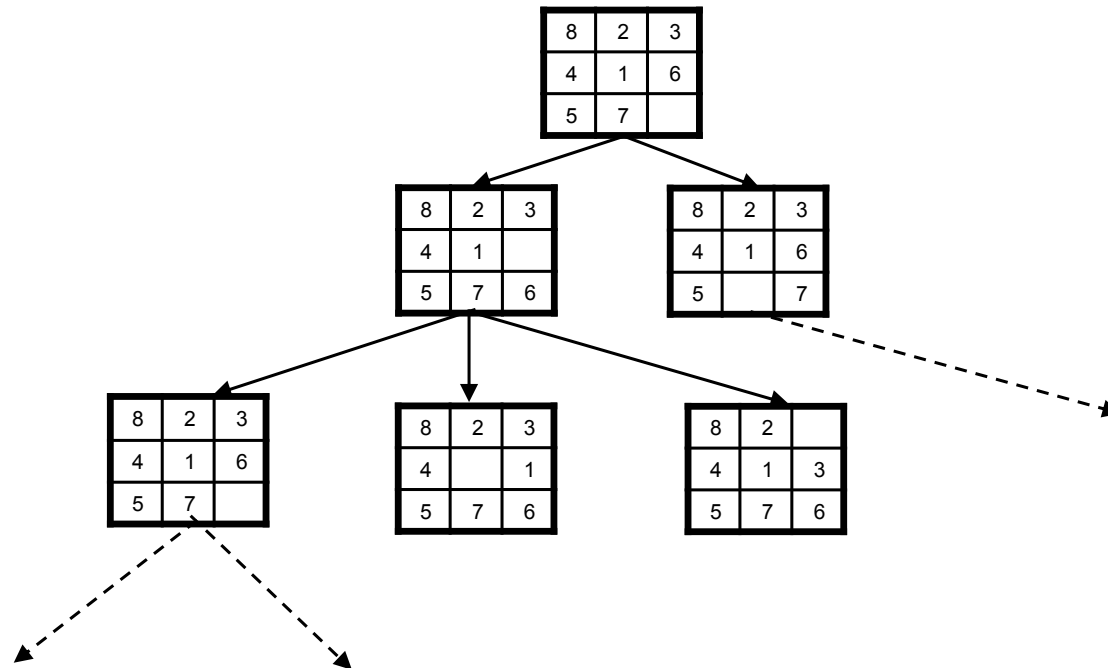
4 5 6

7 8 0

的步数最少的解。

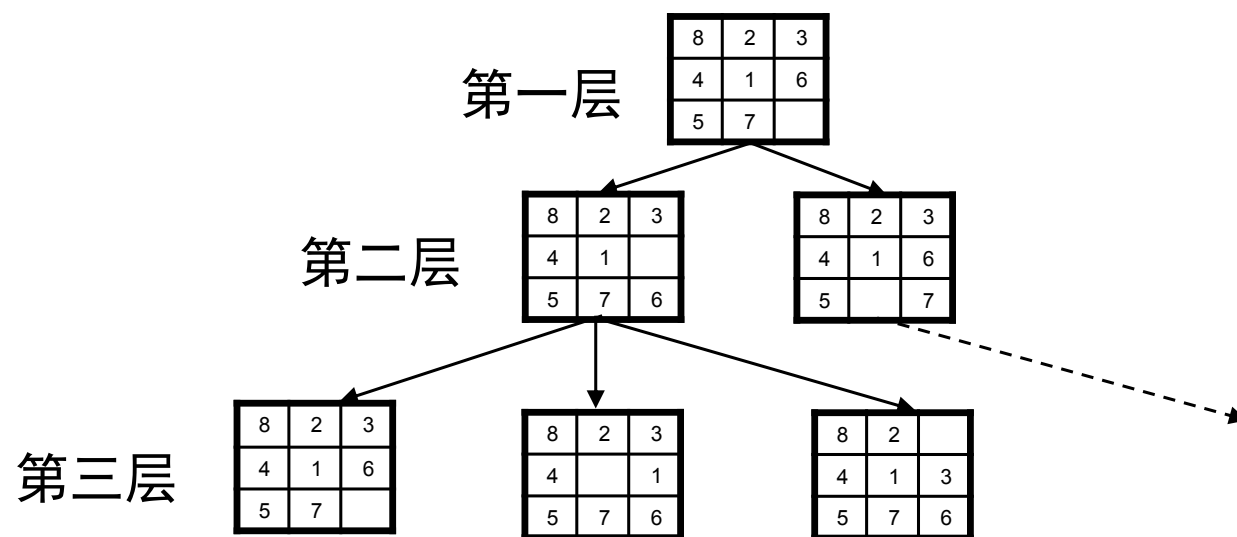


● 状态空间



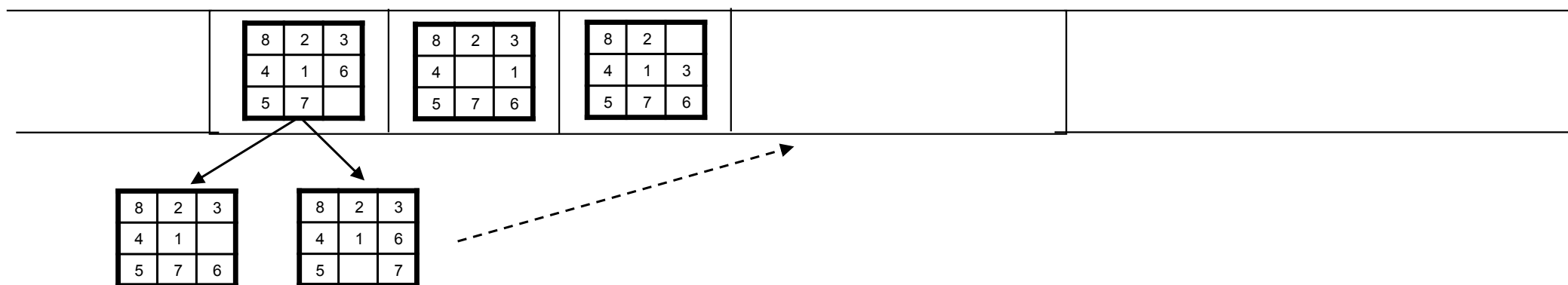
- 广度优先搜索 (bfs)

- 优先扩展浅层节点(状态)，逐渐深入



● 广度优先搜索

- 用队列保存待扩展的节点
- 从队首队取出节点，扩展出的新节点放入队尾，直到队首出现目标节点（问题的解）



● 广度优先搜索的代码框架

BFS()

{

 初始化队列

 while(队列不为空且未找到目标节点)

 {

 取队首节点扩展，并将扩展出的非重复节点放入队尾；

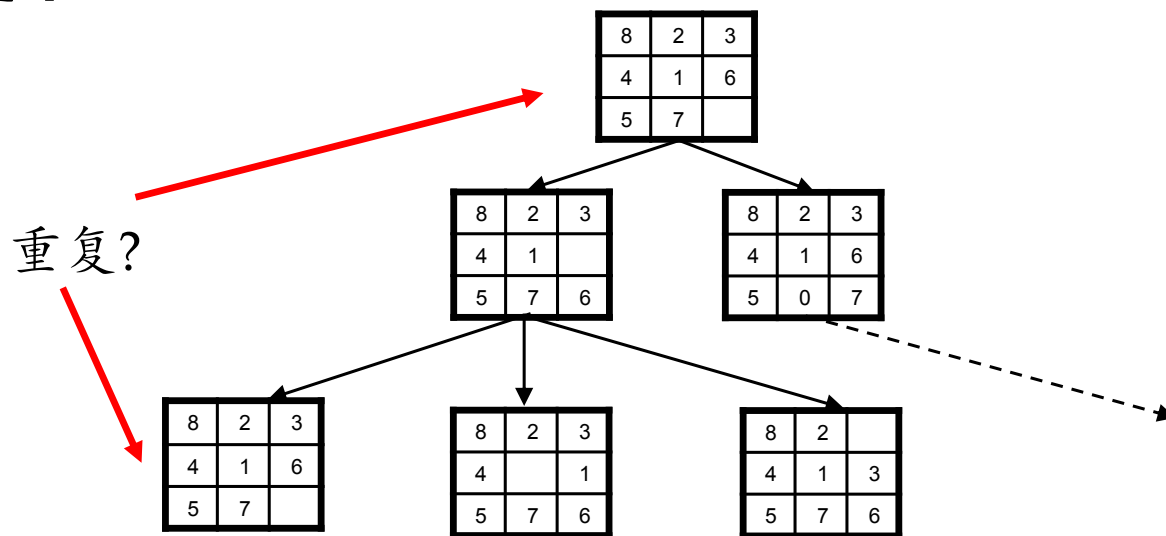
 必要时要记住每个节点的父节点；

 }

}

关键问题：判重

- 新扩展出的节点如果和以前扩展出的节点相同，则这个新节点就不必再考虑
- 如何判重？



关键问题：判重

- 状态(节点)数目巨大，如何存储？
- 怎样才能较快判断一个状态是否重复？



用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案一：

8	2	3
4	1	6
5	7	

每个状态用一个字符串存储,
要9个字节, 太浪费了!!!

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

● 方案二：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 每个状态对应于一个9位数，则该9位数最大为876,543,210，小于 2^{31} ，则int就能表示一个状态。
- 判重需要一个标志位序列，每个状态对应于标志位序列中的1位，标志位为0表示该状态尚未扩展，为1则说明已经扩展过了
- 标志位序列可以用字符数组a存放。a的每个元素存放8个状态的标志位。最多需要876,543,210位，因此a数组需要 $876,543,210 / 8 + 1$ 个元素，即109,567,902字节
- 如果某个状态对应于数x，则其标志位就是a[x/8]的第x%8位
- 空间要求还是太大!!!!

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案三：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 将每个状态的字符串形式看作一个9位九进制数，则该9位数最大为 $876543210_{(9)}$ ，即 $381367044_{(10)}$ 需要的标志位数目也降为 $381367044_{(10)}$ 比特，即47,670,881字节。
- 如果某个状态对应于数 x ，则其标志位就是 $a[x/8]$ 的第 $x\%8$ 位
- 空间要求还是有点大！！！！

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案三：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 状态数目一共只有 $9!$ 个，即 $362880_{(10)}$ 个，怎么会需要 $876543210_{(9)}$ 即 $381367044_{(10)}$ 个标志位呢？

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案三：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 状态数目一共只有 $9!$ 个，即 $362880_{(10)}$ 个，怎么会需要 $876543210_{(9)}$ 即 $381367044_{(10)}$ 个标志位呢？
- 如果某个状态对应于数 x ，则其标志位就是 $a[x/8]$ 的第 $x\%8$ 位
- 因为有浪费！例如， $666666666_{(9)}$ 根本不对应于任何状态，也为其准备了标志位！

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案四：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 把每个状态都看做'0'-'8'的一个排列，以此排列在全部排列中的位置作为其序号。状态用其排列序号来表示
- 012345678是第0个排列，876543210是第 $9!-1$ 个
- 状态总数即排列总数： $9!=362880$
- 判重用的标志数组a只需要362,880比特即可。
- 如果某个状态的序号是x,则其标志位就是 $a[x/8]$ 的第 $x\%8$ 位

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案四：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 在进行状态间转移，即一个状态通过某个移动变化到另一个状态时，需要先把int形式的状态（排列序号），转变成字符串形式的状态，然后在字符串形式的状态上进行移动，得到字符串形式的新状态，再把新状态转换成int形式（排列序号）。

用合理的编码表示“状态”，减小存储代价

- 方案四：

8	2	3
4	1	6
5	7	

- 需要编写给定排列（字符串形式）求序号的函数
- 需要编写给定序号，求该序号的排列（字符串形式）的函数

给定排列求序号：

整数 $1, 2 \dots k$ 的一个排列：

$a_1 a_2 a_3 \dots a_k$

求其序号

基本思想：算出有多少个排列比给定排列小。

先算1到 a_1-1 放在第1位，会有多少个排列： $(a_1-1) * ((k-1)!)$

再算 a_1 不变，1到 a_2-1 放在第2位(左边出现过的不能再用)，会有多少个排列： $(a_2-1) * ((k-2)!)$

再算 a_1, a_2 不变，1到 a_3-1 放在第3位，会有多少个排列

…。全加起来。 时间复杂度： $O(n^2)$

3241

1, 2放在第一位，有 $2 * 3! = 12$ 种

3在第一位，1放在第2位，有 $2! = 2$ 种

32? 1放在第3位，有 1种

=>前面共 $12+2+1 = 15$ 种。所以 3241是第16个排列

给定序号n求排列:

1234的排列的第9号

第一位假定是1, 共有 $3!$ 种, 没有到达9, 所以第一位至少是2

第一位是2, 一共能数到 $3!+3!$ 号, ≥ 9 , 所以第一位是2

第二位是1, $21??$, 一共能数到 $3!+2! = 8$ 不到9, 所以第二位至少是 3

第二位是3, $23??$, 一共能数到 $3!+2!+2! \geq 9$, 因此第二位是3

第三位是1, 一共能数到 $3!+2!+1 = 9$, 所以第三位是1, 第四位是 4

答案: 2314

时间复杂度: $O(n^2)$

● 时间与空间的权衡

- 对于状态数较小的问题，可以用最直接的方式编码以空间换时间
- 对于状态数太大的问题，需要利用好的编码方法以时间换空间
- 具体问题具体分析

用广搜解决八数码问题 (POJ1077)

输入数据:

2 3 4 1 5 0 7 6 8

输出结果:

ulddrurdllurdruldr

输出数据是一个移动序列, 使得移动后
结果变成

1 2 3

4 5 6

7 8

输入样例:

2 3 4

1 5

7 6 8

移动序列中

u 表示使空格上移

d 表示使空格下移

r 表示使空格右移

l 表示使空格左移

八数码问题有解性的判定

- 八数码问题的一个状态实际上是0~8的一个排列，对于任意给定的初始状态和目标，不一定有解，即从初始状态不一定能到达目标状态。
 - 因为排列有奇排列和偶排列两类，从奇排列不能转化成偶排列或相反。
- 如果一个数字0~8的随机排列，用 $F(X)$ ($X \neq 0$)表示数字X前面比它小的数（不包括0）的个数，全部数字的 $F(X)$ 之和为 $Y = \sum (F(X))$ ，如果Y为奇数则称该排列是奇排列，如果Y为偶数则称该排列是偶排列。
 - 871526340排列的 $Y=0+0+0+1+1+3+2+3=10$ ，10是偶数，所以是偶排列。
 - 871625340排列的 $Y=0+0+0+1+1+2+2+3=9$ 9是奇数，所以是奇排列。
 - 因此，可以在运行程序前检查初始状态和目标状态的奇偶性是否相同，相同则问题可解，应当能搜索到路径。否则无解。

八数码问题有解性的判定

证明：移动0的位置，不改变排列的奇偶性

$a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ 0 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9$

0向上移动：

$a_1 \ 0 \ a_3 \ a_4 \ a_2 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9$

八数码问题，单向广搜，用set判重，

```
#include <iostream>
#include <bitset>
#include <cstring>
#include <cstdio>
#include <cstdlib>
#include <set>

using namespace std;

int goalStatus = 123456780; //目标状态
const int MAXS = 400000;
char result[MAXS]; //要输出的移动方案
struct Node {
    int status; //状态
    int father; //父节点指针，即myQueue的下标
    char move; //父节点到本节点的移动方式 u/d/r/l
    Node(int s,int f,char m):status(s), father(f),move(m) { }
    Node() { }
};

Node myQueue[MAXS]; //状态队列，状态总数362880
int qHead = 0; //队头指针
int qTail = 1; //队尾指针
char moves[] = "udrl"; //四种移动
```

```

int NewStatus( int status, char move) {
//求从status经过 move 移动后得到的新状态。若移动不可行则返回-1
    char tmp[20];
    int zeroPos; //字符'0'的位置
    sprintf(tmp,"%09d",status); //需要保留前导0
    for( int i = 0;i < 9; ++ i )
        if( tmp[i] == '0' ) {
            zeroPos = i;
            break;
        } //返回空格的位置
    switch( move) {
        case 'u':
            if( zeroPos - 3 < 0 )
                return -1; //空格在第一行
            else {
                tmp[zeroPos] = tmp[zeroPos - 3];
                tmp[zeroPos - 3] = '0';
            }
            break;
    }
}

```

```
case 'd':
    if( zeroPos + 3 > 8 )
        return -1; //空格在第三行
    else {
        tmp[zeroPos] = tmp[zeroPos + 3];
        tmp[zeroPos + 3] = '0';
    }
    break;
case 'l':
    if( zeroPos % 3 == 0)
        return -1; //空格在第一列
    else {
        tmp[zeroPos] = tmp[zeroPos -1];
        tmp[zeroPos -1 ] = '0';
    }
    break;
```

```
case 'r':
    if( zeroPos % 3 == 2)
        return -1; //空格在第三列
    else {
        tmp[zeroPos] = tmp[zeroPos + 1];
        tmp[zeroPos + 1] = '0';
    }
    break;
}
return atoi(tmp);
}
```



```
bool Bfs(int status) {  
    //寻找从初始状态status到目标的路径, 找不到则返回false  
    int newStatus;  
    set<int> expanded;  
    myQueue[qHead] = Node(status, -1, 0);  
    expanded.insert(status);  
    while ( qHead != qTail) { //队列不为空  
        status = myQueue[qHead].status;  
        if( status == goalStatus ) //找到目标状态  
            return true;  
        for( int i = 0; i < 4; i ++ ) { //尝试4种移动  
            newStatus = NewStatus(status, moves[i]);  
            if( newStatus == -1 )  
                continue; //不可移, 试下一种  
            if(expanded.find(newStatus) != expanded.end())  
                continue; //已扩展过, 试下一种  
            expanded.insert(newStatus);  
        }  
    }  
}
```

```
        myQueue[qTail++] =  
            Node(newStatus, qHead, moves[i]);  
            //新节点入队列  
    }  
    qHead ++;  
}  
return false;  
}
```

```
int main(){
    char line1[50];  char line2[20];
    while( cin.getline(line1,48)) {
        int i,j;
        //将输入的原始字符串变为数字字符串
        for( i = 0, j = 0; line1[i]; i ++ ) {
            if( line1[i] != ' ' ) {
                if( line1[i] == 'x' )
                    line2[j++] = '0';
                else
                    line2[j++] = line1[i];
            }
        }
        line2[j] = 0; //字符串形式的初始状态
    }
}
```

```

if( Bfs(atoi(line2))) {
    int moves = 0;
    int pos = qHead;
    do { //通过father找到成功的状态序列，输出相应步骤
        result[moves++] = myQueue[pos].move;
        pos = myQueue[pos].father;
    } while( pos); //pos = 0 说明已经回退到初始状态了
    for( int i = moves -1; i >= 0; i -- )
        cout << result[i];
}
else
    cout << "unsolvable" << endl;
}
}

```



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院《程序设计实习》 郭炜

广度优先搜索

八数码问题进一步讨论

广搜与深搜的比较

- 广搜一般用于状态表示比较简单、求最优策略的问题
 - 优点：是一种完备策略，即只要问题有解，它就一定可以找到解。并且，广度优先搜索找到的解，还一定是路径最短的解。
 - 缺点：盲目性较大，尤其是当目标节点距初始节点较远时，将产生许多无用的节点，因此其搜索效率较低。需要保存所有扩展出的状态，占用的空间大
- 深搜几乎可以用于任何问题
 - 只需要保存从起始状态到当前状态路径上的节点
- 根据题目要求凭借自己的经验和对两个搜索的熟练程度做出选择