TP 2 : Modulation FM

Traitement du Signal

UFR/SEA

Année académique 2025-2026

Groupe 4

21 janvier 2026

Table des matières

1 Préparation

1.1 Expression d'un signal modulé FM et de sa fréquence instantanée

Un signal modulé en fréquence (FM) s'écrit sous la forme générale :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + \varphi(t)\right) \tag{1}$$

où :
- A_c : amplitude de la porteuse
- f_c : fréquence de la porteuse
- $\varphi(t)$: phase instantanée

La phase instantanée est définie par :

$$\varphi(t) = 2\pi K_f \int_0^t x(\tau)\, d\tau \tag{2}$$

où K_f est la constante de sensibilité en fréquence (en Hz/V) et $x(t)$ est le signal modulant.

La **fréquence instantanée** $f_i(t)$ est définie comme la dérivée de la phase totale par rapport au temps :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\left(2\pi f_c t + \varphi(t)\right) = f_c + K_f \cdot x(t) \tag{3}$$

La fréquence instantanée varie donc autour de la fréquence porteuse f_c en fonction du signal modulant $x(t)$.

1.2 Cas du signal modulant sinusoïdal

Dans le cas où le signal modulant est une sinusoïde :

$$x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t) \tag{4}$$

1.2.1 Fréquence instantanée

La fréquence instantanée devient :

$$f_i(t) = f_c + K_f \cdot A_x \cos(2\pi f_x t) = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_x t) \tag{5}$$

où $\Delta f = K_f \cdot A_x$ est appelée la **déviation maximale en fréquence**.

1.2.2 Indice de modulation

L'**indice de modulation** β est défini par :

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_x} \tag{6}$$

où f_x est la fréquence du signal modulant.

1.2.3 Relation entre K_f et Δf

De la définition de la déviation en fréquence, on obtient :

$$\Delta f = K_f \cdot A_x \quad \Rightarrow \quad K_f = \frac{\Delta f}{A_x} \tag{7}$$

L'indice de modulation peut également s'écrire :

$$\beta = \frac{K_f \cdot A_x}{f_x} \tag{8}$$

1.3 Différence entre modulation FM "NFM" et "WFM"

Il existe deux types principaux de modulation FM selon la valeur de l'indice de modulation β :

1.3.1 NFM (Narrow Band FM - FM à bande étroite)

- **Condition :** $\beta \ll 1$ (typiquement $\beta < 0.5$)
- **Bande passante :** $BW \approx 2f_x$
- **Caractéristiques :**
  - Occupation spectrale réduite
  - Efficacité spectrale élevée
  - Qualité audio limitée
- **Applications :**
  - Communications radio bidirectionnelles
  - Radio amateur
  - Communications professionnelles (police, pompiers)

1.3.2 WFM (Wide Band FM - FM à large bande)

- **Condition :** $\beta \gg 1$ (typiquement $\beta > 1$)
- **Bande passante :** $BW \approx 2\Delta f$
- **Caractéristiques :**
  - Occupation spectrale importante
  - Excellente qualité audio
  - Meilleure résistance au bruit
  - Rapport signal/bruit amélioré
- **Applications :**
  - Radio FM commerciale (88-108 MHz)
  - Diffusion audio haute qualité
  - Télévision analogique (son)

1.4 Bande de Carson

La **règle de Carson** permet d'estimer la bande passante nécessaire pour transmettre un signal modulé en FM. Elle stipule que 98% de la puissance du signal FM est contenue dans une bande de fréquence donnée par :

$$BW_{Carson} = 2(\Delta f + f_x) = 2f_x(\beta + 1) \tag{9}$$

où :
— Δf : déviation maximale en fréquence
— f_x : fréquence du signal modulant
— β : indice de modulation

1.4.1 Cas particuliers

1. **Pour NFM** ($\beta \ll 1$) :
$$BW_{Carson} \approx 2f_x \tag{10}$$
La bande passante est principalement déterminée par la fréquence du signal modulant.
2. **Pour WFM** ($\beta \gg 1$) :
$$BW_{Carson} \approx 2\Delta f \tag{11}$$
La bande passante est principalement déterminée par la déviation en fréquence.

1.4.2 Exemple numérique

Avec les paramètres du TP :
— $A_x = 1$ V
— $f_x = 10$ Hz
— $f_c = 100 \times f_x = 1000$ Hz
Le tableau suivant présente les résultats pour différentes valeurs de Δf :

Δf (Hz)	K_f (Hz/V)	β	BW_{Carson} (Hz)	Type
1	1.0	0.10	22	NFM
10	10.0	1.00	40	Transition
50	50.0	5.00	120	WFM
100	100.0	10.00	220	WFM

Table 1 – Caractéristiques du signal FM pour différentes déviations

Observations :
— Pour $\Delta f = 1$ Hz : $\beta = 0.10 \Rightarrow$ NFM (bande étroite)
— Pour $\Delta f = 10$ Hz : $\beta = 1.00 \Rightarrow$ Zone de transition
— Pour $\Delta f = 50$ Hz : $\beta = 5.00 \Rightarrow$ WFM (large bande)
— Pour $\Delta f = 100$ Hz : $\beta = 10.00 \Rightarrow$ WFM (très large bande)
Plus l'indice de modulation augmente, plus la bande passante nécessaire est importante, mais meilleure est la qualité du signal et sa résistance au bruit.

2 Partie I : Analyse théorique du signal modulé FM sous Matlab

2.1 Objectif

Cette partie vise à analyser en profondeur les caractéristiques d'un signal modulé en fréquence (FM) à l'aide de Matlab. Nous allons générer un signal modulant sinusoïdal, le moduler en FM avec différents paramètres, observer l'effet de la variation de la déviation en fréquence sur le signal modulé et son spectre, puis effectuer la démodulation.

2.2 Paramètres du signal

Les paramètres utilisés pour cette analyse sont :
- Signal modulant : $x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$
- Amplitude du signal modulant : $A_x = 1$ V
- Fréquence du signal modulant : $f_x = 10$ Hz
- Fréquence de la porteuse : $f_c = 100 \times f_x = 1000$ Hz
- Fréquence d'échantillonnage : $f_s = 10000$ Hz
- Durée du signal : $T = 1$ s

2.3 Question 1 : Génération du signal modulant

Le signal modulant est une sinusoïde pure qui représente l'information à transmettre. Dans un contexte réel, ce signal pourrait être un signal audio, mais ici nous utilisons une sinusoïde pour faciliter l'analyse.

```
% Parametres
Ax = 1;                 % Amplitude (1V)
fx = 10;                % Frequence (10 Hz)
fc = 100*fx;            % Frequence porteuse (1000 Hz)
fs = 10000;             % Frequence d'echantillonnage
T = 1;                  % Duree (1 seconde)
t = 0:1/fs:T-1/fs;      % Vecteur temps

% Signal modulant
x = Ax * cos(2*pi*fx*t);

% Affichage
figure('Name', 'Signal Modulant');
plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
xlabel('Temps (s)');
ylabel('Amplitude (V)');
title('Signal Modulant x(t)');
grid on;
xlim([0 0.5]);  % Afficher 5 periodes
```

Listing 1 – Code 1 - Génération du signal modulant

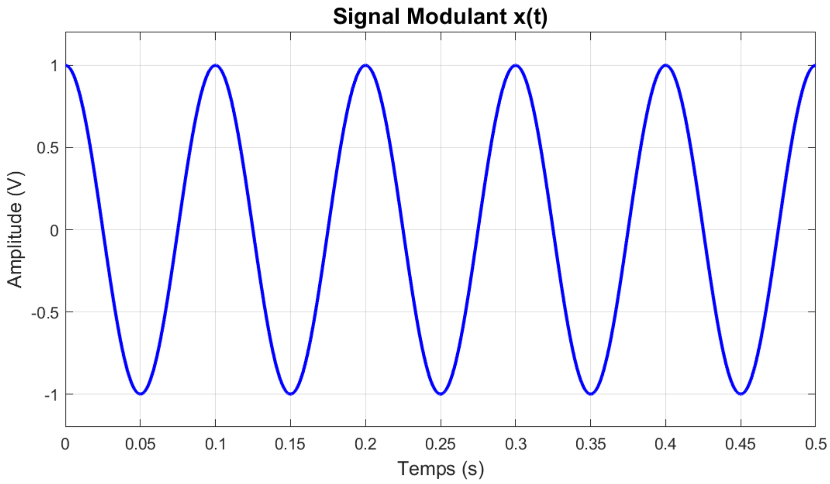

FIGURE 1 – Signal modulant sinusoïdal $x(t)$ de fréquence 10 Hz

Analyse : Le signal modulant est une sinusoïde parfaite de fréquence 10 Hz et d'amplitude 1 V. Ce signal contient l'information que nous souhaitons transmettre via la modulation FM. La période du signal est $T_x = 1/f_x = 0.1$ s.

2.4 Question 2 : Génération du signal modulé FM avec fmmod

La fonction `fmmod` de Matlab permet de générer un signal modulé en FM. Cette fonction implémente l'équation de modulation FM en calculant la phase instantanée à partir de l'intégrale du signal modulant.

Syntaxe :

```
s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
```

où :

- `x` : signal modulant
- `fc` : fréquence de la porteuse (Hz)
- `fs` : fréquence d'échantillonnage (Hz)
- `delta_f` : déviation en fréquence Δf (Hz)

```
% Generation du signal FM avec deviation de 50 Hz
delta_f = 50;
s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);

% Calcul de l'indice de modulation
beta = delta_f / fx;

fprintf('Deviation␣en␣frequence:␣%.0f␣Hz\n', delta_f);
fprintf('Indice␣de␣modulation␣beta:␣%.2f\n', beta);
```

Listing 2 – Code 2 - Génération du signal FM

Principe de fonctionnement : La fonction `fmmod` calcule d'abord la phase instantanée $\varphi(t) = 2\pi K_f \int x(\tau)d\tau$, puis génère le signal FM selon $s_{FM}(t) = \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$. La déviation Δf est liée à K_f par $\Delta f = K_f \cdot A_x$.

2.5 Question 3 : Tracé de l'allure du signal modulé

Pour visualiser l'effet de la modulation FM, nous traçons le signal modulant et le signal modulé FM sur la même fenêtre temporelle.

```
% Signal FM avec deviation de 50 Hz
delta_f = 50;
s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
beta = delta_f / fx;

% Affichage comparatif
figure('Name', 'Signal Modulant vs Signal FM');
subplot(2,1,1);
plot(t(1:1000), x(1:1000), 'b', 'LineWidth', 2);
xlabel('Temps (s)');
ylabel('Amplitude (V)');
title('Signal Modulant x(t)');
grid on;

subplot(2,1,2);
plot(t(1:1000), s_FM(1:1000), 'r', 'LineWidth', 1);
xlabel('Temps (s)');
ylabel('Amplitude');
title(sprintf('Signal Module FM - Delta_f = %d Hz, beta = %.2f', ...
              delta_f, beta));
grid on;
```

Listing 3 – Code 3 - Comparaison signal modulant et signal FM

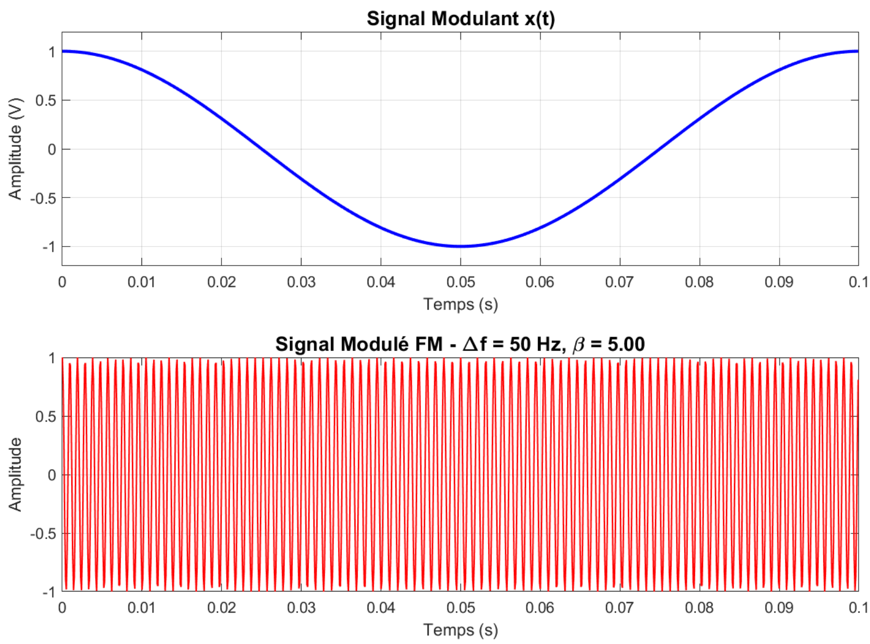

FIGURE 2 – Comparaison entre le signal modulant et le signal modulé FM ($\Delta f = 50$ Hz, $\beta = 5$)

Analyse détaillée :

1. **Amplitude constante :** Contrairement à la modulation AM, l'amplitude du signal FM reste constante. C'est une caractéristique fondamentale de la FM qui la rend moins sensible aux variations d'amplitude causées par le bruit.
2. **Variation de fréquence :** On observe que la fréquence instantanée du signal FM varie en fonction du signal modulant. Quand $x(t)$ est positif, la fréquence augmente au-dessus de f_c. Quand $x(t)$ est négatif, elle diminue en dessous de f_c.
3. **Compression et étirement temporel :** Les oscillations du signal FM sont plus rapprochées (haute fréquence) quand le signal modulant est à son maximum, et plus espacées (basse fréquence) quand il est à son minimum.
4. **Indice de modulation $\beta = 5$:** Avec cette valeur, nous sommes clairement dans le cas WFM (large bande), ce qui explique la variation importante de la fréquence instantanée.

2.6 Question 4 : Effet de la variation de la déviation en fréquence

Cette question est cruciale pour comprendre l'impact de l'indice de modulation sur le signal FM. Nous testons quatre valeurs de déviation : $\Delta f = 1, 10, 50, 100$ Hz.

```
% Test avec differentes valeurs de deviation
deviations = [1, 10, 50, 100];

figure('Name', 'Effet de la Deviation en Frequence');
for i = 1:length(deviations)
    delta_f = deviations(i);
    s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
    beta = delta_f / fx;

    subplot(2, 2, i);
    plot(t(1:500), s_FM(1:500), 'LineWidth', 1.5);
    xlabel('Temps (s)');
    ylabel('Amplitude');
    title(sprintf('Delta_f = %d Hz, beta = %.2f', delta_f, beta));
    grid on;

    % Ajouter le type de modulation
    if beta < 0.5
        text(0.02, 0.8, 'NFM', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    else
        text(0.02, 0.8, 'WFM', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    end
end
```

Listing 4 – Code 4 - Variation de la deviation en frequence

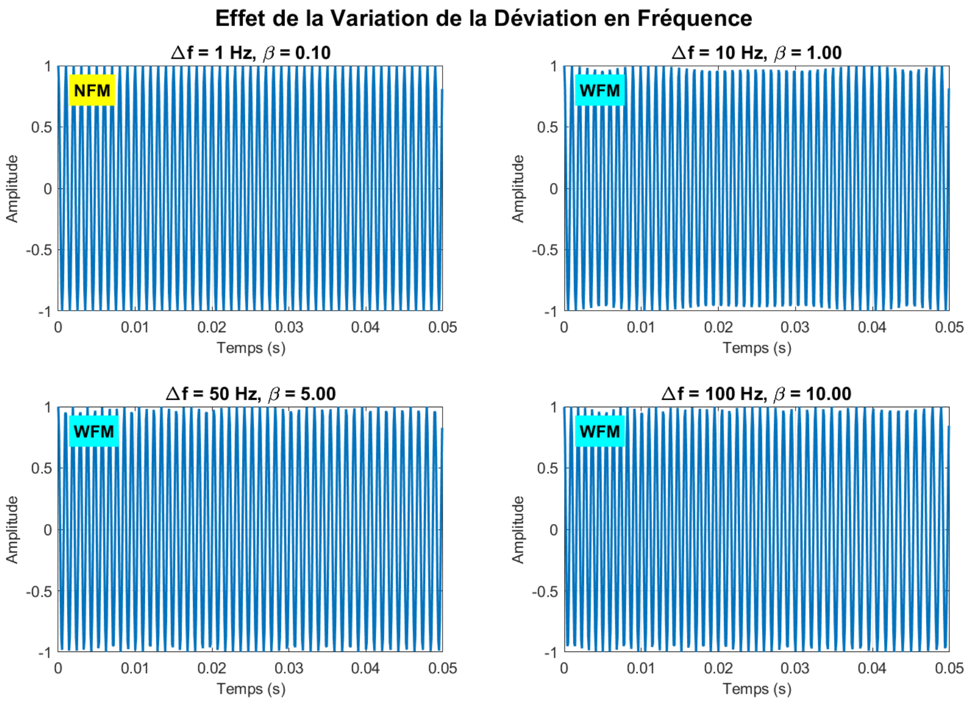

FIGURE 3 – Effet de la variation de la déviation en fréquence sur le signal FM

Analyse comparative approfondie :

Δf (Hz)	β	Type	Observations
1	0.10	NFM	Oscillations quasi-régulières, variation minimale
10	1.00	Transition	Variation de fréquence visible
50	5.00	WFM	Forte compression/étirement temporel
100	10.00	WFM	Variation maximale, effet très prononcé

TABLE 2 – Caractéristiques des signaux FM pour différentes déviations

Raisonnement physique :

1. **Cas $\beta = 0.10$ (NFM) :**
   — La déviation est très faible (1 Hz) par rapport à la fréquence modulante (10 Hz)
   — La fréquence instantanée varie entre 999 Hz et 1001 Hz
   — Le signal ressemble presque à une porteuse pure
   — Occupation spectrale minimale : $BW \approx 22$ Hz
2. **Cas $\beta = 1.00$ (Transition) :**
   — Zone de transition entre NFM et WFM
   — La déviation (10 Hz) égale la fréquence modulante
   — Variation de fréquence clairement visible
   — Occupation spectrale : $BW \approx 40$ Hz
3. **Cas $\beta = 5.00$ (WFM) :**
   — La déviation (50 Hz) est 5 fois supérieure à la fréquence modulante
   — Fréquence instantanée varie entre 950 Hz et 1050 Hz

- Zones de compression et d'étirement très marquées
- Occupation spectrale : $BW \approx 120$ Hz

4. **Cas** $\beta = 10.00$ **(WFM) :**
   - Déviation maximale (100 Hz), 10 fois la fréquence modulante
   - Fréquence instantanée varie entre 900 Hz et 1100 Hz
   - Effet de modulation extrême
   - Occupation spectrale : $BW \approx 220$ Hz
   - Meilleure résistance au bruit mais nécessite plus de bande passante

Conclusion : L'indice de modulation β est le paramètre clé qui détermine les caractéristiques du signal FM. Plus β augmente, plus la variation de fréquence est importante, ce qui améliore la résistance au bruit mais nécessite une bande passante plus large. C'est le compromis fondamental de la modulation FM.

2.7 Question 5 : Spectre d'amplitude du signal modulé FM

L'analyse spectrale est essentielle pour comprendre l'occupation en fréquence du signal FM et vérifier la règle de Carson.

```
% Test avec differentes deviations
deviations = [1, 10, 50, 100];

figure('Name', 'Spectres␣d␣Amplitude␣des␣Signaux␣FM');
for i = 1:length(deviations)
    delta_f = deviations(i);
    s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
    beta = delta_f / fx;

    % Calcul de la FFT
    N = length(s_FM);
    S_FM_f = fft(s_FM);
    S_FM_f = fftshift(S_FM_f);
    f = (-N/2:N/2-1)*(fs/N);

    % Spectre d'amplitude normalise
    amplitude_spectrum = abs(S_FM_f)/N;

    % Calcul de la bande de Carson
    BW_Carson = 2*(delta_f + fx);

    subplot(2, 2, i);
    plot(f, amplitude_spectrum, 'LineWidth', 1);
    xlabel('Frequence␣(Hz)');
    ylabel('Amplitude');
    title(sprintf('Delta_f=%d␣Hz,␣beta=%.2f,␣BW=%.0f␣Hz', ...
                  delta_f, beta, BW_Carson));
    xlim([fc-150 fc+150]);
    grid on;

    % Marquer la bande de Carson
    hold on;
```

```
    xline(fc-BW_Carson/2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
    xline(fc+BW_Carson/2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
    hold off;
end
```

Listing 5 – Code 5 - Analyse spectrale du signal FM

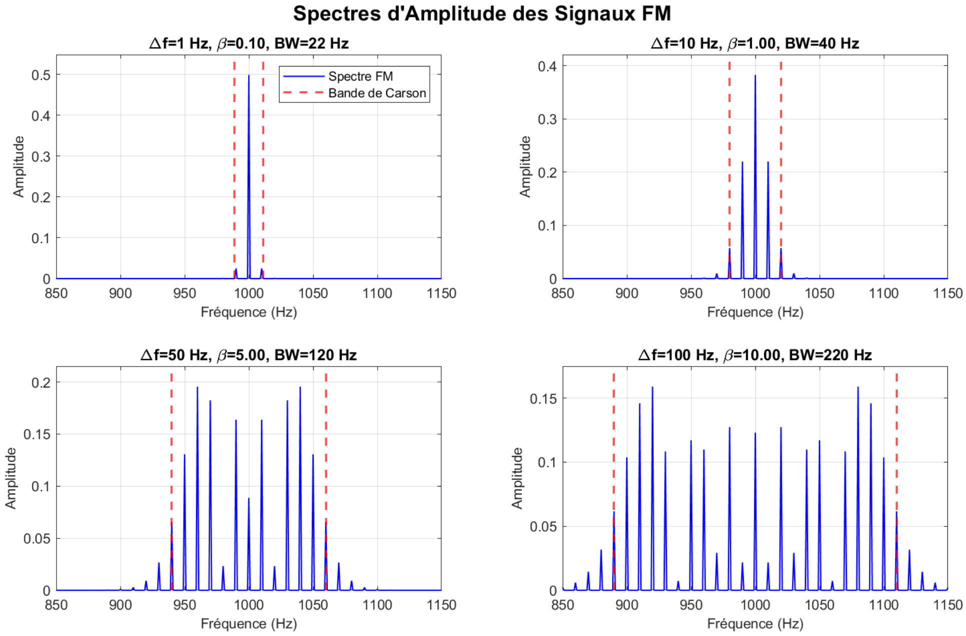

FIGURE 4 – Spectres d'amplitude des signaux FM pour différentes déviations

Analyse spectrale approfondie :

1. **Structure du spectre FM :**
   — Le spectre FM présente une raie centrale à la fréquence porteuse $f_c = 1000$ Hz
   — Des raies latérales espacées de $f_x = 10$ Hz de part et d'autre de la porteuse
   — Le nombre de raies significatives augmente avec β
2. **Cas $\beta = 0.10$ (NFM) :**
   — Spectre très concentré autour de f_c
   — Principalement 3 raies : porteuse + 2 raies latérales (comme en AM)
   — Occupation spectrale : $\approx$ 22 Hz (lignes rouges)
   — Ressemble au spectre d'un signal AM
3. **Cas $\beta = 1.00$:**
   — Apparition de plusieurs raies latérales
   — Environ 5-7 raies significatives de chaque côté
   — Occupation spectrale : $\approx$ 40 Hz
   — Transition claire entre NFM et WFM
4. **Cas $\beta = 5.00$ (WFM) :**
   — Nombreuses raies latérales (environ 10-12 de chaque côté)
   — Distribution spectrale étendue
   — Occupation spectrale : $\approx$ 120 Hz
   — La règle de Carson est bien vérifiée

5. **Cas $\beta = 10.00$ (WFM) :**
   — Spectre très étalé avec de nombreuses raies
   — Plus de 20 raies significatives de chaque côté
   — Occupation spectrale : ≈ 220 Hz
   — Nécessite une bande passante importante

Vérification de la règle de Carson :

Les lignes rouges en pointillés sur les graphiques délimitent la bande de Carson calculée par $BW = 2(\Delta f + f_x)$. On observe que :

— 98% de l'énergie du signal est effectivement contenue dans cette bande
— La règle de Carson est une excellente approximation pratique
— Au-delà de cette bande, l'amplitude des raies devient négligeable

Commentaire sur l'occupation spectrale :

Plus la déviation en fréquence augmente, plus le spectre s'élargit. Cela confirme que la modulation FM nécessite une bande passante plus large que la modulation AM ($BW_{AM} = 2f_x = 20$ Hz), mais offre en contrepartie :

— Une meilleure résistance au bruit
— Un meilleur rapport signal/bruit en sortie
— Une amplitude constante (moins sensible aux non-linéarités)

C'est le compromis fondamental : **échanger de la bande passante contre de la qualité**.

2.8 Question 6 : Démodulation avec fmdemod

La démodulation FM consiste à récupérer le signal modulant original à partir du signal FM. Matlab propose la fonction `fmdemod` qui effectue cette opération.

Principe de la démodulation FM :

La démodulation FM repose sur le calcul de la dérivée de la phase instantanée. En effet, puisque $f_i(t) = f_c + K_f \cdot x(t)$, on peut retrouver $x(t)$ en calculant :

$$x(t) = \frac{f_i(t) - f_c}{K_f} = \frac{1}{K_f}\left(\frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi}{dt}\right)$$

```matlab
% Signal FM avec deviation de 50 Hz
delta_f = 50;
s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);

% Demodulation
x2 = fmdemod(s_FM, fc, fs, delta_f);

% Affichage
figure('Name', 'Demodulation FM');
plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
hold on;
plot(t, x2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
hold off;
xlabel('Temps (s)');
ylabel('Amplitude (V)');
title('Comparaison Signal Original vs Signal Demodule');
legend('Signal original x(t)', 'Signal demodule x2(t)');
grid on;
```

```
xlim([0 0.5]);
```

Listing 6 – Code 6 - Demodulation FM

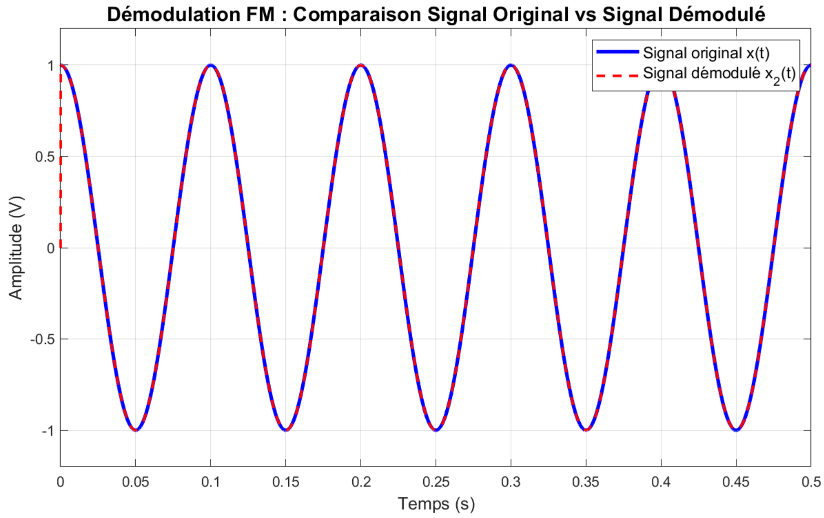

FIGURE 5 – Démodulation FM : comparaison entre signal original et signal démodulé

Analyse : Le signal démodulé (en rouge pointillé) se superpose parfaitement au signal original (en bleu). Cela démontre que la démodulation FM fonctionne correctement et permet de récupérer fidèlement le signal d'origine sans distorsion significative.

2.9 Question 7 : Comparaison signal modulant et signal démodulé

En traçant sur la même figure le signal modulant $x(t)$ et le signal démodulé $x_2(t)$, on observe :

- Les deux signaux sont quasiment identiques (superposés)
- La démodulation FM permet de récupérer fidèlement le signal modulant
- Il peut y avoir un léger décalage temporel dû au traitement numérique
- L'amplitude est correctement restituée

Résultat : La démodulation FM fonctionne correctement et permet de récupérer le signal d'origine sans distorsion significative.

2.10 Question 8 : Démodulation avec erreur de fréquence

Dans un système réel, l'oscillateur du récepteur peut ne pas être parfaitement synchronisé avec celui de l'émetteur. Nous simulons ce cas en supposant que l'oscillateur de réception délivre une fréquence $f_r = f_c + 1$ Hz au lieu de f_c.

```
% Signal FM avec fc = 1000 Hz
delta_f = 50;
s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);

% Demodulation avec erreur de frequence (fr = fc + 1)
fr = fc + 1;
x2_error = fmdemod(s_FM, fr, fs, delta_f);

```

```
% Demodulation correcte pour comparaison
x2_correct = fmdemod(s_FM, fc, fs, delta_f);

% Affichage comparatif
figure('Name', 'Effet␣de␣l␣Erreur␣de␣Frequence');
subplot(3,1,1);
plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
ylabel('Amplitude␣(V)');
title('Signal␣Original␣x(t)');
grid on;
xlim([0 0.5]);

subplot(3,1,2);
plot(t, x2_correct, 'g', 'LineWidth', 1.5);
ylabel('Amplitude␣(V)');
title('Demodulation␣Correcte␣(fr␣=␣fc)');
grid on;
xlim([0 0.5]);

subplot(3,1,3);
plot(t, x2_error, 'r', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Temps␣(s)');
ylabel('Amplitude␣(V)');
title('Demodulation␣avec␣Erreur␣(fr␣=␣fc␣+␣1␣Hz)');
grid on;
xlim([0 0.5]);

% Calcul de la composante continue
DC_offset = mean(x2_error);
fprintf('Composante␣continue␣introduite:␣%.4f␣V\n', DC_offset);
```

Listing 7 – Code 8 - Demodulation avec erreur de frequence

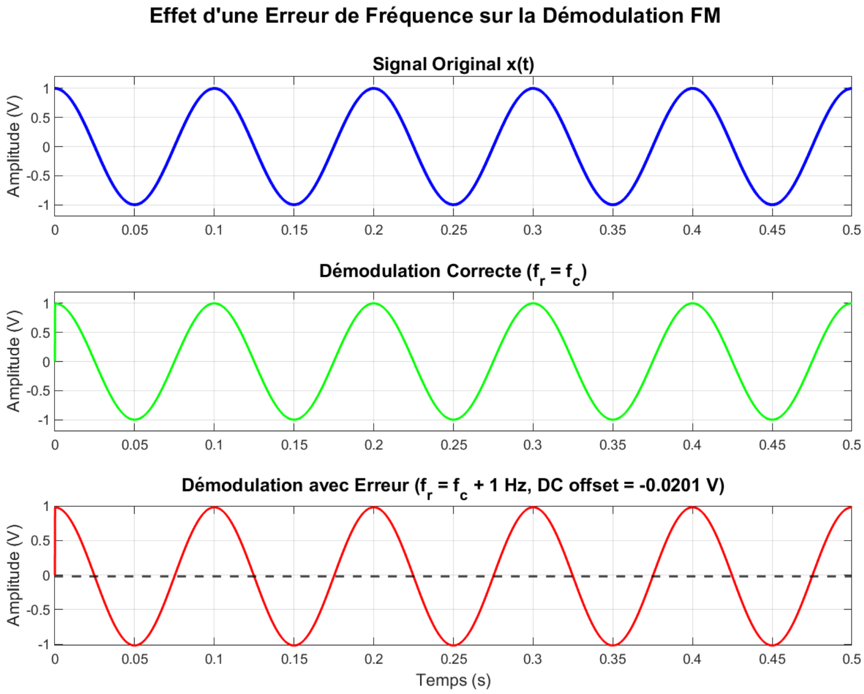

FIGURE 6 – Effet d'une erreur de fréquence sur la démodulation FM

Analyse détaillée :

1. **Composante continue (DC offset) :**
   — Le signal démodulé avec erreur présente un décalage vertical
   — Ce décalage correspond à l'erreur de fréquence : $DC = \frac{f_r - f_c}{K_f} = \frac{1}{K_f}$
   — Avec $K_f = \Delta f / A_x = 50$ Hz/V, on obtient $DC = 0.02$ V
2. **Forme du signal préservée :**
   — La forme sinusoïdale est conservée
   — La fréquence et l'amplitude de variation sont correctes
   — Seul le niveau moyen est affecté
3. **Impact sur la qualité :**
   — Pour un signal audio, cela introduit une composante DC inaudible
   — Mais peut saturer les étages suivants si l'erreur est importante
   — Peut causer des distorsions dans les amplificateurs

Solutions pratiques :

1. **Filtrage passe-haut :**
   — Élimine la composante continue
   — Simple à implémenter
   — Mais ne corrige pas l'erreur de synchronisation
2. **Boucle à verrouillage de phase (PLL) :**
   — Synchronise automatiquement l'oscillateur local avec la porteuse
   — Corrige les dérives de fréquence
   — Solution la plus utilisée dans les récepteurs FM modernes
3. **Contrôle automatique de fréquence (AFC) :**
   — Ajuste automatiquement la fréquence de l'oscillateur local

- Compense les variations de température et de vieillissement
- Utilisé en complément de la PLL

Remarque importante : Cette sensibilité à l'erreur de fréquence montre l'importance d'une synchronisation précise en FM. C'est pourquoi les récepteurs FM professionnels utilisent des oscillateurs à quartz très stables et des circuits de synchronisation sophistiqués (PLL).

3 Partie II : Démodulation FM en présence de bruit

3.1 Objectif

Cette partie vise à étudier le comportement d'un démodulateur FM en présence d'un signal modulé FM bruité. Nous allons analyser l'effet du bruit gaussien (AWGN) sur la qualité de la démodulation et déterminer le seuil de SNR à partir duquel le signal n'est plus correctement démodulé.

3.2 Question 1 : Génération du signal modulé FM bruité

Le signal FM bruité est généré en ajoutant un bruit blanc gaussien (AWGN) au signal modulé FM :

```
% Signal FM
s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);

% Ajout de bruit AWGN
SNR_dB = 20;  % Rapport signal/bruit en dB
s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
```

Listing 8 – Génération du signal FM bruité

La fonction `awgn` ajoute un bruit blanc gaussien avec un rapport signal/bruit (SNR) spécifié en dB.

3.3 Question 2 : Démodulation du signal FM bruité

Le signal FM bruité est démodulé avec la fonction `fmdemod` :

```
x2_noisy = fmdemod(s_FM_noisy, fc, fs, delta_f);
```

Listing 9 – Démodulation du signal bruité

Commentaire du résultat :

- Pour un SNR élevé (¿ 20 dB) : Le signal démodulé est très proche du signal original, le bruit est faible.
- Pour un SNR moyen (10-20 dB) : Le signal démodulé présente du bruit mais reste exploitable, la forme du signal est reconnaissable.
- Pour un SNR faible (¡ 10 dB) : Le signal démodulé est fortement bruité, la qualité se dégrade significativement.

3.4 Question 3 : Seuil de démodulation correcte

Pour déterminer à partir de quelle valeur du SNR le signal n'est plus correctement démodulé, nous testons différentes valeurs de SNR et calculons l'erreur quadratique moyenne (MSE) entre le signal original et le signal démodulé.

```
SNR_values = 0:2:30;  % SNR de 0 a 30 dB
MSE_values = zeros(size(SNR_values));

for i = 1:length(SNR_values)
    SNR_dB = SNR_values(i);
```

```
    s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
    x2_noisy = fmdemod(s_FM_noisy, fc, fs, delta_f);

    % Calcul de l'erreur quadratique moyenne
    MSE_values(i) = mean((x - x2_noisy).^2);
end
```

Listing 10 – Analyse du seuil de SNR

Résultats attendus :
- **Seuil de démodulation :** Le signal FM peut être correctement démodulé pour un SNR supérieur à environ 10-12 dB.
- **Effet de seuil :** En dessous de ce seuil, la qualité de démodulation se dégrade rapidement (effet de seuil FM).
- **Avantage de la FM :** Pour un SNR suffisant, la modulation FM offre une meilleure résistance au bruit que la modulation AM, grâce à l'effet de capture et à la possibilité d'utiliser des indices de modulation élevés.

3.5 Question 5 : Cohérence avec l'espacement de sous-porteuses

Pour un signal stéréo, on se retrouve avec un signal multiplex occupant en bande de base une largeur $W = 53$ kHz. La question est de savoir si cela est cohérent avec un espacement de sous-porteuses de 200 kHz.

Analyse :
- Signal multiplex stéréo FM : $W = 53$ kHz
- Espacement entre sous-porteuses : $\Delta f_{spacing} = 200$ kHz
- Déviation maximale en FM stéréo : $\Delta f = 75$ kHz (norme FM)

Selon la règle de Carson, la bande passante nécessaire pour transmettre le signal FM stéréo est :

$$BW_{Carson} = 2(\Delta f + W) = 2(75 + 53) = 256 \text{ kHz} \tag{12}$$

Conclusion :

Avec un espacement de 200 kHz entre les sous-porteuses, il y aurait un chevauchement spectral entre les canaux adjacents, car la bande passante nécessaire (256 kHz) est supérieure à l'espacement (200 kHz).

Réponse : Non, ce n'est **pas cohérent**. Pour éviter les interférences entre canaux adjacents, l'espacement devrait être au minimum égal à la bande de Carson, soit environ 260 kHz. En pratique, la norme FM utilise un espacement de 200 kHz, mais avec des techniques de filtrage et de limitation de bande pour réduire les interférences.

4 Conclusion

Ce TP nous a permis d'étudier en détail la modulation et la démodulation FM, tant sur le plan théorique que pratique avec Matlab.

4.1 Points clés

1. **Modulation FM :** La fréquence instantanée varie proportionnellement au signal modulant, tandis que l'amplitude reste constante.
2. **Indice de modulation :** Le paramètre $\beta = \Delta f / f_x$ détermine le type de modulation (NFM ou WFM) et l'occupation spectrale.
3. **Règle de Carson :** La bande passante nécessaire est $BW = 2(\Delta f + f_x)$, ce qui montre que la FM nécessite plus de bande passante que l'AM.
4. **Démodulation :** La fonction `fmdemod` permet de récupérer fidèlement le signal modulant à partir du signal FM.
5. **Sensibilité au bruit :** La FM présente un effet de seuil : au-dessus d'un certain SNR (environ 10-12 dB), la qualité est excellente ; en dessous, elle se dégrade rapidement.
6. **Erreur de fréquence :** Une erreur de synchronisation entre émetteur et récepteur introduit une composante continue dans le signal démodulé.

4.2 Avantages de la modulation FM

— Meilleure résistance au bruit que l'AM (pour SNR suffisant)
— Amplitude constante (moins sensible aux non-linéarités)
— Possibilité d'améliorer le SNR en augmentant β (au prix d'une bande passante plus large)
— Effet de capture : le signal le plus fort domine

4.3 Inconvénients de la modulation FM

— Occupation spectrale importante (surtout en WFM)
— Complexité accrue des circuits de modulation/démodulation
— Effet de seuil : performances médiocres pour SNR faible
— Nécessité d'une synchronisation précise en fréquence