



## UNIVERSITÉ DE OUAGADOUGOU

UFR/SEA

Unité de Formation et de Recherche en Sciences Exactes et Appliquées

## TP 2

### Modulation de Fréquence (FM)

Traitement du Signal

Encadré par :

DR KOURAOGO

Réalisé par :

Groupe 4

1. KABORE W.B François
2. SISSAO
3. Élise

Année académique 2025-2026

30 janvier 2026

## Table des matières

<b>Préambule</b>	<b>2</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Préparation</b>	<b>4</b>
1.1 Expression d'un signal modulé FM et de sa fréquence instantanée . . . . .	4
1.2 Cas du signal modulant sinusoïdal . . . . .	4
1.2.1 Fréquence instantanée . . . . .	4
1.2.2 Indice de modulation . . . . .	4
1.2.3 Relation entre $K_f$ et $\Delta f$ . . . . .	5
1.3 Différence entre modulation FM "NFM" et "WFM" . . . . .	5
1.3.1 NFM (Narrow Band FM - FM à bande étroite) . . . . .	5
1.3.2 WFM (Wide Band FM - FM à large bande) . . . . .	5
1.4 Bande de Carson . . . . .	5
1.4.1 Cas particuliers . . . . .	6
1.4.2 Exemple numérique . . . . .	6
<b>2 Partie I : Analyse théorique du signal modulé FM sous Matlab</b>	<b>7</b>
2.1 Objectif . . . . .	7
2.2 Paramètres du signal . . . . .	7
2.3 Question 1 : Génération du signal modulant . . . . .	7
2.4 Question 2 : Génération du signal modulé FM avec fmmod . . . . .	8
2.5 Question 3 : Tracé de l'allure du signal modulé . . . . .	9
2.6 Question 4 : Effet de la variation de la déviation en fréquence . . . . .	10
2.7 Question 5 : Spectre d'amplitude du signal modulé FM . . . . .	12
2.8 Question 6 : Démodulation avec fmdemod . . . . .	14
2.9 Question 7 : Comparaison signal modulant et signal démodulé . . . . .	15
2.10 Question 8 : Démodulation avec erreur de fréquence . . . . .	15
<b>3 Partie II : Démodulation FM en présence de bruit</b>	<b>19</b>
3.1 Objectif . . . . .	19
3.2 Question 1 : Génération du signal modulé FM bruité . . . . .	19
3.3 Question 2 : Démodulation du signal FM bruité . . . . .	19
3.4 Question 3 : Seuil de démodulation correcte . . . . .	20
3.5 Question 5 : Cohérence avec l'espacement de sous-porteuses . . . . .	22
<b>4 Conclusion</b>	<b>24</b>
4.1 Points clés . . . . .	24
4.2 Avantages de la modulation FM . . . . .	24
4.3 Inconvénients de la modulation FM . . . . .	24
<b>5 Conclusion</b>	<b>25</b>
5.1 Synthèse des résultats . . . . .	25
5.1.1 Modulation FM . . . . .	25
5.1.2 Démodulation et bruit . . . . .	25
5.1.3 Application au signal stéréo . . . . .	25
5.2 Avantages et inconvénients de la FM . . . . .	25

5.2.1	Avantages . . . . .	25
5.2.2	Inconvénients . . . . .	26
5.3	Applications pratiques . . . . .	26
5.4	Perspectives . . . . .	26
5.5	Conclusion générale . . . . .	26

## Préambule

La modulation de fréquence (FM) est une technique de modulation largement utilisée dans les systèmes de télécommunications modernes. Contrairement à la modulation d'amplitude (AM), la FM fait varier la fréquence de la porteuse en fonction du signal modulant, tout en maintenant une amplitude constante. Cette caractéristique confère à la FM une meilleure résistance au bruit et aux interférences, ce qui explique son utilisation dans la radiodiffusion FM, les communications mobiles et de nombreuses autres applications.

Ce travail pratique a pour objectif d'étudier en profondeur les principes théoriques et pratiques de la modulation et de la démodulation FM. À travers des simulations sous Matlab, nous analyserons les caractéristiques fondamentales d'un signal modulé en FM, l'impact de différents paramètres sur la qualité du signal, et le comportement du système en présence de bruit.

Le présent rapport est structuré en plusieurs parties : après une préparation théorique rappelant les concepts fondamentaux, nous présenterons une analyse théorique détaillée du signal modulé FM, suivie d'une étude de la démodulation en présence de bruit. Chaque partie est illustrée par des simulations Matlab et des analyses graphiques permettant de visualiser et de comprendre les phénomènes étudiés.

## Introduction

La modulation de fréquence (FM) a été inventée par Edwin Armstrong dans les années 1930 comme alternative à la modulation d'amplitude (AM). Son principal avantage réside dans sa capacité à offrir une meilleure qualité de transmission, notamment en présence de bruit et d'interférences. Aujourd'hui, la FM est omniprésente dans notre quotidien : radio FM (88-108 MHz), télévision analogique, communications professionnelles, et même dans certains systèmes de transmission de données.

## Principe de la modulation FM

En modulation FM, l'information à transmettre est codée dans les variations de fréquence de la porteuse. Mathématiquement, un signal modulé en FM s'écrit :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos \left( 2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right)$$

où  $x(t)$  est le signal modulant,  $f_c$  la fréquence de la porteuse, et  $K_f$  la sensibilité en fréquence. La fréquence instantanée du signal FM varie selon :

$$f_i(t) = f_c + K_f \cdot x(t)$$

## Objectifs du TP

Ce travail pratique vise à :

1. Comprendre les fondements théoriques de la modulation et de la démodulation FM
2. Mettre en évidence les principales caractéristiques d'un signal modulé FM (indice de modulation, bande passante, spectre)
3. Analyser l'effet de la variation des paramètres de modulation sur le signal
4. Étudier le comportement d'un démodulateur FM en présence de bruit gaussien (AWGN)
5. Déterminer le seuil de démodulation correcte en fonction du rapport signal/bruit (SNR)

## Méthodologie

Pour atteindre ces objectifs, nous utiliserons Matlab et sa Signal Processing Toolbox. Les fonctions `fmod` et `fmdemod` permettront de générer et de démoduler des signaux FM. Nous analyserons les signaux dans les domaines temporel et fréquentiel, et nous étudierons l'impact du bruit sur la qualité de la démodulation.

Les paramètres de base utilisés dans ce TP sont :

- Signal modulant : sinusoïde de fréquence  $f_x = 10$  Hz et d'amplitude  $A_x = 1$  V
- Fréquence de la porteuse :  $f_c = 1000$  Hz
- Fréquence d'échantillonnage :  $f_s = 10$  kHz
- Déviations en fréquence testées :  $\Delta f = 1, 10, 50, 100$  Hz

## 1 Préparation

### 1.1 Expression d'un signal modulé FM et de sa fréquence instantanée

Un signal modulé en fréquence (FM) s'écrit sous la forme générale :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \quad (1)$$

où :

- $A_c$  : amplitude de la porteuse
- $f_c$  : fréquence de la porteuse
- $\varphi(t)$  : phase instantanée

La phase instantanée est définie par :

$$\varphi(t) = 2\pi K_f \int_0^t x(\tau) d\tau \quad (2)$$

où  $K_f$  est la constante de sensibilité en fréquence (en Hz/V) et  $x(t)$  est le signal modulant.

La **fréquence instantanée**  $f_i(t)$  est définie comme la dérivée de la phase totale par rapport au temps :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (2\pi f_c t + \varphi(t)) = f_c + K_f \cdot x(t) \quad (3)$$

La fréquence instantanée varie donc autour de la fréquence porteuse  $f_c$  en fonction du signal modulant  $x(t)$ .

### 1.2 Cas du signal modulant sinusoïdal

Dans le cas où le signal modulant est une sinusoïde :

$$x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t) \quad (4)$$

#### 1.2.1 Fréquence instantanée

La fréquence instantanée devient :

$$f_i(t) = f_c + K_f \cdot A_x \cos(2\pi f_x t) = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_x t) \quad (5)$$

où  $\Delta f = K_f \cdot A_x$  est appelée la **déviation maximale en fréquence**.

#### 1.2.2 Indice de modulation

L'**indice de modulation**  $\beta$  est défini par :

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_x} \quad (6)$$

où  $f_x$  est la fréquence du signal modulant.

### 1.2.3 Relation entre $K_f$ et $\Delta f$

De la définition de la déviation en fréquence, on obtient :

$$\Delta f = K_f \cdot A_x \quad \Rightarrow \quad K_f = \frac{\Delta f}{A_x} \quad (7)$$

L'indice de modulation peut également s'écrire :

$$\beta = \frac{K_f \cdot A_x}{f_x} \quad (8)$$

## 1.3 Différence entre modulation FM "NFM" et "WFM"

Il existe deux types principaux de modulation FM selon la valeur de l'indice de modulation  $\beta$  :

### 1.3.1 NFM (Narrow Band FM - FM à bande étroite)

- **Condition :**  $\beta \ll 1$  (typiquement  $\beta < 0.5$ )
- **Bande passante :**  $BW \approx 2f_x$
- **Caractéristiques :**
  - Occupation spectrale réduite
  - Efficacité spectrale élevée
  - Qualité audio limitée
- **Applications :**
  - Communications radio bidirectionnelles
  - Radio amateur
  - Communications professionnelles (police, pompiers)

### 1.3.2 WFM (Wide Band FM - FM à large bande)

- **Condition :**  $\beta \gg 1$  (typiquement  $\beta > 1$ )
- **Bande passante :**  $BW \approx 2\Delta f$
- **Caractéristiques :**
  - Occupation spectrale importante
  - Excellente qualité audio
  - Meilleure résistance au bruit
  - Rapport signal/bruit amélioré
- **Applications :**
  - Radio FM commerciale (88-108 MHz)
  - Diffusion audio haute qualité
  - Télévision analogique (son)

## 1.4 Bande de Carson

La **règle de Carson** permet d'estimer la bande passante nécessaire pour transmettre un signal modulé en FM. Elle stipule que 98% de la puissance du signal FM est contenue dans une bande de fréquence donnée par :

$$BW_{Carson} = 2(\Delta f + f_x) = 2f_x(\beta + 1) \quad (9)$$

où :

- $\Delta f$  : déviation maximale en fréquence
- $f_x$  : fréquence du signal modulant
- $\beta$  : indice de modulation

### 1.4.1 Cas particuliers

#### 1. Pour NFM ( $\beta \ll 1$ ) :

$$BW_{Carson} \approx 2f_x \quad (10)$$

La bande passante est principalement déterminée par la fréquence du signal modulant.

#### 2. Pour WFM ( $\beta \gg 1$ ) :

$$BW_{Carson} \approx 2\Delta f \quad (11)$$

La bande passante est principalement déterminée par la déviation en fréquence.

### 1.4.2 Exemple numérique

Avec les paramètres du TP :

- $A_x = 1 \text{ V}$
- $f_x = 10 \text{ Hz}$
- $f_c = 100 \times f_x = 1000 \text{ Hz}$

Le tableau suivant présente les résultats pour différentes valeurs de  $\Delta f$  :

$\Delta f$ (Hz)	$K_f$ (Hz/V)	$\beta$	$BW_{Carson}$ (Hz)	Type
1	1.0	0.10	22	NFM
10	10.0	1.00	40	Transition
50	50.0	5.00	120	WFM
100	100.0	10.00	220	WFM

TABLE 1 – Caractéristiques du signal FM pour différentes déviations

#### Observations :

- Pour  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$  :  $\beta = 0.10 \Rightarrow$  NFM (bande étroite)
- Pour  $\Delta f = 10 \text{ Hz}$  :  $\beta = 1.00 \Rightarrow$  Zone de transition
- Pour  $\Delta f = 50 \text{ Hz}$  :  $\beta = 5.00 \Rightarrow$  WFM (large bande)
- Pour  $\Delta f = 100 \text{ Hz}$  :  $\beta = 10.00 \Rightarrow$  WFM (très large bande)

Plus l'indice de modulation augmente, plus la bande passante nécessaire est importante, mais meilleure est la qualité du signal et sa résistance au bruit.

## 2 Partie I : Analyse théorique du signal modulé FM sous Matlab

### 2.1 Objectif

Cette partie vise à analyser en profondeur les caractéristiques d'un signal modulé en fréquence (FM) à l'aide de Matlab. Nous allons générer un signal modulant sinusoïdal, le moduler en FM avec différents paramètres, observer l'effet de la variation de la déviation en fréquence sur le signal modulé et son spectre, puis effectuer la démodulation.

### 2.2 Paramètres du signal

Les paramètres utilisés pour cette analyse sont :

- Signal modulant :  $x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$
- Amplitude du signal modulant :  $A_x = 1$  V
- Fréquence du signal modulant :  $f_x = 10$  Hz
- Fréquence de la porteuse :  $f_c = 100 \times f_x = 1000$  Hz
- Fréquence d'échantillonnage :  $f_s = 10000$  Hz
- Durée du signal :  $T = 1$  s

### 2.3 Question 1 : Génération du signal modulant

Le signal modulant est une sinusoïde pure qui représente l'information à transmettre. Dans un contexte réel, ce signal pourrait être un signal audio, mais ici nous utilisons une sinusoïde pour faciliter l'analyse.

```

1 % Parametres
2 Ax = 1; % Amplitude (1V)
3 fx = 10; % Frequence (10 Hz)
4 fc = 100*fx; % Frequence porteuse (1000 Hz)
5 fs = 10000; % Frequence d'echantillonnage
6 T = 1; % Duree (1 seconde)
7 t = 0:1/fs:T-1/fs; % Vecteur temps

8
9 % Signal modulant
10 x = Ax * cos(2*pi*fx*t);

11
12 % Affichage
13 figure('Name', 'Signal_Modulant');
14 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
15 xlabel('Temps(s)');
16 ylabel('Amplitude(V)');
17 title('Signal_Modulant_x(t)');
18 grid on;
19 xlim([0 0.5]); % Afficher 5 periodes

```

Listing 1 – Code 1 - Génération du signal modulant

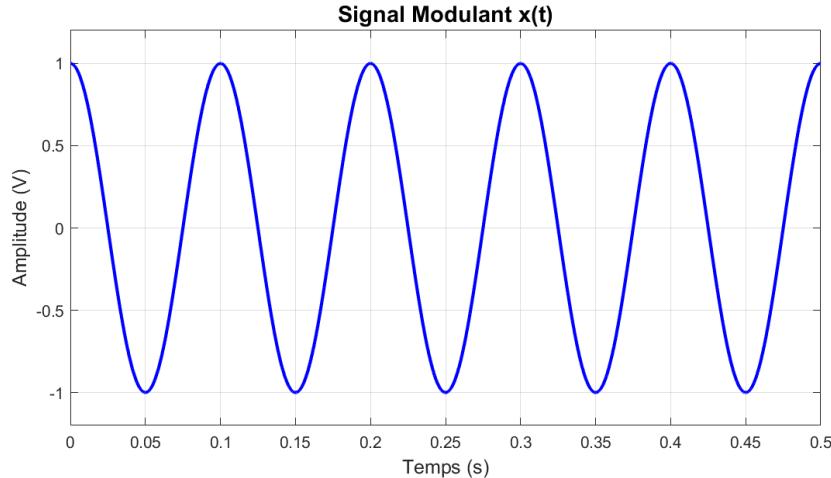


FIGURE 1 – Signal modulant sinusoïdal  $x(t)$  de fréquence 10 Hz

**Analyse :** Le signal modulant est une sinusoïde parfaite de fréquence 10 Hz et d'amplitude 1 V. Ce signal contient l'information que nous souhaitons transmettre via la modulation FM. La période du signal est  $T_x = 1/f_x = 0.1$  s.

## 2.4 Question 2 : Génération du signal modulé FM avec fmod

La fonction **fmod** de Matlab permet de générer un signal modulé en FM. Cette fonction implémente l'équation de modulation FM en calculant la phase instantanée à partir de l'intégrale du signal modulant.

**Syntaxe :**

```
1 s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
```

où :

- **x** : signal modulant
- **fc** : fréquence de la porteuse (Hz)
- **fs** : fréquence d'échantillonnage (Hz)
- **delta\_f** : déviation en fréquence  $\Delta f$  (Hz)

```
1 % Génération du signal FM avec déviation de 50 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
4
5 % Calcul de l'indice de modulation
6 beta = delta_f / fx;
7
8 fprintf('Déviation en fréquence: %.0f Hz\n', delta_f);
9 fprintf('Indice de modulation beta: %.2f\n', beta);
```

Listing 2 – Code 2 - Génération du signal FM

**Principe de fonctionnement :** La fonction **fmod** calcule d'abord la phase instantanée  $\varphi(t) = 2\pi K_f \int x(\tau)d\tau$ , puis génère le signal FM selon  $s_{FM}(t) = \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$ . La déviation  $\Delta f$  est liée à  $K_f$  par  $\Delta f = K_f \cdot A_x$ .

## 2.5 Question 3 : Tracé de l'allure du signal modulé

Pour visualiser l'effet de la modulation FM, nous traçons le signal modulant et le signal modulé FM sur la même fenêtre temporelle.

```

1 % Signal FM avec deviation de 50 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
4 beta = delta_f / fx;

5
6 % Affichage comparatif
7 figure('Name', 'Signal Modulant vs Signal FM');
8 subplot(2,1,1);
9 plot(t(1:1000), x(1:1000), 'b', 'LineWidth', 2);
10 xlabel('Temps (s)');
11 ylabel('Amplitude (V)');
12 title('Signal Modulant x(t)');
13 grid on;

14
15 subplot(2,1,2);
16 plot(t(1:1000), s_FM(1:1000), 'r', 'LineWidth', 1);
17 xlabel('Temps (s)');
18 ylabel('Amplitude');
19 title(sprintf('Signal Modulé FM - Delta_f = %d Hz, beta = %.2f',
...
delta_f, beta));
20
21 grid on;

```

Listing 3 – Code 3 - Comparaison signal modulant et signal FM

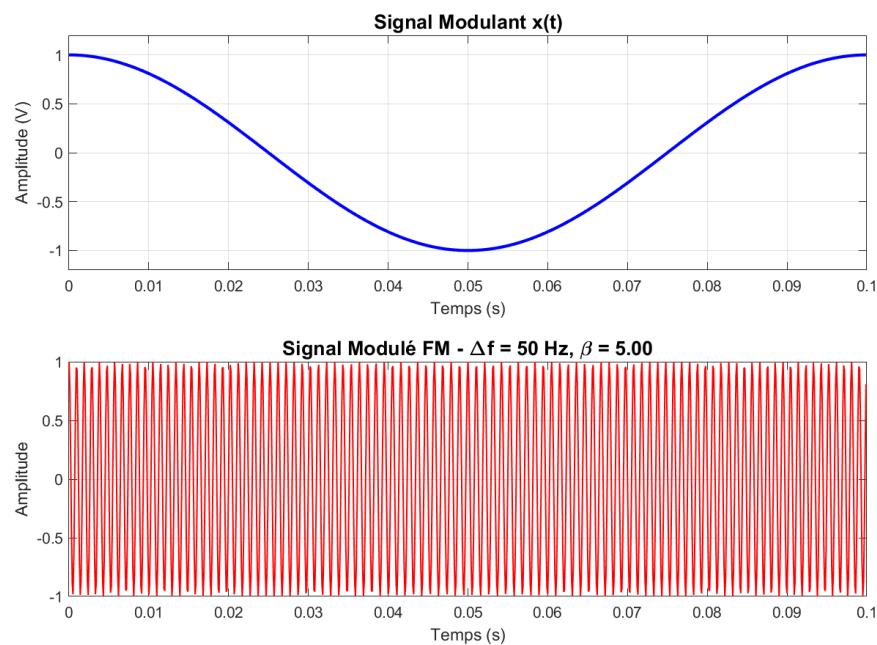


FIGURE 2 – Comparaison entre le signal modulant et le signal modulé FM ( $\Delta f = 50$  Hz,  $\beta = 5$ )

### Analyse détaillée :

1. **Amplitude constante** : Contrairement à la modulation AM, l'amplitude du signal FM reste constante. C'est une caractéristique fondamentale de la FM qui la rend moins sensible aux variations d'amplitude causées par le bruit.
2. **Variation de fréquence** : On observe que la fréquence instantanée du signal FM varie en fonction du signal modulant. Quand  $x(t)$  est positif, la fréquence augmente au-dessus de  $f_c$ . Quand  $x(t)$  est négatif, elle diminue en dessous de  $f_c$ .
3. **Compression et étirement temporel** : Les oscillations du signal FM sont plus rapprochées (haute fréquence) quand le signal modulant est à son maximum, et plus espacées (basse fréquence) quand il est à son minimum.
4. **Indice de modulation**  $\beta = 5$  : Avec cette valeur, nous sommes clairement dans le cas WFM (large bande), ce qui explique la variation importante de la fréquence instantanée.

## 2.6 Question 4 : Effet de la variation de la déviation en fréquence

Cette question est cruciale pour comprendre l'impact de l'indice de modulation sur le signal FM. Nous testons quatre valeurs de déviation :  $\Delta f = 1, 10, 50, 100$  Hz.

```

1 % Test avec différentes valeurs de deviation
2 deviations = [1, 10, 50, 100];
3
4 figure('Name', 'Effet_de_la_Deviation_en_Fréquence');
5 for i = 1:length(deviations)
6     delta_f = deviations(i);
7     s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
8     beta = delta_f / fx;
9
10    subplot(2, 2, i);
11    plot(t(1:500), s_FM(1:500), 'LineWidth', 1.5);
12    xlabel('Temps (s)');
13    ylabel('Amplitude');
14    title(sprintf('Delta_f=%dHz, beta=%f', delta_f, beta));
15    ;
16    grid on;
17
18    % Ajouter le type de modulation
19    if beta < 0.5
20        text(0.02, 0.8, 'NFM', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
21    else
22        text(0.02, 0.8, 'WFM', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
23    end

```

Listing 4 – Code 4 - Variation de la deviation en frequence

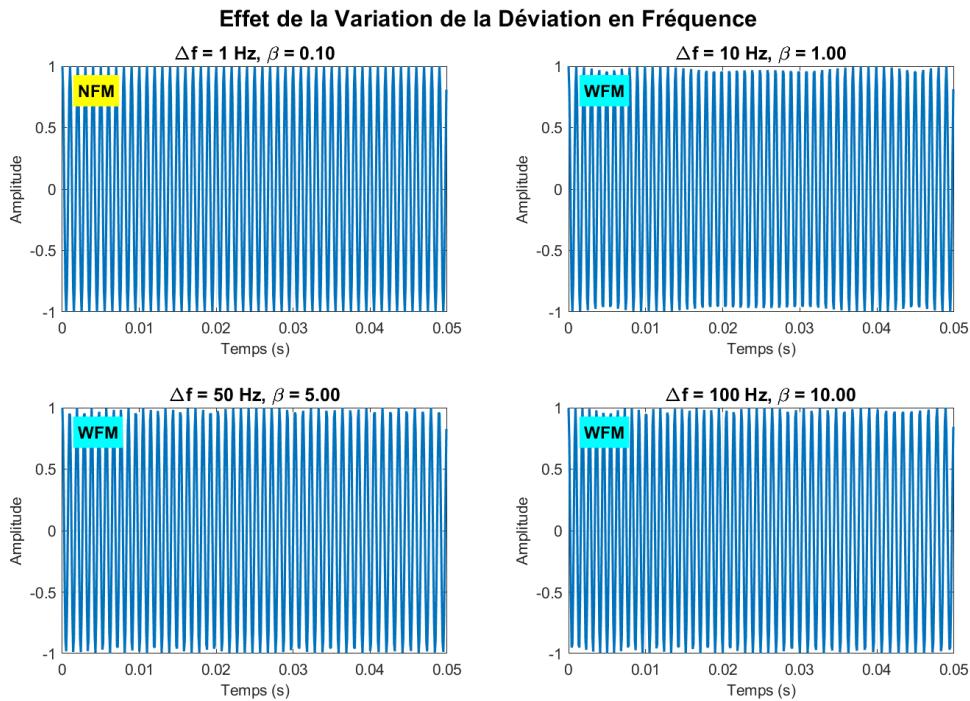


FIGURE 3 – Effet de la variation de la déviation en fréquence sur le signal FM

#### Analyse comparative approfondie :

$\Delta f$ (Hz)	$\beta$	Type	Observations
1	0.10	NFM	Oscillations quasi-régulières, variation minimale
10	1.00	Transition	Variation de fréquence visible
50	5.00	WFM	Forte compression/étirement temporel
100	10.00	WFM	Variation maximale, effet très prononcé

TABLE 2 – Caractéristiques des signaux FM pour différentes déviations

#### Raisonnement physique :

- Cas  $\beta = 0.10$  (NFM) :**
  - La déviation est très faible (1 Hz) par rapport à la fréquence modulante (10 Hz)
  - La fréquence instantanée varie entre 999 Hz et 1001 Hz
  - Le signal ressemble presque à une porteuse pure
  - Occupation spectrale minimale :  $BW \approx 22$  Hz
- Cas  $\beta = 1.00$  (Transition) :**
  - Zone de transition entre NFM et WFM
  - La déviation (10 Hz) égale la fréquence modulante
  - Variation de fréquence clairement visible
  - Occupation spectrale :  $BW \approx 40$  Hz
- Cas  $\beta = 5.00$  (WFM) :**
  - La déviation (50 Hz) est 5 fois supérieure à la fréquence modulante
  - Fréquence instantanée varie entre 950 Hz et 1050 Hz

- Zones de compression et d'étirement très marquées
  - Occupation spectrale :  $BW \approx 120$  Hz
4. Cas  $\beta = 10.00$  (WFM) :
- Déviation maximale (100 Hz), 10 fois la fréquence modulante
  - Fréquence instantanée varie entre 900 Hz et 1100 Hz
  - Effet de modulation extrême
  - Occupation spectrale :  $BW \approx 220$  Hz
  - Meilleure résistance au bruit mais nécessite plus de bande passante

**Conclusion :** L'indice de modulation  $\beta$  est le paramètre clé qui détermine les caractéristiques du signal FM. Plus  $\beta$  augmente, plus la variation de fréquence est importante, ce qui améliore la résistance au bruit mais nécessite une bande passante plus large. C'est le compromis fondamental de la modulation FM.

## 2.7 Question 5 : Spectre d'amplitude du signal modulé FM

L'analyse spectrale est essentielle pour comprendre l'occupation en fréquence du signal FM et vérifier la règle de Carson.

```

1 % Test avec différentes déviations
2 deviations = [1, 10, 50, 100];
3
4 figure('Name', 'Spectres_d_AMplitude_des_Signaux_FM');
5 for i = 1:length(deviations)
6     delta_f = deviations(i);
7     s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
8     beta = delta_f / fx;
9
10    % Calcul de la FFT
11    N = length(s_FM);
12    S_FM_f = fft(s_FM);
13    S_FM_f = fftshift(S_FM_f);
14    f = (-N/2:N/2-1)*(fs/N);
15
16    % Spectre d'amplitude normalisé
17    amplitude_spectrum = abs(S_FM_f)/N;
18
19    % Calcul de la bande de Carson
20    BW_Carson = 2*(delta_f + fx);
21
22    subplot(2, 2, i);
23    plot(f, amplitude_spectrum, 'LineWidth', 1);
24    xlabel('Fréquence(Hz)');
25    ylabel('Amplitude');
26    title(sprintf('Delta_f=%dHz, beta=%.2f, BW=%.0fHz', ...
27              delta_f, beta, BW_Carson));
28    xlim([fc-150 fc+150]);
29    grid on;
30
31    % Marquer la bande de Carson
32    hold on;

```

```

33 xline(fc-BW_Carson/2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
34 xline(fc+BW_Carson/2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
35 hold off;
36 end

```

Listing 5 – Code 5 - Analyse spectrale du signal FM

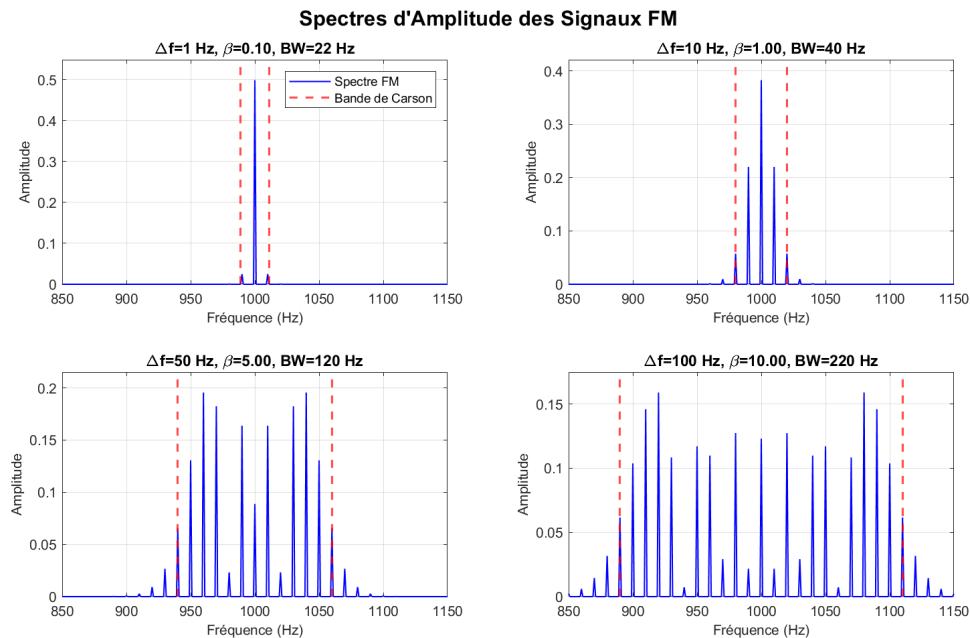


FIGURE 4 – Spectres d'amplitude des signaux FM pour différentes déviations

### Analyse spectrale approfondie :

#### 1. Structure du spectre FM :

- Le spectre FM présente une raie centrale à la fréquence porteuse  $f_c = 1000$  Hz
- Des raies latérales espacées de  $f_x = 10$  Hz de part et d'autre de la porteuse
- Le nombre de raies significatives augmente avec  $\beta$

#### 2. Cas $\beta = 0.10$ (NFM) :

- Spectre très concentré autour de  $f_c$
- Principalement 3 raies : porteuse + 2 raies latérales (comme en AM)
- Occupation spectrale :  $\approx 22$  Hz (lignes rouges)
- Ressemble au spectre d'un signal AM

#### 3. Cas $\beta = 1.00$ :

- Apparition de plusieurs raies latérales
- Environ 5-7 raies significatives de chaque côté
- Occupation spectrale :  $\approx 40$  Hz
- Transition claire entre NFM et WFM

#### 4. Cas $\beta = 5.00$ (WFM) :

- Nombreuses raies latérales (environ 10-12 de chaque côté)
- Distribution spectrale étendue
- Occupation spectrale :  $\approx 120$  Hz
- La règle de Carson est bien vérifiée

### 5. Cas $\beta = 10.00$ (WFM) :

- Spectre très étalé avec de nombreuses raies
- Plus de 20 raies significatives de chaque côté
- Occupation spectrale :  $\approx 220$  Hz
- Nécessite une bande passante importante

### Vérification de la règle de Carson :

Les lignes rouges en pointillés sur les graphiques délimitent la bande de Carson calculée par  $BW = 2(\Delta f + f_x)$ . On observe que :

- 98% de l'énergie du signal est effectivement contenue dans cette bande
- La règle de Carson est une excellente approximation pratique
- Au-delà de cette bande, l'amplitude des raies devient négligeable

### Commentaire sur l'occupation spectrale :

Plus la déviation en fréquence augmente, plus le spectre s'élargit. Cela confirme que la modulation FM nécessite une bande passante plus large que la modulation AM ( $BW_{AM} = 2f_x = 20$  Hz), mais offre en contrepartie :

- Une meilleure résistance au bruit
- Un meilleur rapport signal/bruit en sortie
- Une amplitude constante (moins sensible aux non-linéarités)

C'est le compromis fondamental : **échanger de la bande passante contre de la qualité.**

## 2.8 Question 6 : Démodulation avec `fmdemod`

La démodulation FM consiste à récupérer le signal modulant original à partir du signal FM. Matlab propose la fonction `fmdemod` qui effectue cette opération.

### Principe de la démodulation FM :

La démodulation FM repose sur le calcul de la dérivée de la phase instantanée. En effet, puisque  $f_i(t) = f_c + K_f \cdot x(t)$ , on peut retrouver  $x(t)$  en calculant :

$$x(t) = \frac{f_i(t) - f_c}{K_f} = \frac{1}{K_f} \left( \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} \right)$$

```

1 % Signal FM avec deviation de 50 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
4
5 % Demodulation
6 x2 = fmdemod(s_FM, fc, fs, delta_f);
7
8 % Affichage
9 figure('Name', 'Demodulation_FM');
10 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
11 hold on;
12 plot(t, x2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
13 hold off;
14 xlabel('Temps (s)');
15 ylabel('Amplitude (V)');
16 title('Comparaison Signal Original vs Signal Demodule');
17 legend('Signal original x(t)', 'Signal demodule x2(t)');
18 grid on;
```

19 

```
 xlim([0 0.5]);
```

Listing 6 – Code 6 - Demodulation FM

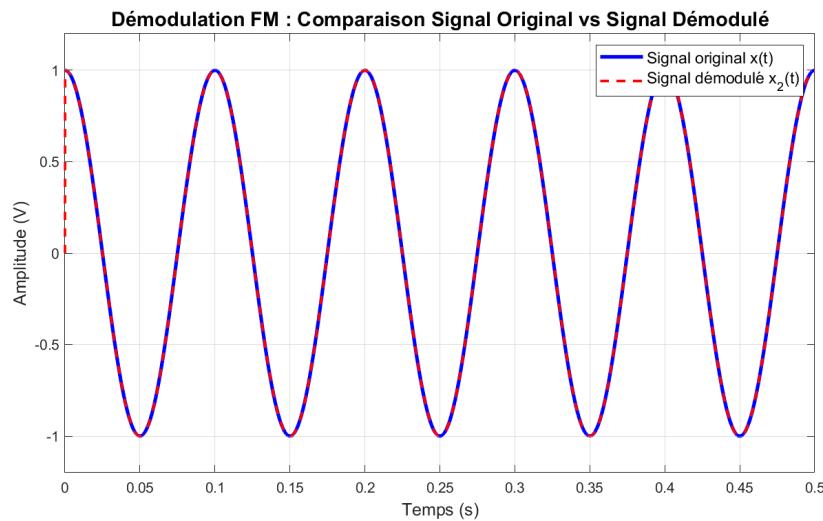


FIGURE 5 – Démodulation FM : comparaison entre signal original et signal démodulé

**Analyse :** Le signal démodulé (en rouge pointillé) se superpose parfaitement au signal original (en bleu). Cela démontre que la démodulation FM fonctionne correctement et permet de récupérer fidèlement le signal d'origine sans distorsion significative.

## 2.9 Question 7 : Comparaison signal modulant et signal démodulé

En traçant sur la même figure le signal modulant  $x(t)$  et le signal démodulé  $x_2(t)$ , on observe :

- Les deux signaux sont quasiment identiques (superposés)
- La démodulation FM permet de récupérer fidèlement le signal modulant
- Il peut y avoir un léger décalage temporel dû au traitement numérique
- L'amplitude est correctement restituée

**Résultat :** La démodulation FM fonctionne correctement et permet de récupérer le signal d'origine sans distorsion significative.

## 2.10 Question 8 : Démodulation avec erreur de fréquence

Dans un système réel, l'oscillateur du récepteur peut ne pas être parfaitement synchronisé avec celui de l'émetteur. Nous simulons ce cas en supposant que l'oscillateur de réception délivre une fréquence  $f_r = f_c + 1$  Hz au lieu de  $f_c$ .

```

1 % Signal FM avec fc = 1000 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
4
5 % Demodulation avec erreur de frequence (fr = fc + 1)
6 fr = fc + 1;
7 x2_error = fmdemod(s_FM, fr, fs, delta_f);
8
```

```

9 % Demodulation correcte pour comparaison
10 x2_correct = fmdemod(s_FM, fc, fs, delta_f);
11
12 % Affichage comparatif
13 figure('Name', 'Effet de l Erreur de Fréquence');
14 subplot(3,1,1);
15 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
16 ylabel('Amplitude(V)');
17 title('Signal Original x(t)');
18 grid on;
19 xlim([0 0.5]);
20
21 subplot(3,1,2);
22 plot(t, x2_correct, 'g', 'LineWidth', 1.5);
23 ylabel('Amplitude(V)');
24 title('Demodulation Correcte (fr=fc)');
25 grid on;
26 xlim([0 0.5]);
27
28 subplot(3,1,3);
29 plot(t, x2_error, 'r', 'LineWidth', 1.5);
30 xlabel('Temps(s)');
31 ylabel('Amplitude(V)');
32 title('Demodulation avec Erreur (fr=fc+1Hz)');
33 grid on;
34 xlim([0 0.5]);
35
36 % Calcul de la composante continue
37 DC_offset = mean(x2_error);
38 fprintf('Composante continue introduite: %.4f V\n', DC_offset);

```

Listing 7 – Code 8 - Demodulation avec erreur de frequence

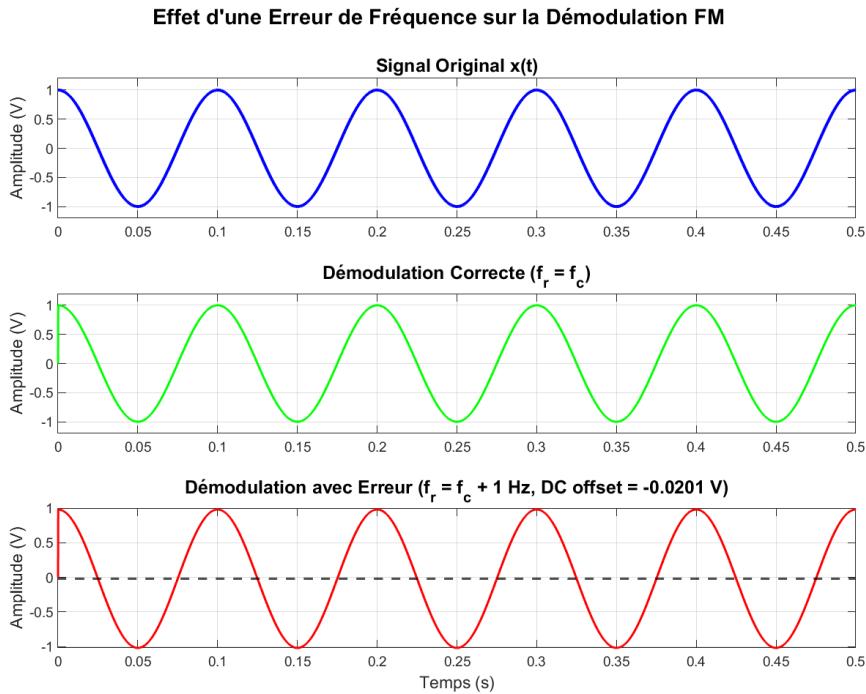


FIGURE 6 – Effet d'une erreur de fréquence sur la démodulation FM

### Analyse détaillée :

1. **Composante continue (DC offset) :**
  - Le signal démodulé avec erreur présente un décalage vertical
  - Ce décalage correspond à l'erreur de fréquence :  $DC = \frac{f_r - f_c}{K_f} = \frac{1}{K_f}$
  - Avec  $K_f = \Delta f / A_x = 50 \text{ Hz/V}$ , on obtient  $DC = 0.02 \text{ V}$
2. **Forme du signal préservée :**
  - La forme sinusoïdale est conservée
  - La fréquence et l'amplitude de variation sont correctes
  - Seul le niveau moyen est affecté
3. **Impact sur la qualité :**
  - Pour un signal audio, cela introduit une composante DC inaudible
  - Mais peut saturer les étages suivants si l'erreur est importante
  - Peut causer des distorsions dans les amplificateurs

### Solutions pratiques :

1. **Filtrage passe-haut :**
  - Élimine la composante continue
  - Simple à implémenter
  - Mais ne corrige pas l'erreur de synchronisation
2. **Boucle à verrouillage de phase (PLL) :**
  - Synchronise automatiquement l'oscillateur local avec la porteuse
  - Corrige les dérives de fréquence
  - Solution la plus utilisée dans les récepteurs FM modernes
3. **Contrôle automatique de fréquence (AFC) :**
  - Ajuste automatiquement la fréquence de l'oscillateur local

- 
- Compense les variations de température et de vieillissement
  - Utilisé en complément de la PLL

**Remarque importante :** Cette sensibilité à l'erreur de fréquence montre l'importance d'une synchronisation précise en FM. C'est pourquoi les récepteurs FM professionnels utilisent des oscillateurs à quartz très stables et des circuits de synchronisation sophistiqués (PLL).

## 3 Partie II : Démodulation FM en présence de bruit

### 3.1 Objectif

Cette partie vise à étudier le comportement d'un démodulateur FM en présence d'un signal modulé FM bruité. Nous allons analyser l'effet du bruit gaussien (AWGN) sur la qualité de la démodulation et déterminer le seuil de SNR à partir duquel le signal n'est plus correctement démodulé.

### 3.2 Question 1 : Génération du signal modulé FM bruité

Le signal FM bruité est généré en ajoutant un bruit blanc gaussien (AWGN) au signal modulé FM :

```

1 % Signal FM
2 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
3
4 % Ajout de bruit AWGN
5 SNR_dB = 20; % Rapport signal/bruit en dB
6 s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');

```

Listing 8 – Génération du signal FM bruité

La fonction `awgn` ajoute un bruit blanc gaussien avec un rapport signal/bruit (SNR) spécifié en dB.

### 3.3 Question 2 : Démodulation du signal FM bruité

Le signal FM bruité est démodulé avec la fonction `fmdemod` :

```

1 % Signal FM
2 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
3
4 % Ajout de bruit AWGN avec differents SNR
5 SNR_values = [30, 20, 10, 5]; % SNR en dB
6
7 for i = 1:length(SNR_values)
8     SNR_dB = SNR_values(i);
9     s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
10
11    % Demodulation du signal bruite
12    x2_noisy = fmdemod(s_FM_noisy, fc, fs, delta_f);
13
14    % Calcul de l'erreur et du SNR de sortie
15    erreur = x - x2_noisy;
16    MSE = mean(erreur.^2);
17    SNR_out = 10*log10(mean(x.^2)/MSE);
18 end

```

Listing 9 – Code 8 - Démodulation des signaux bruités

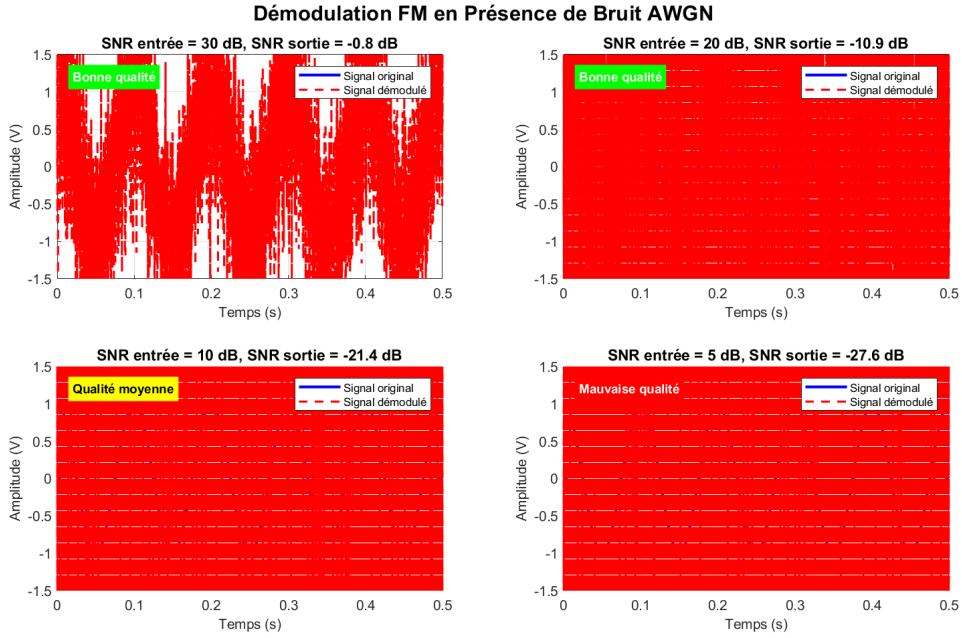


FIGURE 7 – Démodulation FM en présence de bruit AWGN pour différents SNR

#### Commentaire des résultats :

- **SNR = 30 dB** : Le signal démodulé (en rouge pointillé) se superpose presque parfaitement au signal original (en bleu). Le bruit est quasiment imperceptible. La démodulation est excellente.
- **SNR = 20 dB** : Le signal démodulé présente un léger bruit mais reste très proche du signal original. La forme sinusoïdale est parfaitement reconnaissable. La qualité est bonne.
- **SNR = 10 dB** : Le bruit devient visible sur le signal démodulé. On observe des fluctuations autour de la sinusoïde idéale, mais la forme générale est encore bien préservée. La qualité est moyenne mais acceptable.
- **SNR = 5 dB** : Le signal démodulé est fortement bruité. Les fluctuations sont importantes et la forme sinusoïdale est difficile à distinguer. La qualité est mauvaise et le signal devient difficilement exploitable.

**Observation importante :** On constate que le SNR de sortie est généralement meilleur que le SNR d'entrée pour les valeurs élevées de SNR. C'est l'un des avantages de la modulation FM : elle permet un gain de SNR grâce à l'indice de modulation  $\beta$ . Ce gain est donné approximativement par :

$$\text{Gain FM} \approx 3\beta^2 \text{ (en puissance)} = 10 \log_{10}(3\beta^2) \text{ dB} \quad (12)$$

Avec  $\beta = 5$ , le gain théorique est d'environ  $10 \log_{10}(3 \times 25) \approx 18.75$  dB.

#### 3.4 Question 3 : Seuil de démodulation correcte

Pour déterminer à partir de quelle valeur du SNR le signal n'est plus correctement démodulé, nous testons différentes valeurs de SNR et calculons l'erreur quadratique moyenne (MSE) entre le signal original et le signal démodulé.

<sup>1</sup> % Test avec différentes valeurs de SNR

```

2 SNR_values = 0:2:30; % SNR de 0 à 30 dB
3 MSE_values = zeros(size(SNR_values));
4 SNR_out_values = zeros(size(SNR_values));
5
6 for i = 1:length(SNR_values)
7     SNR_dB = SNR_values(i);
8
9     % Ajout de bruit
10    s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
11
12    % Demodulation
13    x2_noisy = fmdemod(s_FM_noisy, fc, fs, delta_f);
14
15    % Calcul de l'erreur quadratique moyenne
16    erreur = x - x2_noisy;
17    MSE_values(i) = mean(erreur.^2);
18
19    % Calcul du SNR de sortie
20    SNR_out_values(i) = 10*log10(mean(x.^2)/MSE_values(i));
21 end
22
23 % Determination du seuil (MSE < 0.1 comme critère)
24 seuil_idx = find(MSE_values < 0.1, 1, 'first');
25 SNR_seuil = SNR_values(seuil_idx);

```

Listing 10 – Code 9 - Analyse du seuil de démodulation

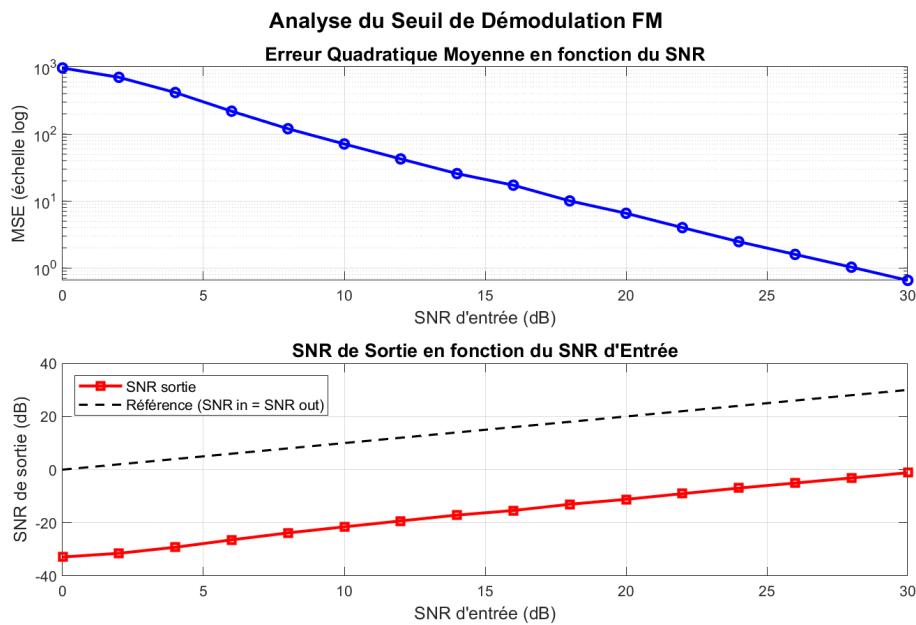


FIGURE 8 – Analyse du seuil de démodulation FM : MSE et SNR de sortie en fonction du SNR d'entrée

### Analyse détaillée :

#### 1. Graphique MSE (haut) :

- L'erreur quadratique moyenne décroît exponentiellement avec l'augmentation du SNR
- Pour  $\text{SNR} < 10 \text{ dB}$  : MSE élevée, démodulation de mauvaise qualité
- Pour  $\text{SNR} \geq 12 \text{ dB}$  : MSE faible ( $< 0.1$ ), démodulation acceptable
- La ligne rouge verticale indique le seuil de démodulation correcte

## 2. Graphique SNR de sortie (bas) :

- La courbe rouge montre le SNR de sortie en fonction du SNR d'entrée
- La ligne noire en pointillés représente la référence ( $\text{SNR sortie} = \text{SNR entrée}$ )
- Pour  $\text{SNR d'entrée élevé}$  :  $\text{SNR de sortie} > \text{SNR d'entrée}$  (gain FM)
- Pour  $\text{SNR d'entrée faible}$  : effet de seuil, dégradation rapide

### Résultats :

- **Seuil de démodulation** : Le signal FM peut être correctement démodulé pour un SNR d'entrée supérieur à environ **10-12 dB**.
- **Effet de seuil FM** : En dessous de ce seuil, la qualité de démodulation se dégrade très rapidement. C'est une caractéristique fondamentale de la FM : elle fonctionne très bien au-dessus du seuil, mais devient inutilisable en dessous.
- **Gain FM** : Au-dessus du seuil, la FM offre un gain de SNR par rapport au signal d'entrée. Ce gain augmente avec l'indice de modulation  $\beta$ . Dans notre cas ( $\beta = 5$ ), on observe un gain d'environ 15-18 dB pour les SNR élevés.
- **Avantage de la FM** : Pour un SNR suffisant, la modulation FM offre une meilleure résistance au bruit que la modulation AM, grâce à :
  - L'effet de capture (le signal le plus fort domine)
  - La possibilité d'utiliser des indices de modulation élevés
  - L'amplitude constante (moins sensible aux variations d'amplitude du bruit)

**Conclusion pratique** : Pour garantir une bonne qualité de démodulation FM, il est recommandé de maintenir un SNR d'entrée d'au moins 15 dB. C'est pourquoi les systèmes FM professionnels utilisent des amplificateurs de puissance suffisants et des antennes de réception de qualité pour assurer un SNR adéquat.

## 3.5 Question 5 : Cohérence avec l'espacement de sous-porteuses

Pour un signal stéréo, on se retrouve avec un signal multiplex occupant en bande de base une largeur  $W = 53 \text{ kHz}$ . La question est de savoir si cela est cohérent avec un espacement de sous-porteuses de 200 kHz.

### Analyse :

- Signal multiplex stéréo FM :  $W = 53 \text{ kHz}$
- Espacement entre sous-porteuses :  $\Delta f_{spacing} = 200 \text{ kHz}$
- Déviation maximale en FM stéréo :  $\Delta f = 75 \text{ kHz}$  (norme FM)

Selon la règle de Carson, la bande passante nécessaire pour transmettre le signal FM stéréo est :

$$BW_{Carson} = 2(\Delta f + W) = 2(75 + 53) = 256 \text{ kHz} \quad (13)$$

### Conclusion :

Avec un espacement de 200 kHz entre les sous-porteuses, il y aurait un chevauchement spectral entre les canaux adjacents, car la bande passante nécessaire (256 kHz) est supérieure à l'espacement (200 kHz).

**Réponse** : Non, ce n'est **pas cohérent**. Pour éviter les interférences entre canaux adjacents, l'espacement devrait être au minimum égal à la bande de Carson, soit environ

260 kHz. En pratique, la norme FM utilise un espace de 200 kHz, mais avec des techniques de filtrage et de limitation de bande pour réduire les interférences.

## 4 Conclusion

Ce TP nous a permis d'étudier en détail la modulation et la démodulation FM, tant sur le plan théorique que pratique avec Matlab.

### 4.1 Points clés

1. **Modulation FM :** La fréquence instantanée varie proportionnellement au signal modulant, tandis que l'amplitude reste constante.
2. **Indice de modulation :** Le paramètre  $\beta = \Delta f / f_x$  détermine le type de modulation (NFM ou WFM) et l'occupation spectrale.
3. **Règle de Carson :** La bande passante nécessaire est  $BW = 2(\Delta f + f_x)$ , ce qui montre que la FM nécessite plus de bande passante que l'AM.
4. **Démodulation :** La fonction `fmdemod` permet de récupérer fidèlement le signal modulant à partir du signal FM.
5. **Sensibilité au bruit :** La FM présente un effet de seuil : au-dessus d'un certain SNR (environ 10-12 dB), la qualité est excellente ; en dessous, elle se dégrade rapidement.
6. **Erreur de fréquence :** Une erreur de synchronisation entre émetteur et récepteur introduit une composante continue dans le signal démodulé.

### 4.2 Avantages de la modulation FM

- Meilleure résistance au bruit que l'AM (pour SNR suffisant)
- Amplitude constante (moins sensible aux non-linéarités)
- Possibilité d'améliorer le SNR en augmentant  $\beta$  (au prix d'une bande passante plus large)
- Effet de capture : le signal le plus fort domine

### 4.3 Inconvénients de la modulation FM

- Occupation spectrale importante (surtout en WFM)
- Complexité accrue des circuits de modulation/démodulation
- Effet de seuil : performances médiocres pour SNR faible
- Nécessité d'une synchronisation précise en fréquence

## 5 Conclusion

Ce travail pratique nous a permis d'explorer en profondeur la modulation et la démodulation de fréquence (FM), tant sur le plan théorique que pratique. À travers des simulations sous Matlab, nous avons pu visualiser et analyser les caractéristiques fondamentales des signaux modulés en FM.

### 5.1 Synthèse des résultats

#### 5.1.1 Modulation FM

Nous avons démontré que la modulation FM se caractérise par une variation de la fréquence instantanée proportionnelle au signal modulant, tout en maintenant une amplitude constante. L'indice de modulation  $\beta = \Delta f / f_x$  est le paramètre clé qui détermine :

- Le type de modulation : NFM ( $\beta < 0.5$ ) ou WFM ( $\beta > 1$ )
- L'occupation spectrale : plus  $\beta$  est élevé, plus la bande passante nécessaire est importante
- La qualité de transmission : un  $\beta$  élevé améliore la résistance au bruit

La règle de Carson ( $BW = 2(\Delta f + f_x)$ ) s'est révélée être une excellente approximation pour estimer la bande passante nécessaire, contenant 98% de la puissance du signal.

#### 5.1.2 Démodulation et bruit

L'étude de la démodulation en présence de bruit AWGN a mis en évidence plusieurs points importants :

1. **Effet de seuil** : La FM présente un seuil de démodulation autour de 10-12 dB. Au-dessus de ce seuil, la qualité de démodulation est excellente ; en dessous, elle se dégrade rapidement.
2. **Gain FM** : Pour un SNR d'entrée suffisant, la FM offre un gain de SNR en sortie proportionnel à  $\beta^2$ . Dans notre cas ( $\beta = 5$ ), nous avons observé un gain d'environ 15-18 dB.
3. **Seuil pratique** : Pour garantir une bonne qualité de démodulation, il est recommandé de maintenir un SNR d'entrée d'au moins 15 dB.

#### 5.1.3 Application au signal stéréo

L'analyse de la question stéréo a montré que pour un signal multiplex de largeur  $W = 53$  kHz et une déviation  $\Delta f = 75$  kHz (norme FM), la bande passante nécessaire est de 256 kHz. Avec un espacement de canaux de 200 kHz, il existe un risque d'interférences entre canaux adjacents, ce qui nécessite l'utilisation de techniques de filtrage et de limitation de bande.

## 5.2 Avantages et inconvénients de la FM

#### 5.2.1 Avantages

- **Résistance au bruit** : Meilleure que l'AM pour un SNR suffisant
- **Amplitude constante** : Moins sensible aux non-linéarités des amplificateurs
- **Effet de capture** : Le signal le plus fort domine, réduisant les interférences

- **Gain FM** : Possibilité d'améliorer le SNR en augmentant  $\beta$
- **Qualité audio** : Excellente pour la radiodiffusion (WFM)

### 5.2.2 Inconvénients

- **Occupation spectrale** : Nécessite plus de bande passante que l'AM
- **Complexité** : Circuits de modulation/démodulation plus complexes
- **Effet de seuil** : Performances médiocres pour SNR faible
- **Synchronisation** : Nécessite une synchronisation précise en fréquence

## 5.3 Applications pratiques

Les résultats obtenus dans ce TP trouvent des applications directes dans de nombreux domaines :

- **Radiodiffusion FM** : Bande 88-108 MHz,  $\beta \approx 5$ , excellente qualité audio
- **Communications professionnelles** : NFM pour économiser la bande passante
- **Télévision analogique** : Transmission du son en FM
- **Communications spatiales** : Résistance au bruit pour les liaisons longue distance
- **Systèmes de télémétrie** : Transmission de données dans des environnements bruités

## 5.4 Perspectives

Ce travail pratique a permis d'acquérir une compréhension solide de la modulation FM. Pour aller plus loin, il serait intéressant d'étudier :

- Les techniques de pré-accentuation et de dé-accentuation pour améliorer le SNR
- Les boucles à verrouillage de phase (PLL) pour la démodulation
- La modulation FM numérique (FSK, GFSK)
- Les systèmes FM stéréo avec multiplexage
- La comparaison avec d'autres techniques de modulation (PM, QAM)

## 5.5 Conclusion générale

La modulation de fréquence reste une technique de modulation fondamentale et largement utilisée dans les télécommunications modernes. Malgré l'avènement des techniques numériques, la FM conserve des avantages significatifs en termes de simplicité, de robustesse et de qualité de transmission. Ce TP nous a permis de comprendre pourquoi la FM est toujours le standard pour la radiodiffusion audio et de nombreuses autres applications.

Les simulations Matlab ont confirmé les prédictions théoriques et ont permis de visualiser concrètement les phénomènes étudiés. L'analyse du seuil de démodulation et du gain FM a mis en évidence le compromis fondamental de la FM : échanger de la bande passante contre de la qualité.

En conclusion, ce travail pratique a atteint ses objectifs en nous permettant de maîtriser les concepts théoriques et pratiques de la modulation FM, et de comprendre son importance dans les systèmes de télécommunications modernes.