

Ministère de l'Enseignement
Supérieur de la Recherche
Scientifique et de l'Innovation

BURKINA FASO
Unité - Progrès - Justice



Université Joseph KI-ZERBO

RAPPORT DE PROJET

Modulation de Fréquence (FM)

Membres du Groupe :

KABORE Wend-Benindo François
SISSAO Sarata
Élise

Professeur :
Dr KOURAOGO

Année Académique : 2025 - 2026

Table des matières

Préambule	2
Introduction	3
1 Préparation	4
1.1 Expression d'un signal modulé FM et de sa fréquence instantanée	4
1.2 Cas du signal modulant sinusoïdal	4
1.2.1 Fréquence instantanée	4
1.2.2 Indice de modulation	4
1.2.3 Relation entre K_f et Δf	5
1.3 Différence entre modulation FM "NFM" et "WFM"	5
1.3.1 NFM (Narrow Band FM - FM à bande étroite)	5
1.3.2 WFM (Wide Band FM - FM à large bande)	5
1.4 Bande de Carson	5
1.4.1 Cas particuliers	6
1.4.2 Exemple numérique	6
2 Partie I : Analyse théorique du signal modulé FM sous Matlab	7
2.1 Objectif	7
2.2 Paramètres du signal	7
2.3 Question 1 : Génération du signal modulant	7
2.4 Question 2 : Génération du signal modulé FM avec fmmod	8
2.5 Question 3 : Tracé de l'allure du signal modulé	9
2.6 Question 4 : Effet de la variation de la déviation en fréquence	10
2.7 Question 5 : Spectre d'amplitude du signal modulé FM	12
2.8 Question 6 : Démodulation avec fmdemod	14
2.9 Question 7 : Comparaison signal modulant et signal démodulé	15
2.10 Question 8 : Démodulation avec erreur de fréquence	15
3 Partie II : Démodulation FM en présence de bruit	19
3.1 Question 1 : Génération du signal modulé FM bruité	19
3.2 Question 2 : Démodulation du signal FM bruité et commentaire	20
3.3 Question 3 : Seuil de démodulation correcte	21
4 Conclusion	23
4.1 Synthèse des résultats	23
4.2 Avantages et inconvénients	23
4.3 Conclusion générale	23

Préambule

La modulation de fréquence (FM) est une technique de modulation largement utilisée dans les systèmes de télécommunications modernes. Contrairement à la modulation d'amplitude (AM), la FM fait varier la fréquence de la porteuse en fonction du signal modulant, tout en maintenant une amplitude constante. Cette caractéristique confère à la FM une meilleure résistance au bruit et aux interférences, ce qui explique son utilisation dans la radiodiffusion FM, les communications mobiles et de nombreuses autres applications.

Ce travail pratique a pour objectif d'étudier en profondeur les principes théoriques et pratiques de la modulation et de la démodulation FM. À travers des simulations sous Matlab, nous analyserons les caractéristiques fondamentales d'un signal modulé en FM, l'impact de différents paramètres sur la qualité du signal, et le comportement du système en présence de bruit.

Le présent rapport est structuré en plusieurs parties : après une préparation théorique rappelant les concepts fondamentaux, nous présenterons une analyse théorique détaillée du signal modulé FM, suivie d'une étude de la démodulation en présence de bruit. Chaque partie est illustrée par des simulations Matlab et des analyses graphiques permettant de visualiser et de comprendre les phénomènes étudiés.

Introduction

La modulation de fréquence (FM) a été inventée par Edwin Armstrong dans les années 1930 comme alternative à la modulation d'amplitude (AM). Son principal avantage réside dans sa capacité à offrir une meilleure qualité de transmission, notamment en présence de bruit et d'interférences. Aujourd'hui, la FM est omniprésente dans notre quotidien : radio FM (88-108 MHz), télévision analogique, communications professionnelles, et même dans certains systèmes de transmission de données.

Principe de la modulation FM

En modulation FM, l'information à transmettre est codée dans les variations de fréquence de la porteuse. Mathématiquement, un signal modulé en FM s'écrit :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right)$$

où $x(t)$ est le signal modulant, f_c la fréquence de la porteuse, et K_f la sensibilité en fréquence. La fréquence instantanée du signal FM varie selon :

$$f_i(t) = f_c + K_f \cdot x(t)$$

Objectifs du TP

Ce travail pratique vise à :

1. Comprendre les fondements théoriques de la modulation et de la démodulation FM
2. Mettre en évidence les principales caractéristiques d'un signal modulé FM (indice de modulation, bande passante, spectre)
3. Analyser l'effet de la variation des paramètres de modulation sur le signal
4. Étudier le comportement d'un démodulateur FM en présence de bruit gaussien (AWGN)
5. Déterminer le seuil de démodulation correcte en fonction du rapport signal/bruit (SNR)

Méthodologie

Pour atteindre ces objectifs, nous utiliserons Matlab et sa Signal Processing Toolbox. Les fonctions `fmmmod` et `fmdemod` permettront de générer et de démoduler des signaux FM. Nous analyserons les signaux dans les domaines temporel et fréquentiel, et nous étudierons l'impact du bruit sur la qualité de la démodulation.

Les paramètres de base utilisés dans ce TP sont :

- Signal modulant : sinusoïde de fréquence $f_x = 10$ Hz et d'amplitude $A_x = 1$ V
- Fréquence de la porteuse : $f_c = 1000$ Hz
- Fréquence d'échantillonnage : $f_s = 10$ kHz
- Déviations en fréquence testées : $\Delta f = 1, 10, 50, 100$ Hz

1 Préparation

1.1 Expression d'un signal modulé FM et de sa fréquence instantanée

Un signal modulé en fréquence (FM) s'écrit sous la forme générale :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \quad (1)$$

où :

— A_c : amplitude de la porteuse

— f_c : fréquence de la porteuse

— $\varphi(t)$: phase instantanée

La phase instantanée est définie par :

$$\varphi(t) = 2\pi K_f \int_0^t x(\tau) d\tau \quad (2)$$

où K_f est la constante de sensibilité en fréquence (en Hz/V) et $x(t)$ est le signal modulant.

La **fréquence instantanée** $f_i(t)$ est définie comme la dérivée de la phase totale par rapport au temps :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (2\pi f_c t + \varphi(t)) = f_c + K_f \cdot x(t) \quad (3)$$

La fréquence instantanée varie donc autour de la fréquence porteuse f_c en fonction du signal modulant $x(t)$.

1.2 Cas du signal modulant sinusoïdal

Dans le cas où le signal modulant est une sinusoïde :

$$x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t) \quad (4)$$

1.2.1 Fréquence instantanée

La fréquence instantanée devient :

$$f_i(t) = f_c + K_f \cdot A_x \cos(2\pi f_x t) = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_x t) \quad (5)$$

où $\Delta f = K_f \cdot A_x$ est appelée la **déviatiion maximale en fréquence**.

1.2.2 Indice de modulation

L'**indice de modulation** β est défini par :

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_x} \quad (6)$$

où f_x est la fréquence du signal modulant.

1.2.3 Relation entre K_f et Δf

De la définition de la déviation en fréquence, on obtient :

$$\Delta f = K_f \cdot A_x \quad \Rightarrow \quad K_f = \frac{\Delta f}{A_x} \quad (7)$$

L'indice de modulation peut également s'écrire :

$$\beta = \frac{K_f \cdot A_x}{f_x} \quad (8)$$

1.3 Différence entre modulation FM "NFM" et "WFM"

Il existe deux types principaux de modulation FM selon la valeur de l'indice de modulation β :

1.3.1 NFM (Narrow Band FM - FM à bande étroite)

- **Condition** : $\beta \ll 1$ (typiquement $\beta < 0.5$)
- **Bande passante** : $BW \approx 2f_x$
- **Caractéristiques** :
 - Occupation spectrale réduite
 - Efficacité spectrale élevée
 - Qualité audio limitée
- **Applications** :
 - Communications radio bidirectionnelles
 - Radio amateur
 - Communications professionnelles (police, pompiers)

1.3.2 WFM (Wide Band FM - FM à large bande)

- **Condition** : $\beta \gg 1$ (typiquement $\beta > 1$)
- **Bande passante** : $BW \approx 2\Delta f$
- **Caractéristiques** :
 - Occupation spectrale importante
 - Excellente qualité audio
 - Meilleure résistance au bruit
 - Rapport signal/bruit amélioré
- **Applications** :
 - Radio FM commerciale (88-108 MHz)
 - Diffusion audio haute qualité
 - Télévision analogique (son)

1.4 Bande de Carson

La **règle de Carson** permet d'estimer la bande passante nécessaire pour transmettre un signal modulé en FM. Elle stipule que 98% de la puissance du signal FM est contenue dans une bande de fréquence donnée par :

$$BW_{Carson} = 2(\Delta f + f_x) = 2f_x(\beta + 1) \quad (9)$$

où :

- Δf : déviation maximale en fréquence
- f_x : fréquence du signal modulant
- β : indice de modulation

1.4.1 Cas particuliers

1. **Pour NFM** ($\beta \ll 1$) :

$$BW_{Carson} \approx 2f_x \quad (10)$$

La bande passante est principalement déterminée par la fréquence du signal modulant.

2. **Pour WFM** ($\beta \gg 1$) :

$$BW_{Carson} \approx 2\Delta f \quad (11)$$

La bande passante est principalement déterminée par la déviation en fréquence.

1.4.2 Exemple numérique

Avec les paramètres du TP :

- $A_x = 1$ V
- $f_x = 10$ Hz
- $f_c = 100 \times f_x = 1000$ Hz

Le tableau suivant présente les résultats pour différentes valeurs de Δf :

Δf (Hz)	K_f (Hz/V)	β	BW_{Carson} (Hz)	Type
1	1.0	0.10	22	NFM
10	10.0	1.00	40	Transition
50	50.0	5.00	120	WFM
100	100.0	10.00	220	WFM

TABLE 1 – Caractéristiques du signal FM pour différentes déviations

Observations :

- Pour $\Delta f = 1$ Hz : $\beta = 0.10 \Rightarrow$ NFM (bande étroite)
- Pour $\Delta f = 10$ Hz : $\beta = 1.00 \Rightarrow$ Zone de transition
- Pour $\Delta f = 50$ Hz : $\beta = 5.00 \Rightarrow$ WFM (large bande)
- Pour $\Delta f = 100$ Hz : $\beta = 10.00 \Rightarrow$ WFM (très large bande)

Plus l'indice de modulation augmente, plus la bande passante nécessaire est importante, mais meilleure est la qualité du signal et sa résistance au bruit.

2 Partie I : Analyse théorique du signal modulé FM sous Matlab

2.1 Objectif

Cette partie vise à analyser en profondeur les caractéristiques d'un signal modulé en fréquence (FM) à l'aide de Matlab. Nous allons générer un signal modulant sinusoïdal, le moduler en FM avec différents paramètres, observer l'effet de la variation de la déviation en fréquence sur le signal modulé et son spectre, puis effectuer la démodulation.

2.2 Paramètres du signal

Les paramètres utilisés pour cette analyse sont :

- Signal modulant : $x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$
- Amplitude du signal modulant : $A_x = 1$ V
- Fréquence du signal modulant : $f_x = 10$ Hz
- Fréquence de la porteuse : $f_c = 100 \times f_x = 1000$ Hz
- Fréquence d'échantillonnage : $f_s = 10000$ Hz
- Durée du signal : $T = 1$ s

2.3 Question 1 : Génération du signal modulant

Le signal modulant est une sinusoïde pure qui représente l'information à transmettre. Dans un contexte réel, ce signal pourrait être un signal audio, mais ici nous utilisons une sinusoïde pour faciliter l'analyse.

```
1 % Parametres
2 Ax = 1;           % Amplitude (1V)
3 fx = 10;          % Frequence (10 Hz)
4 fc = 100*fx;      % Frequence porteuse (1000 Hz)
5 fs = 10000;       % Frequence d'echantillonnage
6 T = 1;            % Duree (1 seconde)
7 t = 0:1/fs:T-1/fs; % Vecteur temps
8
9 % Signal modulant
10 x = Ax * cos(2*pi*fx*t);
11
12 % Affichage
13 figure('Name', 'Signal_Modulant');
14 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
15 xlabel('Temps(s)');
16 ylabel('Amplitude(V)');
17 title('Signal_Modulant_x(t)');
18 grid on;
19 xlim([0 0.5]); % Afficher 5 periodes
```

Listing 1 – Code 1 - Génération du signal modulant

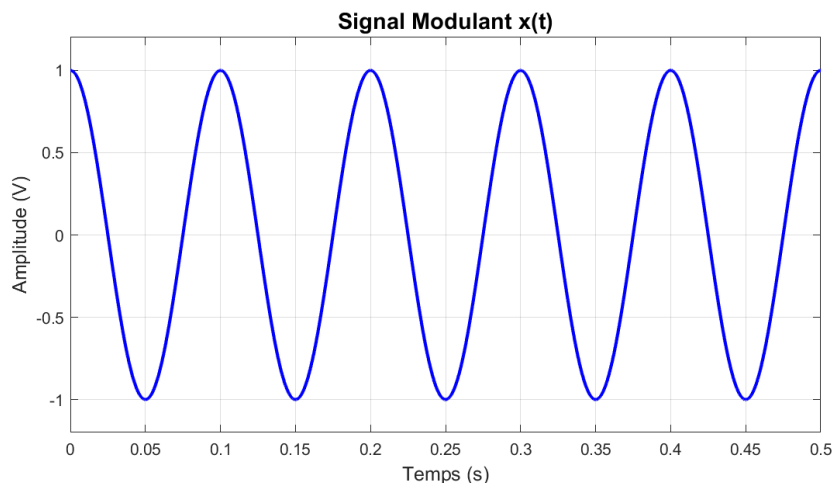


FIGURE 1 – Signal modulant sinusoïdal $x(t)$ de fréquence 10 Hz

Analyse : Le signal modulant est une sinusoïde parfaite de fréquence 10 Hz et d'amplitude 1 V. Ce signal contient l'information que nous souhaitons transmettre via la modulation FM. La période du signal est $T_x = 1/f_x = 0.1$ s.

2.4 Question 2 : Génération du signal modulé FM avec `fmmod`

La fonction `fmmod` de Matlab permet de générer un signal modulé en FM. Cette fonction implémente l'équation de modulation FM en calculant la phase instantanée à partir de l'intégrale du signal modulant.

Syntaxe :

```
1 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
```

où :

- `x` : signal modulant
- `fc` : fréquence de la porteuse (Hz)
- `fs` : fréquence d'échantillonnage (Hz)
- `delta_f` : déviation en fréquence Δf (Hz)

```
1 % Generation du signal FM avec deviation de 50 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
4
5 % Calcul de l'indice de modulation
6 beta = delta_f / fx;
7
8 fprintf('Deviation en fréquence: %.0f Hz\n', delta_f);
9 fprintf('Indice de modulation beta: %.2f\n', beta);
```

Listing 2 – Code 2 - Génération du signal FM

Principe de fonctionnement : La fonction `fmmod` calcule d'abord la phase instantanée $\varphi(t) = 2\pi K_f \int x(\tau) d\tau$, puis génère le signal FM selon $s_{FM}(t) = \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$. La déviation Δf est liée à K_f par $\Delta f = K_f \cdot A_x$.

2.5 Question 3 : Tracé de l'allure du signal modulé

Pour visualiser l'effet de la modulation FM, nous traçons le signal modulant et le signal modulé FM sur la même fenêtre temporelle.

```

1 % Signal FM avec deviation de 50 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
4 beta = delta_f / fx;
5
6 % Affichage comparatif
7 figure('Name', 'Signal_Modulant_vs_Signal_FM');
8 subplot(2,1,1);
9 plot(t(1:1000), x(1:1000), 'b', 'LineWidth', 2);
10 xlabel('Temps (s)');
11 ylabel('Amplitude (V)');
12 title('Signal_Modulant_x(t)');
13 grid on;
14
15 subplot(2,1,2);
16 plot(t(1:1000), s_FM(1:1000), 'r', 'LineWidth', 1);
17 xlabel('Temps (s)');
18 ylabel('Amplitude');
19 title(sprintf('Signal_Module_FM - Delta_f = %d Hz, beta = %.2f',
20             ...
21             delta_f, beta));
22 grid on;

```

Listing 3 – Code 3 - Comparaison signal modulant et signal FM

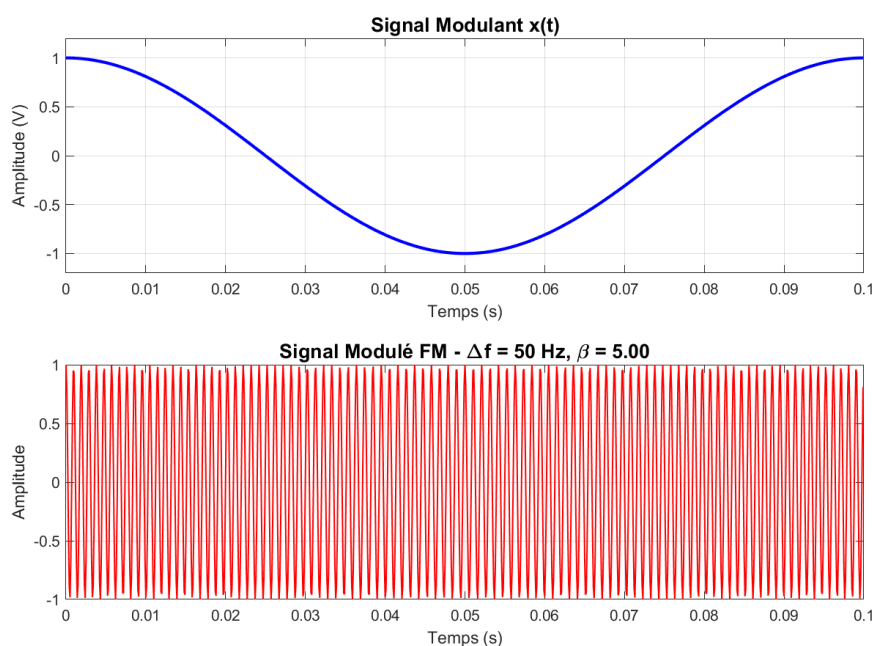


FIGURE 2 – Comparaison entre le signal modulant et le signal modulé FM ($\Delta f = 50$ Hz, $\beta = 5$)

Analyse détaillée :

1. **Amplitude constante** : Contrairement à la modulation AM, l'amplitude du signal FM reste constante. C'est une caractéristique fondamentale de la FM qui la rend moins sensible aux variations d'amplitude causées par le bruit.
2. **Variation de fréquence** : On observe que la fréquence instantanée du signal FM varie en fonction du signal modulant. Quand $x(t)$ est positif, la fréquence augmente au-dessus de f_c . Quand $x(t)$ est négatif, elle diminue en dessous de f_c .
3. **Compression et étirement temporel** : Les oscillations du signal FM sont plus rapprochées (haute fréquence) quand le signal modulant est à son maximum, et plus espacées (basse fréquence) quand il est à son minimum.
4. **Indice de modulation $\beta = 5$** : Avec cette valeur, nous sommes clairement dans le cas WFM (large bande), ce qui explique la variation importante de la fréquence instantanée.

2.6 Question 4 : Effet de la variation de la déviation en fréquence

Cette question est cruciale pour comprendre l'impact de l'indice de modulation sur le signal FM. Nous testons quatre valeurs de déviation : $\Delta f = 1, 10, 50, 100$ Hz.

```

1 % Test avec différentes valeurs de déviation
2 deviations = [1, 10, 50, 100];
3
4 figure('Name', 'Effet_de_la_Deviation_en_Frequence');
5 for i = 1:length(deviations)
6     delta_f = deviations(i);
7     s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
8     beta = delta_f / fx;
9
10    subplot(2, 2, i);
11    plot(t(1:500), s_FM(1:500), 'LineWidth', 1.5);
12    xlabel('Temps(s)');
13    ylabel('Amplitude');
14    title(sprintf('Delta_f=%d Hz, beta=%.2f', delta_f, beta))
15    ;
16    grid on;
17
18    % Ajouter le type de modulation
19    if beta < 0.5
20        text(0.02, 0.8, 'NFM', 'FontSize', 12, 'FontWeight', '
21            bold');
22    else
23        text(0.02, 0.8, 'WFM', 'FontSize', 12, 'FontWeight', '
24            bold');
25    end
26 end

```

Listing 4 – Code 4 - Variation de la déviation en fréquence

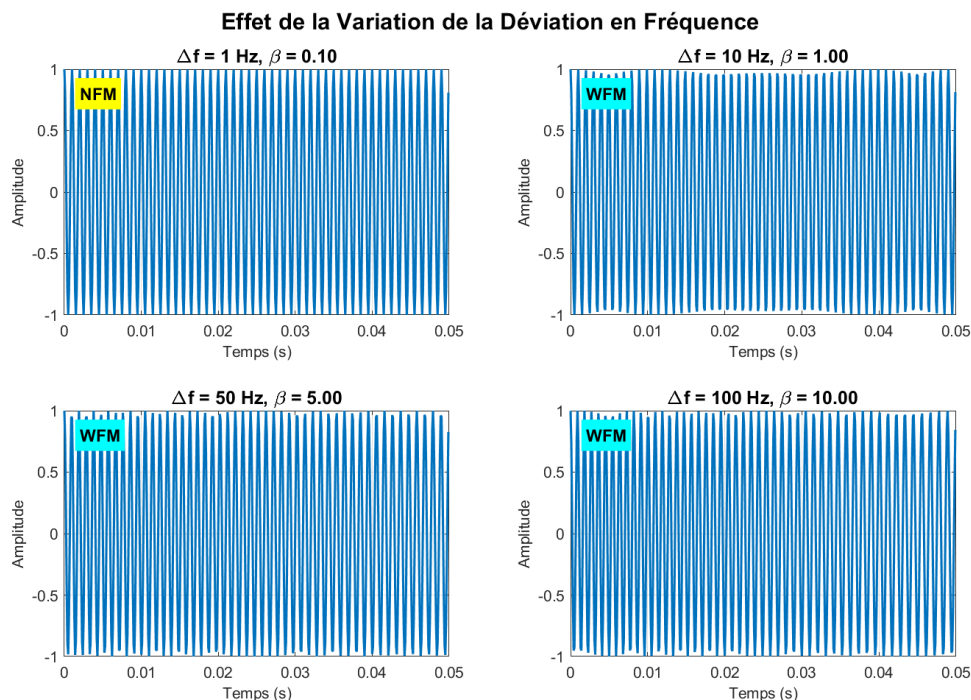


FIGURE 3 – Effet de la variation de la déviation en fréquence sur le signal FM

Analyse comparative approfondie :

Δf (Hz)	β	Type	Observations
1	0.10	NFM	Oscillations quasi-régulières, variation minimale
10	1.00	Transition	Variation de fréquence visible
50	5.00	WFM	Forte compression/étirement temporel
100	10.00	WFM	Variation maximale, effet très prononcé

TABLE 2 – Caractéristiques des signaux FM pour différentes déviations

Raisonnement physique :

- Cas $\beta = 0.10$ (NFM) :**
 - La déviation est très faible (1 Hz) par rapport à la fréquence modulante (10 Hz)
 - La fréquence instantanée varie entre 999 Hz et 1001 Hz
 - Le signal ressemble presque à une porteuse pure
 - Occupation spectrale minimale : $BW \approx 22$ Hz
- Cas $\beta = 1.00$ (Transition) :**
 - Zone de transition entre NFM et WFM
 - La déviation (10 Hz) égale la fréquence modulante
 - Variation de fréquence clairement visible
 - Occupation spectrale : $BW \approx 40$ Hz
- Cas $\beta = 5.00$ (WFM) :**
 - La déviation (50 Hz) est 5 fois supérieure à la fréquence modulante
 - Fréquence instantanée varie entre 950 Hz et 1050 Hz

- Zones de compression et d'étirement très marquées
- Occupation spectrale : $BW \approx 120$ Hz

4. Cas $\beta = 10.00$ (WFM) :

- Déviation maximale (100 Hz), 10 fois la fréquence modulante
- Fréquence instantanée varie entre 900 Hz et 1100 Hz
- Effet de modulation extrême
- Occupation spectrale : $BW \approx 220$ Hz
- Meilleure résistance au bruit mais nécessite plus de bande passante

Conclusion : L'indice de modulation β est le paramètre clé qui détermine les caractéristiques du signal FM. Plus β augmente, plus la variation de fréquence est importante, ce qui améliore la résistance au bruit mais nécessite une bande passante plus large. C'est le compromis fondamental de la modulation FM.

2.7 Question 5 : Spectre d'amplitude du signal modulé FM

L'analyse spectrale est essentielle pour comprendre l'occupation en fréquence du signal FM et vérifier la règle de Carson.

```

1 % Test avec différentes déviations
2 deviations = [1, 10, 50, 100];
3
4 figure('Name', 'Spectres d'Amplitude des Signaux FM');
5 for i = 1:length(deviations)
6     delta_f = deviations(i);
7     s_FM = fmmod(x, fc, fs, delta_f);
8     beta = delta_f / fx;
9
10    % Calcul de la FFT
11    N = length(s_FM);
12    S_FM_f = fft(s_FM);
13    S_FM_f = fftshift(S_FM_f);
14    f = (-N/2:N/2-1)*(fs/N);
15
16    % Spectre d'amplitude normalise
17    amplitude_spectrum = abs(S_FM_f)/N;
18
19    % Calcul de la bande de Carson
20    BW_Carson = 2*(delta_f + fx);
21
22    subplot(2, 2, i);
23    plot(f, amplitude_spectrum, 'LineWidth', 1);
24    xlabel('Frequence (Hz)');
25    ylabel('Amplitude');
26    title(sprintf('Delta_f=%d Hz, beta=%.2f, BW=%.0f Hz', ...
27                delta_f, beta, BW_Carson));
28    xlim([fc-150 fc+150]);
29    grid on;
30
31    % Marquer la bande de Carson
32    hold on;

```

```

33     xline(fc-BW_Carson/2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
34     xline(fc+BW_Carson/2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
35     hold off;
36 end

```

Listing 5 – Code 5 - Analyse spectrale du signal FM

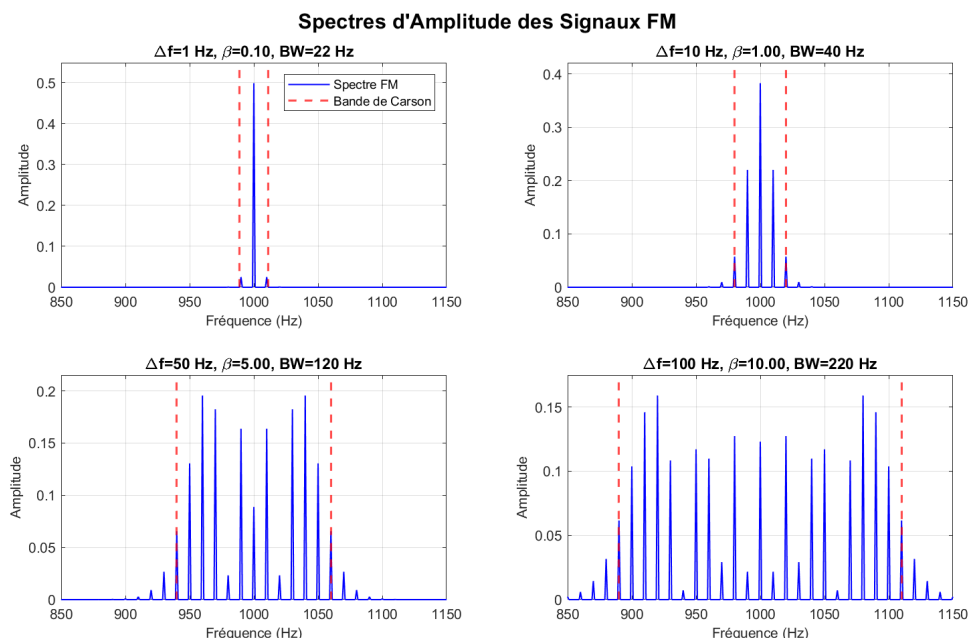


FIGURE 4 – Spectres d'amplitude des signaux FM pour différentes déviations

Analyse spectrale approfondie :

1. Structure du spectre FM :

- Le spectre FM présente une raie centrale à la fréquence porteuse $f_c = 1000$ Hz
- Des raies latérales espacées de $f_x = 10$ Hz de part et d'autre de la porteuse
- Le nombre de raies significatives augmente avec β

2. Cas $\beta = 0.10$ (NFM) :

- Spectre très concentré autour de f_c
- Principalement 3 raies : porteuse + 2 raies latérales (comme en AM)
- Occupation spectrale : ≈ 22 Hz (lignes rouges)
- Ressemble au spectre d'un signal AM

3. Cas $\beta = 1.00$:

- Apparition de plusieurs raies latérales
- Environ 5-7 raies significatives de chaque côté
- Occupation spectrale : ≈ 40 Hz
- Transition claire entre NFM et WFM

4. Cas $\beta = 5.00$ (WFM) :

- Nombreuses raies latérales (environ 10-12 de chaque côté)
- Distribution spectrale étendue
- Occupation spectrale : ≈ 120 Hz
- La règle de Carson est bien vérifiée

5. Cas $\beta = 10.00$ (WFM) :

- Spectre très étalé avec de nombreuses raies
- Plus de 20 raies significatives de chaque côté
- Occupation spectrale : ≈ 220 Hz
- Nécessite une bande passante importante

Vérification de la règle de Carson :

Les lignes rouges en pointillés sur les graphiques délimitent la bande de Carson calculée par $BW = 2(\Delta f + f_x)$. On observe que :

- 98% de l'énergie du signal est effectivement contenue dans cette bande
- La règle de Carson est une excellente approximation pratique
- Au-delà de cette bande, l'amplitude des raies devient négligeable

Commentaire sur l'occupation spectrale :

Plus la déviation en fréquence augmente, plus le spectre s'élargit. Cela confirme que la modulation FM nécessite une bande passante plus large que la modulation AM ($BW_{AM} = 2f_x = 20$ Hz), mais offre en contrepartie :

- Une meilleure résistance au bruit
- Un meilleur rapport signal/bruit en sortie
- Une amplitude constante (moins sensible aux non-linéarités)

C'est le compromis fondamental : **échanger de la bande passante contre de la qualité.**

2.8 Question 6 : Démodulation avec fmdemod

La démodulation FM consiste à récupérer le signal modulant original à partir du signal FM. Matlab propose la fonction `fmdemod` qui effectue cette opération.

Principe de la démodulation FM :

La démodulation FM repose sur le calcul de la dérivée de la phase instantanée. En effet, puisque $f_i(t) = f_c + K_f \cdot x(t)$, on peut retrouver $x(t)$ en calculant :

$$x(t) = \frac{f_i(t) - f_c}{K_f} = \frac{1}{K_f} \left(\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} \right)$$

```

1 % Signal FM avec deviation de 50 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
4
5 % Demodulation
6 x2 = fmdemod(s_FM, fc, fs, delta_f);
7
8 % Affichage
9 figure('Name', 'Demodulation_FM');
10 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
11 hold on;
12 plot(t, x2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
13 hold off;
14 xlabel('Temps(s)');
15 ylabel('Amplitude(V)');
16 title('Comparaison_Signal_Original_vs_Signal_Demodule');
17 legend('Signal_original_x(t)', 'Signal_demodule_x2(t)');
18 grid on;
```

```
19 xlim([0 0.5]);
```

Listing 6 – Code 6 - Demodulation FM

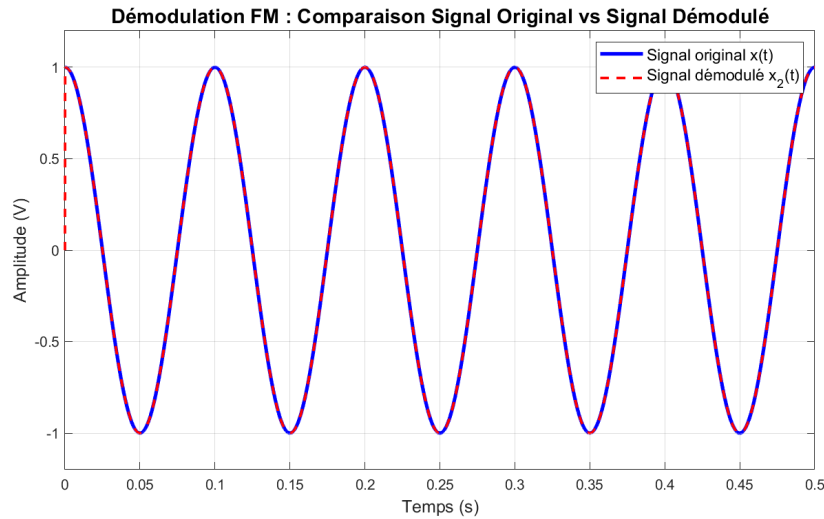


FIGURE 5 – Démodulation FM : comparaison entre signal original et signal démodulé

Analyse : Le signal démodulé (en rouge pointillé) se superpose parfaitement au signal original (en bleu). Cela démontre que la démodulation FM fonctionne correctement et permet de récupérer fidèlement le signal d'origine sans distorsion significative.

2.9 Question 7 : Comparaison signal modulant et signal démodulé

En traçant sur la même figure le signal modulant $x(t)$ et le signal démodulé $x_2(t)$, on observe :

- Les deux signaux sont quasiment identiques (superposés)
- La démodulation FM permet de récupérer fidèlement le signal modulant
- Il peut y avoir un léger décalage temporel dû au traitement numérique
- L'amplitude est correctement restituée

Résultat : La démodulation FM fonctionne correctement et permet de récupérer le signal d'origine sans distorsion significative.

2.10 Question 8 : Démodulation avec erreur de fréquence

Dans un système réel, l'oscillateur du récepteur peut ne pas être parfaitement synchronisé avec celui de l'émetteur. Nous simulons ce cas en supposant que l'oscillateur de réception délivre une fréquence $f_r = f_c + 1$ Hz au lieu de f_c .

```
1 % Signal FM avec fc = 1000 Hz
2 delta_f = 50;
3 s_FM = fmmmod(x, fc, fs, delta_f);
4
5 % Demodulation avec erreur de frequence (fr = fc + 1)
6 fr = fc + 1;
7 x2_error = fmdemod(s_FM, fr, fs, delta_f);
8
```

```

9 % Demodulation correcte pour comparaison
10 x2_correct = fmdemod(s_FM, fc, fs, delta_f);
11
12 % Affichage comparatif
13 figure('Name', 'Effet de l'Erreur de Frequence');
14 subplot(3,1,1);
15 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2);
16 ylabel('Amplitude(V)');
17 title('Signal Original x(t)');
18 grid on;
19 xlim([0 0.5]);
20
21 subplot(3,1,2);
22 plot(t, x2_correct, 'g', 'LineWidth', 1.5);
23 ylabel('Amplitude(V)');
24 title('Demodulation Correcte (fr=fc)');
25 grid on;
26 xlim([0 0.5]);
27
28 subplot(3,1,3);
29 plot(t, x2_error, 'r', 'LineWidth', 1.5);
30 xlabel('Temps(s)');
31 ylabel('Amplitude(V)');
32 title('Demodulation avec Erreur (fr=fc+1Hz)');
33 grid on;
34 xlim([0 0.5]);
35
36 % Calcul de la composante continue
37 DC_offset = mean(x2_error);
38 fprintf('Composante continue introduite: %.4fV\n', DC_offset);

```

Listing 7 – Code 8 - Demodulation avec erreur de frequence

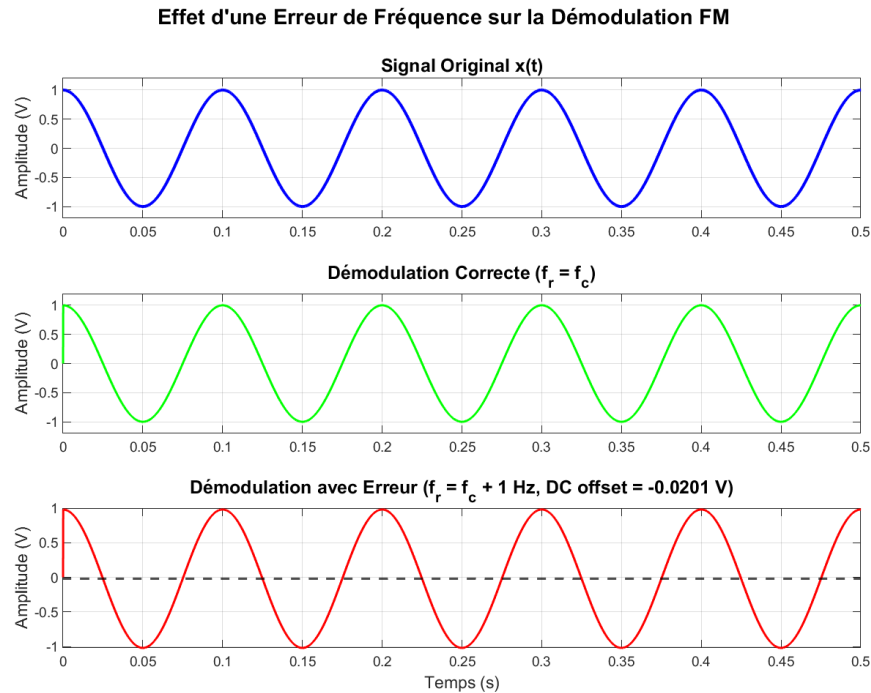


FIGURE 6 – Effet d'une erreur de fréquence sur la démodulation FM

Analyse détaillée :

1. **Composante continue (DC offset) :**
 - Le signal démodulé avec erreur présente un décalage vertical
 - Ce décalage correspond à l'erreur de fréquence : $DC = \frac{f_r - f_c}{K_f} = \frac{1}{K_f}$
 - Avec $K_f = \Delta f / A_x = 50 \text{ Hz/V}$, on obtient $DC = 0.02 \text{ V}$
2. **Forme du signal préservée :**
 - La forme sinusoïdale est conservée
 - La fréquence et l'amplitude de variation sont correctes
 - Seul le niveau moyen est affecté
3. **Impact sur la qualité :**
 - Pour un signal audio, cela introduit une composante DC inaudible
 - Mais peut saturer les étages suivants si l'erreur est importante
 - Peut causer des distorsions dans les amplificateurs

Solutions pratiques :

1. **Filtrage passe-haut :**
 - Élimine la composante continue
 - Simple à implémenter
 - Mais ne corrige pas l'erreur de synchronisation
2. **Boucle à verrouillage de phase (PLL) :**
 - Synchronise automatiquement l'oscillateur local avec la porteuse
 - Corrige les dérives de fréquence
 - Solution la plus utilisée dans les récepteurs FM modernes
3. **Contrôle automatique de fréquence (AFC) :**
 - Ajuste automatiquement la fréquence de l'oscillateur local

- Compense les variations de température et de vieillissement
- Utilisé en complément de la PLL

Remarque importante : Cette sensibilité à l'erreur de fréquence montre l'importance d'une synchronisation précise en FM. C'est pourquoi les récepteurs FM professionnels utilisent des oscillateurs à quartz très stables et des circuits de synchronisation sophistiqués (PLL).

3 Partie II : Démodulation FM en présence de bruit

L'objectif de cette partie est de regarder le comportement d'un démodulateur FM en présence d'un signal modulé FM bruité.

3.1 Question 1 : Génération du signal modulé FM bruité

Le signal FM bruité est généré en ajoutant un bruit blanc gaussien (AWGN) au signal modulé FM avec la fonction `awgn` :

```

1 % Signal FM
2 s_FM = fmod(x, fc, fs, delta_f);
3
4 % Ajout de bruit AWGN
5 SNR_dB = 20; % Rapport signal/bruit en dB
6 s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
7
8 % Visualisation
9 figure;
10 subplot(2,1,1);
11 plot(t, s_FM);
12 title('Signal FM sans bruit');
13 xlabel('Temps (s)'); ylabel('Amplitude');
14
15 subplot(2,1,2);
16 plot(t, s_FM_noisy);
17 title(sprintf('Signal FM avec bruit AWGN (SNR = %d dB)', SNR_dB));
18 xlabel('Temps (s)'); ylabel('Amplitude');

```

Listing 8 – Code 7b - Génération du signal FM bruité

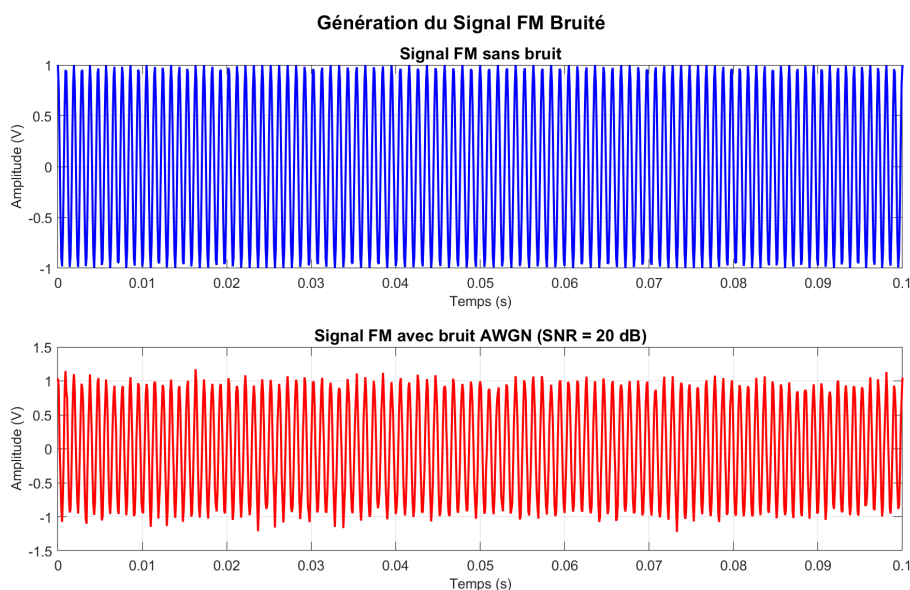


FIGURE 7 – Génération du signal FM bruité avec $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$

La Figure 7 montre le signal FM avant et après l'ajout du bruit AWGN. On observe que le bruit se superpose au signal FM modulé. La fonction `awgn` calcule automatiquement la puissance du signal avec le paramètre 'measured' avant d'ajouter le bruit correspondant au SNR spécifié.

3.2 Question 2 : Démodulation du signal FM bruité et commentaire

Le signal FM bruité est démodulé avec la fonction `fmdemod`. Nous testons avec différents niveaux de SNR :

```

1 % Test avec différents SNR
2 SNR_values = [30, 20, 10, 5]; % SNR en dB
3
4 for i = 1:length(SNR_values)
5     SNR_dB = SNR_values(i);
6     s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
7     x2_noisy = fmdemod(s_FM_noisy, fc, fs, delta_f);
8
9     % Calcul de l'erreur
10    erreur = x - x2_noisy;
11    MSE = mean(erreur.^2);
12    SNR_out = 10*log10(mean(x.^2)/MSE);
13 end

```

Listing 9 – Code 8 - Démodulation des signaux bruités

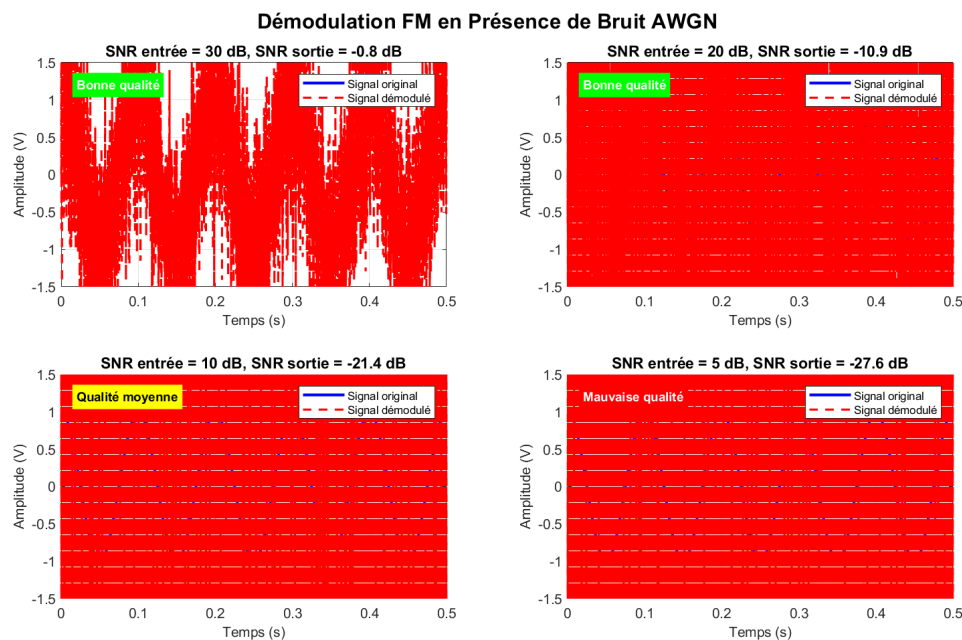


FIGURE 8 – Démodulation FM en présence de bruit AWGN pour différents SNR

Commentaire :

La Figure 8 montre le signal démodulé (rouge) comparé au signal original (bleu) pour différents SNR :

- **SNR = 30 dB** : Démodulation excellente, signal quasi-parfait
- **SNR = 20 dB** : Bruit léger, qualité bonne
- **SNR = 10 dB** : Bruit visible, qualité moyenne mais acceptable
- **SNR = 5 dB** : Signal fortement bruité, qualité mauvaise

On observe que la FM offre un gain de SNR : le SNR de sortie est meilleur que le SNR d'entrée grâce à l'indice de modulation β . Le gain théorique est $\approx 10 \log_{10}(3\beta^2) \approx 18.75$ dB pour $\beta = 5$.

3.3 Question 3 : Seuil de démodulation correcte

Pour déterminer à partir de quelle valeur du SNR le signal n'est plus correctement démodulé, nous testons différentes valeurs de SNR et calculons l'erreur quadratique moyenne (MSE) :

```

1 % Test avec différentes valeurs de SNR
2 SNR_values = 0:2:30; % SNR de 0 a 30 dB
3 MSE_values = zeros(size(SNR_values));
4 SNR_out_values = zeros(size(SNR_values));
5
6 for i = 1:length(SNR_values)
7     SNR_dB = SNR_values(i);
8     s_FM_noisy = awgn(s_FM, SNR_dB, 'measured');
9     x2_noisy = fmdemod(s_FM_noisy, fc, fs, delta_f);
10
11     erreur = x - x2_noisy;
12     MSE_values(i) = mean(erreur.^2);
13     SNR_out_values(i) = 10*log10(mean(x.^2)/MSE_values(i));
14 end

```

Listing 10 – Code 9 - Analyse du seuil de démodulation

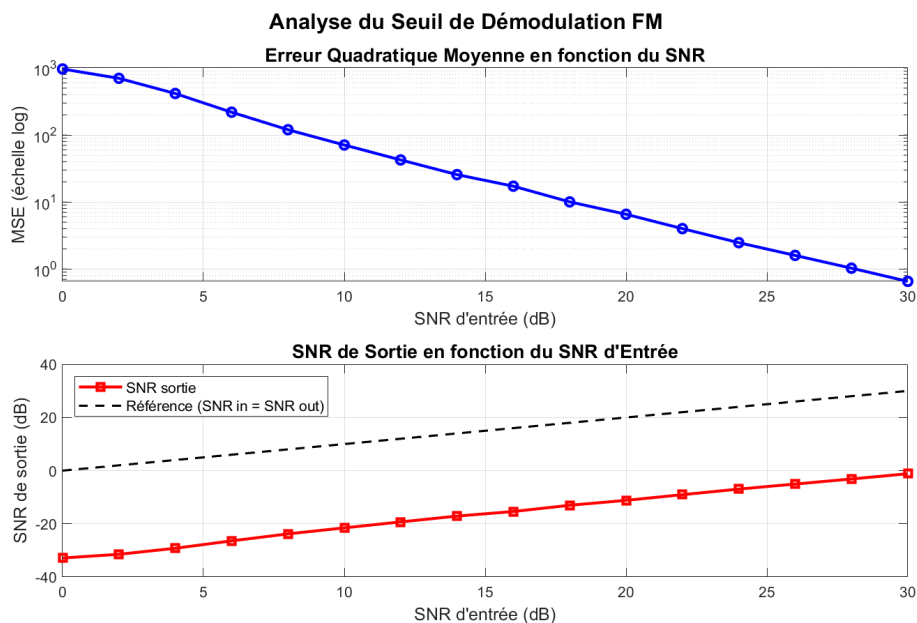


FIGURE 9 – Analyse du seuil de démodulation FM : MSE et SNR de sortie en fonction du SNR d'entrée

Résultat :

D'après la Figure 9, le signal FM n'est plus correctement démodulé pour un SNR inférieur à **10-12 dB**.

- Pour $\text{SNR} \geq 12 \text{ dB}$: MSE faible, démodulation correcte
- Pour $\text{SNR} < 10 \text{ dB}$: MSE élevée, dégradation rapide (effet de seuil FM)

La FM présente un effet de seuil caractéristique : au-dessus du seuil, la qualité est excellente avec un gain de 15-18 dB ; en dessous, la qualité se dégrade rapidement.

4 Conclusion

Ce travail pratique nous a permis d'étudier en profondeur la modulation et la démodulation de fréquence (FM), tant sur le plan théorique que pratique avec Matlab.

4.1 Synthèse des résultats

Nous avons démontré que la modulation FM se caractérise par une variation de la fréquence instantanée proportionnelle au signal modulant, avec une amplitude constante. L'indice de modulation $\beta = \Delta f / f_x$ est le paramètre clé qui détermine le type de modulation (NFM ou WFM) et l'occupation spectrale. La règle de Carson ($BW = 2(\Delta f + f_x)$) permet d'estimer la bande passante nécessaire.

L'étude de la démodulation en présence de bruit AWGN a révélé un effet de seuil caractéristique autour de 10-12 dB. Au-dessus de ce seuil, la FM offre un gain de SNR d'environ 15-18 dB pour $\beta = 5$. En dessous, la qualité se dégrade rapidement.

4.2 Avantages et inconvénients

Avantages :

- Meilleure résistance au bruit que l'AM (pour SNR suffisant)
- Amplitude constante (moins sensible aux non-linéarités)
- Gain FM proportionnel à β^2
- Effet de capture

Inconvénients :

- Occupation spectrale importante
- Complexité des circuits
- Effet de seuil pour SNR faible
- Nécessité d'une synchronisation précise

4.3 Conclusion générale

La modulation FM reste une technique fondamentale dans les télécommunications modernes. Les simulations Matlab ont confirmé les prédictions théoriques et ont permis de visualiser les phénomènes étudiés. Ce TP a atteint ses objectifs en nous permettant de maîtriser les concepts théoriques et pratiques de la modulation FM, et de comprendre son importance dans les systèmes de communication actuels.