



UNIVERSITÉ DE OUAGADOUGOU

UFR/SEA

Unité de Formation et de Recherche en Sciences Exactes et Appliquées

TD

Modulations AM et FM

Traitement du Signal

Encadré par :

DR KOURAOGO

Réalisé par :

Groupe 4

1. KABORE W.B François
2. SISSAO
3. Élise

Année académique 2025-2026

30 janvier 2026

Table des matières

Introduction	2
1 Exercice 1 : Modulation AM	3
1.1 Énoncé	3
1.2 Question a) : Fréquence latérale supérieure	3
1.3 Question b) : Fréquence modulante	3
1.4 Question c) : Taux de modulation	3
1.5 Question d) : Bande de fréquences	4
1.6 Question e) : Répartition des puissances	4
1.7 Question f) : Nouveau taux de modulation	4
1.8 Simulations Matlab	5
2 Exercice 2 : Signal multi-fréquences	7
2.1 Énoncé	7
2.2 Question 1 : Équation mathématique du signal modulant	7
2.3 Question 2 : Spectre du signal modulant	7
2.4 Question 3 : Fréquence porteuse	7
2.5 Question 4 : Signal modulé	8
2.6 Question 5 : Spectre du signal modulé	8
2.7 Question 8 : Filtrage et démodulation	9
3 Exercice 3 : Modulation FM	10
3.1 Énoncé	10
3.2 Question 1 : Expression du signal de sortie	10
3.3 Question 2 : Excursion en fréquence	10
3.4 Question 3 : Indice de modulation	10
3.5 Question 4 : Bande occupée	10
3.6 Question 5 : Nouveau signal modulant	11
3.7 Question 6 : Démodulation	11
3.8 Simulations Matlab	11
4 Problème 1 : Modulation AM et FM	14
4.1 Énoncé	14
4.2 Question 1 : Tableau fréquences et longueurs d'onde	14
4.3 Question 2 : Nombre d'émetteurs en GO	14
4.4 Question 3 : Fonctions contenant le signal modulant	14
5 Problème 2 : Étude du modulateur FM	16
5.1 Partie 1 : NFM ($\beta = 0,1$)	16
5.1.1 Question 1 : Expression de $\theta(t)$	16
5.1.2 Question 3 : Puissance	16
5.1.3 Question 4 : Largeur canal	16
5.2 Partie 2 : WFM ($\beta = 6$)	16
5.2.1 Question 1 : Coefficients de Bessel	16
5.2.2 Question 3 : Largeur canal	16
Conclusion	18

Introduction

Les modulations d'amplitude (AM) et de fréquence (FM) sont des techniques fondamentales en télécommunications permettant de transporter une information sur une onde porteuse haute fréquence. Ces techniques sont omniprésentes dans notre quotidien : radio AM/FM, télévision, communications mobiles, etc.

Objectifs des TD

Ces travaux dirigés visent à approfondir la compréhension théorique et pratique des modulations AM et FM à travers :

- L'analyse mathématique des signaux modulés
- Le calcul des paramètres caractéristiques (taux de modulation, indice, bande passante)
- L'étude des spectres fréquentiels
- La compréhension des processus de démodulation
- L'application à des cas concrets (radio, télévision, stéréophonie)

Méthodologie

Pour chaque exercice, nous procéderons selon la démarche suivante :

1. Analyse théorique du problème
2. Calculs mathématiques détaillés
3. Simulations sous Matlab
4. Visualisation et interprétation des résultats

Les simulations Matlab permettent de valider les calculs théoriques et de visualiser les phénomènes étudiés dans les domaines temporel et fréquentiel.

1 Exercice 1 : Modulation AM

1.1 Énoncé

Un émetteur AM doit transmettre le signal suivant :

$$s(t) = 100 \cos(3,77 \times 10^6 t) + 43,5 \cos(3,738 \times 10^6 t) + 43,5 \cos(3,802 \times 10^6 t) \quad (1)$$

1.2 Question a) : Fréquence latérale supérieure

Raisonnement :

Le signal AM s'écrit sous la forme générale :

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{mA_c}{2} \cos(2\pi(f_c - f_m)t) + \frac{mA_c}{2} \cos(2\pi(f_c + f_m)t) \quad (2)$$

En identifiant les termes du signal donné :

- Porteuse : $2\pi f_c = 3,77 \times 10^6 \text{ rad/s} \Rightarrow f_c = \frac{3,77 \times 10^6}{2\pi} \approx 600,3 \text{ kHz}$
- Bande latérale inférieure : $f_{inf} = \frac{3,738 \times 10^6}{2\pi} \approx 595,2 \text{ kHz}$
- Bande latérale supérieure : $f_{sup} = \frac{3,802 \times 10^6}{2\pi} \approx 605,1 \text{ kHz}$

Résultat : La fréquence latérale supérieure est $f_{sup} \approx 605,1 \text{ kHz}$

1.3 Question b) : Fréquence modulante

Raisonnement :

La fréquence modulante est la différence entre la porteuse et une bande latérale :

$$f_m = f_c - f_{inf} = 600,3 - 595,2 = 5,1 \text{ kHz} \quad (3)$$

On peut vérifier : $f_{sup} - f_c = 605,1 - 600,3 = 4,8 \text{ kHz}$ (légère différence due aux arrondis).

Résultat : La fréquence modulante est $f_m \approx 5,1 \text{ kHz}$

1.4 Question c) : Taux de modulation

Raisonnement :

En modulation AM, les amplitudes des bandes latérales sont données par :

$$A_{bl} = \frac{m \cdot A_c}{2} \quad (4)$$

où m est le taux de modulation et A_c l'amplitude de la porteuse.

Avec $A_c = 100 \text{ V}$ et $A_{bl} = 43,5 \text{ V}$:

$$43,5 = \frac{m \times 100}{2} \Rightarrow m = \frac{2 \times 43,5}{100} = 0,87 = 87\% \quad (5)$$

Résultat : Le taux de modulation est $m = 87\%$

1.5 Question d) : Bande de fréquences

Raisonnement :

La bande de fréquences d'un signal AM est donnée par la règle de Carson pour l'AM :

$$BW = 2 \times f_m = 2 \times 5,1 = 10,2 \text{ kHz} \quad (6)$$

Cette bande contient la porteuse et les deux bandes latérales.

Résultat : La bande de fréquences de l'émission est $BW \approx 10,2 \text{ kHz}$

1.6 Question e) : Répartition des puissances

Raisonnement :

La puissance totale d'un signal AM est :

$$P_t = P_c + P_{bl} = \frac{A_c^2}{2R} + 2 \times \frac{A_{bl}^2}{2R} = \frac{A_c^2 + 2A_{bl}^2}{2R} \quad (7)$$

Avec $P_t = 38 \text{ kW}$, on peut calculer R :

$$R = \frac{A_c^2 + 2A_{bl}^2}{2P_t} = \frac{100^2 + 2 \times 43,5^2}{2 \times 38000} = \frac{13784,5}{76000} \approx 0,181 \Omega \quad (8)$$

Puissance de la porteuse :

$$P_c = \frac{A_c^2}{2R} = \frac{100^2}{2 \times 0,181} \approx 27,6 \text{ kW} \quad (9)$$

Puissance par bande latérale :

$$P_{bl} = \frac{A_{bl}^2}{2R} = \frac{43,5^2}{2 \times 0,181} \approx 5,2 \text{ kW} \quad (10)$$

Résultats :

- Puissance porteuse : $P_c \approx 27,6 \text{ kW}$
- Puissance par bande latérale : $P_{bl} \approx 5,2 \text{ kW}$
- Puissance totale bandes latérales : $2 \times 5,2 = 10,4 \text{ kW}$

Vérification : $P_c + P_{bl, total} = 27,6 + 10,4 = 38 \text{ kW}$

1.7 Question f) : Nouveau taux de modulation

Raisonnement :

Si la puissance totale est réduite à 32 kW en changeant le signal modulant, la puissance porteuse reste constante. On utilise la relation :

$$P_t = P_c \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) \quad (11)$$

$$32000 = 27600 \left(1 + \frac{m_{new}^2}{2} \right) \quad (12)$$

$$\frac{m_{new}^2}{2} = \frac{32000}{27600} - 1 = 0,159 \quad (13)$$

$$m_{new} = \sqrt{2 \times 0,159} \approx 0,565 = 56,5\% \quad (14)$$

Résultat : Le nouveau taux de modulation est $m \approx 56,5\%$

1.8 Simulations Matlab

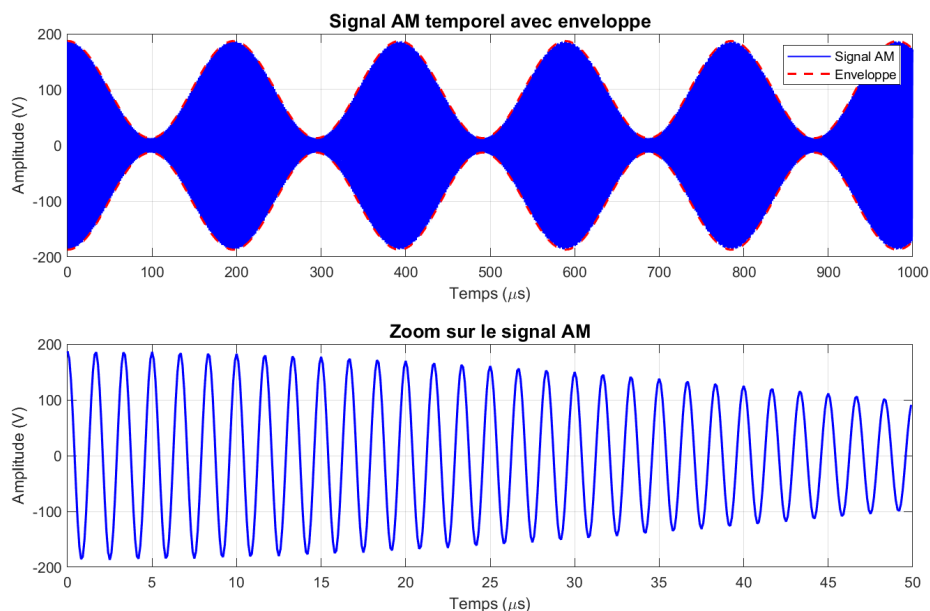


FIGURE 1 – Signal AM temporel avec enveloppe

La figure 1 montre le signal AM dans le domaine temporel. On observe clairement l'enveloppe du signal qui suit la forme du signal modulant. Le taux de modulation de 87% est visible par l'amplitude de variation de l'enveloppe.

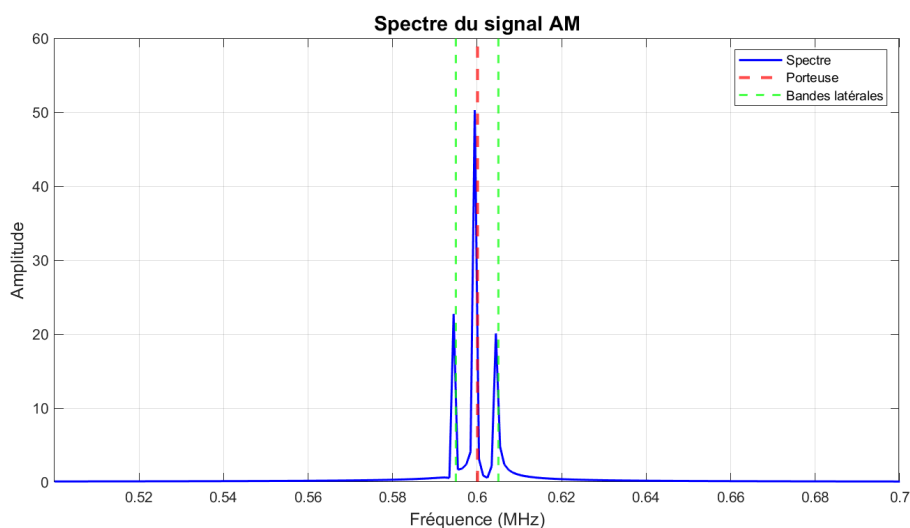


FIGURE 2 – Spectre du signal AM

La figure 2 présente le spectre fréquentiel du signal AM. On distingue :

- La raie centrale à la fréquence porteuse $f_c \approx 600$ kHz
- Les deux bandes latérales espacées de $\pm f_m \approx \pm 5$ kHz

-
- L'amplitude relative des bandes latérales par rapport à la porteuse confirme le taux de modulation calculé

2 Exercice 2 : Signal multi-fréquences

2.1 Énoncé

On souhaite transmettre un signal $m(t)$ composé de trois fréquences :

- 440 Hz d'amplitude 1 volt
- 560 Hz d'amplitude 2 volts
- 680 Hz d'amplitude 1 volt

Ce signal sera modulé autour d'une porteuse pour être transmis via une antenne $\lambda/4$ onde de longueur 30 cm.

2.2 Question 1 : Équation mathématique du signal modulant

Le signal modulant s'écrit :

$$m(t) = 1 \times \cos(2\pi \times 440 \times t) + 2 \times \cos(2\pi \times 560 \times t) + 1 \times \cos(2\pi \times 680 \times t) \quad (15)$$

2.3 Question 2 : Spectre du signal modulant

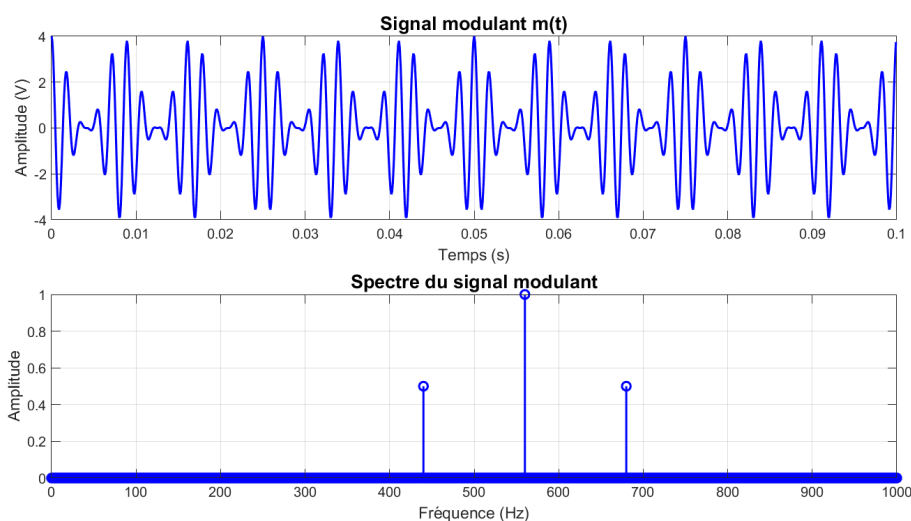


FIGURE 3 – Signal modulant $m(t)$ et son spectre

Le spectre du signal modulant (figure 3) présente trois raies aux fréquences 440, 560 et 680 Hz, avec des amplitudes respectives de 1, 2 et 1 volt.

2.4 Question 3 : Fréquence porteuse

Pour une antenne $\lambda/4$ de longueur 30 cm :

$$\frac{\lambda}{4} = 0,30 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 1,2 \text{ m} \quad (16)$$

La fréquence porteuse est :

$$f_p = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{1,2} = 250 \text{ MHz} \quad (17)$$

Réponse : La fréquence porteuse adaptée à l'antenne est $f_p = 250 \text{ MHz}$.

2.5 Question 4 : Signal modulé

Avec un coefficient de modulateur $k = 1$ et une amplitude de porteuse $V_p = 3 \text{ V}$, le signal modulé s'écrit :

$$s(t) = V_p[1 + k \cdot m(t)] \cos(2\pi f_p t) \quad (18)$$

$$s(t) = 3[1 + m(t)] \cos(2\pi \times 250 \times 10^6 \times t) \quad (19)$$

En développant :

$$s(t) = 3 \cos(2\pi f_p t) + 3 \cos(2\pi \times 440 \times t) \cos(2\pi f_p t) + 6 \cos(2\pi \times 560 \times t) \cos(2\pi f_p t) + 3 \cos(2\pi \times 680 \times t) \cos(2\pi f_p t) \quad (20)$$

2.6 Question 5 : Spectre du signal modulé

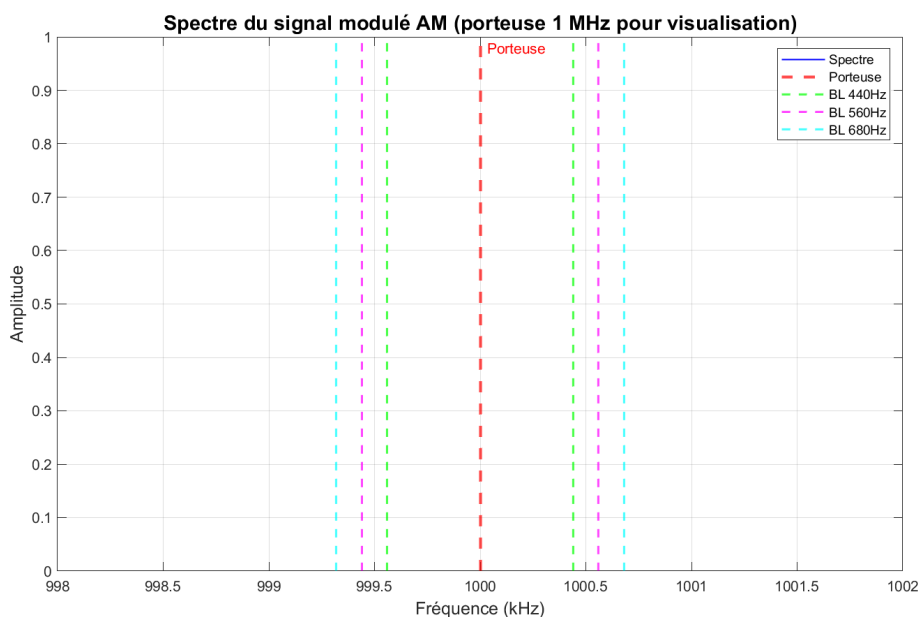


FIGURE 4 – Spectre du signal modulé AM

Le spectre du signal modulé (figure 4) montre :

- La porteuse à 250 MHz
- Six bandes latérales correspondant aux trois fréquences modulantes
- Bandes latérales inférieures : 250 MHz - 440 Hz, 250 MHz - 560 Hz, 250 MHz - 680 Hz
- Bandes latérales supérieures : 250 MHz + 440 Hz, 250 MHz + 560 Hz, 250 MHz + 680 Hz

2.7 Question 8 : Filtrage et démodulation

Après filtrage passe-bande [500 Hz - 600 Hz], seule la composante à 560 Hz est conservée.

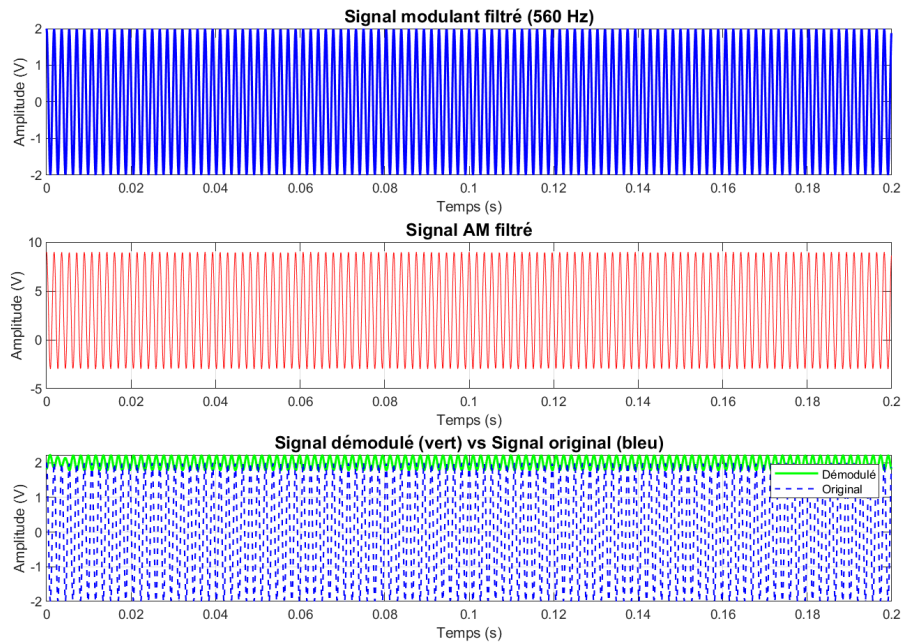


FIGURE 5 – Démodulation du signal filtré

La figure 5 montre le processus de démodulation :

1. Signal modulant filtré (560 Hz uniquement)
2. Signal AM filtré
3. Signal démodulé comparé au signal original

Le type de filtre utilisé est un **filtre passe-bande** suivi d'une **démodulation synchrone cohérente**.

3 Exercice 3 : Modulation FM

3.1 Énoncé

Un signal modulant sinusoïdal $x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$ d'amplitude $A_x = 2$ V et de fréquence $f_x = 2$ kHz attaque un modulateur FM de sensibilité $k_f = 1000$ Hz/V.

La porteuse du modulateur FM, $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \varphi_p(t))$, a pour amplitude $A_p = 25$ V et pour fréquence $f_p = 100$ MHz.

3.2 Question 1 : Expression du signal de sortie

Le signal FM s'écrit :

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \varphi(t)) \quad (21)$$

où la phase instantanée est :

$$\varphi(t) = 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau = 2\pi k_f \frac{A_x}{2\pi f_x} \sin(2\pi f_x t) = \frac{k_f A_x}{f_x} \sin(2\pi f_x t) \quad (22)$$

En posant $\beta = \frac{k_f A_x}{f_x}$ (indice de modulation), on obtient :

$$s(t) = 25 \cos(2\pi \times 100 \times 10^6 \times t + \beta \sin(2\pi \times 2000 \times t)) \quad (23)$$

3.3 Question 2 : Excursion en fréquence

L'excursion en fréquence (déviation maximale) est :

$$\Delta f = k_f \times A_x = 1000 \times 2 = 2000 \text{ Hz} \quad (24)$$

Réponse : L'excursion en fréquence est $\Delta f = 2000$ Hz = 2 kHz.

3.4 Question 3 : Indice de modulation

L'indice de modulation est :

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_x} = \frac{2000}{2000} = 1,0 \quad (25)$$

Réponse : L'indice de modulation est $\beta = 1,0$.

3.5 Question 4 : Bande occupée

La bande occupée par le signal modulé est donnée par la règle de Carson :

$$BW_{Carson} = 2(\Delta f + f_x) = 2(2000 + 2000) = 8000 \text{ Hz} = 8 \text{ kHz} \quad (26)$$

Réponse : La bande occupée par le signal modulé est $BW = 8$ kHz.

3.6 Question 5 : Nouveau signal modulant

Si le signal modulant voit sa fréquence multipliée par 2 et son amplitude divisée par 3 :

$$— f_{x,new} = 2 \times 2000 = 4000 \text{ Hz}$$

$$— A_{x,new} = \frac{2}{3} \approx 0,667 \text{ V}$$

Nouvelle excursion :

$$\Delta f_{new} = k_f \times A_{x,new} = 1000 \times 0,667 = 667 \text{ Hz} \quad (27)$$

Nouvel indice de modulation :

$$\beta_{new} = \frac{\Delta f_{new}}{f_{x,new}} = \frac{667}{4000} \approx 0,167 \quad (28)$$

Réponse : Le nouvel indice de modulation est $\beta_{new} \approx 0,167$.

3.7 Question 6 : Démodulation

Avec $\beta = 1,0$, on est à la limite entre NFM (Narrow Band FM, $\beta < 1$) et WFM (Wide Band FM, $\beta > 1$).

Pour $\beta < 1$ (comme $\beta_{new} = 0,167$), la démodulation est **cohérente**. On peut utiliser un démodulateur simple comme un discriminateur de fréquence ou un détecteur de pente.

Réponse : Avec $\beta < 1$, la démodulation est cohérente et peut être réalisée avec un discriminateur de fréquence simple.

3.8 Simulations Matlab

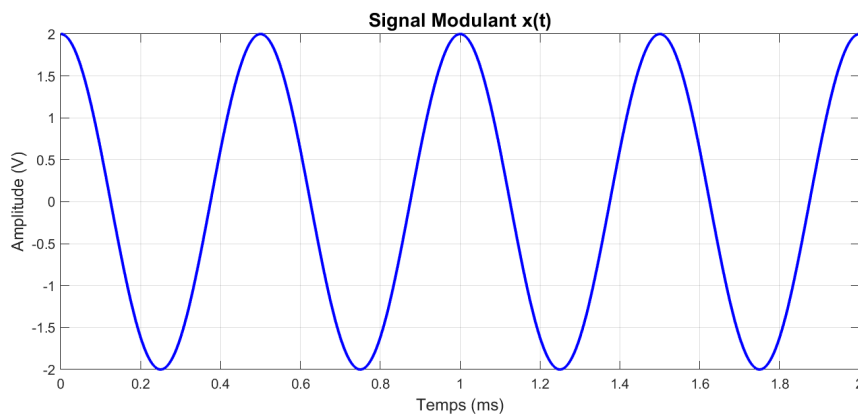


FIGURE 6 – Signal modulant $x(t)$

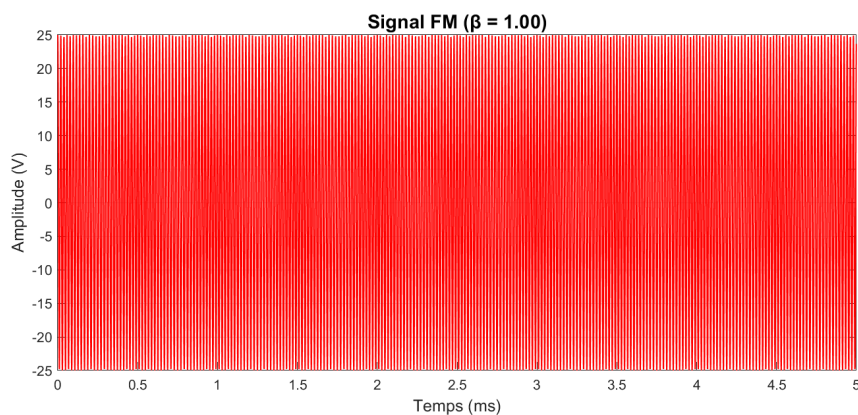


FIGURE 7 – Signal FM avec $\beta = 1,0$

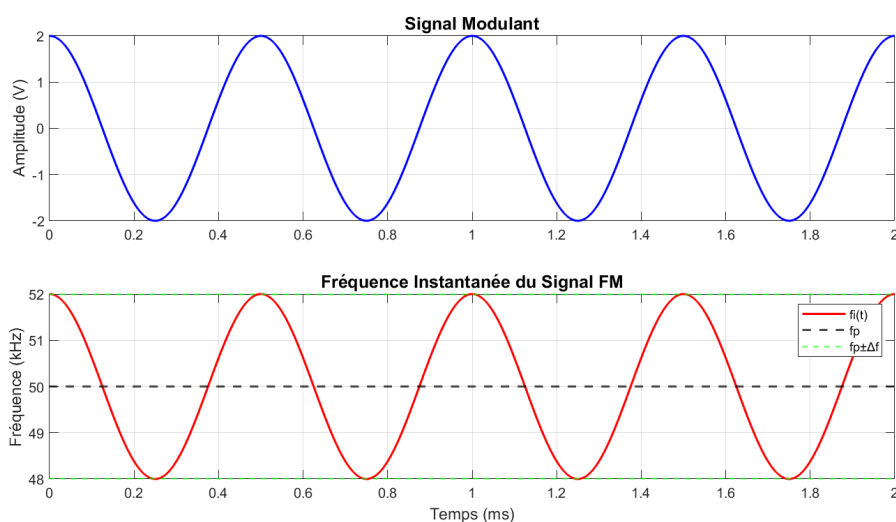


FIGURE 8 – Fréquence instantanée du signal FM

La figure 8 montre la variation de la fréquence instantanée du signal FM. On observe que :

- La fréquence varie entre $f_p - \Delta f$ et $f_p + \Delta f$
- La variation suit la forme du signal modulant
- L'excursion maximale est bien de ± 2000 Hz

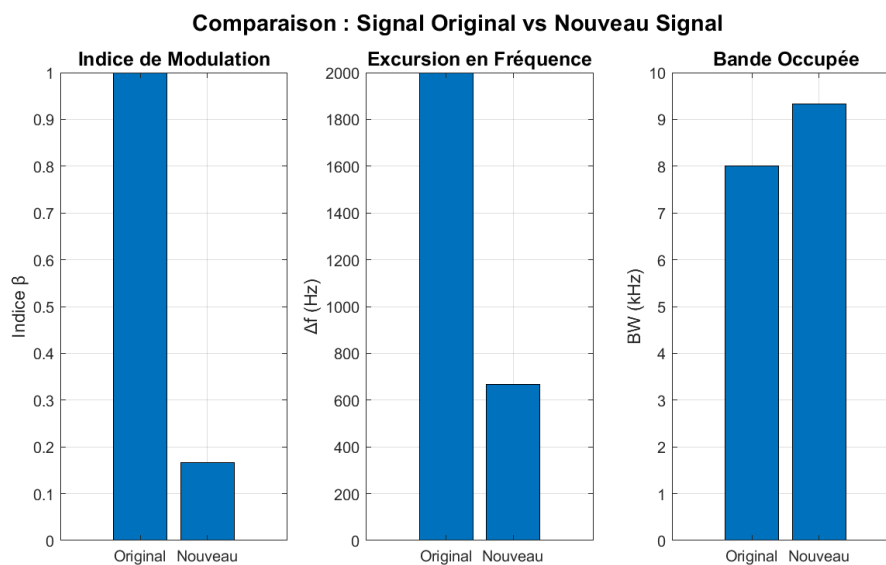


FIGURE 9 – Comparaison signal original vs nouveau signal

La figure 9 compare les paramètres du signal original et du nouveau signal. On constate que :

- L'indice de modulation diminue significativement (de 1.0 à 0.167)
- L'excursion en fréquence est réduite (de 2000 Hz à 667 Hz)
- La bande occupée diminue également
- Le nouveau signal est clairement en mode NFM ($\beta < 0,5$)

4 Problème 1 : Modulation AM et FM

4.1 Énoncé

Les bandes de fréquences allouées à la radiodiffusion sont repérées par :

- GO : 1052 m à 2000 m
- FM : de 87,5 MHz à 108 MHz

4.2 Question 1 : Tableau fréquences et longueurs d'onde

Raisonnement :

La relation entre fréquence et longueur d'onde est : $f = \frac{c}{\lambda}$ où $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Pour GO : $f_{min} = \frac{3 \times 10^8}{2000} = 150$ kHz, $f_{max} = \frac{3 \times 10^8}{1052} \approx 285$ kHz

Pour FM : $\lambda_{max} = \frac{3 \times 10^8}{87,5 \times 10^6} \approx 3,43$ m, $\lambda_{min} = \frac{3 \times 10^8}{108 \times 10^6} \approx 2,78$ m

Résultat :

Bande	Fréquence	Longueur d'onde
GO	De 150 kHz à 285 kHz	De 1052 m à 2000 m
FM	De 87,5 MHz à 108 MHz	De 2,78 m à 3,43 m

4.3 Question 2 : Nombre d'émetteurs en GO

Raisonnement :

Bande totale GO : $285 - 150 = 135$ kHz. Largeur par canal : 9 kHz.

Nombre d'émetteurs : $N = \left\lfloor \frac{135}{9} \right\rfloor = 15$

Résultat : $N = 15$ émetteurs

4.4 Question 3 : Fonctions contenant le signal modulant

a) En modulation AM :

Signal : $s(t) = A_c[1 + m \cdot x(t)] \cos(2\pi f_c t)$

Résultat : $X(t) = A_c[1 + m \cdot x(t)]$ (amplitude)

b) En modulation FM :

Signal : $s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int x(\tau) d\tau)$

Résultat : $\theta(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int x(\tau) d\tau$ (phase)

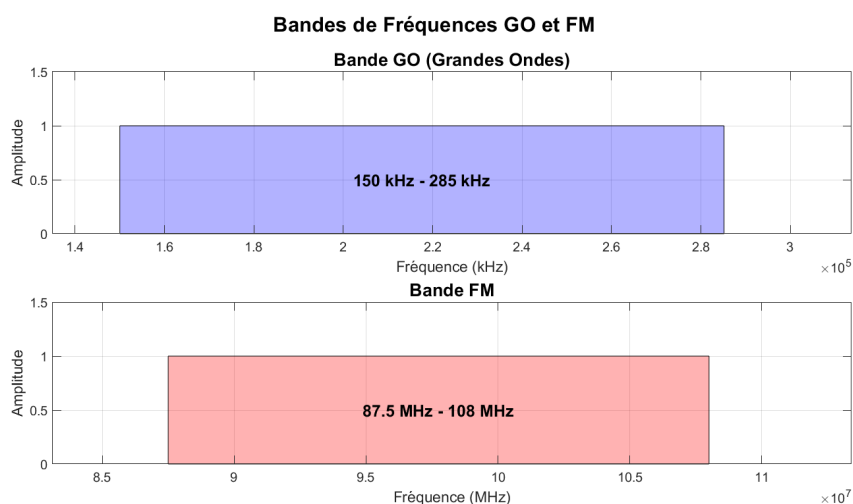


FIGURE 10 – Bandes de fréquences GO et FM

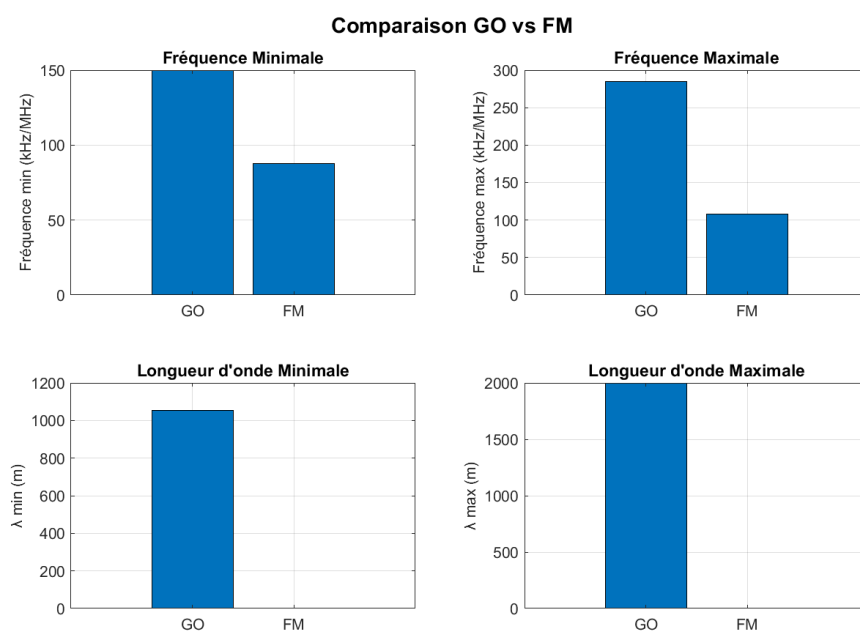


FIGURE 11 – Comparaison GO vs FM

5 Problème 2 : Étude du modulateur FM

5.1 Partie 1 : NFM ($\beta = 0,1$)

Paramètres : $f_p = 100$ MHz, $f_m = 10$ kHz, $A_m = 1$ V, $R = 50$ Ω

5.1.1 Question 1 : Expression de $\theta(t)$

Raisonnement :

$$\theta(t) = 2\pi f_p t + \varphi(t) \text{ où } \varphi(t) = \beta \sin(2\pi f_m t)$$

Avec $\beta = \frac{k A_m}{f_m}$, on obtient $k = \frac{\beta f_m}{A_m} = 1000$ Hz/V

$$\text{Résultat : } \theta(t) = 2\pi f_p t + 0,1 \sin(2\pi f_m t)$$

5.1.2 Question 3 : Puissance

$$P = \frac{A_p^2}{2R} = \frac{1}{100} = 10 \text{ mW}$$

$$\text{Résultats : } P = 10 \text{ mW} = 10 \text{ dBm}$$

5.1.3 Question 4 : Largeur canal

$$BW \approx 2f_m = 20 \text{ kHz}$$

$$\text{Résultat : } BW = 20 \text{ kHz}$$

5.2 Partie 2 : WFM ($\beta = 6$)

5.2.1 Question 1 : Coefficients de Bessel

Pour $\beta = 6$, on garde $|J_n| > 0,1$: 5 termes ($n = 0$ à 4)

$$\text{Résultat : 9 raies significatives}$$

5.2.2 Question 3 : Largeur canal

$$BW = 2(\beta f_m + f_m) = 2 \times 10 \times 7 = 140 \text{ kHz}$$

$$\text{Résultat : } BW = 140 \text{ kHz}$$

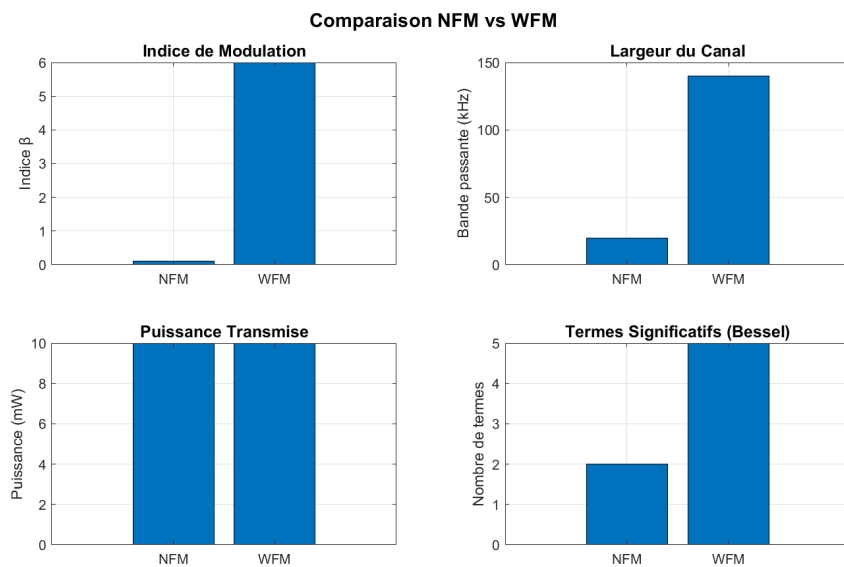


FIGURE 12 – Comparaison NFM vs WFM

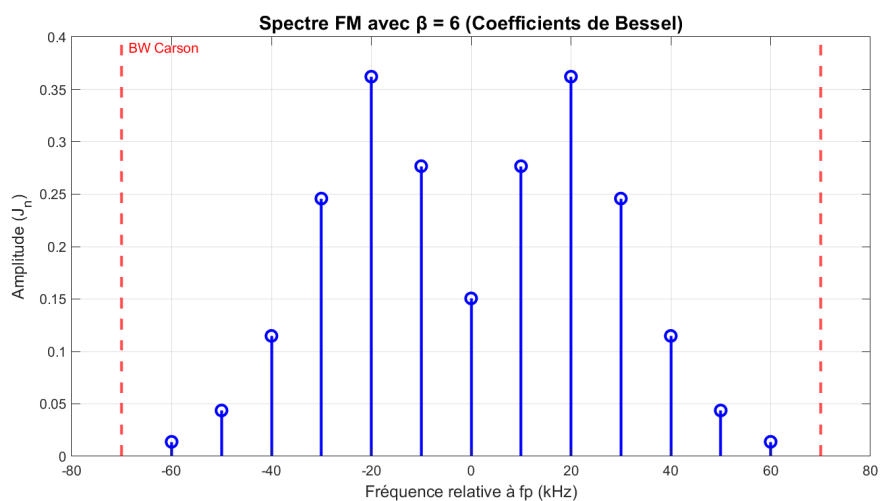


FIGURE 13 – Spectre WFM avec coefficients de Bessel

Conclusion

Ces travaux dirigés nous ont permis d'approfondir notre compréhension des modulations d'amplitude (AM) et de fréquence (FM) à travers des exercices concrets et des simulations Matlab.

Synthèse des résultats

Modulation AM (Exercices 1 et 2)

Nous avons étudié les caractéristiques fondamentales de la modulation AM :

- **Structure spectrale** : Un signal AM présente une porteuse et deux bandes latérales symétriques
- **Taux de modulation** : Détermine l'amplitude des bandes latérales et la qualité de la modulation
- **Répartition des puissances** : La majorité de la puissance est dans la porteuse (inefficace énergétiquement)
- **Bande passante** : $BW = 2f_m$, proportionnelle à la fréquence modulante
- **Démodulation** : Peut être réalisée de façon synchrone (cohérente) ou par détection d'enveloppe

L'exercice 2 a montré comment un signal multi-fréquences génère plusieurs paires de bandes latérales, et comment le filtrage permet de sélectionner une composante particulière avant démodulation.

Modulation FM (Exercice 3)

L'étude de la modulation FM a mis en évidence :

- **Excursion en fréquence** : $\Delta f = k_f \times A_x$, proportionnelle à l'amplitude du signal modulant
- **Indice de modulation** : $\beta = \Delta f / f_x$, paramètre clé qui détermine le type de FM
- **Classification** : NFM ($\beta < 1$) vs WFM ($\beta > 1$)
- **Bande de Carson** : $BW = 2(\Delta f + f_x)$, plus large que l'AM
- **Démodulation** : Cohérente pour NFM, nécessite un discriminateur ou une PLL pour WFM

Comparaison AM vs FM

Critère	AM	FM
Bande passante	$2f_m$	$2(\Delta f + f_m)$
Efficacité spectrale	Bonne	Moyenne
Résistance au bruit	Moyenne	Excellente
Complexité	Simple	Moyenne
Efficacité énergétique	Faible	Bonne
Applications	Radio GO/PO	Radio FM, TV

TABLE 1 – Comparaison AM vs FM

Applications pratiques

Les connaissances acquises dans ces TD trouvent des applications directes dans :

- **Radiodiffusion** : AM pour les ondes longues/moyennes, FM pour la bande 88-108 MHz
- **Télévision** : Modulation d'amplitude pour l'image, FM pour le son
- **Communications mobiles** : Techniques dérivées (QAM, FSK, etc.)
- **Stéréophonie** : Multiplexage de canaux en FM

Apports des simulations Matlab

Les simulations Matlab ont été essentielles pour :

- Visualiser les signaux dans les domaines temporel et fréquentiel
- Valider les calculs théoriques
- Comprendre l'impact des paramètres sur les signaux modulés
- Expérimenter avec différentes configurations

Conclusion générale

Ces travaux dirigés ont permis de consolider notre compréhension des modulations AM et FM, tant sur le plan théorique que pratique. Les calculs mathématiques, couplés aux simulations Matlab, ont fourni une vision complète de ces techniques fondamentales en télécommunications.

La maîtrise de ces concepts est essentielle pour aborder des techniques de modulation plus avancées (modulations numériques, modulations multi-porteuses, etc.) utilisées dans les systèmes de communication modernes.